FONDO ... ALCONE
NAZIONALE
B. Prov.
XVI
171
NAPOLI
BIBLIOTECA
VITT. EM. III

BIBLIOTECA PROVINCIALE.
Armadio XXVII
Palchetto 6
Num.° d' ordine 36

Digitized by Google

B. Riv.
XVII
171

Digitized by Google

ENCYCLOPÉDIE

MÉTHODIQUE,

OU

PAR ORDRE DE MATIÈRES:

PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES,
DE SAVANS ET D'ARTISTES;

Precédé d'un Vocabulaire universel, *servant de Table pour tout l'Ouvrage, ornée des Portraits de MM.* DIDEROT *&* D'ALEMBERT, *premiers Éditeurs de l'*Encyclopédie.

Digitized by Google

AUTEURS.

On n'a pu citer dans le Frontiſpice que les principaux Auteurs de ce Dictionnaire; mais voici une liſte de tous ceux qui y ont travaillé, avec les lettres par leſquelles ils ſont déſignés à la fin de chacun des articles qui leur appartiennent. Quelquefois on a écrit les noms en entier. M. de la Lande eſt ſeul Auteur de toute la partie aſtronomique.

M. d'Alembert..... (*O*).
M. l'Abbé Boſſut..... (*L. B.*).
M. de la Lande..... (*D. L.*).
M. le Marquis de Condorcet..... (*M. D. C.*).
M. Caſtillon, père..... (*J. D. C.*).
M. Caſtillon, fils..... (*F. D. C.*).
M. Jean Bernoulli..... (*J. B.*).
M. l'Abbé de la Chapelle..... (*F*).
M. Dargenville..... (*K*).
M. Diderot.
M. Rallier des Ourmes.

Digitized by Google

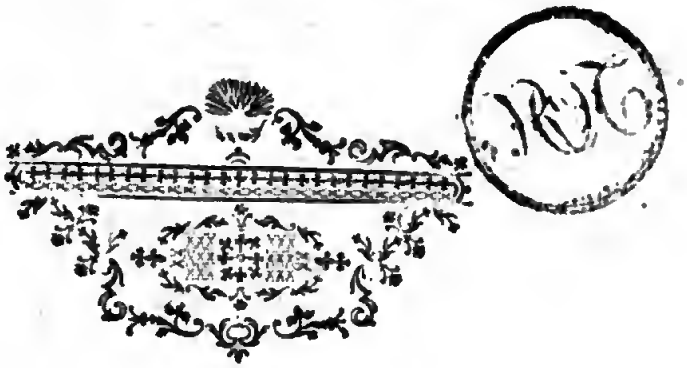
646392

ENCYCLOPÉDIE
MÉTHODIQUE.

MATHÉMATIQUES,

Par MM. D'ALEMBERT, *l'Abbé* BOSSUT, DE LA LANDE, *le Marquis de* CONDORCET, &c.

TOME PREMIER.



A PARIS,

Chez PANCKOUCKE, Libraire, hôtel de Thou, rue des Poitevins;

A LIÈGE,

Chez PLOMTEUX, Imprimeur des Etats.

M. DCC. LXXXIV.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILÈGE DU ROI.

Digitized by Google

DISCOURS

Digitized by Google

DISCOURS PRÉLIMINAIRE,

PAR M. L'ABBÉ BOSSUT.

LE NOM SEUL des Mathématiques, qui, dans ſon étymologie, veut dire *Inſtruction*, *Science*, peint d'une manière juſte & préciſe l'idée noble qu'on doit s'en former. En effet, elles ne ſont qu'un enchaînement de principes, de raiſonnemens & de concluſions, que la certitude & l'évidence accompagnent toujours : caractère propre des connoiſſances ſcientifiques.

On ſait que les Mathématiques ont pour objet de meſurer, ou plutôt de comparer les grandeurs ; par exemple, les diſtances, les ſurfaces, les vîteſſes, *&c.* Elles ſe diviſent en *Mathématiques pures* & *Mathématiques mixtes*, autrement appellées *Sciences Phyſico-Mathématiques.*

Les Mathématiques pures conſidèrent la grandeur d'une manière ſimple, générale & abſtraite : & par-là elles ont le précieux avantage d'être fondées ſur les notions primordiales de la quantité. Cette claſſe comprend, 1.° l'Arithmétique ou l'Art de compter. 2.° La Géométrie, qui apprend à meſurer l'étendue. 3.° L'analyſe, ſcience des grandeurs en général. 4.° La Géométrie mixte, combinaiſon de la Géométrie ordinaire & de l'Analyſe.

Les Mathématiques mixtes empruntent de la Phyſique une ou pluſieurs expériences inconteſtables, ou bien ſuppoſent dans les corps une qualité principale & néceſſaire : enſuite, par des raiſonnemens méthodiques & démonſtratifs, elles tirent du principe établi, des concluſions évidentes & certaines, comme celles que les Mathé-

matiques pures tirent immédiatement des axiomes & des définitions. A cette ſeconde claſſe appartiennent, 1.° la Méchanique, ſcience de l'équilibre & du mouvement des corps ſolides. 2.° L'Hydrodynamique, qui conſidère l'équilibre & le mouvement des corps fluides. 3.° L'Acouſtique ou la Théorie du ſon. 4.° L'Optique ou la Théorie du mouvement de la lumière. 5.° L'Aſtronomie, ſcience du mouvement des corps céleſtes.

J'ai rangé ici les différentes parties des Mathématiques dans l'ordre qui me paroît le plus propre à montrer d'un coup-d'œil leur enchaînement réciproque dans l'état où elles ſe trouvent aujourd'hui. Mais cet ordre n'eſt pas tout-à-fait conforme à leur développement hiſtorique, parce que le haſard & des circonſtances particulières ayant ſouvent donné lieu à des découvertes, la filiation naturelle n'a pu être conſtamment obſervée.

Il eſt vraiſemblable que la première origine des Mathématiques eſt preſque auſſi ancienne que celle des ſociétés & des loix. Les hommes s'étant raſſemblés, & chacun étant obligé de pourvoir à ſa ſubſiſtance & à ſa conſervation, ſans pouvoir attenter à la poſſeſſion d'autrui, le beſoin induſtrieux trouva ſans doute bientôt les pratiques, au moins informes, de quelques arts de première néceſſité, tels que ceux de bâtir des cabanes, de réglet l'ordre des ſaiſons, de meſurer les champs, *&c.* Or toutes ces connoiſſances appartiennent, dans le fonds, à la Méchanique, à l'Aſtronomie, à la Géométrie, *&c.* Mais elles ne furent d'abord que le fruit de l'expérience ou d'une routine aveugle. L'aſſiduité que demandoient les travaux de la campagne ne permettoit pas aux hommes de s'élever à des idées générales & réfléchies. Le cercle de leurs beſoins bornoit celui de leurs penſées. Inſenſiblement l'inégalité des biens s'établit parmi eux. Quelques-uns ayant acquis une eſpèce de ſuperflu, ſe livrèrent à l'oiſiveté, plus conforme à la foibleſſe de notre nature, qu'un travail pénible & ſouvent deſtructeur. Alors le tourment de l'ennui, attaché à l'inaction, vint porter le mouvement & l'inquiétude dans l'eſprit humain, exciter ſa curioſité, aggrandir la ſphère de ſes idées, & donner l'impulſion aux arts & aux ſciences. A ce puiſſant mobile, ſe joignit l'aiguillon des honneurs & des récompenſes accordés dans tous les pays aux hommes qui ſe diſtinguoient par leurs talens. Le chant, auſſi ancien que le monde, & une poéſie groſſière, preſque de même date, prirent une forme plus variée & moins barbare. Il y eut des Orateurs, des Poëtes, des Peintres, des Architectes & des Sculpteurs. On obſerva les phénomènes de la nature, & on voulut en connoître les cauſes. La Géométrie, bornée d'abord à la meſure des champs, recula ſes limites, & s'étendit

à des uſages fondés ſur des théories moins élémentaires. L'Aſtronomie, dont les Bergers de Chaldée, au milieu de leurs paiſibles fonctions, avoient jetté les fondemens, s'enrichit de nouvelles obſervations & d'inſtrumens propres à les rendre plus exactes. Toutes les parties des Mathématiques firent ſucceſſivement des progrès. Ils auroient été plus rapides, ſi l'ambition des hommes & tous les fléaux de la guerre, qu'elle entraîne après elle, n'avoient ſouvent obſcurci le flambeau du génie, pendant une longue ſuite de ſiècles: mais, comme un feu caché ſous la cendre, il reprit ſon éclat dans les tems plus heureux; & l'édifice des Sciences s'eſt élevé par degrés.

Tous les peuples un peu conſidérables de l'ancien monde ont aimé & cultivé les Mathématiques. Les plus diſtingués en ce genre ſont les Chaldéens, les Egyptiens, les Chinois, les Indiens, les Grecs, les Romains, les Arabes, &, dans les tems modernes, les Nations occidentales de l'europe. Quant aux Américains, ils n'avoient que les Arts méchaniques les plus néceſſaires à la vie, & nulle théorie des Sciences, avant leur communication avec les Européens. Leur penchant naturel ne les porte point aux connoiſſances ſpéculatives, & la ſervitude où ils ont été téduits les empêcheroit de s'y livrer.

On ne peut former que des conjectures ſur l'état des Sciences avant le déluge. Immédiatement après ce grand événement, le genre-humain ayant commencé à s'accroître, & à ſe diviſer ſur la ſurface de la terre, l'obſervation du cours des aſtres occupa les Chaldéens dans l'Aſie, & les Egyptiens dans l'Afrique. Les premières connoiſſances de tous ces peuples ne ſe répandoient, & ne paſſoient d'âge en âge, que par la ſimple voie de la tradition. Auſſi la plupart ſe perdirent, & il n'en eſt reſté que la renommée.

Les Chinois commencèrent à s'adonner aux Sciences preſque auſſi-tôt qu'ils eurent formé un corps de peuple; & cette époque remonte à la plus haute antiquité. Leurs premiers Souverains établirent, & les autres ont conſervé un tribunal deſtiné expreſſément à l'enſeignement des Mathématiques: cependant ils n'y ont jamais fait que des progrès aſſez bornés. Je citerai en exemple leur Aſtronomie, qui, ſous le ciel le plus favorable aux obſervations, n'eſt pas plus avancée aujourd'hui, que l'étoit celle des Européens au tems de Tycho-Brahé. Attachée ſuperſtitieuſement à ſes anciennes inſtitutions, la nation chinoiſe paroît dépourvue de cette activité inquiète qui cherche la nouveauté, & qui produit les découvertes.

Il en eſt à-peu-près de même des Indiens: les ſciences ſont fort anciennes chez eux; ils ont connu, pluſieurs ſiècles avant l'ère chré-

tienne, les tems des révolutions du ſoleil & de la lune; ils ſavoient prédire les éclipſes; quelques auteurs leur attribuent le ſyſtême de notre numération arithmétique; on croit que Pythagore alla puiſer dans l'Inde le dogme de la Métempſycoſe : aujourd'hui ils ſont beaucoup moins inſtruits que les Chinois.

Dans ces tems reculés, où les connoiſſances humaines commençoient à s'augmenter, les prêtres ou mages de l'Égypte en étoient, pour ainſi dire, les dépoſitaires univerſels. Le Commerce ayant ouvert des communications entre les peuples de l'Orient, on venoit de toutes parts s'inſtruire en Égypte. Ce motif y attira pluſieurs Philoſophes Grecs, entre autres, Thalès de Milet & Pythagore de Samos.

An. av. J. C. 570. De retour en Grèce, Thalès y répandit les principes de la Géométrie,

An. av. J. C. 540. de la Phyſique & de l'Aſtronomie. Pythagore eut l'ambition des Conquérans : jaloux d'étendre l'empire des Sciences, il alla fonder en Iralie une Ecole qui acquit en peu de temps une telle célébrité qu'il comptoit des princes & des légiſlateurs parmi ſes diſciples.

An av. J. C. 320. L'Ecole d'Alexandrie, preſque toute compoſée de Mathématiciens Grecs, entretint, pendant plus de dix ſiècles, le goût & l'étude des Sciences dans leur pays. Cet établiſſement fut l'ouvrage de Ptolomée-Lagus, qui, dans le démembrement des États conquis par Alexandre, avoit eu le Royaume d'Égypte en partage. Ses Succeſſeurs fondèrent, à cet exemple, une immenſe bibliothèque, où l'on raſſembloit, à grands frais, tous les livres que l'on pouvoit ſe procurer.

La haute idée qu'on ſe fait ordinairement des Romains, préoccupe l'imagination à tel point, qu'on ne peut ſonger, ſans étonnement, à leur médiocrité dans les Mathématiques. Rivaux & quelquefois vainqueurs des Grecs dans l'éloquence, la poéſie & l'hiſtoire, ils n'en ſont ici que les diſciples ou les commentateurs. Le talent de parler & de remuer l'imagination, menoit, chez eux, à la gloire & aux dignités : ils eſtimoient peu les connoiſſances abſtraites & ſpéculatives, que le génie cultive en ſilence, & qui ne ſont pas deſtinées à exciter les applaudiſſemens de la multitude.

Une ſurpriſe d'un genre oppoſé, eſt de voir les Arabes & les Perſans, cent cinquante ans après Mahomet, ſe livrer aux Lettres, aux Sciences, & produire en particulier de très-grands Aſtronomes. Je joins enſemble ces deux peuples, parce qu'en effet, quand ils commencèrent à ſe policer, ils étoient ſoumis à la même religion & aux mêmes Souverains.

Enfin, à la renaiſſance des lettres & des arts en Europe, au tems des Médicis, les Mathématiques prennent, à leur tour, un mouvement rapide; & les progrès qu'elles ont faits depuis cette époque

juſqu'à nos jours, forment pour elles comme un nouvel âge : nous ne pouvons pas en prédire la durée; mais quelques révolutions que les Sciences puiſſent éprouver, il ſera toujours regardé comme le plus brillant de tous, par l'importance des découvertes qui s'y ſont faites, & ſur-tout par celle des calculs *différentiel & intégral.*

M. de Montucla a écrit l'hiſtoire des Mathématiques depuis leur origine, juſqu'au commencement de ce ſiècle, avec une ſagacité & une profondeur, qui lui aſſurent l'eſtime & la reconnoiſſance de tous les Savans. Il ne s'eſt pas borné à faire connoître les travaux & la vie des grands hommes dont il parle : il remonte à la ſource des inventions : il en développe l'eſprit & les progrès; il inſtruit le lecteur, en ſatisfaiſant ſa curioſité.

Mon objet eſt ſimplement d'indiquer ici les principales découvertes qui ſe ſont faites dans les Mathématiques. Je les rapporte à quatre périodes ſucceſſives : la première s'étend depuis leur origne juſqu'au tems des Arabes; la ſeconde, juſqu'au ſeizième ſiècle; la troiſième, juſqu'à la naiſſance de l'analyſe infinitéſimale; la quatrième, juſqu'à nos jours. Je ſuivrai, le plus qu'il me ſera poſſible, l'ordre hiſtorique : évitant de trop morceler les différentes parties du récit, & donnant à chacune d'elles le corps & l'étendue que pourront permettre la nature du ſujet, & la ſucceſſion chronologique des connoiſſances.

PREMIERE PÉRIODE.

ARITHMÉTIQUE.

Dans ce tableau, l'Arithmétique ſe préſente en première ligne, par ſon antiquité & ſes uſages. Rien n'eſt plus clair & plus élémentaire, que l'idée de *nombre* : auſſi-tôt que l'homme ouvrit les yeux, il put compter ſes doigts, les arbres qui l'environnoient, les brebis de ſes troupeaux, &c. Ces calculs, ſi on peut leur donner ce nom, ſe firent d'abord avec le ſimple ſecours de la mémoire : enſuite, pour les faciliter & les étendre davantage, on employa des petites boules enfilées par un cordon, comme les grains d'un chapelet : ces boules repréſentoient par leur nombre, celui des objets qu'on vouloit compter. L'invention de l'écriture fit faire un nouveau pas à l'Arithmétique : on traçoit ſur des tables couvertes de pouſſière, les caractères qu'on avoit deſtinés à repréſenter les nombres; & par-là, on pouvoit exécuter des calculs d'une certaine étendue.

Toutes les nations, ſi on excepte les anciens Chinois, & une peuplade obſcure dont Ariſtote fait mention, ont diſtribué les nombres en périodes, compoſées chacune de dix unités. Cet uſage ne peut guère s'attribuer qu'à celui où l'on eſt naturellement dans l'enfance,

de compter par ſes doigts, qui ſont au nombre de dix. Les anciens ſe ſont également accordés à repréſenter les nombres par les lettres de leur alphabet. On diſtinguoit les différentes périodes de dixaines, par des accens dont on affectoit les lettres numérales, comme chez les Grecs, ou par différentes combinaiſons des lettres numérales, comme chez les Romains. Toutes ces notations, & principalement celle des Romains, étoient fort compoſées & fort incommodes quand il s'agiſſoit d'exprimer des nombres un peu conſidérables.

Strabon raconte dans ſa *Géographie*, qu'on attribuoit de ſon tems l'invention de l'arithmétique, comme celle de l'écriture, aux Phéniciens. Cette opinion a pu en effet trouvet d'autant plus de facilité à s'établir, que les Phéniciens ayant été les plus anciens commerçans de la tèrre, ont dû naturellement perfectionnet une ſcience dont le commerce fait un uſage continuel; mais les premiers principes de l'Arithmétique étoient connus depuis long-tems des Égyptiens.

On lit, dans pluſieurs auteurs, que Pythagore avoit pouſſé fort loin les combinaiſons des nombres : ils ajoutent, que ſon imagination vive & portée à l'eſprit de ſyſtême, attachoit des vertus myſtérieuſes à certaines propriétés de ces combinaiſons; mais on n'en parle que par conjecture : tout ce qu'il peut avoir écrit ſur ce ſujet eſt perdu; le tems n'a reſpecté que ſa table de multiplication.

Comme l'Arithmétique étoit, dans ſon premier objet, une ſcience bornée, les anciens ne l'ont cultivée en général qu'à cauſe de ſes applications aux autres parties des Mathématiques. Ajoutons que leur maniere de repréſenter les nombres n'étoit pas avantageuſe pout faire des découvertes qui auroient demandé des calculs abſtraits & compliqués.

L'Arithmétique ne prit une forme ſimple & commode qu'entre les mains des Arabes, comme nous le remarquerons plus expreſſément ſous la ſeconde période.

GÉOMÉTRIE.

On donne différentes origines, plus ou moins vraiſemblables, à la Géométrie. La plupart des auteurs la font naître en Egypte. Tel eſt, par exemple, Hérodote, le premier qui, parmi les anciens, ait écrit l'Hiſtoire en proſe : car auparavant on n'écrivoit qu'en vers; tout étoit embelli & dénaturé par les fictions de la poéſie. Ecoutons ce qu'il en dit, d'après ce qu'il avoit appris lui-même dans ſes voyages à Thèbes & à Memphis (1). *On m'aſſura que Séſoſtris avoit partagé l'Egypte entre tous ſes ſujets, & qu'il*

(1) Hérodote, *liv. II.*

avoit donné à chacun une égale portion de terre en quarré, à la charge d'en payer, par an, un tribut proportionné : ſi la portion de quelqu'un étoit diminuée par la rivière, il alloit trouver le Roi, & lui expoſoit ce qui étoit arrivé dans ſa terre ; en même tems le Roi envoyoit ſur les lieux & faiſoit meſurer l'héritage, afin de ſavoir de combien il étoit diminué, & de ne faire payer le tribut que ſelon ce qui étoit reſté de terre. Je crois, ajoute Hérodote, *que ce fut de-là que la Géométrie prit naiſſance, & qu'elle paſſa chez les Grecs.* Si, comme le ſuppoſent pluſieurs chronologiſtes, Séſoſtris eſt le même que le roi Seſac, qui fit la guerre à Roboam, fils de Salomon, la naiſſance de la Géométrie ne précéderoit, ſuivant Hérodote, que d'environ mille ans l'ère chrétienne. Cette ancienneté n'eſt pas ſuffiſante, pour rendre raiſon des progrès qu'il paroît que l'Aſtronomie avoit déjà faits avant le tems de Séſoſtris. Car on n'a pu paſſer de la ſtérile contemplation des cieux à un corps de connoiſſances liées & ſuivies, que par le moyen de l'Arithmétique & de la Géométrie.

Les plus grands progrès de l'ancienne géométrie ſont dûs aux Grecs & aux Mathématiciens de l'école d'Alexandrie. Je confonds toujours enſemble les travaux des uns & des autres. Thalès de Milet montra le premier l'uſage de la circonférence du cerele pour la meſure des angles. Il détermina la hauteur des pyramides de l'Egypte, par l'étendue de leur ombre, méthode fondée ſur la théorie des lignes proportionnelles ou des triangles ſemblables. Pythagore eſt regardé comme l'inventeur de la belle propriété qu'a le quarré de l'hypoténuſe, dans le triangle rectangle, d'être égal en ſurface à la ſomme des quarrés des deux autres côtés. Quelques auteurs ont écrit que dans l'ivreſſe de la joie que lui cauſa cette découverte, il ſacrifia cent bœufs aux Muſes pour les remercier de l'avoir ſi bien inſpiré ; mais on a de la peine à concilier ce fait avec la fortune bornée du Philoſophe, & plus encore avec ſes idées religieuſes ſur la tranſmigration des ames.

Il ſeroit difficile de faire une énumération un peu exacte des anciens philoſophes grecs qui ont accru le domaine de la Géométrie. Contentons-nous d'obſerver en général qu'ils ont trouvé preſque toutes les propoſitions qui compoſent ce qu'on appelle encore aujourd'hui les *Elémens* de cette ſcience. Elle fit, en deux ſiècles, de ſi grands progrès dans la Grèce, qu'au tems de Platon on jetta les fondemens de la théorie des ſections coniques. An av. J. C. 380.

Platon lui-même eſt regardé comme le premier qui ait remarqué la formation de ces courbes. Quelques Géomètres de ſon école, tels que Ariſtée, Eudoxe, Mnechme & ſon frère Dinoſtrate, com-

mencèrent à découvrir leurs propriétés. On eut bientôt l'occaſion de les appliquer à deux problêmes célèbres dans l'antiquité.

L'un de ces problêmes avoit pour objet la duplication du cube, ou la manière de faire un cube double d'un autre. C'étoit une ancienne tradition dans la Grèce, que les Athéniens ayant irrité Apollon, il avoit envoyé la peſte dans leur pays, & que l'Oracle du temple de Délos, conſulté ſur les moyens de faire ceſſer ce fléau, avoit répondu : *doublez l'autel d'Apollon.* L'oracle déſignoit ainſi un petit autel d'or, de forme cubique, qu'Apollon avoit dans Athènes, & dont ſans doute il n'étoit pas content. Le problême eſt auſſitôt propoſé à tous les Géomètres de la Grèce. Au tems de Platon, il fut agité avec la plus grande chaleur. On chercha pendant long-tems à le réſoudre, ſans employer d'autres inſtrumens que la règle & le compas : car les opérations exécutées de cette manière étoient les ſeules que l'on regardât alors comme géométriques ; mais ce moyen ne réuſſit point & ne pouvoit réuſſir. En examinant la queſtion ſous toutes les faces, les Géomètres reconnurent que ſi l'on pouvoit trouver deux moyennes proportionnelles entre le côté du cube donné & le double de ce côté, la première de ces deux lignes ſeroit le côté du cube cherché. Dès-lors ils dirigèrent leurs méditations vers ce but. Platon détermina les deux moyennes proportionnelles, à la faveur d'un inſtrument particulier de ſon invention ; mais cette méthode ſuppoſoit la deſcription d'une courbe du troiſième ordre, & n'avoit pas ce caractère de ſimplicité, ſi précieux en géométrie, ſur-tout chez les anciens. D'autres Géomètres poposèrent d'autres moyens ſujets à de ſemblables inconvéniens. Enfin, Mnechme trouva que les deux moyennes proportionnelles pouvoient être conſidérées comme les ordonnées de deux ſections coniques, qui étant conſtruites ſuivant les conditions du problême, ſe coupoient en deux points propres à le réſoudre. La queſtion ainſi réduite, donna la naiſſance à la célèbre théorie des *lieux géométriques*, dont les anciens & les modernes ont fait tant d'applications. Il ne s'agiſſoit plus, pour la mettre en pratique, que d'imaginer des inſtrumens ſimples & commodes pour tracer les ſections coniques ; ce qui n'a jamais été difficile. La ſolution de Mnechme fut bientôt ſimplifiée : on s'apperçut qu'au lieu d'employer deux ſections coniques, on pouvoit ſe contenter de combiner un cercle avec une ſeule ſection conique. Les Géomètres proposèrent encore ſucceſſivement pluſieurs autres courbes pour le même objet : telles que la *conchoïde* de Nicomède, la *ciſſoïde* de Dioclès, &c.

L'autre problême, que nous avons indiqué, conſiſtoit à diviſer un angle en trois parties égales. Après avoir appris de la géométrie élémentaire

élémentaire à couper un angle en deux parties égales, on devoit naturellement chercher à le couper en trois parties, ou même dans un rapport quelconque. On trouva que le problême de la triſection de l'angle dépendoit de principes analogues à ceux de la duplicarion du cube, & qu'il pouvoit ſe conſtruire ou par l'interſection de deux ſections coniques, ou par l'interſection d'un cercle avec une ſection conique.

Euclide, géomètre de l'école d'Alexandrie, conçut un projet dont l'exécution a été très-utile au progrès de la ſcience dont il s'occupoit. Il raſſembla en un corps d'ouvrage les propoſitions de géométrie élémentaire, auparavant iſolées & éparſes dans les écrits des premiers inventeurs; il y en ajouta un grand nombre d'autres, & il forma, de l'enſemble, ſes fameux *Elémens*. De quinze livres dont ils ſont compoſés, il n'y en a que onze où l'auteur traite proprement de la Géométrie : les autres contiennent une théorie générale des proportions, & les principaux caractères des nombres, ſoit commenſurables, ſoit incommenſurables. An. av. J. C. 300.

En rendant toute la juſtice qui eſt dûe à cet excellent ouvrage, on regrette quelquefois qu'Euclide air employé trop de définitions & de diviſions ſcholaſtiques, trop de ſcrupule à démontrer des choſes claires d'elles-mêmes. Il ſemble que la méthode ſubtile & pointilleuſe des ſophiſtes grecs, avoit cherché à pénétrer dans les ſciences exactes. Peut-être faut-il attribuer à cette cauſe les difficultés que Ptolomée-Philadelphe, Roi d'Egypte, éprouvoit dans l'étude des mathématiques. Rebuté par ces difficultés, il demanda un jour à Euclide s'il ne pouvoit pas les applanir en ſa faveur. Le philoſophe répondit ingénument : *non, prince, il n'y a point de chemin particulier pour les rois.*

Les propriétés du cercle forment une partie conſidérable de la géométrie élémentaire. Quand on ſut quarrer les figures rectilignes, on chercha auſſi à quarrer le cercle, que l'on peut regarder comme un polygone régulier d'une infinité de côtés : on reconnut bientôt que la ſurface de cette courbe eſt égale à la moitié du produit de la circonférence par le rayon; & qu'ainſi, pour la tranſformer en un quarré, il falloit commencer par déterminer le rapport de la circonférence au rayon ou au diamètre. Le géomètre Dinoſtrate avoit imaginé une courbe qui auroit donné la ſolution de ce problême, ſi on eût pu la conſtruire d'une manière certaine & ſans tâtonnement : on l'a nommée, par cette raiſon, la *quadratrice*; mais elle eſt du nombre des courbes *méchaniques*, & ne fournit réellement aucun ſecours pour l'objet qu'elle regardoit. Il eſt démontré, dans les élémens d'Euclide, que les circonférences de deux cercles ſont comme les

diamètres, & que leurs surfaces sont comme les quarrés des diamètres; mais l'auteur n'enseigne point à comparer la circonférence avec le
An. av. J. C. 250. diamètre. Archimède, le plus grand Géomètre de l'antiquité, & postérieur d'environ un demi-siècle à Euclide, découvrit le rapport de ces deux lignes, sinon rigoureusement, au moins d'une manière approchée & renfermée entre des limites connues : la méthode qu'il y employa est le premier exemple d'un problême résolu par approximation : exemple si utile & si souvent imité. En inscrivant & circonscrivant au cercle une suite de polygones réguliers, dont le nombre des côtés alloit en progression double, & poussant le nombre des termes de cette progression jusqu'à quatre-vingt-seize, il fit voir que si l'on représente le diamètre par 7, la circonférence est représentée par un nombre de très-peu de chose moindre que 22. La quadrature exacte & rigoureuse du cercle est encore aujourd'hui l'écueil des Géomètres, ou plutôt de ceux qui sont presque étrangers à la géométrie; car lorsque l'on connoît le vrai point de la difficulté, on n'est guères tenté de s'occuper de cette recherche.

Sans citer en détail les nombreuses découvertes géométriques d'Archimède, je dirai seulement que les plus importantes sont la proportion de la sphère avec le cylindre circonscrit, la quadrature de la parabole, la construction de la spirale & la manière d'en mener les tangentes. Il attachoit le plus grand prix à la première : car il ordonna que l'on plaçât, sur son tombeau, une sphère inscrite dans un cylindre, avec les nombres qui expriment les rapports de de ces deux solides.

An. av. J. C. 200. La théorie des sections coniques, quoique déjà avancée au tems d'Euclide, n'entroit pas dans le plan de son ouvrage. Un autre Géomètre de l'école d'Alexandrie, Appollonius, né à Pergée en Pamphilie, fit, de cette théorie, la matière d'un savant traité. Il y développe toutes les propriétés des sections coniques par rapport à leurs axes, à leurs diamètres & à leurs tangentes. Il démontre ces Théorèmes, aujourd'hui si connus & alors si remarquables, que dans *l'ellipse* ou *l'hyperbole*, *le parallélogramme fait autour de deux diamètres conjugués est égal au rectangle fait autour des deux axes*; & que *la somme* ou *la différence des quarrés de deux diamètres conjugués est égale à la somme* ou *à la différence des quarrés des deux axes*. Il résout plusieurs questions concernant les plus grandes ou les plus petites lignes qu'on peut mener de certains points aux circonférences des sections coniques, &c. Cet ouvrage porte par-tout l'empreinte d'un génie inventeur; aussi fit-il donner à l'auteur, de son vivant même, le surnom de *Grand Géomètre*.

Digitized by Google

Appollonius étoit en effet ſupérieur à tous ſes contemporains : s'il n'enlève pas à Archimède la première place parmi les anciens Géomètres, la ſeconde lui eſt du moins aſſurée.

Dans les fréquentes applications que les anciens faiſoient de la géométrie à la pratique, ils ſentirent bientôt le beſoin, & ils chercherent les moyens de connoître un triangle, par la relation de ſes côtés & de ſes angles ; ce qui eſt l'objet de la trigonométrie rectiligne : auſſi cette branche de la géométrie pratique eſt-elle fort ancienne. Comme elle eſt principalement utile à l'aſtronomie, elle doit ſes progrès à des Géomètres qui faiſoient une étude particulière de cette ſcience.

Le Traité des *Sphériques* de Théodoſe eſt un morceau précieux de l'ancienne Géométrie. L'Auteur examine en général, dans cet ouvrage, les propriétés qu'ont les uns, par rapport aux autres, les cercles que l'on forme en coupant une ſphère par des plans quelconques. La plupart des propoſitions qu'il donne, paroiſſent aujourd'hui évidentes au premier coup-d'œil ; mais elles n'en devoient pas moins trouver place dans un Livre Élémentaire ; & d'ailleurs on ſait que les anciens Geomètres s'attachoient à tout démontrer dans la plus grande rigueur. Cet ouvrage a été, dans ſon tems, une excellente introduction à la *Trigonométrie Sphérique*. An. av. J. C. 60.

Sur la fin du quatrième ſiècle, depuis l'ère chrétienne, Pappus d'Alexandrie donna ſes collections mathématiques : ouvrage recommandable par le ſavoir qui y règne, & par l'analyſe qu'on y trouve d'un grand nombre de traités qui ſont perdus aujourd'hui. Il nous repréſente à-peu-près l'état de l'ancienne Géométrie. On trouve dans la Préface, l'énoncé d'un fameux Théorême que le Père Guldin, Jéſuite, a inventé depuis, avant que cet endroit de la Préface de Pappus fut imprimé. Ce Théorême porte, que *les figures ou les ſolides produits par la circonvolution d'une ligne ou d'une ſurface, ſont en raiſon compoſée de la ligne ou ſurface génératrice, & des circonférences décrites par leurs centres de gravité.* An. de J. C. 400.

L'ancienne Géométrie a auſſi quelques obligations à Proclus, Chef de l'Ecole Platonicienne, établie à Arhènes. Il encouragea les Savans par ſon exemple & par ſes inſtructions ; il a laiſſé ſur le premier Livre d'Euclide, un commentaire qui contient pluſieurs obſervations utiles, concernant l'hiſtoire & la métaphyſique de la Géométrie. Il eut pour ſucceſſeur, dans ſon École, *Marinus*, Auteur d'une introduction aux *données* d'Euclide. Viennent enſuite *Iſidore de Milet* & *Anthémius*, tous deux habiles Géomètres & Méchaniciens : *Eutocius*, Commentateur d'Archimède ; *Dioclès*, An. de J. C. 450.

inventeur de la Ciſſoïde, &c. Je ne m'étends pas ſur des fragmens qui ne préſentent aucune découverte remarquable.

ASTRONOMIE.

De tout tems, le ſpectacle des Cieux & du mouvement des corps ſemés dans cette immenſe étendue, ont attiré les regards des hommes; mais, comme nous l'avons déjà obſervé, l'Aſtronomie ne commença à devenir une véritable ſcience, que lorſque l'on y appliqua l'Arithmétique & la Géométrie : elle ne peut donc être miſe qu'au troiſième rang pour l'ancienneté.

Les premiers hommes régloient les tems ſur les mouvemens du ſoleil & de la lune. On s'étoit d'abord apperçu que dans le mouvement journalier qui paroît emporter tous les aſtres d'orient en occident, le ſoleil & la lune changeoient continuellement de place par rapport aux étoiles, tandis que celles-ci demeuroient toujours aux mêmes diſtances reſpectives les unes des autres. On avoit remarqué auſſi que le ſoleil & la lune partant d'un point du Ciel, y revenoient après avoir achevé une révolution entière d'occident en orient; que ces mouvemens étoient d'ailleurs inégaux entr'eux, & que la lune faiſoit un peu plus de douze tours, pendant que le ſoleil n'en faiſoit qu'un ſeul. Dès-lors on diviſa l'année, ou le tems de la révolution ſolaire, en douze mois, qui comprenoient chacun une révolution lunaire, à-peu-près.

Si l'on s'en rapporte à ce que dit Joſeph, dans *ſes antiquités Judaïques*, les Patriarches devoient être fort verſés dans l'Aſtronomie; car ils avoient reconnu, ſelon lui, que le ſoleil & la lune étant ſuppoſés répondre au même endroit du Ciel, pour une certaine époque, devoient y répondre de nouveau après un eſpace de ſix cens ans. D'un autre côté, on lit dans l'*Almagèſte* (1) de Ptolomée, que ceux qu'on appelloit les anciens Aſtronomes dès le temps d'Hyparque, ayant trouvé par une longue ſuite d'obſervations d'éclipſes lunaires, que le mouvement de la lune étoit inégal tant en longitude qu'en latitude, & que l'apogée & le périgée parcouroient ſucceſſivement tous les ſignes du zodiaque, avoient cherché à comprendre tous ces mouvemens dans des périodes formées d'un nombre égal de mois inégaux; que Hyparque rectifia ces périodes ſur les anciennes obſervations les plus exactes, & qu'enfin il parvint à faire tomber, ſous des époques fixes & déterminées, les mouvemens du ſoleil & de la lune, le mouvement de l'apogée & du périgée, & la ſucceſſion des éclipſes lunaires en nombre égal. On

(1) Mot dérivé de l'arabe, qui veut dire *grande compoſition.*

Digitized by Google

voit que ces témoignages font remonter bien haut l'antiquité de l'Aſtronomie; mais il faut avouer que la période, citée par Joſeph, & même celle que Ptolomée attribue à Hyparque, paroiſſent appuyées ſur des fondemens peu ſolides. Elles ſuppoſent, dans des tems obſcurs, un trop grand nombre d'obſervations, & d'obſervations très-exactes : auſſi la plupart des Aſtronomes les regardent-ils l'une & l'autre comme controuvées.

Je ne me perdrai pas dans ces ſavantes ténèbres : la gloire de les percer appartient au célèbre Hiſtorien de l'Aſtronomie; je me borne aux faits les plus avérés & les plus remarquables.

On s'accorde aſſez généralement à regarder les Chaldéens, & bientôt après les Égyptiens, comme les premiers inventeurs de l'Aſtronomie. Des Auteurs modernes revendiquent cette gloire aux Chinois, parce que les anciens écrivains de la Chine parlent de deux phénomènes Aſtronomiques, qu'on prétend en conſéquence y avoir été obſervés : le premier eſt une conjonction de cinq planètes, qu'on place entre les années 2513 & 2437; le ſecond, une éclipſe de ſoleil, arrivée en 2155. Je compte les années, en remontant depuis l'ère chrétienne. Examinons brièvement la force de ces preuves.

Le calcul Aſtronomique démontre qu'il n'y a point eu de conjonction de cinq planètes, dans l'intervalle de tems indiqué. M. Kirc, célèbre Aſtronome, a trouvé, à la vérité (1), que l'an 2449, le 28 Février, Saturne, Jupiter, Mars & Mercure, s'étoient rencontrés d'un même côté du Ciel, entre le XI.me & le XVIII.me degré des poiſſons; qu'en même tems, le ſoleil & la lune étoient en conjonction, vers le XVIII.me degré du verſeau, & que Vénus étoit vers le XV.me degré du Capricorne : mais ce phénomène ne peut pas être pris pour une conjonction de cinq planètes, ſans donner à ce mot un ſens forcé & arbitraire; on aimera mieux ſans doute penſer que les anciens Auteurs Chinois ont parlé au haſard d'une conjonction de cinq planètes, & non d'après des obſervations. Quant à l'éclipſe de l'an 2155, les Miſſionnaires Mathématiciens ont trouvé que les Chinois ne l'avoient pas obſervée, mais qu'ils l'avoient calculée long-tems après.

Selon M. de Mairan & M. de Guignes, la plupart des loix & des uſages, le genre d'écriture, les arts & les ſciences des Chinois, ſont dûs à une Colonie d'Égypte, qui arriva chez eux quinze ou ſeize cens ans avant l'ère chrétienne (2).

---

(1) *Miſcellanea Berolinenſia*, tome III, pag. 165.
(2) Lettres de M. de Mairan & du P. Parennin.

Tandis que les Savans perfectionnoient l'Aſtronomie, le beſoin ou la cupidité la faiſoit ſervir à l'extenſion du commerce. Les Phéniciens, auſſi entreprenants qu'induſtrieux, commencèrent à employer les obſervations céleſtes pour ſe conduire dans leurs voyages, & ils en furent retirer un tel ſecours, qu'il portèrent le commerce dans des pays très-éloignés, ſe rendirent les maîtres de la mer, paſsèrent le détroit de Gibraltar, & fondèrent pluſieurs Colonies ſur les côtes de la méditerranée & de l'océan (1).

Thalès apporta de l'Egypte & de la Phénicie, dans la Grèce, la ſcience des Aſtres. Il fit connoître à ſes compatriotes la théorie des mouvemens du ſoleil & de la lune; il leur expliqua les raiſons de l'inégalité des jours & des nuits; il leur apprit l'art de prédire les éclipſes du ſoleil & de la lune, & lui-même mit cet art en pratique ſur une éclipſe qui artiva peu de tems après. La renommée de ſon ſavoir & des choſes extraordinaires qu'il enſeignoit, lui attira un grand nombre de diſciples, qui contribuèrent, à leur tour, à perpétuer & à étendre la même doctrine. Un des plus illuſtres élèves de Thalès, fut le philoſophe Anaximandre, à qui l'on doit l'idée de repréſenter le ciel étoilé ſur la ſurface d'un globe. On lui attribue auſſi le premier uſage du gnomon; on prétend qu'il s'en ſervit à Lacédémone pour déterminer l'obliquité de l'écliptique, les ſolſtices & les équinoxes.

L'école que Pythagore avoit fondée en Italie, s'adonna principalement à l'étude des mouvemens céleſtes. On rapporte que ce Philoſophe & ſes premiers diſciples voyant que les étoiles changeoient de hauteur par rapport à un voyageur qui change ſenſiblement de place ſur la ſurface de la terre, en conclurent que cette ſurface n'étoit pas un ſimple plan, comme on eſt d'abord porté à le croire, mais qu'elle étoit courbe, & formoit l'enveloppe d'une ſphère. Pythagore eut une autre idée, tout auſſi vraie & encore plus ſingulière pour ce tems-là : il jugea que le ſoleil étoit immobile au centre de notre monde, & que la terre tournoit autour de cet aſtre. Mais, comme cette idée choquoit ouvertement le témoignage des yeux & les préjugés vulgaires, il ſe contentoit de l'enſeigner en ſecret à ſes diſciples, ſoit que ne pouvant l'établir ſur un nombre ſuffiſant d'obſervations, il ne la regardât que comme une ſimple conjecture, ſoit qu'il craignit, en la mettant au grand jour, de s'expoſer à la dériſion publique, ou peut-être aux perſécutions de l'ignorance & du fanariſme : car ces deux ennemis de

(1) M. Caſſini, origine & progrès de l'Aſtronomie, *ann. Mémoires de l'Académie*, tom. VIII.

la raiſon ont exercé leur deſpotiſme dans tous les ſiècles. Il n'eſt pas beſoin de deſcendre aux tems modernes pour en trouver d'inſignes exemples : on ſait que le philoſophe Anaxagore fut accuſé d'impiété, & condamné au banniſſement, pour avoir dit que le ſoleil étoit une maſſe de matière enflammée : quelques auteurs ajoutent qu'il n'échappa au ſupplice que par le crédit de Periclès, ſon diſciple & ſon ami.

Dès les premiers tems de l'Aſtronomie, on avoit cherché à diſtinguer les parties du ciel, en diſtribuant les étoiles par grouppes ou *conſtellations*. La connoiſſance de la petite ourſe, où ſe trouve l'étoile polaire, eſt de toute ancienneté. C'étoit par elle que les Phéniciens dirigeoient leurs courſes. Les Grecs étendirent & perfectionnèrent la diviſion du ciel étoilé, tantôt en augmentant le nombre des conſtellations, tantôt en leur donnant des noms qui ſervoient à les reconnoître facilement. Ces noms étoient tirés de la mythologie, ou de la reſſemblance, réelle ou ſuppoſée, des conſtellations avec certains animaux. Une imagination brillante & ingénieuſe égayoit l'auſtérité & la ſéchereſſe du ſujet. Par exemple, les Pléyades que l'on nomme ainſi, à cauſe de leur multitude, étoient les filles d'Atlas & de la nymphe Pléyone : elles ſont accompagnées de la conſtellation d'Orion, brillante par ſa grandeur & ſa lumière : de-là, on feignit qu'Orion étoit un géant qui pourſuivoit les Pléyades, & qui vouloit attenter à leur honneur. Tout le Ciel des Grecs étoit plein d'alluſions à des événemens fabuleux ou hiſtoriques.

On a beaucoup diſputé entre les Savans, ſur l'origine & la diviſion du zodiaque. L'opinion la plus accréditée, eſt que les Grecs ont établi l'ordre & la nomenclature des conſtellations dont il eſt compoſé, vers le tems de Thalès.

Les cinq planètes, Saturne, Jupiter, Mars, Vénus & Mercure, ont été connues diſtinctivement, à-peu-près vers le même tems ; mais on n'a commencé à les obſerver avec une certaine préciſion, qu'environ 300 ans avant Jeſus-Chriſt. Les anciens avoient auſſi remarqué pluſieurs comètes ; mais comme elles ne faiſoient que de courtes apparitions, & que ſouvent elles étoient accompagnées de ces longues *queues*, ou traînées de lumière, qui épouvantoient les yeux & l'imagination, on ne les regardoit pas comme des aſtres, mais comme de ſimples météores, ſignes de la colère céleſte, ou précurſeurs de quelque grand événement. L'Aſtronomie des comètes eſt une ſcience toute moderne. Sénèque a eu cependant le mérite de ſentir qu'elles pouvoient être des corps ſolides, ſemblables aux planètes, & qu'un jour on parviendroit à connoître leurs mouvemens.

Digitized by Google

Les prémiers Aſtronomes Grecs cherchèrent avec ardeur, à découvrir le rapport qui exiſte entre les mouvemens du ſoleil & de la lune. C'étoit en effet un problême de la plus grande importance. La diviſion du tems, par les révolutions lunaires, étoit fort commode pour régler les affaires civiles & religieuſes; mais elle n'avoit pas le même avantage pour l'ordre des ſaiſons, qui dépend du cours du ſoleil, & auquel il falloit aſſujettir les ſemailles, premier beſoin de la ſociété.

An. av. J. C. 433. Meton & Euctemon, Aſtronomes Athéniens, conçurent, d'après les obſervations, l'idée d'enfermer le mouvement du ſoleil & de la lune dans une période ou cycle de 19 ans, dont douze étoient compoſés de douze lunaiſons, & les ſept autres, de treize lunaiſons, ce qui formoit en tout deux cens trente-cinq lunaiſons. Cette découverte, qui parut alors réunir la ſimplicité à la plus grande exactitude, eût un tel ſuccès & un tel éclat dans la Grèce, qu'on fit graver en lettres d'or ſur des tables d'airain, l'ordre de la période, d'où lui eſt venu le nom de *nombre d'or*. Cependant elle avoit réellement le défaut d'anticiper d'environ dix heures ſur les révolutions ſolaires, & d'environ ſept heures & demie ſur les révolutions lunaires; ce qui produiſit au bout de trois ou quatre cycles, une erreur ſenſible pour le tems de la pleine lune. Callipe, qui vivoit environ cent ans après Meton, eſſaya de corriger ce défaut, en formant un nouveau cycle de ſoixante-ſeize ans, dont il retranchoit un jour au bout de ce tems; ainſi, cette période étoit compoſée de quatre cycles Metoniens, dont trois comprenoient 6940 jours, & le quatrième, ſeulement 6939 jours. Quoique plus exacte que celle de Meton, elle anticipoit néanmoins encore de quelque choſe, ſur les mouvemens du ſoleil & de la lune; elle fut perfectionnée par d'autres Aſtronomes: mais faute de connoître, avec une préciſion ſuffiſante, les mouvemens du ſoleil & de la lune, les anciens n'ont jamais pu former qu'un calendrier aſſez imparfait.

A l'exemple des Phéniciens, pluſieurs autres peuples entreprirent des navigations & des voyages dans les pays éloignés. C'eſt ainſi que les Grecs, inſtruits par leurs Aſtronomes, avoient oſé depuis long-tems ſe commettre en mer, & qu'ils avoient fondé, loin de chez eux, pluſieurs célèbres colonies: comme celles de Marſeille, de Tarente, de Sicile, *&c.*

En favoriſant le commerce, l'Aſtronomie en retiroit, à ſon tour, l'avantage de ſe répandre de tous côtés. Nous avons le plaiſir de compter nos pères, les anciens Gaulois, au nombre des peuples qui ont eu cette Science en vénération. Jules-Céſar dit, dans ſes *Commentaires*, que les Druides, parmi les inſtructions qu'ils donnoient

à la

Digitized by Google

à la jeuneſſe, lui enſeignoient particulièrement ce qui regarde le mouvement des aſtres, & la grandeur du ciel & de la terre, c'eſt-à-dire, l'Aſtronomie & la Géographie. Si les Gaulois n'ont pas laiſſé d'obſervations, ou ſi le tems les a détruites, nous ſavons du moins qu'ils étoient très-verſés dans la navigation; car, ſuivant M. Caſſini (1), ils avoient fondé des colonies ſur les côtes d'Eſpagne, ſur le Pont-Euxin & en pluſieurs autres endroits.

Un célèbre Aſtronome, natif de Marſeille, Pytheas, y obſerva la hauteur méridienne du ſoleil au tems des ſolſtices, par le moyen du gnomon. L'objet de cette obſervation étoit ſimplement de déterminer la latitude de Marſeille : quelques Aſtronomes modernes ont voulu la faire ſervir à prouver une diminution dans l'obliquité de l'écliptique. An. av. J. C. 350.

Pytheas pouſſa ſes voyages fort loin vers le pole arctique, par l'océan occidental. A meſure qu'il avançoit vers le nord, il remarquoit un progrès dans les diminutions des nuits au ſolſtice d'été. Etant parvenu à une île, qu'il appella l'île de *Thulé*, il vit que le ſoleil ſe levoit preſqu'auſſi-tôt qu'il étoit couché; ce qui arrive dans l'Iſlande & dans les parties ſeptentrionales de la Norvège : d'où l'on a conclu que Pytheas avoit pénétré dans ces pays. Les anciens, qui les regardoient comme inhabitables, traitèrent de fabuleuſes les relations de Pytheas; mais les navigateurs modernes ont juſtifié ce Philoſophe, & lui ont aſſuré la gloire d'avoir découvert des régions auparavant inconnues, & d'avoir diſtingué les climats par la différente longueur des jours & des nuits.

Le goût d'Alexandre pour les Sciences, & ſur-tout l'envie de faire connoître à la poſtérité les pays où il avoit porté ſes conquêtes, furent très-avantageux à l'Aſtronomie. Ariſtote écrivit pluſieurs ouvrages par ordre de ce Prince. Dans celui qui a pour titre *de Cælo*, il prouve la forme ſphérique de la terre, par la rondeur de l'ombre qu'elle jette ſur la lune dans les éclipſes, & par les changemens qui paroiſſent arriver aux hauteurs des étoiles, à meſure qu'on s'éloigne ou qu'on s'approche des poles. Le livre *de Mundo*, qu'on attribue au même Philoſophe, contient une deſcription aſſez exacte de l'ancien monde, que l'auteur diviſe en trois parties, l'Europe, l'Aſie & l'Afrique. Mais le plus grand ſervice qu'Alexandre rendit aux Sciences, fut de faire meſurer les pays de ſa domination avec une exactitude dont il n'y avoit pas encore d'exemple. Il ne voulut pas qu'on ſe contentât d'établir les diſtances des lieux ſur l'eſtime des voyageurs, comme on l'avoit toujours pratiqué, mais An. av. J. C. 330.

(1) Origine de l'Aſtronomie.

qu'on les meſurât chacune en particulier. Il voulut de plus qu'on obſervât la poſition des objets terreſtres à l'égard des parties du ciel. Calliſthène étoit chargé de ce dernier travail. Etant arrivé à Babylone, il y recueillit les obſervations aſtronomiques que les Chaldéens avoient faites, ſuivant quelques Auteurs, pendant l'eſpace de 1903 ans.

Nous ne diſſimulerons pas qu'il n'exiſte aucune preuve que les obſervations des Chaldéens remontent ſi haut, ou du moins que les plus anciennes aient été faites avec aſſez d'exactitude pour en tirer des réſultats certains. L'Aſtronomie chaldéenne ne date d'une manière bien connue, que depuis l'ère de *Nabonaſſar*, premier Roi de Babylone, qui commença à regner l'an 746 avant Jeſus-Chriſt.

Les Sciences continuèrent de s'accroître rapidement chez les Grecs, dans les deux ou trois premiers ſiècles qui ſuivirent la mort d'Alexandre. Les libéralités des nouveaux Rois d'Egypte alloient chercher dans tous les pays du monde les ſavans les plus illuſtres, & les attiroient à Alexandrie. Conon y fit pluſieurs obſervations, An. av. J. C. 295. qui ne ſont pas arrivées juſqu'à nous. Ariſtille & Tymocharis y déterminèrent la déclinaiſon des étoiles fixes, & rendirent par-là un ſervice eſſentiel à la Géographie & à la Navigation. Le célèbre An. av. J. C. 276. Eratoſthène fit élever dans le portique du muſée d'Alexandrie, dont il étoit bibliothécaire, ces *Armilles* ſi fameuſes dans l'antiquité, & dont les Aſtronomes d'Alexandrie ſe ſervirent pour faire une immenſe quantité d'obſervations.

Il eſt le premier qui ait entrepris de calculer la circonférence d'un grand cercle de la terre. Ayant obſervé qu'à Syene, dans la haute Egypte, le ſoleil à midi, au ſolſtice d'été, éclairoit un puits dans toute ſa profondeur, & répondoit par conſéquent à ſon zénith, il établit à Alexandrie, qui eſt à-peu-près ſur le même méridien que Syene, un ſegment ſphérique, évidé, portant un ſtyle vertical, dont le ſommet répondoit au centre de courbure du ſegment; & il trouva, avec cet inſtrument, qu'à midi, au ſolſtice d'été, il s'en falloit d'environ 7 degrés $\frac{1}{5}$, que le ſoleil n'atteignît le zénith d'Alexandrie. Ainſi, l'arc compris entre Syene & Alexandrie étoit de cette quantité. D'un autre côté, la diſtance de ces deux villes avoit été trouvée de 5000 ſtades. D'après ces élémens, la circonférence entière d'un grand cercle de la terre devoit être d'environ 250000 ſtades. Si l'on ſuppoſe, avec quelques auteurs modernes, que le ſtade d'Eratoſthène fut de $104\frac{12}{100}$ toiſes, cette valeur ſeroit de 11403 lieues, à raiſon de 2282 toiſes par lieue. Selon Pline, la circonférence de la terre eſt de 252000 ſtades romains, ce qui, à raiſon de 95 toiſes par ſtade romain, donneroit 10452 lieues. Les

meſures de la terre, priſes de notre tems, donnent environ 9000 lieues. Je n'ai pas beſoin d'obſerver que la méthode d'Eratoſthène n'étoit pas ſuſceptible d'une grande préciſion, & que les réſultats des modernes méritent la preférence.

Hyparque, né dans la ville de Nicée, en Bithinie, tient, parmi les anciens Aſtronomes, à-peu-près le même rang qu'Archimède parmi les Géomètres. Il commença par obſerver à Rhodes, & enſuite il vint ſe fixer à Alexandrie. Un de ſes premiers travaux fut de rectifier la longueur de l'année qu'on ſuppoſoit, avant lui, de 365 jours 6 heures. Il la diminua d'environ 5 minutes; diminution qui n'étoit pas ſuffiſante, car on ſait aujourd'hui que la longueur de l'année eſt d'environ 365 jours 5 heures 49 minutes; mais Hyparque, avec les données dont il étoit obligé de ſe ſervir, ne pouvoit pas approcher davantage de la vérité: il a du moins fourni aux modernes, un moyen de perfectionner cet élément eſſentiel de l'Aſtronomie. An. av. J. C. 140.

Ses recherches ſur le mouvement du ſoleil, le menèrent à une autre connoiſſance très-importante. Il trouva que cet aſtre employoit près de 9 jours de plus à parcourir la partie ſeptentrionale de ſon orbite que la partie méridionale; d'où il conclut que la terre n'étoit pas placée au centre de l'orbite ſolaire; il détermina l'excentricité de cette orbite & la poſition de la ligne des apſides, d'une manière fort approchante de la vérité. Il fit une remarque ſemblable ſur l'orbite lunaire. Il réduiſit les mouvemens du ſoleil & de la lune en *tables*, les premières que l'on connoiſſe en ce genre. Son projet étoit de dreſſer auſſi des tables pour les mouvemens des cinq autres planètes; mais, ne trouvant pas des baſes ſuffiſamment exactes dans les obſervations connues de ſon tems, il abandonna ce travail.

Il fit encore une découverte, capable ſeule de l'immortaliſer. Par la comparaiſon de ſes obſervations avec celles d'Ariſtille & de Thymocharis, il reconnut que les étoiles avoient un mouvement lent qui ſembloit les emporter d'occident en orient, d'environ un degré en 70 ans; de ſorte que les points équinoxiaux devoient faire, dans le ſens oppoſé, une révolution entière en 25200 ans. Suivant les déterminations modernes, la préceſſion moyenne des équinoxes eſt de 50 ſecondes par an, ce qui répond à un degré en 72 ans.

Cet Aſtronome infatigable entreprit, à l'occaſion d'une nouvelle étoile qui parut de ſon tems, un des plus grands ouvrages que les hommes aient jamais tenté: c'étoit le dénombrement & la configuration de toutes les étoiles, pour mettre la poſtérité en état de reconnoître ſi le nombre des étoiles étoit fixe, & ſi elles conſervoient toujours entr'elles la même poſition. Il pouſſa très-loin

ce travail immenſe. Pline le regarde comme un Dieu, d'avoir oſé en former le projet : *ainſi*, s'écrie-t-il, *Hyparque a laiſſé le ciel en héritage à ceux qui ſe trouveront dignes de le poſſéder!*

La parallaxe du ſoleil, d'où dépend la meſure de la diſtance où nous ſommes de cet aſtre, n'a été connue que très-imparfaitement des anciens Aſtronomes. Hyparque eſſaya de la déterminer : il y employoit les éclipſes de lune, & d'autres élémens dont il auroit fallu connoître la quantité avec une grande exactitude. Ne ſoyons donc pas ſurpris, ſi, dans une queſtion auſſi délicate, les réſultats de ſes calculs ſont éloignés d'une préciſion, à laquelle les modernes, aidés des meilleurs inſtrumens, ne ſont arrivés que très-tard.

Les bornes de ce diſcours me forcent de paſſer ſous ſilence d'autres ouvrages d'Hyparque, tels que ſes recherches ſur le Calendrier & ſur le Calcul trigonométrique.

Il fut ſuivi de pluſieurs Aſtronomes, qui, ſans égaler ſon génie & ſon ſavoir, travaillèrent utilement pour affermir les fondemens de la Science, & même pour l'avancer. Les uns firent de nouvelles obſervations ſur la poſition des étoiles; les autres perfectionnèrent la théorie des planètes. Pluſieurs écrivirent ſur les différentes branches de l'Aſtronomie.

An. av. J. C. 60. On cite avec éloge, dans ce nombre, le philoſophe Poſidonius, ce fameux Stoïcien, qui, dans une viſite que Pompée lui rendit à Rhodes pour écouter l'une de ſes leçons, étant ſaiſi d'un violent accès de goutte, laiſſa échapper involontairement ce cri de la nature, étouffé auſſi-tôt par l'orgueil philoſophique : *Douleur! tu ne me vaincras point, jamais je n'avouerai que tu ſois un mal.*

Jules-Céſar mérite d'être placé parmi les Aſtronomes, par un ſavoir réel & par le ſervice qu'il rendit au calendrier romain. Il arrira Soſigene d'Alexandrie à Rome, pour travailler conjointement avec lui à la réforme de ce calendrier, qui, depuis Numa Pompilius, ſon premier auteur, étoit tombé dans une telle confuſion, que les mois d'hiver répondoient à l'automne, ceux du printems à l'hiver, *&c.* Ils fixèrent la durée de l'année à 365 jours 6 heures; &, après avoir ſuppoſé que l'année 708 de Rome ſeroit de 14 mois pour rétablir l'ordre des ſaiſons, ils réglèrent qu'à l'avenir il y auroit alternativement trois années de 365 jours, & une de 366 jours par l'intercalation d'un jour entre le 6 & le 7 des calendes de mars, ou en comptant deux jours pour un aux calendes, ce qui fit donner le nom de *biſſextiles* à ces ſortes d'années. Ce nouveau calendrier avoit encore lui-même pluſieurs défauts, que les Aſtronomes modernes ont cherché à corriger.

Digitized by Google

Sous le règne de Neron, fleuriſſoit Menelaüs, qui fut tout-à-la-fois un grand Géomètre & un grand Aſtronome. Il avoit écrit un Traité *des Cordes*, qui eſt perdu ; mais on a ſon Traité *des triangles ſphériques* : ouvrage fort ſavant, où l'Auteur explique la formation de ces triangles, & la méthode *trigonométrique* pour les réſoudre dans le plus grand nombre des cas néceſſaires à la pratique de l'ancienne Aſtronomie. An. de J. C. 55.

Nous arrivons à Ptolomée, homme d'un ſavoir immenſe. Les uns le font naître à Peluſe; les autres à Ptolemais; il vint de bonne heure à Alexandrie, & il y exécuta ſes travaux. La poſtérité lui doit de la reconnoiſſance, pour nous avoir tranſmis, dans ſon Almageſte, toutes les anciennes obſervations d'où dépendoit la théorie du mouvement des planètes. Ses prédéceſſeurs s'étoient appliqués à déterminer l'arrangement de notre monde planétaire. On avoit ſur-tout cherché à connoître la place que la terre tient dans l'univers, ſi elle en occupe le centre, comme on eſt porté à le croire ſur les apparences, ou ſi elle roule dans les eſpaces céleſtes, comme Pythagore l'avoit penſé. Après pluſieurs conteſtations, on s'étoit accordé preſque unanimement à regarder la terre comme immobile au centre du monde, & à faire circuler autour d'elle, en cet ordre, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne. Ptolomée adopta ce ſyſtême, &, par l'autorité qu'il avoit en Aſtronomie, le fit recevoir & paſſer à la poſtérité ſous le nom de *Syſtême de Ptolomée* : autorité malheureuſement trop impoſante en cette rencontre, puiſqu'elle a ſervi à repouſſer, pendant pluſieurs ſiècles, les raiſons qui démontroient le vice de cet arrangement. An. de J. C. 125.

Ptolomée confirma la Théorie d'Hyparque ſur les mouvemens du ſoleil & de la lune. Il détermina, par de nouvelles obſervations, les excentricités des orbites de ces deux aſtres; il remarqua de plus, dans le mouvement de la lune, une autre inégalité, celle qui dépend des différentes poſitions de cette planète par rapport au ſoleil, & qui ſemble, pour ainſi dire, dilater & contracter alternativement l'orbite lunaire.

Il fut moins heureux, lorſque, jugeant qu'Hyparque avoit attribué une trop grande vîteſſe à la rétrogradation des points équinoxiaux, il réduiſit ce mouvement à un degré en cent ans; car cette hypothèſe s'éloigne beaucoup plus, par défaut, du réſultat des Aſtronomes modernes, que celle d'Hyparque ne s'en éloigne par excès.

Les planètes préſentent, dans leurs courſes, pluſieurs aſpects à la terre. Tantôt elles marchent dans le même ſens que nous: tantôt elles paroiſſent s'arrêter, & enſuite rétrograder. Ptolomée tâche d'expliquer tous ces mouvemens par une multitude de cercles

concentriques ou excentriques, emboîtés les uns dans les autres; & formant une telle confuſion, qu'Alphonſe X, Roi de Léon & de Caſtille, ſurnommé l'Aſtronome, perſuadé de la vérité de ce ſyſtême, qu'il avoit peine à comprendre, ne put s'empêcher de dire un jour : *ſi Dieu m'avoit appellé à ſon conſeil dans le tems de la creation, je lui aurois donné de bons avis ſur le mouvement des aſtres :* mot plaiſant que les obſervations modernes ont abſous d'impiété, & ont tourné contre le ſyſtême qui l'avoit arraché à l'impatience.

Il y a encore un grand ouvrage de Ptolomée, ſa *Géographie*, où l'on trouve l'exécution du projet qu'Hyparque avoit donné de fixer la poſition des lieux terreſtres par la *latitude* & la *longitude*. Cette idée heureuſe, adoptée aujourd'hui généralement, lie la Géographie avec les obſervations céleſtes, & en forme une véritable Science. Ptolomée a donné auſſi la première Théorie des projections que l'on emploie dans la conſtruction des cartes géographiques. S'il a commis d'ailleurs pluſieurs fautes ſur la ſituation des villes & des pays dont il parle, il faut ſe ſouvenir que la perfection de la Géographie eſt l'ouvrage du tems; que, dans celui où Ptolomée a vécu, on ne connoiſſoit qu'une petite partie de l'ancien continent; & qu'aujourd'hui même où l'Aſtronomie eſt incomparablement plus répandue, il teſte de l'incertitude ſur la poſition d'une infinité de lieux dans les deux hémiſphères.

An. de J. C. 400. De Ptolomée juſqu'aux Arabes, on ne compte, parmi les Grecs, aucun Aſtronome d'un certain ordre, ſi ce n'eſt peut-être Théon d'Alexandrie, qui vivoit ſur la fin du quatrième ſiècle, & dont il nous reſte un commentaire ſur l'Almageſte de Ptolomée. On connoît la beauté, le ſavoir & la fin tragique de ſa fille Hypathia.

ACOUSTIQUE. La QUATRIÈME PARTIE des Mathématiques, pour le rang d'ancienneté, eſt l'Acouſtique : non pas la Théorie générale des ſons (car cette ſcience appartient aux modernes), mais la *Muſique*, qui en eſt une branche principale, & qui conſidère les ſons dans leurs rapports avec d'autres ſons.

On ſait que le ſon eſt produit, en général, par les ébranlemens communiqués à un corps élaſtique, & tranſmis par ce corps à l'air environnant qui les apporte à l'oreille. Ainſi, par exemple, on entend un ſon, quand on frappe une cloche avec un marteau, quand on pince une corde de violon, quand on ſouffle dans un tuyau de flûte, *&c.* Le ſon a d'autant plus de plénitude ou de force, que le corps ſonore eſt plus dur, plus élaſtique, & qu'il eſt plus violemment agité.

Digitized by Google

Lorſque les vibrations d'un corps ſonore ſe ſuccèdent inégalement & ſans aucun ordre, il en réſulte une ſuite de ſons irréguliers ou un ſimple bruit qui ne peut être l'objet d'aucune théorie. Les ſons que la muſique combine doivent ſe ſuivre par des intervalles égaux, & leur enſemble forme une harmonie qui flatte l'oreille. Il n'importe pas, quant aux rapports qu'ils ont entre eux, que les coups, dont l'oreille eſt frappée, ſoient forts ou foibles : la ſeule différence qui provient de cette inégalité, eſt que chaque ſon individuel a plus ou moins d'intenſité, ſans changer d'ailleurs de nature.

Les ſons graves & les ſons aigus ſe diſtinguent les uns des autres, par le nombre des vibrations du corps ſonore, dans un tems donné. Qu'on ait deux cordes de violon également tendues, mais de longueurs inégales, & telles que, dans un tems donné, l'une faſſe deux vibrations pendant que l'autre n'en fait qu'une : le ſon produit par la première ſera à l'octave du ſon produit par la ſeconde. Les huit tons ou notes de la muſique ſont compris dans l'intervalle de ces deux ſons; ce qui fait dire qu'ils ſont à l'octave l'un de l'autre.

On regarde Pythagore comme celui qui, parmi les anciens, a cherché le premier à déterminer les rapports numériques des ſons muſicaux. Pluſieurs écrivains racontent, que, paſſant un jour devant un attelier de forgerons qui frappoient un morceau de fer ſur une enclume, il entendit avec ſurpriſe des ſons qui s'accordoient aux intervalles de quarte, de quinte & d'octave. En réfléchiſſant ſur la cauſe de ce phénomène, il jugea qu'elle dépendoit du poids des marteaux; il les fit peſer, & il trouva qu'en rapportant les ſons produits par les marteaux à un même ſon pris pour unité, les poids, qui produiſoient la quarte, la quinte & l'octave en haut, étoient entr'eux comme les fractions $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$. De-là, ajoute-t-on, étant de retour chez lui, il voulut vérifier cette première expérience par celle-ci : il attacha horizontalement à un point fixe, une corde qu'il fit paſſer ſur un chevalet, & qu'il chargea de différens poids; il la mit en vibration, & il trouva que les poids, relatifs à la quarte, à la quinte & à l'octave, étoient entr'eux comme ceux des marteaux. Pour apprécier l'exactitude de ce récit, il faut ſe rappeller qu'en général le nombre des vibrations que fait en un tems donné, une corde de groſſeur uniforme & tendue par un poids, eſt proportionnel à la racine quarrée de ce poids, diviſée par la longueur de la corde. Au moyen de ce Théorême, on voit que les longueurs de trois cordes, de même groſſeur uniforme, qui, tendues par un même poids, donnent la quarte, la quinte & l'octave en haut, ſont

entr'elles comme les trois fractions $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$; mais que, pour faire rendre la quarte, la quinte & l'octave en haut, à une même corde, en la chargeant de différens poids, il faudroit que ces poids fussent entr'eux comme les nombres $\frac{16}{9}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{4}{1}$. Il y a donc erreur, ou dans les rapports que Pythagore a trouvés pour les poids des marteaux, ou dans la manière dont les Historiens exposent ses expériences. On aura cru sans doute que les trois poids différens qui, tendant une même corde, donnent la quarte, la quinte & l'octave, étoient entr'eux comme les longueurs de trois cordes différentes également tendues, qui donnent ces trois mêmes sons, ce qui n'est pas vrai. Mais il est certain que ces premières idées de Pythagore ont été la véritable source de la théorie de la musique. Je n'entrerai pas dans un plus grand détail sur ce sujet, parce que la musique proprement dite n'emprunte que très-peu de secours des mathématiques. Mais je reviendrai, dans la suite, à la théorie géométrique des cordes vibrantes & du mouvement de l'air dans un tuyau : théorie qui est née dans ces derniers tems.

MÉCHANIQUE.

Si l'ANTIQUITÉ de la Méchanique datoit des usages qu'on a faits nécessairement du levier, ou de quelques autres machines simples, aussi-tôt qu'on a voulu construire des cabanes, des instrumens propres au labourage, *&c*, elle remonteroit peut-être plus haut que celle d'aucune autre partie des mathématiques. Mais ces usages n'étoient point fondés sur des principes démontrés. La théorie de la Méchanique n'a commencé à être connue qu'assez tard. Nous voyons, par quelques écrits d'Aristote, que ce Philosophe, & à plus forte raison tous ses prédécesseurs n'avoient que des notions confuses ou même fausses sur la nature de l'équilibre & du mouvement.

Statique.

Archimède est le premier qui ait établi les vrais principes de la Statique. Il trouva la propriété générale du centre de gravité, & il fixa la position de ce point dans le triangle, la parabole, le cone, *&c*. Il fit voir que deux poids en équilibre aux extrémités d'une balance à bras inégaux, étoient réciproquement proportionnels à leurs distances au point d'appui; d'où résultoit toute la théorie du levier. On lui attribue encore la découverte de plusieurs autres machines simples, telles que la poulie, le plan incliné & la vis. On connoît la machine Hydraulique en spirale, qu'on appelle ordinairement *la vis d'Archimède*. L'histoire nous apprend qu'il avoit inventé une multitude de machines composées.

La Méchanique étoit alors tellement au berceau, qu'Archimède jetta dans la plus grande surprise Hieron, Roi de Siracuse, son parent,

parent, lorſqu'il lui dit qu'avec un levier & un point fixe dans le ciel, il ſouleveroit le globe de la terre. Cette propoſition n'eſt cependant qu'une ſuite évidente de l'équilibre du levier, puiſqu'en augmentant l'un des bras du levier, & appliquant toujours le même poids à ſon extrémité, le poids appliqué à l'autre bras qui ne change point, doit augmenter en même rapport que le bras variable.

Si Archimède n'eût été que le premier Géomètre de ſon ſiècle, il auroit pu, avec ce grand titre de gloire, vivre & mourir dans l'obſcurité : il s'attira la plus haute conſidération par ſes machines. Ainſi juge le vulgaire. Peut-il en effet apprécier les ſpéculations du génie, & ne doit-il pas réſerver ſon hommage pour celui qui étale à ſes ſens & à ſon imagination les effets phyſiques les plus inouis & les plus impoſans? Archimède étoit bien éloigné de penſer de même. On verra ſans doute avec plaiſir ce que Plutarque dit à ce ſujet, dans la vie de Marcellus. Après avoir raconté qu'au ſiège de Siracuſe, un Ingénieur romain, nommé *Appius*, faiſoit jouer pluſieurs groſſes machines pour détruire les murs de la ville; il s'exprime ainſi, ſuivant la traduction d'Amiot : « Archimède ne ſe ſoucioit pas de » tout cela, comme auſſi n'étoit-ce rien en comparaiſon des engins » qu'il avoit inventés, non que lui en fît autrement cas ni compte, » ni qu'il les eût faits comme des chefs-d'œuvre pour montrer ſon » eſprit : car c'étoient, pour la plupart, jeux de la Géométrie, » qu'il avoit faits en s'ébattant par manière de paſſe-tems, à l'inſ- » tance du Roi Hieron, lequel l'avoit prié de révoquer un peu la » Géométrie de la ſpéculation des choſes intellectuelles à l'action » des corporelles & ſenſibles, & faire que la raiſon démonſtrative » fût un peu plus évidente & plus facile à comprendre au commun » du peuple, en la mettant par expérience matérielle à l'utilité » publique. » A la ſuite de ce paſſage, Plutarque fait l'hiſtoire du long retardement que les machines d'Archimède mirent à la priſe de Siracuſe : « Et néanmoins, pourſuit-il, Archimède a eu le » cœur ſi haut & l'entendement ſi profond, & où il y avoit un » tréſor caché de tant d'inventions géométriques, qu'il ne daigna » jamais laiſſer par écrit aucun œuvre de dreſſer toutes les machines » de ce genre, par leſquelles il acquit lors gloire & renommée, » non de ſcience humaine, mais plutôt de divine ſapience : ains » réputant toute cette ſcience d'inventer & compoſer machines, & » généralement tout art qui apporte quelque utilité à le mettre en » uſage, vile, baſſe, & mercenaire, il employa ſon eſprit & ſon » étude à écrire ſeulement choſes dont la beauté & la ſublimité ne » fût aucunement mêlée de néceſſité. Car ce qu'il a écrit ſont pro-

» poſitions géométriques qui ne reçoivent point de comparaiſons à » autres, quelles qu'elles ſoient, pour ce que le ſujet qu'elles traitent » combat avec la démonſtration : leur donnant le ſujet, la beauté » & la grandeur; & la démonſtration, la preuve ſi exquiſe qu'il n'y » a que redire, avec une force & facilité merveilleuſe : car on ne » ſauroit trouver en toute la Géométrie de plus difficiles ni plus » profondes matières, écrites en plus ſimples & plus clairs termes, » & par plus faciles principes, que ſont celles qu'il a inventées. »

Le jugement d'Archimède, ſur l'excellence de la Géométrie, doit s'étendre également à la Méchanique rationnelle & théorique; car les vérités qu'elle démontre ſont auſſi certaines, auſſi intellectuelles, & quelquefois auſſi profondes que celles de la Géométrie pure. Mais il n'eſt pas permis de placer ſur la même ligne la Méchanique pratique, puiſqu'un homme, qui étoit tout-à-la-fois un grand Géomètre & un grand Machiniſte, nous le défend d'une manière ſi poſitive : cependant elle demande ſouvent beaucoup d'eſprit & d'invention, & aſſurément un Machiniſte du premier ordre l'emporte ſur un Géomètre ordinaire.

Les anciens n'ont rien ajouté à la théorie qu'Archimède avoit donnée de la ſtatique; mais ils en ont fait l'application à un grand nombre de machines très-ingénieuſes, pour les différens beſoins de la ſociété. On admire ſur-tout leurs machines militaires.

A l'égard de la Science du mouvement, elle eſt entièrement dûe aux modernes.

HYDRODYNAMIQUE.

La Méchanique des fluides ne ſeroit qu'une branche de celle des ſolides, ſi l'on pouvoit déterminer la figure, le nombre & les maſſes des atomes élémentaires qui compoſent un fluide, & ſoumettre enſuite aux loix générales de la Méchanique les efforts que ces atomes exercent les uns ſur les autres, en vertu de la peſanteur, ou de la preſſion de quelqu'agent extérieur. Mais cette manière de traiter la queſtion nous eſt interdite, parce que nous n'avons pas les données néceſſaires, & que d'ailleurs la complication de ces données conditionnelles mencroit à des calculs inſurmontables aux forces de l'analyſe. Ainſi, pour établir les principes de l'Hydrodynamique, on eſt forcé d'appeller au ſecours de la Méchanique, la connoiſſance expérimentale de quelque propriété primitive des fluides, d'où l'on puiſſe déduire enſuite toutes les autres. Cette nouvelle difficulté eſt cauſe que les anciens ont ſeulement fait des progrès dans l'Hydroſtatique, ou dans cette partie de l'Hydrodynamique, qui conſidère l'équilibre des fluides; & c'eſt encore à Archimède qu'on en eſt redevable.

Digitized by Google

Dans ſon livre *de humido inſidentibus*, il prend pour baſe que les particules d'un fluide étant ſuppoſées égales, également peſantes & placées les unes à côté des autres, celle qui eſt le moins preſſée eſt chaſſée par les autres; d'où il réſulte que, pour l'équilibre, chaque molécule doit ſouffrir en tout ſens une égale preſſion. Il applique ce principe à l'équilibre d'un corps ſolide flottant ſur un fluide; il fait voir que le volume de la partie plongée eſt au volume total du corps, comme la peſanteur ſpécifique de ce corps eſt à celle du fluide; il éclaircit cette théorie par divers exemples tirés de l'équilibre d'un cone, ou d'un paraboloïde poſé ſur l'eau. La propoſition VII du premier Livre de cet ouvrage peut ſervir facilement à démontrer que deux corps égaux en volume, plus peſans qu'un fluide dans lequel ils ſont plongés, y perdent des parties égales de leurs poids; ou que réciproquement deux corps ſont égaux en volume, quand ils perdent, dans le fluide, des parties égales de leurs poids. Je cite ce Théorême, parce que l'opinion des Mathématiques eſt qu'Archimède en fit uſage pour découvrir la fraude d'un Orfévre de Syracuſe, qui devoit fournir au Roi Hieron une couronne d'or pur, & qui y avoit mêlé de l'argent. On conjecture avec beaucoup de vraiſemblance qu'il forma de cette manière deux maſſes, l'une d'or, l'autre d'argent, égales chacune en volume à la couronne, & qu'ayant enſuite trouvé qu'en plein air la couronne peſoit moins que la maſſe d'or, & plus que la maſſe d'argent, il détermina la proportion du mêlange par un calcul arithmétique connu aujourd'hui de tout le monde. Quelques Auteurs ajoutent qu'il étoit aux bains quand ces idées ſe préſentèrent à lui, qu'il en ſortit tranſporté de joie, & que, ſans ſonger à l'état de nudité où il étoit, il ſe mit à courir dans les rues de Syracuſe, en criant: *je l'ai trouvé, je l'ai trouvé.* Hydroſtatique.

Cteſibius & Heron, ſon diſciple, Mathématiciens de l'Ecole d'Alexandrie, inventèrent pluſieurs machines Hydrauliques, dont le jeu dépendoit du poids & du reſſort de l'air: telles ſont le Syphon recourbé, les pompes, la fontaine de compreſſion, qu'on appelle encore aujourd'hui *la fontaine de Heron*, &c. Mais ils attribuoient les effets de ces machines à une prétendue horreur de la nature pour le vuide. La Phyſique des anciens étoit remplie de ces qualités occultes. On tranſportoit du monde moral au monde phyſique les idées d'affection ou de haine: tout étoit ſympathie ou antipathie dans la nature, & on croyoit avoir expliqué un phénomène, quand on pouvoit le rapporter à l'un ou à l'autre de ces principes. An av. J. C. 130.

Un Géomètre romain, *Sextus Julius Frontinus*, connu vul- Hydraulique.

An. de J. C. 100. gairement ſous le nom de *Frontin*, a eu quelques notions théoriques du mouvement des fluides. Sa qualité d'Inſpecteur des fontaines publiques à Rome, ſous les Empereurs Nerva & Trajan, nous a valu ſon livre *de Aquæductibus urbis Romæ Commentarius*, dont l'objet eſt le mouvement des eaux qui coulent dans des canaux ou qui s'échappent par des orifices, des vaſes où elles ſont contenues. Il a vu que le produit d'un ajutage donné eſt d'autant plus grand, que cet ajutage répond à une plus grande hauteur du fluide: conſidération très-ſimple & cependant négligée encore par quelques fontainiers modernes; il a ſenti pareillement qu'un tuyau deſtiné à dériver en partie l'eau d'un aqueduc, doit avoir, ſelon les circonſtances, une poſition plus ou moins oblique par rapport au cours du fluide; il fait pluſieurs autres obſervations vraies ſur cette matière; mais on ne trouve d'ailleurs aucune préciſion géométrique dans ſes réſultats; il n'a point connu la vraie loi des vîteſſes, relativement aux hauteurs des réſervoirs.

On croit que la découverte des moulins à eau eſt de la fin du VIe ſiècle; mais on employoit au haſard l'effort de l'eau, & on étoit très-éloigné de pouvoir l'évaluer avec une certaine exactitude.

OPTIQUE.

Il paroît que l'école Platonicienne a connu les premiers principes de l'Optique, c'eſt-à-dire, la propagation de la lumière en ligne droite, & l'égalité des angles d'incidence & de réflexion. On ne doit pas s'arrêter aux explications phyſiques que les anciens, & Ariſtote en particulier, ont données des phénomènes de la viſion: on y trouveroit l'abus des qualités occultes porté à l'excès.

La connoiſſance des verres ardens eſt même antérieure au tems que je viens d'indiquer. En voici la preuve tirée de la première ſcène du ſecond acte des *Nuées* d'Ariſtophane: c'eſt un dialogue
An. av. J. C. 444. entre Socrate & Strepſiade, vieillard fort groſſier & fort ſtupide, qui a trouvé, dit-il, un moyen de ne point payer ſes dettes: *Strep. As-tu vu chez les Droguiſtes cette belle pierre tranſparente avec quoi on allume du feu? Soc. N'eſt-ce pas du verre que tu veux dire? Strep. Juſtement. Soc. Eh-bien! qu'eſt-ce que tu en feras? Strep. Quand on me donnera une aſſignation, je prendrai cette pierre-là, &, me mettant au ſoleil, je ferai fondre de loin toute l'écriture de l'aſſignation.* Cette écriture étoit tracée ſur de la cire, qui couvroit une matière plus ſolide. L'effet dont parle Strepſiade pouvoit être opéré par réfraction ou par réflexion; mais les principes de l'Optique font voir d'abord qu'un miroir concave, par refraction, & un miroir convexe, par réflexion, n'ont pas ici la propriété convenable. En pré-

ſentant au ſoleil, un miroir concave, par réflexion, le Foyer eût été placé en haut; ce qui auroit exigé pour l'aſſignation une poſition fort incommode, & dont il n'eſt pas à préſumer que Strepſiade ait voulu parler; mais, ſi l'on ſuppoſe qu'on ait fait uſage d'un miroir convexe, par refraction, le Foyer aura été en bas, & l'effet annoncé par Strepſiade s'explique d'une manière ſimple & naturelle.

On eſt ſurpris, après une preuve ſi formelle de l'antiquité des verres ardens, que Deſcartes & pluſieurs modernes aient révoqué en doute l'opinion généralement reçue, qu'Archimède s'en étoit ſervi pour embrâſer la flotte des Romains, au ſiège de Syracuſe. Leur incrédulité eſt venue de la préoccupation où ils étoient qu'Archimède auroit employé des miroirs concaves, par réflexion: moyen dont l'inſuffiſance eſt démontrée. En effet, pour qu'un miroir de cette eſpèce formât un Foyer à la portée du trait, c'eſt-à-dire, à la diſtance de 150 pieds, il faudroit que le rayon de ſphéricité fût de 300 pieds. Or comment exécuter, avec une certaine préciſion, des verres d'une ſi petite courbure? D'ailleurs, dans les miroirs d'un ſi long foyer, les rayons du ſoleil ne peuvent pas être regardés comme parallèles; & leur divergence détruit preſque totalement l'effet de la convergence produite par le miroir. La combinaiſon de pluſieurs miroirs concaves ne lève pas ces inconvéniens, & ne fait qu'en préſenter de nouveaux. Mais le problême change entièrement de nature, ſi l'on ſuppoſe qu'Archimède ait employé des miroirs dénués de toute courbure, ou formant des plans parfaits; car alors on conçoit ſans peine que pluſieurs verres plans peuvent être diſpoſés entr'eux de telle manière qu'ils portent les rayons du ſoleil ſur un même point, & qu'ils y forment un Foyer capable d'embrâſer le bois, ou même de fondre les métaux. Le fait des miroirs d'Archimède eſt donc poſſible: mais a-t-il exiſté? Si on conſulte les monumens hiſtoriques, on trouvera que pluſieurs anciens Auteurs, comme Diodore de Sicile, Heron, Pappus, *&c*, ont écrit qu'en effet Archimède mit le feu à la flotte des Romains avec des verres ardens. Il eſt vrai que les ouvrages où ils en parloient ſont aujourd'hui perdus; mais ils exiſtoient encore au douzième ſiècle, puiſque Zonaras & Tzetzès, Ecrivains de ce tems-là, en citent des paſſages relatifs à la queſtion préſente. Anthemius, Mathématicien & Architecte de réputation, qui vivoit ſous Juſtinien I, & dont M. Dupuy, de l'Académie Royale des Belles-Lettres, nous a traduit les précieux reſtes, ne ſe contente pas d'atteſter le même fait: il explique la théorie & le mécaniſme de ces miroirs.

Envain objecteroit-on ici que Polybe & Titelive ne ſont aucune

mention des miroirs d'Archimède. Le ſilence de ces Hiſtoriens n'eſt qu'une preuve purement négative, qui doit céder aux aſſertions poſitives & contraires de ceux que nous avons nommés.

Il me ſemble que les témoignages de Zonaras & de Tzetzès doivent avoir ici à-peu-près le même poids qu'auroient ceux des anciens Ecrivains ſur leſquels ils s'appuient. Après avoir raconté qu'Archimède avoit embrâſé la flotte des Romains, au moyen des rayons ſolaires, raſſemblés & réfléchis par le poli d'un miroir, Zonaras ajoute qu'à cet exemple, Proclus brûla, avec des miroirs d'airain, la flotte de Vitalien qui aſſiégeoit Conſtantinople, ſous l'Empire d'Anaſtaſe, l'an 514 de Jeſus-Chriſt. Tzetzès entre dans un plus grand détail ſur les miroirs d'Archimède; il en explique ainſi la conſtruction : « Lorſque Marcellus eut éloigné ſes vaiſſeaux » à la portée du trait, Archimède fit jouer un miroir exagone » compoſé de pluſieurs autres plus petits, qui avoient chacun 24 » angles, & qu'on pouvoit mouvoir, à l'aide de leurs charnières » & de certaines lames de métal; il plaça ce miroir de manière qu'il » étoit coupé en ſon milieu par le méridien d'hiver & d'été, en » ſorte que les rayons du ſoleil, reçus par ce miroir, venant à ſe » briſer, allumèrent un grand feu qui réduiſit en cendres les vaiſ- » ſeaux des Romains, quoiqu'ils fuſſent éloignés de la portée du » trait. » Ce paſſage indique, comme on voit, la manière dont les parties du miroir tournoient pour prendre la poſition convenable, l'expoſition directe où il étoit par rapport au ſoleil, & enfin la diſtance à laquelle il portoit le feu.

Le Père Kircher, Jéſuite, dit, dans ſon ouvrage, intitulé : *Ars magna lucis & umbræ*, qu'il avoit fait conſtruire, d'après la deſcription de Tzetzès, un miroir compoſé de pluſieurs verres plans qui, réfléchiſſant tous la lumière du ſoleil en un même point, y produiſirent une chaleur conſidérable.

M. de Buffon a exécuté en grand cette expérience, & par-là il a conſtaté les effets des miroirs d'Archimède. En 1747, il fit conſtruire, par M. Paſſemant, un miroir par réflexion, compoſé de 168 glaces planes, mobiles à charnières, & qu'on pouvoit faire jouer toutes à-la-fois, ou ſeulement en partie. Au moyen de cet aſſemblage, il embrâſa, au mois d'avril, & par un ſoleil aſſez foible, le bois à 150 pieds de diſtance; il fondit le plomb à 140 pieds; ce qui eſt plus que ſuffiſant pour démontrer la réalité de la découverte d'Archimède.

Il y a, dans la ſucceſſion des connoiſſances humaines, une fatalité qui n'amène preſque jamais les plus utiles que les dernières. Les anciens, qui ſavoient employer, avec tant de ſuccès, la propriété

que les verres ont de brûler, ignoroient l'uſage bien plus important qu'on en fait pour groſſir les objets & aider la vue. L'invention des beſicles ou des lunettes à mettre ſur le nez, eſt ſimplement de la fin du XIIIe ſiècle. Celle des lunettes aſtronomiques, ou téleſcopes, eſt encore plus récente d'environ 300 ans. Sénèque dit, dans ſon premier Livre des Queſtions Naturelles, que *de petites lettres vues au travers d'une boule de verre, pleine d'eau, paroiſſent plus groſſes.* Mais les anciens, égarés par leur mauvaiſe phyſique ſur la viſion, n'ont pas réfléchi ſur la nature de ce phénomène, & n'en ont tiré aucune conſéquence pour la conſtruction des lunetres. Les verres propres à former ces inſtrumens doivent être, ou de très-grandes ſphères, dont l'uſage ſeroit très-incommode & preſque impoſſible, ou de très-petites portions de grandes ſphères; ce qui eſt d'une pratique facile, & ce qu'on pratique en effet; mais ce moyen ſuppoſe l'art de tailler les verres : art inconnu aux anciens, qui ſavoient ſimplement ſouffler le verre & en former des vaſes.

ANALYSE.

L'OPINION VULGAIRE eſt que les anciens n'avoient aucune notion de l'Analyſe, ou de cette Science qui enſeigne à combiner enſemble les grandeurs conſidérées dans un état d'abſtraction & de généralité. Il eſt certain que l'algorithme de l'Analyſe, c'eſt-à-dire l'art d'exécuter les calculs algébriques, & en particulier de réſoudre les équations, leur étoit inconnu. Mais, en les liſant avec attention, on apperçoit facilement qu'ils poſſédoient une eſpèce d'Analyſe géométrique, ſemblable à celle des modernes. On en trouve des traces dans les Ecrits de Platon : elle ſe montre d'une manière encore plus marquée dans ceux d'Archimède ; car, par exemple, quand il ſe propoſe, dans ſon Traité *de Sphæra & cylindro, prop. VII,* de couper une ſphère par un plan, de façon que les deux ſegmens ſoient entr'eux dans un rapport donné, il raiſonne ſur les grandeurs inconnues comme ſur celles qui ſont données; & par une ſuite de conſéquences tirées des propriétés de la ſphère, il parvient à une proportion qui, étant traduite en calcul algébrique, donneroit immédiatement l'équation du troiſième degré, d'où dépend la ſolution du problême. Mais il y a encore loin de-là juſqu'à la partie technique du calcul algébrique, & aux différens uſages dont elle eſt ſuſceptible.

An. de J. C. 350.

Diophante, Géomètre de l'Ecole d'Alexandrie, doit être regardé, en quelque ſorte, comme l'Inventeur de l'Algèbre : du moins on trouve, dans ſes ouvrages, des calculs qu'il exécute d'une manière analogue à la méthode qu'on emploie aujourd'hui pour réſoudre les équations du premier degré & même celles du ſecond. Il avoit

écrit treize livres *d'Arithmétique*, dont trois ſont perdus : ceux qui reſtent, contiennent des queſtions d'une eſpèce particulière & alors abſolument nouvelle. Par exemple, l'auteur enſeigne à partager un nombre quarré en deux autres quarrés; à trouver deux nombres dont la ſomme ſoit à celle de leurs quarrés, dans un rapport donné; à trouver deux quarrés dont la différence ſoit égale à un quarré donné, &c. L'Art qu'il met en uſage pour réſoudre ces problêmes eſt très-ingénieux & très-ſubtil : il a été étendu & perfectionné par les modernes.

II.e PÉRIODE.

Les Mathématiques ſujettes, comme toutes les inſtitutions humaines, à des mouvemens périodiques d'élévation, de médiocrité & de foibleſſe, ſe ſoutenoient toujours dans l'Egypte & dans la Grèce, par la maſſe des vérités dont elles s'étoient enrichies ſucceſſivement, & par le charme attaché à ce genre d'étude. Une tempête s'éleva contre elles, dans ces climats, vers le milieu du VII.e ſiècle. Les ſucceſſeurs de Mahomet, pleins de l'enthouſiaſme que leur inſpiroit une nouvelle Religion toute guerrière, étendant leurs conquêtes, du fond de l'orient à la partie méridionale de l'europe, ravagèrent l'Arabie, la Perſe, les Iſles de Chypre, de Rhodes, de Candie & de Sicile, l'Egypte, la Lybie & le Royaume des Eſpagnes. Cette guerre ſanglante porta aux exercices du génie le plus terrible coup qu'ils aient jamais eſſuyé. Les artiſtes & les ſavans, raſſemblés de toutes parts au Muſée d'Alexandrie, furent chaſſés honteuſement. Quelques-uns furent les victimes de la violence des conquérans; les autres allèrent traîner dans les pays éloignés les reſtes d'une vie malheureuſe. On détruiſit les lieux & les inſtrumens qui avoient ſervi à faire tant de belles obſervations. Enfin, ce précieux dépôt des connoiſſances humaines, la Bibliothèque des Rois d'Egypte, qui avoit déjà ſouffert un incendie ſous Jules-Céſar, fut entièrement livrée aux flammes par les Arabes. Le Caliſe Omar ordonna qu'on brûlât tous ces livres, *parce que*, An. de J. C. 642. diſoit-il, *s'ils ſont conformes à l'Alcoran, ils ſont inutiles; & s'ils y ſont contraires, ils doivent être abhorrés & anéantis :* raiſonnement bien digne d'un brigant fanatique.

Il ſembloit que le ſort des Sciences, attaquées & détruites dans le centre de leur Empire, étoit abſolument déſeſpéré. Mais cette même viciſſitude, qui produit tant de malheurs & tant de crimes, amène auſſi quelquefois des révolutions avantageuſes au genre humain. Tel fut le changement qui ſe fit bientôt dans les mœurs des Arabes. Ces peuples, comme

comme tous ceux de l'Orient, avoient eu autrefois quelques notions des Sciences & principalement de l'Aſtronomie. Si le fanatiſme d'une Religion ſanguinaire étouffa d'abord ces germes précieux, il n'éteignit point le principe d'où ils étoient émanés. Lorſque ces différentes Nations furent laſſes de s'exterminer mutuellement, leur férocité s'adoucit, & le loiſir de la paix rappella l'eſprit actif des Arabes à des objets plus réels & plus agréables, que les diſputes ſur les dogmes de l'alcoran. A peine s'étoit-il écoulé un ſiècle & demi depuis la mort de Mahomet, qu'ils commencèrent à cultiver eux-mêmes les Arts & les Sciences qu'ils avoient voulu anéantir. Ils eurent bientôt des Poëtes, des Orateurs, des Mathématiciens, &c. On compte dans ce nombre pluſieurs Califes chez les Arabes, & enſuite pluſieurs Empereurs chez les Perſans, lorſque ce dernier peuple ſe fut ſéparé du premier.

Sciencé chez les Arabes.

Toutes les parties des Mathématiques attirèrent plus ou moins leur attention. Le ſyſtême de notre numération Arithmétique, eſt une découverte à jamais mémorable qui nous vient d'eux. Il a, ſur tous ceux des anciens Peuples, l'avantage de la clarté & de la ſimplicité. On ſait qu'avec dix caractères, à qui l'on fait occuper différentes places, on peut exprimer de la manière la plus commode, un nombre immenſe par la multitude de ſes unités. Quelques Ecrivains prétendent que les Arabes tenoient cette idée des Indiens. Les raiſons qu'ils en donnent ne me paroiſſent pas fort convaincantes. Sans chercher à les réfuter, je me contenterai d'obſerver que nous devons immédiatement aux Arabes l'Arithmétique, telle que nous la pratiquons aujourd'hui. Le célèbre Gerbert, qui fut dans la ſuite Pape, ſous le nom de Sylveſtre II, alla puiſer cette Science en Eſpagne, où les Arabes dominoient alors, & il la répandit dans le reſte de l'Europe, vers l'an 960.

Les Arabes puisèrent dans une Etude aſſidue des Mathématiciens Grecs, les principes des autres Sciences où ces derniers avoient excellé. Munis de ces connoiſſances, ils devinrent les Emules de leurs Maîtres, & ſe mirent en état de les commenter, ou même d'ajouter à leurs découvertes. Euclide, Archimède & Apollonius furent leurs principaux guides dans la Géométrie & la Méchanique. On cite pluſieurs Géomètres Arabes. La Trigonométrie leur a des obligations eſſentielles. Ce ſont eux qui ont donné au calcul Trigonométrique, la forme qu'il a encore aujourd'hui, du moins quant aux principes. Ils ſubſtituèrent l'uſage *des ſinus* à celui des *cordes* qu'on employoit auparavant, & par-là, ils rendirent plus ſimples & plus commodes les opérations de la Géométrie pratique.

Cardan attribue à ce même peuple l'invention de l'Algèbre pro-

prement dite. On a vu que Diophante avoit indiqué la méthode pour réſoudre les équations du premier & du ſecond degré. Les Arabes la développèrent, & on croit qu'ils étoient parvenus juſqu'à réſoudre les équations du troiſième degré. Il exiſte en effet, dans la Bibliothèque de Leyde, un manuſcrit arabe, où l'Auteur donne, à ce qu'on aſſure, l'Algèbre *des équations cubiques*, ou la réſolution des problêmes ſolides.

L'Aſtronomie eſt la ſcience que les Arabes ont le plus cultivée; & où ils ont fait les plus nombreuſes découvertes. Rien n'égale la magnificence des obſervatoires & des inſtrumens qu'ils firent conſtruire pour les progrès de cette ſcience.

Parmi ſes différentes branches, la théorie du ſoleil les occupa long-tems. Ils ne tardèrent pas à reconnoître que Ptolomée avoit trouvée ou ſuppoſée trop grande l'obliquité de l'écliptique. Flamſtéed rapporte, dans ſon hiſtoire céleſte, la ſuite de leurs travaux ſur ce ſujet : on les voit continuellement approcher de la vérité; & enfin, au bout d'environ 700 ans, ils parviennent à déterminer l'obliquité de l'écliptique avec la même exactitude à-peu-près, que la donnent les meilleures obſervations modernes : réſultat d'autant plus ſurprenant, qu'il n'avoient pas, comme nous, le ſecours des lunettes.

Nous ne citerons ici que les principaux Aſtronomes Arabes; & parmi eux, nous diſtinguerons les Califes qui l'ont mérité, parce que les exemples des Souverains qui éclairent les hommes, ont une autorité que la juſtice & l'intérêt doivent célébrer.

Almanſor commence à regner en 754, meurt en 775.

On trouve, au nombre des premiers Aſtronomes Arabes, le Calife *Abou-Giafar*, ſurnommé *Almanſor* ou le *Victorieux*. C'étoit un Prince Philoſophe & appliqué, qui donnoit à l'obſervation des aſtres, tout le tems dont les devoirs de la Royauté lui permettoient de diſpoſer.

Peu de tems après vivoit Alfragan, qui a laiſſé une eſpèce de commentaire ſur l'Almageſte de Ptolomée.

Raſchild commence à règner en 786, meurt en 809.

Le Calife Aaron-al-Raſchild eut le goût de la Méchanique & de l'Aſtronomie : dans une célèbre ambaſſade qu'il envoya, en 807, à Charlemagne, il lui fit préſent d'une horloge dont le méchaniſme étoit très-ingénieux : elle ſonnoit les heures par le moyen de certaines balles qui tomboient alternativement dans un vaſe d'airain; douze Cavaliers ſe préſentoient à douze portes, & les fermoient ſuivant le nombre d'heures écoulées. Cette machine étonna l'Europe, où l'on ne s'occupoit alors que de la guerre, & de puérilités grammaticales.

Almamon commence à règner en 813 meurt en 833.

Son ſecond fils, Almamon, qui règna après ſon frère, porta plus loin que ſes prédéceſſeurs l'inſtruction dans les Sciences. Il y

avoit été formé par un Médecin Chrétien; il mit tout en uſage pour en inſpirer le goût à ſes Sujets. Il obſerva lui-même l'obliquité de l'écliptique, & ſon réſultat eſt déjà plus exact que ceux des anciens Aſtronomes. Il fit meſurer dans la plaine de Sinjar, ſur les bords de la mère-rouge, la valeur d'un degré de la terre. Malheureuſement on ne connoit que d'une manière vague le rapport de notre toiſe avec la meſure arabe qu'on y employa, & on ignore juſqu'à quel point cette valeur s'accorde avec celle qui a été priſe dans ces derniers tems. Plein d'eſtime pour les ouvrages des Grecs, Almamon fit traduire tous ceux qu'il put ſe procurer. Quelques Auteurs rapportent même que, dans un Traité de Paix où il impoſa des loix à Michel le Begue, il exigea qu'on lui donneroit pluſieurs manuſcrits grecs que poſſédoient les Empereurs de Conſtantinople. La ville de Bagdat, ſituée à-peu-près au même endroit que l'ancienne Babylone, fut embellie & accrue par ſes ſoins; elle devint le ſéjour ordinaire des Califes. Il y avoit, dans cette ville, des écoles pour toutes les Sciences, & une en particulier pour l'Aſtronomie. Almamon emporta dans le tombeau la gloire d'avoir été le Prince le plus humain, le plus ſage & le plus ſavant qui eût encore occupé le Trône des Califes.

Un de ſes Sujets, *Thebit-ebn Chora*, ſe diſtingua dans l'Analyſe & dans l'Aſtronomie. On cite ſur-tout ſes recherches ſur la durée de l'année. Il imagina de rapporter le mouvement du ſoleil, non pas aux points équinoxiaux, qui ſont mobiles, mais aux étoiles fixes; & il parvint à déterminer la longueur de l'année ſydérale, à-peu-près telle qu'on la trouve aujourd'hui. Cette exactitude a pu être l'effet de l'art qu'il eut d'employer & de combiner enſemble les meilleures obſervations : peut-être auſſi faut-il l'attribuer en partie à un haſard heureux; car Ptolomée, dont les Arabes ſuivoient en général la doctrine, avoit un peu embrouillé les élémens de la queſtion.

Albategnius, Prince Arabe, rendit ſes plus importans ſervices à l'Aſtronomie. Les tables de la lune & du ſoleil, que Ptolomée avoit conſtruites, lui ayant paru défectueuſes, il mit tous ſes ſoins à les corriger, & il en dreſſa de nouvelles, qui ont eu pendant long-tems une juſte célébrité. Il détermina d'une manière très-exacte l'excentricité de l'orbite ſolaire. S'il ne parvint pas à la même préciſion dans ſon calcul de la longueur de l'année, c'eſt qu'il eut trop de confiance aux obſervations de Ptolomée, & qu'il négligea de comparer immédiatement les ſiennes avec celles d'Hyparque. Il a reconnu le premier que l'apogée du ſoleil, regardé auparavant comme immobile, avoit un petit mouvement propre, ſelon l'ordre An de J. C. 879.

des ſignes; ce que les obſervations modernes ont confirmé. Enfin il ſentit le défaut de la théorie de Ptolomée ſur la préceſſion des équinoxes; il trouva, comme Hyparque, que le mouvement apparent des étoiles fixes d'occident en orient, étoit d'un degré en 70 ans. On ſait qu'il étoit Gouverneur de Syrie, & qu'il fit ſes obſervations en partie à Antioche, en partie à Aracte, ville de la Méſopotamie.

Sciences en Eſpagne.

Les Arabes portèrent le goût des Mathématiques dans tous les pays ſoumis à leur puiſſance: Elles fleurirent pendant long-tems en Eſpagne. On y trouve Arſachel, qui fit quelques corrections aux tables d'Albategnius. On lui attribue le Recueil, intitulé : *Tabulæ Toledanæ.* Si, comme on le croit, il a découvert, dans le mouvement du ſoleil, certaines inégalités dont les obſervations modernes & la théorie Neutonienne ont depuis conſtaté l'exiſtence, il doit paſſer pour un Aſtronome très-exact & très-attentif.

An. de J. C. 1080.

An. de J. C. 1200.

Alhazen vivoit auſſi en Eſpagne; il a laiſſé un Traité d'Optique, où l'on trouve le premier eſſai de théorie qu'on ait donné de la réfraction & du crépuſcule. On prétend qu'il n'a fait que traduire ou commenter un ouvrage que Ptolomée avoit écrit ſur la même matière : ouvrage cité par d'autres Ecrivains Arabes, & aujourd'hui perdu. Quoi qu'il en ſoit, il eſt certain que les anciens & Ptolomée lui-même n'avoient point égard à l'effet des réfractions dans les obſervations aſtronomiques; & du moins Alhazen a la gloire d'avoir indiqué cet effet.

An. de J. C. 1180.

Averroès, célèbre Médecin de Cordoue, abrégea & commenta l'Almageſte de Ptolomée. Il étoit très-ſavant, pour ſon tems, dans la Phyſique, la Médecine & les Mathématiques.

Alphonſe commence à régner en 1252, meurt en 1284.

Les Chrétiens, qui, dès le X.e ſiècle, avoient commencé à chaſſer les Arabes de quelques parties de l'Eſpagne, ne dédaignèrent pas de s'inſtruire parmi ces mêmes Maures dont ils abhorroient la Religion. Quand Alphonſe X, Roi de Caſtille, voulut établir dans ſon Royaume une eſpèce de Collège ou de Licée, pour l'avancement de l'Aſtronomie, il fut obligé d'en confier la principale direction à des Arabes. Il obſervoit & calculoit lui-même avec eux : ce travail commun produiſit les fameuſes *Tables Alphonſines*, plus exactes & plus complètes que toutes les précédentes. L'étude de l'Aſtronomie ſe maintint pendant quelque tems dans la Caſtille, après la mort d'Alphonſe.

Les intérêts de l'ambition, à qui rien ne réſiſte, finirent par rompre toute communication entre les Chrétiens & les Maures, & plongèrent l'Eſpagne dans les plus profondes ténèbres. A meſure que les victoires des premiers ſe multiplioient, les Sciences alloient

en déclinant : elles périrent enfin, quand la domination des Maures ceſſa en Eſpagne, par la perte de Grenade : événement à jamais déplorable, ſi la Religion Chrétienne n'en eût profité, en s'étendant ſur les ruines du Mahométiſme. An. de J. C. 1492.

Retournons en orient : nous y verrons les Perſans, qui juſques-là n'avoient formé qu'un même peuple avec les Arabes, ſecouer le joug des Califes, vers le milieu du XI.e ſiècle, ſans abandonner l'étude des Sciences. L'Aſtronomie fut ſur-tout l'objet de leur curioſité. Les anciens Perſes, dès le règne de *Darius Ochus*, comptoient le tems par les révolutions ſolaires. Ils ſuppoſoient l'année un peu trop longue. Quand ils reçurent la loi des Arabes, l'uſage où étoient les vainqueurs de compter par les révolutions lunaires, devint auſſi celui des vaincus. Mais les Perſans reprirent leur ancienne coutume, lorſqu'ils furent libres. Alors l'Aſtronome *Omar-Cheyam*, pour rectifier le calendrier perſan, introduiſit un ſyſtême d'intercalation qui revient au même que ſi l'on ſuppoſoit l'année de 365 jours, & que l'on inſérât huit jours dans un eſpace de trente-trois ans : ſyſtême fondé ſur des combinaiſons très-ingénieuſes, & fort approchant de la vérité. Sciences chez les Perſans.

Un Conquérant rapide, *Holagu-ilecou-Kan*, petit-fils de Gengiskan, ayant ſubjugué la Perſe, vers l'année 1254, ne ſembla plus occupé que d'y ranimer le goût des Sciences, & principalement celui de l'Aſtronomie, dans laquelle il étoit très-verſé. Il fit conſtruire, dans la ville de Maragha, voiſine de Tauris, un obſervatoire où il raſſembla un grand nombre d'Aſtronomes, & dont il donna la préſidence à *Naſſir-Eddin*, le plus célèbre d'entre eux. Cette ſociété étoit une eſpèce d'Académie, d'autant plus floriſſante qu'elle recevoit toutes ſortes d'encouragemens d'un Prince magnifique. Naſſir-Eddin compoſa pluſieurs ouvrages, entr'autres une Théorie des mouvemens céleſtes, un Traité de l'Aſtrolabe, & ſes Tables Aſtronomiques, qu'il nomma *ilecaliques*, pour laiſſer un monument de ſa reconnoiſſance envers ſon bienfaiteur. On raconte que *Holagu*, ſe ſentant près de ſa fin, ſe fit tranſporter au milieu des ſavans, & qu'il voulut rendre les derniers ſoupirs entre leurs bras, les regardant comme ſes enfans & comme les véritables Hétauts de ſa gloire. An. de J. C. 1254.

Son exemple fut ſurpaſſé par un Prince de la même nation, le fameux *Ulug-Beigh*, petit-fils de Tamerlan. Non-ſeulement Ulug-Beigh encouragea les Sciences comme Souverain : il eſt compté lui-même au nombre des plus ſavans hommes de ſon ſiècle. Il établit dans la ville de Samarcande, capitale de ſon Empire, une nombreuſe Aſſemblée ou Académie d'Aſtronomes, & il fit conſ-

truire, pour leur uſage, les inſtrumens les plus grands & les plus parfaits qu'on eût encore vus. Il s'informoit de tous leurs travaux : il obſervoit lui-même avec aſſiduité. Quelques Hiſtoriens rapportent que, pour déterminer la latitude de Samarcande, il employa un quart de cercle, dont le rayon égaloit la hauteur du Temple de Sainte-Sophie à Conſtantinople, laquelle eſt d'environ 180 pieds romains ; mais la conſtruction d'un ſi grand quart de cercle eſt phyſiquement impoſſible : il y a toute apparence que les Hiſtoriens dont il s'agit, peu au fait de l'Aſtronomie, ont pris un ſimple gnomon pour un quart de cercle.

Ulug-Belgh avoit compoſé pluſieurs ouvrages. On cite principalement ſon Catalogue d'étoiles, & ſes Tables aſtronomiques, ſi célèbres dans tout l'orient. Il eſt le premier qui ait déterminé l'obliquité de l'écliptique avec une préciſion preſqu'égale à celle que donnent les inſtrumens & les obſervations modernes. Les talens & les vertus de ce Prince méritoient les hommages de toute la terre : il fut aſſaſſiné par ſon propre fils, à l'âge de 58 ans.

An. de J. C. 1449.

Les troubles qui commencèrent à déſoler la Perſe peu de tems après la mort d'Ulug-Beigh, & qui ne firent qu'augmenter dans la ſuite, éteignirent inſenſiblement le goût des Sciences dans ces pays. Elles s'y ſont détériorées à tel point, qu'aujourd'hui l'Aſtronomie des Perſans n'eſt plus, pour ainſi dire, qu'un amas de viſions d'aſtrologie judiciaire, & qu'à peine ſavent-ils calculer groſſièrement une éclipſe.

Sciences chez les Chinois.

La Chine ne nous préſente aucune découverte remarquable ; pendant la période que nous conſidérons. L'Arithmétique & la Géométrie de cette nation demeurent toujours très-imparfaites : nulle théorie nouvelle, nulle application intéreſſante des principes de la Méchanique. Nous trouvons, à la vérité, que les Chinois ont beaucoup obſervé les aſtres : mais toutes leurs obſervations roulent ſur les objets les plus communs de l'Aſtronomie, comme les éclipſes, les poſitions des planètes, les hauteurs ſolſtitiales du ſoleil, les occultations d'étoiles par la lune, &c. On n'en voit ſortir aucun réſultat important pour le progrès de la Science. Nous devons ſeulement remarquer que l'Empereur *Kobilai*, le cinquième ſucceſſeur de Gengiskan à la Chine, & celui qui y fonda la Dynaſtie des Iven en 1271, fut un très-grand protecteur de l'Aſtronomie. Il étoit frère de Holagu-ilecou-Kan, & il avoit à-peu-près les mêmes goûts. Il établit pour Chef du Tribunal des Mathématiques *Co-cheon-King*, obſervateur laborieux, qui porta dans l'Aſtronomie Chinoiſe une préciſion à laquelle on n'étoit pas encore arrivé. Mais cet éclat ne fut que paſſager. L'Aſtronomie chinoiſe retomba dans ſa pre-

Digitized by Google

mière langueur, & ne s'en releva un peu qu'environ un siècle après, sous les Empereurs d'une nouvelle Dynastie, qui donnèrent la direction du Tribunal des Mathématiques à des Astronomes Mahométans.

Sciences chez les Indiens.

Nous serons encore plus courts sur l'Histoire des Sciences chez les Indiens au même tems. Ils ne savoient, comme autrefois, que les principes les plus simples & les plus élémentaires de l'Astronomie. A peine savent-ils aujourd'hui calculer les éclipses d'une manière un peu exacte.

Sciences chez les Grecs modernes.

Les savans, qui, à la destruction de l'Ecole d'Alexandrie, s'étoient refugiés dans la Grèce, contribuèrent d'abord à y entretenir l'étude des Mathémariques. Mais, dans l'état d'abandon où elles étoient réduites, elles devoient nécessairement pencher sans cesse vers leur ruine. Cependant les Grecs montrèrent, dans ce tems de décadence, quelques étincelles du génie qui avoit animé Archimède, Apollonius, Hyparque, &c. Nous avons déjà cité Zonaras & Tzetzès, à l'occasion des miroirs ardens d'Archimède. On doit citer encore, avec plus de distinction, Moscopule, qui fit, un peu avant le milieu du XV.e siècle, l'ingénieuse découverte des *Quarrés magiques*. La prise de Constantinople par Mahomet II, en 1453, fut l'époque de la ruine totale des Mathématiques dans la Grèce.

Sciences chez les Chrétiens.

Quoique les Chrétiens occidentaux aient d'abord montré en général, pendant long-tems, un grand éloignement pour les Sciences, on rencontre néanmoins parmi eux, dans cette période, plusieurs hommes qui mérirent d'être remarqués, ou par l'étendue de leurs connoissances, relativement au tems où ils ont vécu, ou par les preuves de génie qu'ils ont données, & dont la société auroit retiré les plus grands avantages, si le faux zèle & la superstition, armés du pouvoir, n'y avoient souvent mis obstacle.

Boussole.

Je ne citerai pas au nombre des inventions qui doivent faire honneur aux Européens, celle de la Boussole : pur effet du hasard, ou de quelque circonstance que l'on ignore. La propriété qu'a l'aimant, d'attirer le fer, a été connue des anciens Grecs, dès le tems de Thalès : elle a été connue aussi des Chinois, plus de 300 ans avant Jesus-Christ ; mais on ne savoit pas, avant le commencement du XII.e siècle, qu'une pierre d'aimant suspendue, ou flottante sur l'eau au moyen d'un liège, se dirige toujours vers le nord par un même côté : on savoit encore moins qu'une aiguille de fer aimantée a la même vertu. Il paroît, par les ouvrages de Guy de Provins, l'un de nos Poëtes du XII.e siècle, que *les Mariniers françois* sont les premiers qui aient employé la Boussole pour diriger la route des vaisseaux, d'où on lui donna le nom de *Marinette*. L'usage de sus-

Digitized by Google

pendre l'aiguille aimantée ſur un pivot, eſt très-ancien parmi nous. Cependant les Italiens, les Allemands & les Anglois, nous diſputent la découverte de la Bouſſole. Ces prétentions réciproques peuvent être ſoutenues, ſoit parce qu'il eſt poſſible qu'on trouve la même choſe en divers endroits, ſoit parce que la Bouſſole ayant été perfectionnée ſucceſſivement, les nations qui y ont contribué, chacune pour ſon utilité particulière, ont cru pouvoir s'attribuer la totalité de l'invention. S'il eſt vrai, comme pluſieurs Hiſtoriens le prétendent, que les Chinois aient fait ſervir, avant les Européens, la Bouſſole à la navigation, ils ont toujours été du moins bornés à une pratique groſſiere; car leur méthode conſtante de faire flotter l'aimant ſur l'eau, n'eſt pas comparable à la ſuſpenſion ſur un pivot.

Frédéric II commence à régner en 1220, meurt en 1250.

Dans le XIII.e ſiècle, l'Empereur Frédéric II, au milieu d'une vie très-agitée & des guerres continuelles qu'il eut à ſoutenir contre les Papes, fonda l'univerſité de Naples, cultiva lui-même les Sciences & les beaux Arts, compoſa quelques ouvrages, & fit traduire du grec en latin, ceux d'Ariſtote, & l'Almageſte de Ptolomée.

Ce même ſiècle produiſit pluſieurs Savans dans nos climats. On cite, entr'autres, Vitellion & le Cordelier Roger Bacon.

An. de J. C. 1260.

Le premier, né en Pologne, établi en Italie, a laiſſé un Traité d'Optique en dix livres : cet ouvrage n'eſt, dans le fond, que celui d'Alhazen, mais plus clair & plus méthodique.

Roger Bacon conſerve encore la célébrité qu'il eut de ſon tems. Il a écrit un grand nombre d'ouvrages qui ont été imprimés ſucceſſivement : ils montrent beaucoup de génie & d'invention. On diſtingue, parmi ces ouvrages, ſon Traité d'Optique, qui contient des remarques vraies, & alors nouvelles, ſur la réfraction aſtronomique, ſur les grandeurs apparentes des objets, ſur la groſſeur extraordinaire du ſoleil & de la lune, vus à l'horizon, ſur le lieu des foyers ſphériques, &c. Quelques Anglois, un peu trop prévenus en faveur de Bacon, leur compatriote, ont cru voir, dans ce Traité, que l'Auteur avoit eu connoiſſance des béſicles, & même du téleſcope; mais M. Smith, Anglois plus impartial & juge irréfragable, détruit cette opinion, d'après la diſcuſſion exacte des paſſages qui y ont donné lieu. On a voulu auſſi attribuer à Bacon, la découverte de la poudre à canon: en effet il y touchoit, car il étoit grand Chimiſte pour ſon tems, & il connoiſſoit les effets du ſalpêtre; mais elle lui eſt réellement poſtérieure de quelques années. Il fut perſécuté par ſes confreres, accuſé de magie, enfermé dans un cachot, & obligé, pour en ſortir, de prouver à ſes Supérieurs & au Pape Nicolas IV, qu'il n'avoit jamais eu de commerce avec le diable. Il étoit né en 1214, il mourut en 1294.

L'invention

L'invention des beſicles eſt des dernieres années du XIII.e ſiècle. On la doit aux Italiens. Il exiſte des preuves certaines que les premières lunettes ont été conſtruites par un frere Jacobin, nommé *Alexandre de Spina*, mort à Piſe en 1313.

Le XIV.e ſiècle fut, chez les Nations occidentales de l'Europe, un tems d'ignorance & de barbarie pour les Mathématiques. On y voit paroître des Théologiens ſcholaſtiques, beaucoup d'Alchymiſtes, quelques Littérateurs eſtimables: le Roi Charles V. fonde la Bibliothèque des Rois de France; il encourage les arts & les belles-lettres; mais les Mathématiques ſont preſque généralement oubliées; elles ne produiſent qu'un petit nombre d'Aſtronomes, dont tout le mérite eſt d'avoir fait quelques obſervations iſolées. Ajoutons cependant que, vers le milieu de ce ſiécle, Jacques *de Dondis*, Vénitien, dont la famille ſubſiſte encore, ſe fit une grande réputation dans la Méchanique & l'Aſtronomie, par la conſtruction d'une horloge qui marquoit les heures, le cours du ſoleil, celui de la lune & des autres planettes, les mois & les fêtes de l'année.

Nous avançons vers des tems plus heureux. Le XV.e ſiècle eſt fécond en Savans, & ſur-tout en Aſtronomes. Il s'ouvre par un mouvement qui ſe fait dans l'Algèbre. Léonard de Piſe voyage en Arabie; il y puiſe les principes de l'Algèbre, & vient les répandre en Italie. Il avoit écrit ſur cette Science & ſur la Géométrie des ouvrages qui n'ont jamais été imprimés, mais qui furent très-utiles en leur tems. La fin de ce même ſiècle en produiſit de ſemblables. En 1494, un Franciſcain, nommé *Lucas de Burgo*, qui, après avoir voyagé long-tems en orient, étoit devenu Profeſſeur de Mathématiques à Veniſe, fit imprimer les *Elémens d'Euclide* en italien, pour l'uſage de ſes Diſciples; ce qui contribua beaucoup à former des Géomètres. Peu de tems après, il publia un Traité d'Algèbre, intitulé: *de Summa Arithmetica & Geometrica.* On trouve, dans ce Traité, les règles ordinaires de l'Arithmétique, & quelques inventions dûes aux Arabes, comme, par exemple, les règles de fauſſes poſitions: l'Algèbre y eſt portée juſqu'à la réſolution des équations du ſecond degré; on prétend que *Lucas de Burgo* n'a pas été auſſi loin que les Arabes, ni même que Léonard de Piſe, quoiqu'il lui ſoit poſtérieur.

Dans tous ces tems, l'Aſtronomie a été la Science la plus cultivée. Elle eut des obligations à *Jean Gmunden*, qui la profeſſoit en l'Univerſité de Vienne, vers l'année 1406, & au fameux Pierre Dailli, qui propoſa au Concile de Conſtance quelques moyens de réformer le calendrier, & de concilier le mouvement du ſoleil avec celui de la lune. An. de J. C. 1414.

An. de J. C. 1430.

Le Cardinal *de Cuſa* eſt célèbre parmi les ſavans, pour avoir entrepris de faire revivre le ſyſtême des Pythagoriciens ſur le mouvement de la terre. Cette idée n'avoit pas encore la maturité que les obſervations devoient lui donner Mais on doit trouver un peu extraordinaire qu'un Cardinal ſoutienne dans ce tems là, ſans que perſonne en ſoit ſcandaliſé, une opinion pour laquelle, 200 ans après, Galilée fut enfermé dans les cachots de l'Inquiſition.

Purbachius, né en 1423, mort en 1461.

Purbachius & ſon Diſciple *Regiomontanus* ſont regardés comme les Reſtaurateurs ou les deux plus grands Promoteurs de l'Aſtronomie dans le XV.e ſiècle. Le premier, après avoir long-tems voyagé pour puiſer dans le commerce des ſavans une ample connoiſſance de l'Aſtronomie, dont il avoit apprîs les principes ſous Jean Gmunden, vint ſe fixer à Vienne, où les bienfaits de l'Empereur Frédéric III l'attirèrent, & où il ſuccéda à la place que Jean Gmunden avoit occupée dans l'Univerſité. Dès lors il entreprit un ouvrage utile & néceſſaire : c'étoit une bonne traduction de l'Almageſte de Ptolomée; car toutes celles qu'on en avoit donné en latin fourmilloient de fautes, par l'ignorance des traducteurs dans l'Aſtronomie. Il ne ſavoit ni le grec ni l'arabe; mais la parfaite intelligence du ſujet lui ſervit à rectifier ces mauvaiſes traductions, & à ſe procurer, du moins quant au ſens, le véritable ouvrage de Ptolomée. Bientôt après il écrivit, en faveur de ſes Diſciples, différens Traités concernant l'Arithmétique, la Géométrie, les hauteurs ſolſtitiales du ſoleil, la deſcription & l'uſage des horloges portatives, le calcul du degré de chaque parallèle, relativement au degré de l'équateur, &c. Comme il joignoit aux connoiſſances théoriques l'adreſſe de la main, il conſtruiſit lui-même des inſtrumens utiles à la gnomonique, & des globes céleſtes ſur leſquels étoit marqué le mouvement des étoiles en longitude, depuis Ptolomée juſqu'à l'année 1450. Il détermina, par ſes propres obſervations, l'obliquité de l'écliptique; il fit diverſes corrections à la théorie du mouvement des planètes, que les anciennes Tables repréſentoient d'une manière défectueuſe; enfin il introduiſit quelques abbréviations dans le calcul trigonométrique.

Regiomontanus, né en 1436, mort en 1476.

Sa plus grande gloire eſt d'avoir formé Regiomontanus. Ils obſervèrent enſemble à Vienne, pendant dix ans. Après la mort de Purbachius, le ſecond ſe rendit à Rome pour y chercher les moyens d'apprendre facilement le grec, & de pouvoir lire dans les originaux, non-ſeulement Ptolomée, mais encore les autres Mathématiciens grecs, car il avoit un génie avide de toutes les Sciences. Ses progrès dans ce genre d'étude furent ſi heureux, qu'en très-peu de tems il traduiſit du grec en latin les *Coniques* d'Appollonius, les *Cylin-*

Digitized by Google

driques de Serenus, les ouvrages de Ptolomée, les *Queſtions méchaniques* d'Ariſtote, les *Pneumatiques* de Héron, &c. Il corrigea ſur le texte grec l'ancienne verſion d'Archimède, faite par Jacques de Cremone. Il ne ſe borna pas à traduire ; il fut lui-même Auteur original de pluſieurs excellens ouvrages. Son Traité de Trigonométrie eſt remarquable en particulier, parce qu'on y trouve une belle méthode, & la première qu'on ait donnée, pour réſoudre, en général, un triangle ſphérique quelconque, lorſque l'on connoît les trois angles ou les trois côtés ; ce qui étoit alors un grand effort de génie & d'invention. La réputation de Regiomontanus détermina le Sénat de Nuremberg à l'appeller dans cette ville. Il s'y forma un obſervatoire muni d'excellens inſtrumens qu'il avoit perfectionnés ou inventés lui-même, & avec leſquels il fit des obſervations qui le mirent en état de rectifier & d'étendre les anciennes Théories. Pluſieurs Aſtronomes avoient attribué, d'après quelques obſervations mal interprétées dont il donne le détail, un mouvement irrégulier aux étoiles, tantôt dirigé vers l'orient, tantôt dans le ſens contraire : Regiomontanus réfuta cette opinion. En 1472, il eut occaſion d'obſerver une comète dont le mouvement, d'abord très-lent, s'accéléra bientôt tellement qu'elle parcourut vers ſon périgé plus de 30 degrés en 24 heures ; elle traînoit à ſa ſuite une queue de plus de 30 degrés de longueur.

Le Pape Sixte IV, voulant faire travailler à la réforme du calendrier, invita Regiomontanus à ſe rendre à Rome pour cet objet ; il lui fit des promeſſes magnifiques ; il le nomma même à l'Evêché de Ratiſbonne. Regiomontanus partit ; mais, après quelques mois de ſéjour à Rome, il y mourut à l'âge de 40 ans. On répandit le bruit que les enfans de *Georges de Trebizonde*, l'un des traducteurs de Ptolomée & de Theon, l'avoient fait empoiſonner, parce qu'il avoit relevé publiquement pluſieurs fautes dans l'ouvrage de leur père.

En quittant Nuremberg, Regiomontanus y laiſſa un élève bien capable de ſuivre ſes vues & d'y en ajouter de nouvelles : c'étoit *Waltherus*, riche Citoyen, qui fit conſtruire tous les inſtrumens que Regiomontanus avoit imaginés, & qui, depuis la mort de ſon maître, continua d'obſervet le ciel pendant 40 ans. La ſuite de ſes obſervations, qui préſentent des phénomènes de toute eſpèce, eſt un tréſor précieux pour les Aſtronomes. Malheureuſement l'Aſtronomie pratique n'avoit pas alors la perfection que lui ont procurée dans la ſuite les lunettes d'approche & la recherche la plus ſcrupuleuſe dans la conſtruction des inſtrumens. On a reptoché à Waltherus d'avoir

Waltherus, né en 1430, mort en 1504.

Digitized by Google

été peu communicatif, & de s'être réſervé excluſivement l'uſage des manuſcrits de Regiomontanus, dont il étoit dépoſitaire.

Navigation. Depuis la découverte de la bouſſole, la navigation, toujours aidée de l'Aſtronomie, ſe perfectionnoit de jour en jour, & s'ouvroit un champ plus étendu. Les anciens, qui n'avoient aucun moyen de connoître à chaque inſtant la poſition du vaiſſeau ſur le globe, oſoient rarement perdre de vue les côtes de la mer. La bouſſole leva cet obſtacle; & on put entreprendre, avec ſûreté, de marcher à travers les mers comme à travers les terres. En 1420, le Prince Henri, fils de Jean I, Roi de Portugal, alla chercher ſur l'océan de nouvelles régïons; il découvrit l'Iſle de Madere; puis, tournant vers l'orient & le midi, il parcourut une partie de la côte occidentale de l'Afrique. Il eut une foule d'imitateurs : on connoît les expéditions de *Vaſco de Gama*, de *Chriſtophe Colomb*, d'*Americ Veſpuce*, & de pluſieurs autres : ce n'eſt pas ici le lieu d'en parler. Pour repréſenter la route que le vaiſſeau devoit ſuivre, & pour le diriger en effet ſuivant cette route, le Prince Henri imagina les cartes marines, connues ſous le nom de *cartes plates*. L'uſage des globes terreſtres étoit très-ancien : celui des cartes, plus récent, avoit la préférence, depuis que Ptolomée & les Arabes avoient donné des méthodes géométriques pour projetter les cercles de la terre ſur une ſimple ſurface plane; mais le prince Henri, qui vouloit marquer par des lignes droites, les différens rhumbs de vent d'un vaiſſeau, ne pouvoit y employer ces cartes, & il fut obligé d'imaginer une autre conſtruction. Il ſuppoſe que les méridiens ſont exprimés par des lignes droites parallèles, & les cercles parallèles à l'équateur, par d'autres lignes droites parallèles, perpendiculaires aux premières; il trace ſur la carte la roſe des vents; enſuite, pour marquer la route d'un vaiſſeau qu'il ſuppoſe ſuivre un même rhumb de vent, il mène du lieu de départ au lieu d'arrivée une ligne droite, & il croit que la ligne des vents, parallèle à celle-là, remplit l'objet propoſé. Mais ces cartes ne peuvent réellement ſervir que pour de petites étendues du globe. Lorſque les eſpaces ſont conſidérables, les degrés des cercles parallèles à l'équateur ne peuvent pas être repréſentés, d'un cercle à l'autre, par des lignes égales, comme l'auteur le ſuppoſe; car on ſait que les circonférences de ces cercles diminuent continuellement de l'équateur aux poles. De plus, la route, par un même rhumb de vent, n'eſt pas, dans cette conſtruction même, une ſimple ligne droite, ſi ce n'eſt dans les deux hypothèſes très-bornées où le vaiſſeau ſuivroit toujours le même méridien ou le même parallèle. On ſentit bientôt ces inconvéniens, & on y apporta du remède dans les deux ſiècles ſuivans.

Digitized by Google

III.e PÉRIODE.

Les progrès que les nations occidentales de l'Europe ont faits dans les Sciences, depuis le XVI.e ſiècle juſqu'à nos jours, effacent tellement ceux des autres peuples, que je ne m'occuperai plus que des premiers dans la ſuite de ce diſcours. Que ſont en effet les obſervations aſtronomiques des Chinois ou des Indiens, en comparaiſon de toutes les belles recherches dont les Européens modernes ont enrichi la Géométrie, l'Analyſe, la Méchanique, &c? Il y a une différence eſſentielle entre l'Hiſtoire du monde politique & celle du monde ſavant : dans le premier, chaque jour produit quelqu'événement grand ou petit, qu'il faut écrire pour donner un corps à la chronologie; dans le ſecond, où les événemens ſont les nouvelles vérités, ſi une découverte vient ſe lier à une théorie plus étendue & plus importante, elle perd ſon exiſtence individuelle, & on peut l'exclure ſans ſcrupule du tableau général des connoiſſances humaines.

Toutes les Sciences ſe ſont accrues dans l'intervalle de tems qui nous occupe ici. L'Algèbre fit en particulier, avant le milieu du XVI.e ſiècle, un pas où l'on eſt encore arrêté aujourd'hui. Elle eut un ſuccès d'un autre genre : l'eſprit de ſes opérations, appliqué à l'Arithmétique, fit découvrir, dans les nombres, pluſieurs propriétés qu'on n'auroit jamais déduites de leur formation immédiate. Je vais donc comprendre, ſous le nom générique d'*Analyſe*, les progrès de l'Algèbre & ceux de l'Arithmétique.

Analyſe

Depuis que l'ouvrage de *Lucas de Burgo* avoit paru, on poſſédoit parfaitement la méthode de réſoudre les équations des deux premiers degrés. Mais le paſſage aux degrés ſupérieurs étoit difficile. L'Italie eut la gloire de donner à cet égard une nouvelle extenſion à l'Algèbre.

Cardan, né en 1501, mort en 1576.

Cardan rapporte, dans ſon livre, intitulé : *de Arte Magna*, & publié en 1545, que Scipion Ferrei, Profeſſeur de Mathématiques à Bologne, eſt le premier qui ait donné la formule pour réſoudre les équations du troiſième degré; qu'environ trente ans après, un Vénitien, nommé Florido, inſtruit de cette découverte par ſon Maître Ferrei, propoſa à Nicolas Tartaglia, célèbre Mathématicien de Breſcia, divers problêmes dont la ſolution dépendoit de cette formule; & que Tartaglia, en méditant ſur ces problêmes, parvint à la trouver. Dans un autre endroit, Cardan fait l'aveu que, ſur ſes inſtantes prières, Tartaglia lui communiqua cette même formule,

Tartaglia, né en 1479, mort en 1557.

mais ſans y ajouter la démonſtration ; & qu'ayant trouvé cette démonſtration, avec le ſecours de ſon Diſciple, Louis Ferrari, jeune homme d'une grande pénétration, il avoit cru devoir donner le tout au public. Mais Tartaglia fut très-mécontent du procédé de Cardan; il prétendit être ſeul inventeur de la formule; il ſoutint que Florido ne la connoiſſoit pas lui-même, & que Cardan étoit coupable tout-à-la-fois d'infidélité & de plagiat, pour avoir publié une formule qu'on lui avoit confiée ſous le ſceau du ſecret, & à laquelle il n'avoit aucun droit.

La réſolution des équations du quatrième degré ſuivit de près celle des équations du troiſième. Nous apprenons encore de Cardan que Louis Ferrari fit cette nouvelle découverte. Sa méthode, aujourd'hui connue de tous les Analiſtes, conſiſtoit à diſpoſer les termes de l'équation du quatrième degré, de telle manière qu'en ajoutant à chaque membre une même quantité, ces deux membres puſſent ſe réſoudre par la méthode du ſecond degré. En ſatisfaiſant à cette condition, on eſt mené à une équation du troiſième degré: de ſorte que la réſolution complète du quatrième degré eſt liée avec celle du troiſième, & que les difficultés de celui-ci affectent également l'autre.

Je dis *les difficultés :* il y a effectivement, dans le troiſième degré, un cas qui eſt devenu la torture de tous les Analiſtes, & que, par cette raiſon, on appelle *cas irréductible*. Ce cas embraſſe les équations où les trois racines ſont réelles, inégales & incommenſurables entr'elles. Alors les formules, qui les repréſentent, comprennent des parties imaginaires, & on ſeroit d'abord porté à croire que ces expreſſions ſont imaginaires, ſi un examen attentif de leur nature, n'empêchoit de précipiter ſon jugement. Tartaglia & Cardan n'osèrent rien prononcer à ce ſujet. Le dernier s'attacha ſeulement à réſoudre quelques équations particulières qui paroiſſoient s'y rapporter, & où la difficulté s'évanouiſſoit fortuitement.

Raphaël Bombelli, Bolonois, un peu poſtérieur à Cardan, fit voir le premier, dans ſon Algèbre imprimée en 1579, que les parties de la formule qui repréſente une racine dans le cas irréductible, formoient, par leur aſſemblage, un réſultat réel. Cette propoſition étoit alors un paradoxe; mais le paradoxe diſparut, quand on vit, par la démonſtration de Bombelli, que les quantités imaginaires, compriſes dans les deux membres de la formule, devoient néceſſairement ſe détruire par l'oppoſition des ſignes dont elles étoient affectées. On ſent combien une telle remarque étoit importante. On l'a démontrée depuis de pluſieurs manières; mais, quelques efforts qu'on ait faits pour obtenir directement & en termes finis, dans le cas

irréductible, les racines ſous une forme débarraſſée d'imaginaires, on n'a pas encore pu y parvenir. Le ſeul progrès qu'on ait fait dans cette théorie, eſt de pouvoir repréſenter les racines par des formules réelles très-approchées, ou par des lignes que la Géométrie enſeigne à déterminer.

Il étoit naturel de penſer que les méthodes pour le troiſième & le quatrième degrés, devoient s'étendre plus loin, ou faire naître du moins de nouvelles vues ſur les formes des racines dans les degrés ſupérieurs au quatrième. Mais, ſi l'on excepte les équations qui, par des transformations de calcul, ſe réduiſent en dernière analyſe aux quatre premiers degrés, l'art de réſoudre en rigueur les équations n'a fait aucun progrès depuis les travaux des Italiens que nous venons de citer.

Maurolic, Abbé *de Sainte-Marie-du-Port*, en Sicile, profond dans toutes les parties des Mathématiques, s'attacha à une autre branche du calcul analytique, alors preſqu'inconnue : c'étoit la ſommation de pluſieurs ſuites de nombres, comme la ſuite des nombres naturels, celle de leurs quarrés, celle des nombres triangulaires, &c. Il donna, ſur ce ſujet, des Théorêmes remarquables par la ſubtilité de l'invention & la ſimplicité des réſultats.

Maurolic, né en 1494, mort en 1575.

On voit que nous rendons juſtice avec plaiſir aux ſavans étrangers. La même équité demande que l'on attribue à Viete, l'un de nos illuſtres compatriotes, la gloire d'avoir généraliſé l'Algorithme de l'Algèbre, & d'y avoir fait pluſieurs découvertes importantes. Avant lui, on ne réſolvoit que des équations du genre de celles qu'on appelle *équations numériques* ; on repréſentoit l'inconnue par un caractère particulier, ou par une lettre de l'alphabet ; les autres quantités étoient des nombres abſolus. Il eſt vrai qu'enſuite la méthode appliquée à une équation pouvoit être appliquée également à une autre équation ſemblable. Mais il étoit à deſirer que toutes les grandeurs indiſtinctement fuſſent repréſentées par des caractères généraux, & que toutes les équations particulières d'un même ordre ne fuſſent que de ſimples traductions d'une même formule générale. Viete procura cet avantage à l'Algèbre, en y introduiſant les lettres de l'alphabet pour repréſenter toutes ſortes de grandeurs, connues ou inconnues : notation facile & commode, tant parce que l'uſage des lettres nous eſt très-familier, que parce qu'une lettre peut exprimer indifféremment un poids, une diſtance, une viteſſe, &c. Lui-même fit pluſieurs uſages très-heureux de ce nouvel algorithme. Tels ſont, par exemple, les moyens qu'il donne de transformer une équation en une autre, dont les racines ſoient plus grandes ou plus petites, d'une quantité arbitraire ; de multiplier ou

Viete, né en 1540, mort en 1603.

de diviſer les racines par un nombre quelconque, &c. Ces différentes préparations le conduiſent à une méthode ingénieuſe & nouvelle pour réſoudre les équations du troiſième & du quatrième degré. Enfin, au défaut d'une réſolution rigoureuſe des équations de tous les degrés, il donne une réſolution approchée : elle eſt fondée ſur ce principe, qu'une équation quelconque n'eſt qu'une puiſſance imparfaite de l'inconnue; & l'auteur y emploie à-peu-près les mêmes procédés, que pour trouver, par approximation, les racines des nombres qui ne ſont pas des puiſſances parfaites. Si nous poſſédons aujourd'hui des moyens plus ſimples & plus commodes pour arriver au même but, n'en admirons pas moins ces premiers efforts du génie.

Hariot, né en 1560, mort en 1621.

Les Anglois firent, peu de tems après Viete, des découvertes intéreſſantes dans l'Algèbre. Hariot, dans un ouvrage, intitulé : *Artis Analyticæ praxis*, raſſembla tout ce qui avoit été écrit de plus important ſur cette Science, & y ajouta pluſieurs nouveautés. Il ſimplifia les notations de Viete, en ſubſtituant les lettres minuſcules à la place des majuſcules, & quelques nouveaux ſignes pour abréger le diſcours; il eſt le premier qui ait imaginé de mettre d'un même côté tous les termes d'une équation, & qui par-là ait vu diſtinctement, ce que l'Analiſte françois n'a fait qu'indiquer d'une manière confuſe, que, dans toute équation, le coëfficient du ſecond terme eſt la ſomme des racines priſes avec des ſignes contraires; que le coëfficient du troiſième eſt la ſomme des produits des racines priſes deux à deux, *&c.* On lui doit d'avoir obſervé que toutes les équations qui paſſent le premier degré peuvent être regardées comme produites par la multiplication d'équations du premier degré : de ſorte que, ſubſtituant à la place de l'inconnue l'une des valeurs données par ces équations compoſantes, la totalité des termes de l'équation propoſée devient égale à zéro. Ces Théorêmes ont facilité la réſolution complette de pluſieurs équations.

L'Angleterre a produit une autre théorie analytique très-ingénieuſe & très-importante par ſes uſages : celle des logarithmes. Tout le monde ſait qu'il y a, pour les calculs numériques, quatre règles principales; l'addition, la ſouſtraction, la multiplication & la diviſion. Les deux premières ſont toujours faciles à pratiquer, & il ne faut qu'une médiocre attention pour exécuter facilement les calculs qu'elles preſcrivent. Il n'en eſt pas ainſi des deux autres : elles exigent ſouvent des opérations longues, fatigantes, & où il peut aiſément ſe gliſſer des erreurs. En obſervant la correſpondance réciproque de la progreſſion géométrique & de la progreſſion arithmétique, on s'apperçut que, dans le paſſage d'un terme à l'autre, la progreſſion géométrique

emploie

emploie la multiplication ou la diviſion de la même manière que la progreſſion arithmétique emploïe l'addition ou la ſouſtraction. De-là le Baron de Nepper, Ecoſſois, imagina de conſtruire des Tables où des nombres ſe répondoient les uns aux autres, ſuivant les loix de la progreſſion géométrique & de la progreſſion arithmétique ; par ce moyen, il réduiſit tous les calculs à de ſimples additions & ſouſtractions : idée heureuſe, qui rend des ſervices immortels à toutes les parties des Sciences, & ſur-tout à l'Aſtronomie. Les ſavans, qui ont pris la peine de calculer ces Tables, Nepper lui-même, Henri Brigg, Ulacq, Gardiner, &c. ont droit à la reconnoiſſance de la poſtérité. An. 1614.

Perſonne n'a plus contribué aux progrès de l'Analyſe que notre illuſtre Deſcartes. La nature lui avoit donné le génie & l'audace néceſſaires pour remuer toutes les bornes des connoiſſances humaines. Il apprit aux hommes, dans *ſa Méthode*, l'art de chercher la vérité ; il joignit l'exemple au précepte dans ſes ouvrages de Mathématiques. La gloire que ces ouvrages lui ont acquiſe ne périra jamais, parce que les vérités qu'il a découvertes ſont de tous les tems ; mais on ne peut pas diſſimuler que la plupart de ſes ſyſtêmes philoſophiques, enfantés par l'imagination, & contredits par la nature, ont déjà diſparu, & n'ont produit d'autre avantage que d'abolir la tyrannie du Péripatétiſme. L'Algèbre lui doit pluſieurs découvertes importantes. Il introduiſit dans les multiplications réitérées d'une même lettre, la notation des puiſſances par les expoſans, ce qui ſimplifie le calcul, & ce qui a été le germe de la Méthode pour développer les quantité radicales en ſéries. Les Analyſtes, qui l'avoient précédé, ne connoiſſoient point l'uſage des racines négatives dans les équations, & ils les rejettoient comme inutiles : il fit voir qu'elles ſont tout auſſi réelles, tout auſſi propres à réſoudre une queſtion que les racines poſitives, la diſtinction qu'on doit mettre entre les unes & les autres n'ayant d'autre fondement que la différente manière d'enviſager les quantités dont elles ſont les ſymboles ; il enſeigna à connoître, dans une équation qui ne contient que des racines réelles, le nombre des racines poſitives & celui des racines négatives, par la combinaiſon des ſignes qui précèdent les termes de l'équation ; la Méthode des *indéterminées*, entrevue par Viete, fut développée par Deſcartes, qui en fit une application claire & diſtincte aux équations du quatrième degré ; il feint que l'équation générale de ce degré eſt le produit de deux équations du ſecond, qu'il affecte de coëfficiens *indéterminés* ; &, par la comparaiſon des termes de ce produit avec ceux de l'équation propoſée, il parvient à une équation réductible au troiſième degré, laquelle donne les coëfficiens Deſcartes, né en 1596, mort en 1650.

inconnus. Cette méthode s'applique à une infinité de problêmes, dans toutes les parties des Mathématiques.

Je ne ferai pas ici mention de pluſieurs ſavans Algébriſtes qui, peu de tems après la mort de Deſcartes, étendirent & même perfectionnèrent ſes Méthodes. Il y en a cependant un qui mérite une attention particulière : c'eſt le célèbre Hudde, Bourguemeſtre d'Amſterdam, qui publia en 1658, dans le commentaire de Schooten ſur la Géométrie de Deſcartes, une méthode très-ingénieuſe pour reconnoître ſi une équation d'un degré quelconque contient pluſieurs racines égales, & pour déterminer ces racines.

Hudde, mort très-âgé en 1704.

Paſcal ſe fraya, dans l'Analyſe, une route nouvelle, par ſon fameux *Triangle arithmétique*. C'eſt une eſpèce d'arbre généalogique, où, par le moyen d'un nombre arbitraire, écrit à la pointe du triangle, l'Auteur forme ſucceſſivement, & de la manière la plus générale, tous les nombres figurés, détermine les rapports qu'ont entr'eux les nombres de deux caſes quelconques, & les différentes ſommes qui doivent réſulter de l'addition des nombres d'une même rangée priſe dans tel ſens que l'on voudra. Il fait enſuite pluſieurs applications intéreſſantes de ces principes. Celle où il détermine les *partis* qu'on doit établir entre deux Joueurs qui jouent en pluſieurs parties, mérite principalement d'être remarquée, puiſqu'elle a donné la naiſſance au calcul des probabilités, dans la Théorie des jeux de haſard. Quelques Auteurs ont attribué les *Elémens* de ce calcul à Huguens, qui publia, en 1657, un excellent Traité, intitulé : *de Raciociniis in Ludo aleæ*; mais Huguens avertit lui-même, avec une modeſtie digne d'un ſi grand homme, que cette matière avoit déjà été agitée entre les plus grands Géomètres de la France, & qu'il ne prétend rien à la gloire de l'invention. En effet, on voit, par les lettres de Paſcal & de Fermat, imprimées dans les Œuvres de ce dernier, que les principes du Triangle arithmétique étoient répandus en France, dès l'année 1654, quoique les ouvrages, où Paſcal les explique en détail, n'aient paru, par la voie de l'impreſſion, qu'après la mort de l'Auteur.

Paſcal, né en 1623, mort en 1662.

Huguens, né en 1625, mort en 1695.

Fermat, né en 1550, mort en 1663.

Dans le tems que Paſcal approfondiſſoit à Paris la nature des nombres figurés, Fermat, de ſon côté, en découvroit à Toulouſe pluſieurs belles propriétés, en ſuivant une autre méthode. Ces deux grands hommes ſe rencontroient ſouvent dans les réſultats de leurs recherches. Loin qu'une pareille concurrence altérât l'amitié que la conformité d'études avoit fait naître entr'eux, ſans qu'ils ſe fuſſent jamais vus, ils ſe rendoient mutuellement juſtice avec un abandon que la médiocrité ne peut connoître.

La prédilection de Fermat pour les recherches numériques ſe

Digitized by Google

porta ſur-tout vers la Théorie des nombres premiers, qu'on n'avoit pas encore examinée, & où il a fait de profondes découvertes. On ſait que tout nombre n'eſt qu'un rapport avec l'unité de numération; mais il eſt ſouvent difficile de reconnoître ſi ce rapport eſt ſimple, ou s'il eſt produit par la multiplication de pluſieurs autres. Fermat établit des caractères généraux & diſtinctifs, propres à faire diſcerner, dans une infinité d'occaſions, les nombres qui ont des diviſeurs d'avec ceux qui n'en ont pas. L'analyſe de Diophante exerça également ſon génie. Bachet de Meziriac, Editeur & Commentateur du Géomètre grec, avoit déjà réſolu pluſieurs nouveaux problèmes dépendans de la doctrine de ſon Auteur : Fermat porta plus loin la même matière. Toutes ces recherches ont été étendues & perfectionnées par de grands Géomètres modernes.

Meziriac, né en 1577, mort en 1638.

En 1655, Wallis publia, en Angleterre, ſon *Arithmétique des infinis*; ouvrage plein de génie, & dont l'objet, comme celui du Triangle arithmétique, étoit de ſommer différentes ſuites de nombres. Par cette Méthode, on quarre les courbes, quand les ordonnées ſont exprimées par un ſeul terme; on peut auſſi quarrer les courbes à ordonnées complexes, en développant ces ordonnées en ſéries, dont chaque terme eſt un monome. Nous parlerons ci-deſſous de la diſpute que l'auteur eut avec Paſcal au ſujet de la Cycloïde. Wallis étoit un profond Analyſte : c'eſt à lui qu'on doit la notation des radicaux par des expoſans fractionnaires, & celle des expoſans négatifs. Deſcartes n'avoit employé les expoſans que pour les puiſſances entières & poſitives.

Wallis, né en 1616, mort en 1703.

Le chemin de la vérité étant ſans ceſſe hériſſé d'écueils où la foibleſſe de l'eſprit humain vient ſe briſer, on ne ſauroit trop multiplier les moyens de les éviter, ou d'approcher du but, lorſqu'il n'eſt pas poſſible d'y atteindre en rigueur. Tel eſt l'avantage que procure la Théorie des fractions continues, quand une fraction irréductible eſt exprimée par de trop grands nombres pour qu'on puiſſe l'appliquer à la pratique, ſous ſa forme immédiate. Elle ſubſtitue à une expreſſion compliquée, une expreſſion ſimple & à-peu-près équivalente. Cette Théorie, dont le Lord Brouncker avoit donné les élémens, fut étendue & perfectionnée par Hûguens: elle a été appliquée depuis à pluſieurs uſages importans.

Brouncker, né en 1620, mort en 1684.

Toutes ces branches particulières de l'analyſe ne faiſoient pas perdre de vue le problême de la réſolution générale des équations. Neuton, jeune alors, la chercha long-tems : il ne la trouva point; mais il reculà d'ailleurs conſidérablement les bornes de l'Algèbre. Il donna une Méthode pour décompoſer, lorſque la choſe eſt poſſible, une équation en facteurs commenſurables : Méthode qui s'étend à tous

les degrés & dont la pratique eſt auſſi ſimple qu'on puiſſe le deſirer; il ſomma les puiſſances quelconques des racines d'une équation; il enſeigna l'art d'extraire les racines de quantités en partie commenſurables, en partie incommenſurables; il apprit à former des ſuites infinies, pour trouver d'une manière approchée les racines des équations numériques & littérales de tous les degrés, &c. La plupart de ces recherches ont été éclaircies & commentées dans des ouvrages modernes.

Géométrie pure.

Dès le commencement du XVI.e ſiècle, l'ancienne Géométrie fut cultivée en Europe, avec un ſuccès qui alla toujours en augmentant. On prit pour guides les Géomètres grecs, dont la plupart furent traduits en latin ou en italien. L'étude des anciennes langues, alors fort en vogue, multiplioit les objets & les moyens d'inſtruction.

Werner, né en 1468, mort en 1528.

On cite Werner comme un ſavant Géomètre. En 1522, il publia à Nuremberg quelques Traités, concernant preſque tous la Théorie des ſections coniques.

Tartaglia & Maurolic, dont nous avons déjà parlé, ſe rendirent utiles à la Géométrie, non ſeulement comme traducteurs de pluſieurs anciens ouvrages, mais encore comme Auteurs. Le premier a compoſé un Traité italien, intitulé : *de Numeri è Miſure*, dans lequel on trouve, pour la première fois, la détermination de l'*aire* d'un triangle par le moyen de ſes trois côtés, & ſans le ſecours de la perpendiculaire abaiſſée de l'un de ſes angles ſur le côté oppoſé. Le ſecond a écrit ſur pluſieurs ſujets : ſon Traité des Sections Coniques eſt remarquable par la clarté & l'élégance qui y règnent. M. de la Hire n'a fait, dans la ſuite, qu'amplifier & appliquer à de nouveaux uſages la Méthode du Géomètre Sicilien.

Nonius, né en 1492, mort en 1577.

Nous ne devons pas oublier Nonius, né en Portugal, auteur de pluſieurs ouvrages très-eſtimables, & à qui l'on doit en particulier la ſubdiviſion des petites parties d'un inſtrument par des lignes tranſverſales, que l'on appelle ordinairement *Diviſion de Nonius*.

Commandin, né en 1509, mort en 1575.

Commandin, qu'on ne peut placer qu'au rang des Commentateurs, mérite du moins la louange qui n'eſt pas commune, d'avoir bien entendu les Auteurs qu'il a traduits, & d'en avoir éclairci les endroits difficiles, par des notes exactes & préciſes. Il a publié ainſi, en latin, Euclide, Archimède, quelques ouvrages de Ptolomée, les Pneumatiques de Heron, la Geodeſie du Géomètre arabe Mehemet de Bagdat, &c.

Ramus, né en 1502, mort en 1572.

Le célèbre Ramus n'a fait aucune découverte dans les Mathématiques: ſes élémens de Géométrie & d'Arithmétique ſont médiocres; mais il a d'ailleurs bien mérité des ſciences, par le zèle qu'il mit à les répandre, & par le ſacrifice qu'il leur fit de ſon repos, de ſa fortune & même de ſa vie.

Digitized by Google

Je m'abſtiens de citer pluſieurs autres Géomètres qui écrivirent des ouvrages utiles pour ce tems-là, mais peu profonds, & aujourd'hui preſqu'entièrement oubliés. Je nommerai ſeulement *Pierre Metius*, *Adrianus Romanus*, & *Leudolphe-van-Ceulen*, qui calculèrent d'une manière beaucoup plus approchée qu'on ne l'avoit fait encore, le rapport de la circonférence au diamètre. Celui de 355 à 113, donné par Merius, approche ſingulièrement de la vérité, eu égard au petit nombre de chiffres par leſquels il eſt exprimé.

Géométrie mixte.

On trouve, dans les ouvrages de Régiomontanus, de Tartaglia & de Bombelli, quelques problêmes de Géométrie, réſolus par le moyen de l'Algèbre. Mais ces ſolutions iſolées, & où l'on employoit, dans chaque cas particulier, de ſimples nombres pour exprimer les lignes connues, n'étoient pas fondées ſur une méthode régulière & générale d'appliquer l'Algèbre à la Géométrie. Viete eſt le premier qui ait donné une telle méthode. Le ſecours mutuel que ces deux Sciences ſe prêtent, fut pour notre auteur la ſource de pluſieurs importantes découvertes. Par exemple, il obſerva que toute équation du troiſième degré, contenant, en général, ou une ſeule racine réelle & deux imaginaires, ou trois racines réelles; la racine réelle, dans le premier cas, ſe trouvoit par la duplication du cube; & les trois racines réelles, dans le ſecond, par la triſection de l'angle. On ne doit pas oublier néanmoins qu'il n'avoit qu'une idée confuſe des racines négatives, & que Deſcartes a commencé à les faire connoître diſtinctement.

Les élémens de la doctrine des *Sections angulaires*, ſont encore une invention de Viete. On ſait que l'objet de cette théorie eſt de trouver les expreſſions générales des cordes ou des ſinus, pour une ſuite d'arcs multiples les uns des autres: Et réciproquement, les expreſſions des arcs, quand on connoît les cordes ou les ſinus: elle a reçu des accroiſſemens entre les mains de Hermann, Jacques Bernoulli & Euler.

On regarde ordinairement Deſcartes comme l'inventeur de l'application de l'Algèbre à la Géométrie: on lui accorde à cet égard un peu plus qu'il ne doit prétendre; mais il a fait réellement de cette méthode un uſage ſi heureux, ſi original & ſi étendu, qu'on a pu oublier les droits de ſes prédéceſſeurs, & lui attribuer la découverte toute entière. Il établit, ſur ce ſujet, les principes les plus lumineux; il commence par la ſolution d'un problême où tous les anciens Géomètres avoient échoué, & qu'on peut énoncer ainſi: *Etant données de poſition, ou trois lignes, ou quatre lignes*, &c; *trouver un point duquel on puiſſe mener autant d'autres lignes, telles qu'elles faſſent avec les premières des angles donnés, & que le*

Digitized by Google

rectangle formé ſur deux de ces lignes ainſi tirées d'un même point, ait un rapport donné avec le quarré de la troiſième, s'il n'y en a que trois ; ou bien avec le rectangle des deux autres, s'il y en a quatre, &c. Mais ce qui appartient abſolument à Deſcartes, & ce qui lui fera un honneur immortel, c'eſt d'avoir appliqué l'Algèbre à la théorie des lignes courbes. Il regarde une courbe comme engendrée par les extrémités d'une ſuite de lignes variables, qui répond à d'autres lignes variables; &, après avoir formé une équation qui exprime la loi ſuivant laquelle ces deux ſuites de lignes varient les unes par rapport aux autres, il conſtruit la courbe; il ſuit ſa marche dans l'eſpace; il détermine ſes tangentes, ſes perpendiculaires, & en général toutes les affections qui la caractériſent. Cette méthode réunit ſous un même point de vue la ſimplicité & la généralité. Ainſi, par exemple, une même équation du ſecond degré, entre l'abciſſe & l'ordonnée combinées avec des quantités conſtantes, peut repréſenter, en général, la nature des trois ſections coniques; enſuite les valeurs & les rapports des quantités conſtantes déterminent l'équation à exprimer, dans les cas particuliers, une parabole, une ellipſe ou une hyperbole.

On doit encore à Deſcartes la manière d'enviſager & de conſtruire les courbes à double courbure, en les projettant ſur deux plans perpendiculaires entr'eux, où elles forment des courbes ordinaires, qui ont une abciſſe & une ordonnée communes.

De tous les problêmes qu'il réſout dans ſa Géométrie, aucun ne lui fit autant de plaiſir, comme il le dit lui-même, que ſa méthode pour mener les tangentes à une courbe. Cette méthode donne les tangentes par le moyen des perpendiculaires aux points de contingence. L'Auteur feint que, d'un point quelconque, pris ſur l'axe de la courbe, on décrive un cercle lequel coupe la courbe au moins en deux points; il cherche l'équation qui exprime les lieux des interſections; il ſuppoſe enſuite que le rayon du cercle diminue juſqu'à ce que deux interſections voiſines viennent à coïncider : alors les deux rayons correſpondans n'en forment qu'un ſeul qui eſt perpendiculaire à la courbe; & la queſtion eſt réduite à former, d'après ces élémens, une équation qui contienne deux racines égales. Dans la ſuite, Deſcartes propoſa une autre méthode pour les tangentes : il prend ici hors de la courbe, & ſur le prolongement de ſon axe, un point autour duquel il fait tourner une ligne droite qui coupe la courbe au moins en deux points; il fait coïncider les deux points d'interſection, en aſſujettiſſant, comme tout-à-l'heure, l'équation des interſections à contenir deux racines égales. On voit que les deux méthodes ſont fondées ſur le même principe; elles ſont l'une

Digitized by Google

& l'autre fort ingénieuſes, quoique bien moins ſimples & moins directes que celle du calcul différentiel.

Fermat avoit trouvé, avant que la Géométrie de Deſcartes parût; ſa méthode pour déterminer les *maxima* & les *minima* dans les quantités qui croiſſent d'abord, puis décroiſſent; ou qui commencent à diminuer, puis viennent à augmenter. Elle porte ſur cette remarque, qu'en deçà & en delà du point de *maximum* ou de *minimum*, il y a deux grandeurs égales : Fermat cherche les expreſſions de ces grandeurs, il les égale entr'elles; &, ſuppoſant enſuite que l'intervalle des deux grandeurs eſt infiniment petit, il trouve une équation qui donne le *maximum* ou le *minimum*. On détermine facilement, par ce moyen, les tangentes des courbes, en conſidérant une tangente comme une ſécante, & en faiſant évanouir l'intervalle compris entre les deux ordonnées qui répondent aux deux points d'interſections. Ce même principe eſt, comme on voit, la baſe du calcul différentiel que Fermat n'a pas cependant trouvé, parce qu'il falloit de plus ſoumettre la méthode à un algorithme de calcul régulier & débarraſſé de toutes les opérations ſuperflues.

Nous rapportons à la Géométrie mixte pluſieurs ouvrages qui parurent dans le dernier ſiècle, avant la naiſſance des calculs différentiel & intégral : non pas que les méthodes qu'on y emploie ſoient toutes fondées ſur le calcul algébrique, mais parce qu'elles ſont toujours au moins dirigées par l'eſprit de ce calcul.

Un des plus originaux eſt la Géométrie des indiviſibles de Cavalleri. La méthode des anciens pour déterminer les ſurfaces & les ſolidités des corps, avoit l'inconvénient d'exiger pluſieurs détours : il falloit inſcrire & circonſcrire des polygones à une figure, & chercher la limite du rapport entre le dernier polygone inſcrit & le dernier polygone circonſcrit. Cavalleri marche plus directement au but : il regarde les plans comme formés par des ſommes infinies de lignes, les ſolides, par des ſommes infinies de plans; & il prend pour principe que les rapports de ces ſommes infinies de lignes ou de plans ſont les mêmes que ceux des plans ou des ſolides. Cette nouvelle Théorie donne ſans peine non-ſeulement les problêmes de l'ancienne Géométrie, qui ſont de nature à y être ſoumis, mais encore pluſieurs autres d'un genre plus difficile.

Cavalleri, né en 1598, mort en 1647.

Il paroît que la méthode des indiviſibles, ſur laquelle la Géométrie de Cavalleri eſt fondée, n'étoit pas inconnue en France, quand cet ouvrage parut : car, un peu avant cette époque, Roberval avoit employé une ſemblable méthode pour déterminer l'aire de la cycloïde & les ſolides qu'elle engendre en tournant, ſoit autour de ſa baſe, ſoit autour du diamètre de ſon cercle générateur.

Roberval, né en 1602, mort en 1675.

Toricelli, né en 1603, mort en 1647.

Quelques années après, Toricelli donna ces Théorêmes concernant la cycloïde, comme de son invention. Roberval voulut le faire passer pour plagiaire; mais on juge, par le tour des démonstrations de Toricelli, qu'il étoit parvenu, de son côté, aux mêmes vérités que Roberval, dont vraisemblablement il ne connoissoit pas l'ouvrage.

Descartes & Fermat résolurent, au sujet de la même courbe, un autre problême alors très-difficile : ils enseignèrent à mener ses *tangentes*.

Grégoire de Saint-Vincent, né en 1584, mort en 1667.

Un Géomètre des Pays-bas, Grégoire de Saint-Vincent, se fit de la réputation dans les Mathématiques, par un ouvrage où il cherchoit la quadrature du cercle, qu'il ne trouva point, mais rempli d'ailleurs de Théories exactes & profondes sur la mesure des onglets de différens corps formés par la révolution des sections coniques.

Beaune, né en 1601, mort en 1651.

Beaune, ami & commentateur de Descartes, proposa un problême qui a donné naissance à la célèbre *méthode inverse des tangentes*. Ce problême consistoit à trouver une courbe telle que l'ordonnée fût à la sous-tangente, comme une ligne donnée est à la partie de l'ordonnée, comprise entre la courbe & une ligne qui, coupant l'ordonnée, fait avec l'axe un angle connu. Descartes indiqua la construction & plusieurs propriétés de la courbe demandée.

Wallis avoit connu & indiqué le principe de la rectification des courbes, mais sans en faire aucun usage. Un Géomètre, rempli de sa doctrine, Guillaume Neil, développa ce principe, & en fit l'application à la seconde parabole cubique, où le cube de l'ordonnée est proportionnel au quarré de l'abcisse : premier exemple d'une courbe rectifiée.

An. 1656.

La cycloïde commençoit à être un peu oubliée des Géomètres, lorsque Pascal la ramena sur la scène en 1658, & proposa de nouveaux problêmes sur cette courbe, en promettant des prix à ceux qui les résoudroient. Ces problêmes consistoient à trouver la mesure & le centre de gravité d'un segment quelconque de cycloïde, les dimensions & les centres de gravité des solides, quart de solides, *&c*, qu'un pareil segment produit en tournant autour de l'abscisse ou de l'ordonnnée. Huguens quarra le segment compris depuis le sommet jusqu'au quart du diamètre du cercle générateur; Sluze mesura l'aire de la courbe par une méthode très-élégante; Wren détermina la longueur & le centre de gravité de l'arc cycloïdal, compris depuis le sommet jusqu'à l'ordonnée; & les surfaces des solides de révolution que cet arc produit : Fermat & Roberval, sur le simple énoncé des Théorêmes du Géomètre Anglois, en trouvèrent les démonstrations. Mais toutes ces recherches ne répondoient

Sluze, né en 1623, mort en 1685.

Wren, né en 1632, mort en 1723.

pas,

Digitized by Google

pas, du moins entièrement, aux queſtions du Programme. Auſſi ne furent-elles pas envoyées au concours. Wallis & le P. Lallouere, Jéſuite, furent les ſeuls qui, ayant traité tous les problêmes propoſés, prétendirent aux prix. Mais Paſcal leur démontra à l'un & à l'autre qu'ils s'étoient trompés en pluſieurs points. Lui ſeul donna la ſolution véritable & complette de ſes problêmes; il y en ajouta pluſieurs autres qui achevèrent d'établir ſa ſupériorité en Géométrie, & de perfectionner la théorie de la Cycloïde.

Barrow, né en 1630, mort en 1677.

Barrow eut une idée heureuſe, & qu'on peut regarder comme un nouveau pas vers l'analyſe infinitéſimale, en formant ſon *triangle différentiel*, pour mener les tangentes des courbes. On ſait que ce triangle a pour côtés l'élément de la courbe, & ceux de l'abſciſſe & de l'ordonnée. La méthode de Barrow eſt celle de Fermat, ſimplifiée & généraliſée à quelques égards; elle donne facilement les tangentes des courbes dont les ordonnées ſont rationnelles; mais ce n'eſt pas encore le calcul différentiel.

Une autre branche de la Géométrie occupa Sluze, qui la porta au plus haut degré d'élégance : c'eſt la conſtruction des équations par les lieux Géométriques.

La Théorie *des développées* que Huguens publia, en 1673, dans ſon Traité de *Horologio Oſcillatorio*, ſera toujours regardée comme l'une des plus grandes découvertes de la Géométrie. Une courbe étant donnée, on forme une autre courbe, en menant à la première, une ſuite de perpendiculaires qui touchent la ſeconde : ou réciproquement, étant donnée une courbe qui ſe forme par une ſuite de lignes droites qui la touchent, on détermine la courbe qui coupe perpendiculairement toutes ces tangentes. Par-là, Huguens parvint à rectifier pluſieurs courbes; il trouva la belle propriété qu'a la cycloïde de produire, en ſe développant, une cycloïde égale & ſemblable, poſée dans une ſituation renverſée. Les uſages de la théorie des développées, dans toutes les parties des Mathématiques, ſont innombrables.

Les Anglois continuoient d'enrichir la Géométrie de pluſieurs nouveautés remarquables. Brouncker donna une ſuite infinie, pour repréſenter l'aire de l'hyperbole; Nicolas Mercator parvint, de ſon côté, à la même découverte. Wallis avoit enſeigné, depuis longtems, à quarrer les courbes, dont les ordonnées ſont des monomes; ſa méthode s'appliquoit également aux courbes, qui ont pour ordonnées des quantités complexes élevées à des puiſſances entières & poſitives, en faiſant le développement de ces puiſſances, par les principes ordinaires de la multiplication. Il voulut étendre auſſi cette théorie aux courbes qui ont des ordonnées complexes & radi-

cales, en cherchant à interpoler, pour ce cas, de nouvelles ſuites, aux ſuites de la première eſpèce; mais il ne put y réuſſir. Neuton ſurmonta la difficulté; il fit plus, il réſolut le problême d'une manière directe & beaucoup plus ſimple, au moyen de la formule qu'il trouva pour développer, en une ſuite infinie, une puiſſance quelconque d'un binome, quelque ſoit l'expoſant de la puiſſance, entier ou rompu, poſitif ou négatif. La ſuite infinie qui réſulte de-là, pour la quadrature du cercle, fut trouvée d'une autre manière par Jacques Grégori. Ce même Géomêtre forma pluſieurs autres ſuites très-curieuſes : dans un ouvrage qui eſt reſté manuſcrit, mais dont on a conſervé le précis, il donnoit la tangente & la ſécante par l'arc, & réciproquement l'arc par la tangente ou la ſécante : il formoit deux ſuites pour trouver immédiatement le logarithme de la tangente ou de la ſécante, quand l'arc eſt donné; & réciproquement le logarithme de l'arc, par celui de la tangente ou de la ſécante: enfin il appliquoit cette théorie des ſuites à la rectification de l'ellipſe & de l'hyperbole.

L'uſage des ſuites, dans la géométrie, fit auſſi des progrès en Allemagne. Léibnitz donna une méthode pour transformer une ſurface curviligne en une autre dont les parties, ſuppoſées égales à celles de la première, euſſent d'ailleurs une figure & une poſition, telles qu'on pût appliquer à la quadrature de cette dernière courbe les méthodes de Mercator & de Wallis.

Aſtronomie. Nous trouvons, ſous cette période, une foule d'Aſtronomes, parmi leſquels il y a des génies du premier ordre.

Copernic, né en 1472, mort en 1543. Ce titre eſt dû à Copernic, qui s'offre ici à nous des premiers. Quoique né en 1472, il ne put ſe livrer entièrement à ſon goût, pour l'Aſtronomie, que vers l'année 1507. L'explication des mouvemens céleſtes, dans le ſyſtême de Ptolomée, avoit d'abord choqué ſa raiſon. Il y trouvoit un embarras & une obſcurité qu'il ne pouvoit concilier avec la ſimplicité des loix ordinaires de la nature. Inſtruit que les Pythagoriciens avoient tranſporté, du ſoleil à la terre, le mouvement de révolution dans l'écliptique, & que d'autres Philoſophes anciens, en laiſſant la terre au centre de notre monde planétaire, lui avoient attribué d'ailleurs un mouvement de rotation autour de ſon axe, pour expliquer les viciſſitudes des jours & des nuits; il combina enſemble ces deux idées, & il ſe convainquit, par une longue ſuite de méditations, que la terre avoit en effet ce double mouvement. Alors les directions, les ſtations, & les rétrogradations des planètes, vinrent s'expliquer avec une facilité qui l'étonna lui même. Il répondit, d'une manière victorieuſe, aux principales objections qu'on pouvoit lui oppoſer : celles qui laiſſoient

encore quelque nuage, furent levées dans la ſuite par les obſervations même, comme il l'avoit prédit. Toute ſa doctrine eſt expliquée dans ſon fameux Livre *de revolutionibus cœleſtibus*, qui fut compoſé vers l'an 1530, mais qui ne parut qu'en 1543 : l'auteur mourut le jour même qu'il en reçut le premier exemplaire entièrement imprimé.

Le ſyſtême de Copernic étoit ſi ſimple, ſi ſatisfaiſant, ſi conforme à toutes les loix de la Méchanique & de la Phyſique céleſte, qu'il auroit été d'abord adopté de tous les aſtronomes, ſi un zèle religieux, mal entendu, n'avoit cru en trouver la condamnation dans quelques paſſages de l'Ecriture Sainte ; comme ſi les Ecrivains ſacrés, dans une queſtion de pure philoſophie, devoient ſe conformer à la vérité aſtronomique, qui ne peut être entendue que des Savans, & non pas au langage vulgaire, qui eſt à la portée de tous les hommes! Nous voyons avec peine, que Tycho-Brahé ait ſacrifié ſes lumières, & peut-être ſa conviction intime à des conſidérations qui ne ſembloient pas faites pour l'ébranler ; mais pardonnons-lui cette erreur, ou cette foibleſſe, en faveur des nombreuſes obſervations & découvertes dont il a enrichi l'Aſtronomie. En rendant à la terre ſa prétendue immobilité, il faiſoit circuler au-tour d'elle, d'abord la lune, enſuite le ſoleil, qui emportoit dans ſa ſphère de révolution, les autres planètes, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter & Saturne. Il expliquoit ainſi, d'une manière aſſez ſatisfaiſante, les apparences des phénomènes céleſtes alors connus. Je dis *alors connus*, parce que la Théorie de l'*aberration* de la lumière des étoiles fixes ne permet plus aujourd'hui de douter que la terre autour du ſoleil. Mais Tycho étoit trop éclairé d'ailleurs, pour ne pas reconnoître que ſon ſyſtême choquoit, preſque autant que celui de Ptolomée, les loix de la Méchanique. Sa vraie gloire eſt d'avoir été un excellent obſervateur, & d'avoir jetté les fondemens des nouvelles théories aſtronomiques, ou par ſes propres travaux, ou par ceux des diſciples & des coopérateurs qu'il s'étoit aſſociés dans ſa petite Ville d'Uranibourg. Il détermina, plus exactement qu'on n'avoit fait encore, le mouvement des planètes : celui que l'on connoît à la lune, ſous le nom de *variation*, eſt l'une de ſes découvertes. L'Aſtronomie des comètes, qui place ces aſtres au nombre des planetes, & qui cherche à calculer leurs orbites, a pris naiſſance entre ſes mains.

Tycho-Brahé, né en 1546, mort en 1601.

Nous n'oublierons pas Guillaume IV, Landgrave de Heſſe-Caſſel, Contemporain de Tycho. Ce Prince fit bâtir, dans ſa Capitale, un obſervatoire qu'il garnit des meilleurs inſtrumens alors connus ; & il y obſerva lui-même la poſition de pluſieurs étoiles, & les hauteurs ſolſtitiales du ſoleil en 1585 & 1587.

Guillaume IV, né en 1532, mort en 1592.

Réforme du Calendrier, en 1582.

Ce tems eſt encore célèbre par la réforme du calendrier. Le déſordre qui s'étoit introduit dans la manière de régler la fête de Pâques, parmi les Chrétiens, demandoit qu'on y apportât enfin du remède, & on s'en occupoit effectivement depuis près d'un ſiècle. Cet ouvrage fut achevé, en 1582, ſous le Pontificat de Grégoire XIII. On ſait que les Juifs célébroient leur *Pâques* le quatorzième jour du *premier mois*, c'eſt-à-dire du mois où la pleine lune arrivoit le jour même de l'équinoxe, ou le jour qui ſuivoit immédiatement. Dans la primitive Egliſe, on avoit ſtatué que la Pâques des Chrétiens, inſtituée en mémoire de la réſurrection de Jeſus-Chriſt, ſeroit célébrée le premier dimanche qui arrivoit après la Pâques Juive; parce que Jeſus-Chriſt étoit reſſuſcité à pareil jour; mais on étoit ſouvent embarraſſé à le fixer, & on le choiſiſſoit ordinairement au haſard. Le Concile tenu à Nicée, en 325, ſuppoſant que l'équinoxe du printems arrivoit toujours le 21 Mars, avoit ordonné d'ailleurs, qu'on régleroit le mois lunaire & l'âge de la lune, d'après le cycle de Meton; mais il y avoit, dans cette diſpoſition, deux petites erreurs aſtronomiques, dont les effets accumulés dans une ſuite de ſiécles, étoient devenus très-ſenſibles. L'équinoxe du printems qui, en 325, tomboit au 21 Mars, tomboit au 11 Mars en 1582; & d'un autre côté, l'âge de la lune ne quadroit point avec les ſuppoſitions du cycle Méronien. Grégoire XIII, par une bulle donnée au mois de Mars 1582, retrancha tout d'un coup 10 jours au mois d'Octobre, pour ramener l'équinoxe du printems, au 21 Mars de l'année ſuivante; & il fixa les corrections qu'exigeoient pour l'avenir, la préceſſion des équinoxes & les inégalités du mouvement de la lune, que l'on commençoit à mieux connoître. Le nouveau calendrier, après avoir eſſuyé pluſieurs contradictions, ſur-tout de la part des Proteſtans, eſt aujourd'hui en uſage dans tous les pays Chrétiens; mais il eſt encore ſujet à des imperfections. On ne peut pas nier que ſa forme ne ſoit très-compliquée & très-incommode. Il ſeroit à deſirer qu'on abandonnât tout cet appareil des épactes & des lettres dominicales, quelque ingénieux qu'on le ſuppoſe, & qu'on déterminât immédiatement, par le calcul aſtronomique ordinaire, la fête de Pâques & les autres fêtes mobiles, ce qui eſt exact & n'a aucune difficulté.

Kepler, né en 1571, mort en 1631.

Kepler, doué d'un profond génie, & guidé par les obſervations de Tycho, s'eſt immortaliſé pour avoir ſubſtitué l'ellipſe au cercle, dans les mouvemens planétaires, & pour avoir découvert ces deux loix célèbres qui ſont la baſe de la Phyſique céleſte moderne, & en particulier, de la théorie Neutonienne: 1.° Que les planètes décrivent autour du ſoleil, des aires proportionnelles au tems. 2.° Que

les quarrés des tems des révolutions des planètes ſont comme les cubes de leurs moyennes diſtances au ſoleil.

Téleſcope ou Lunette Aſtronomique.

L'invention du Téleſcope, qui ſe fit au commencement du XVIIe ſiècle, & qu'on attribue le plus vraiſemblablement à Jacques Metius, père d'Adrien Metius, dont nous avons parlé, ſervit non-ſeulement à perfectionner l'ancienne Aſtronomie, mais encore à découvrir, dans les eſpaces céleſtes, de nouveaux corps que la ſimple vue ne pouvoit diſtinguer. Muni de cet inſtrument, Galilée apperçut le premier, en 1610, les Satellites de Jupiter. Il reconnut, par le même moyen, les phaſes de Vénus, qui ſont à peu-près ſemblables à celles de la lune; & il mit, dans pluſieurs obſervations des planètes, une préciſion que l'on ne connoiſſoit pas. Tout le monde ſait, qu'ayant adopté le ſyſtême de Copernic, avec un éclat peut-être indiſcret dans le pays qu'il habitoit, il fut cité au tribunal qui uſurpe le nom de Saint-Office, enfermé dans ſes cachots, & obligé, pour recouvrer ſa liberté, de rétracter à genoux une opinion dont il étoit intérieurement convaincu. La poſtérité n'a pas oublié cet outrage fait à la raiſon; & tôt ou tard, le tribunal de l'inquiſition expiera ce crime, & tant d'autres qu'un fanatiſme abſurde lui a fait commettre.

Galilée, né en 1564, mort en 1642.

Progrès de la Dioptrique.

Si la découverte du Téleſcope fut, comme on le croit, l'effet du haſard, elle donna du moins la naiſſance à des recherches ſur la réfraction de la lumiere, qui firent de cette branche de l'optique, une ſcience toute nouvelle. *Antonio de Dominis*, Archevêque de Spalatro, Capitale de la Dalmatie, eſquiſſa la théorie de l'arc-en-ciel, perfectionnée depuis, & portée au dernier degré de préciſion & d'évidence. Snellius, Mathématicien Hollandois, découvrit que lorſqu'un rayon de lumiere paſſe d'un milieu dans un autre, il change de direction, de telle manière que, dans tous les cas, il exiſte un rapport conſtant entre deux lignes qu'il aſſigne, & qu'on trouve proportionnelles au ſinus de l'angle d'incidence, & au ſinus de l'angle rompu. L'ouvrage où il établiſſoit cette propriété remarquable de la réfraction, n'a jamais été imprimé. Deſcartes a donné, ſous la forme que nous venons d'indiquer, le même Théorême, ſans citer Snellius; d'où quelques François ont conclu qu'il en étoit l'inventeur; mais Huguens aſſure que Deſcartes avoit vu les manuſcrits de Snellius.

Antonio de Dominis, né en 1561, mort en 1625.

Snellius, né en 1571, mort en 1626.

On eſt d'abord porté à croire que la réfraction de la lumiere dépend, comme celle des corps ſolides, de la réſiſtance des milieux; mais cette idée, ſi naturelle en apparence, ſe trouve fauſſe. Un rayon lumineux qui paſſe d'un milieu dans un autre plus denſe, s'approche de la perpendiculaire à la ſurface qui ſépare les deux milieux, au lieu de s'en éloigner, comme il devroit le faire, s'il

Digitized by Google

étoit détourné de ſa direction par la réſiſtance du milieu, puiſqu'une plus grande denſité doit produire une plus grande réſiſtance. Deſcartes voulant aſſimiler la réfraction de la lumiere à celle des corps ſolides, expliquoit le premier phénomène d'une manière qui éprouva les plus vives contradictions de la part de pluſieurs Géomètres ſes Contemporains. Fermat, entr'autres, la combattit par des raiſons qui, ſans être abſolument péremptoires, la rendoient au moins fort douteuſe. Il eſſaya de réſoudre lui-même la queſtion par une autre voie. Les anciens avoient ſuppoſé qu'un rayon mu toujours dans un même milieu, va d'un point à l'autre par le chemin le plus court, d'où il réſultoit que dans le cas de la réflexion, l'angle de réflexion devoit être égal à l'angle d'incidence. Fermat crut que pour la réfraction, le rayon paſſant d'un milieu dans un autre, devoit faire le chemin total par *le tems le plus court*; & il concluoit en effet de-là, que, d'un milieu rare à un milieu denſe, le rayon s'approcheroit de la perpendiculaire. La même métaphyſique conduiſit dans la ſuite Leibnitz, à enviſager ce problême ſous un autre point de vue. Il prétendit que le rayon de lumiere devoit prendre, d'un milieu à l'autre, le *chemin le plus facile*, eſtimant cette facilité par le rapport inverſe compoſé de la longueur du chemin & de la denſité du milieu. Mais toutes ces ſolutions, fondées ſur les loix des cauſes finales, ſont fort hypothétiques & très-ſouvent illuſoires. Un examen appuyé ſur la Géométrie & la Méchanique, a banni ces explications de la Phyſique, & a fait trouver, dans la théorie générale de l'attraction, la véritable cauſe de la réfraction de la lumiere.

Microſcope. A meſure qu'on approfondiſſoit l'optique, elle fourniſſoit de nouveaux inſtrumens utiles aux Sciences. De ce nombre eſt le Microſcope, qu'on employa bientôt pour faire une multitude d'obſervations de Phyſique & d'hiſtoire naturelle, où la vue a eſſentiellement beſoin d'être aidée par le ſecours de l'art.

Couronnes, parhélies, paraſélènes. On avoit expliqué avec ſuccès les phénomènes de l'arc-en-ciel: on réuſſit également à expliquer ceux des couronnes, des parhélies & des paraſélènes. Je n'ai pas beſoin de dire que les couronnes ſont des anneaux circulaires de lumiere que l'on voit quelquefois pendant le jour, autour du ſoleil, & pendant la nuit, autour de la lune; les parhélies, des faux ſoleils, ou des ſoleils apparents autour du véritable; & de même, les paraſélènes, de fauſſes lunes. Ces phénomènes ont été apperçus dans tous les tems; mais on a commencé ſeulement, dans le ſiècle dernier, à les obſerver avec exactitude. Car Ariſtote, & Cardan dix-huit ſiècles plus tard, avancent qu'on ne voit jamais plus de deux parhelies enſemble, tandis que

Digitized by Google

réellement, en y apportant l'attention néceſſaire, on en remarque ſouvent un plus grand nombre. Par exemple, on vit cinq ſoleils à Rome, le 29 Mars 1629; ſept à Dantzick, le 20 Février 1661, &c. Or, eſt-il probable, dit Huguens, qu'il ait paru, en un ſi petit nombre d'années, ſix ou ſept parhelies tout à-la-fois, & que le même phénomène n'eût jamais paru dans les tems antérieurs? Sans doute on ne regardoit autrefois, comme de vrais parhelies, que les deux parhelies latéraux, qui ſont en effet les plus conſidérables, & on ne faiſoit pas attention aux autres, comme plus foibles & plus languiſſants. Deſcartes entreprit d'expliquer toutes ces apparences; mais ſon explication étoit un peu vague, & même fauſſe à certains égards. Huguens la rectifia, & ſoumit la matière à une théorie lumineuſe & convaincante. En général, perſonne n'a plus contribué que lui à perfectionner les différentes parties de l'Optique.

L'Aſtronomie avançoit toujours. En 1631, Gaſſendi vit mercure ſur le ſoleil, & c'eſt la première obſervation de ce genre; Horoccius en fit une ſemblable pour vénus, en 1639. Morin indiqua la manière de réſoudre le fameux problême des longitudes, par le moyen des obſervations Aſtronomiques; & pour faire ces obſervations avec plus d'exactitude, il propoſa d'appliquer une lunette au quart de cercle, idée que l'on a attribuée mal-à-propos à des Aſtronomes poſtérieurs. Hévélius, outre un grand nombre d'obſervations ſur les taches du ſoleil & ſur les éclipſes, donna une excellente deſcription de la figure de la lune; il perfectionna de plus la théorie des Comètes. Je pourrois citer pluſieurs autres Aſtronomes diſtingués, ſi je n'étois forcé d'abréger.

Gaſſendi, né en 1592, mort en 1655.

Horoccius, né en 1619, mort en 1641.

Morin, né en 1583, mort en 1635.

Hévélius, né en 1611, mort en 1688.

On cherchoit depuis quarante ans, ſi, à l'exemple de la terre & de jupiter, les autres planètes n'avoient pas des ſatellites. En 1655, Huguens en découvrit un à ſaturne, celui qui eſt aujourd'hui le quatrième dans l'ordre de la diſtance à cette planète. Bientôt après, il fit une découverte encore plus importante. Galilée avoit reconnu, avec le ſecours du téleſcope, les principales apparences que produit cette eſpèce d'anneau dont ſaturne eſt environné; mais il ne put en aſſigner la véritable cauſe, ni en prédire exactement les phaſes. D'autres Aſtronomes n'eurent pas un ſuccès plus heureux. Enfin, Huguens, aidé d'une excellente lunette qu'il avoit conſtruite lui-même, trouva que l'anneau de ſaturne étoit un corps ſolide, mince, détaché de cette planète, & incliné ſur le plan de l'écliptique. De nouvelles obſervations lui fournirent le moyen de développer davantage cette théorie, & d'en établir la vérité avec une pleine évidence.

Quatrième ſatellite de Saturne.

Anneau de Saturne.

An. 1659.

Pendant que les Sciences, appuyées ſur la Géométrie & l'Obſervation, marchoient ſi rapidement, la raiſon abandonnée à elle-même, ou égarée par les ſubtilités de la Métaphyſique, ne ſecouoit qu'avec peine le joug de certaines opinions ſuperſtitieuſes & chimériques. Par exemple, on croyoit, en ce tems-là, que le nombre des planètes principales, & celui des planètes ſecondaires devoient être égaux. Huguens lui-même en étoit ſi perſuadé, qu'après avoir trouvé un ſatellite à Saturne, ce qui établiſſoit l'égalité dont nous venons de parler, il ne craignit pas d'avancer que le ſyſtême planètaire étoit complet, & qu'on ne devoit plus eſpérer de voir à l'avenir de nouveaux ſatellites. Cependant le célèbre Dominique Caſſini découvrit encore ſucceſſivement quatre ſatellites à Saturne : ſavoir, le 3.e, le 5.e, le 1.er & le 2.e Il s'étoit déjà fait la réputation d'un grand Aſtronome, qu'il ſoutint & augmenta durant ſa longue carrière.

Dom. Caſſini, né en 1625, mort en 1712.

L'Académie des Sciences de Paris, établie en 1666, ne ſe borna pas à les cultiver paiſiblement dans l'enceinte de cette ville. Pluſieurs de ſes membres entreprirent de longs voyages, dans l'intention principalement de perfectionner l'Aſtronomie. On fit des obſervations de toute eſpèce; on étudia la théorie des réfractions qui altèrent continuellement la poſition des aſtres pour le ſpectateur; on détermina les parallaxes des planètes, d'où dépendent les dimenſions de leurs orbites. Malgré les ſoins qu'on ſe donna, on ne put alors fixer, avec une certaine préciſion, la parallaxe du ſoleil : on la trouvoit d'environ douze ſecondes; les obſervations faites de nos jours ne la portent guère au-deſſus de huit ſecondes.

Picard, né en .... mort en 1682.

Meſure d'un degré du méridien.

L'Abbé Picard, Aſtronome diſtingué par ſon exactitude dans le choix & l'uſage des inſtrumens propres aux obſervations, s'occupa de la meſure de la terre, objet eſſentiel à la Navigation & à la Géographie. Tous les moyens que les Grecs, les Arabes, & même pluſieurs Aſtronomes modernes avoient employés pour cette meſure, n'étoient pas ſuſceptibles d'une préciſion ſuffiſante. Le ſeul Fernel, Médecin de Henri II, en ſuivant une méthode très-incertaine, avoit néanmoins déterminé, par une eſpèce de haſard, à-peu-près la valeur exacte d'un degré de la terre. Picard mit en pratique, dans cette recherche, des opérations conformes aux loix de l'Aſtronomie & de la Géométrie. Il meſura l'arc céleſte, compris entre Sourdon, en Picardie, & Malvoiſine, dans les confins du Gatinois & du Hurepoix; enſuite, par la comparaiſon de cette meſure, avec celle de l'arc terreſtre, déterminée au moyen d'une ſuite de triangles qui ſe lioient les uns aux autres, & dont le premier étoit établi ſur une baſe connue, il conclut que la longueur du degré terreſtre étoit de

An. 1670.

57060

57060 toiſes, & la circonférence entière d'un grand cercle de la terre, de 20541600 toiſes.

Figure de la terre.

On attribuoit généralement à la terre la forme d'une ſphère parfaite. Mais cette hypothèſe n'étoit pas vraie à la rigueur. Une expérience, à jamais célèbre, que Richer fit à Cayenne, fut le germe d'une nouvelle Théorie ſur ce ſujet, & de toutes les grandes opérations que l'on a faites dans ce ſiècle pour en comparer les réſultats avec ceux de la nature. Cet Aſtronome attentif trouva qu'il falloit diminuer d'environ une ligne & un quart la longueur du pendule qui battoit les ſecondes à Paris, afin de lui faire battre auſſi les ſecondes à Cayenne. Après pluſieurs diſcuſſions ſur la cauſe de ce phénomène, on reconnut enfin qu'on ne pouvoit l'expliquer que par une diminution de la gravité, en allant des poles vers l'équateur. Mais cette diminution de la peſanteur, comment l'expliquer elle-même? Huguens obſerva qu'en vertu du mouvement de rotation de la terre autour de ſon axe, la force centrifuge devoit diminuer la gravité, depuis un pole juſqu'à l'équateur; que cet effet avoit eu lieu dans la formation du globe terreſtre; & que par conſéquent ce globe avoit dû prendre la forme d'un ſphéroïde applati vers les poles. Neuton étoit parvenu, de ſon côté, à la même concluſion. Ils différoient d'ailleurs ſur la figure du ſphéroïde & ſur la quantité de l'applatiſſement, parce qu'ils avoient employé, pour les déterminer, des élémens qui n'étoient pas tout-à-fait les mêmes. Toutes les meſures modernes ont conſtaté le fond de cette Théorie, c'eſt-à-dire, l'abaiſſement de la terre vers les poles.

Richer, né en ..... mort en 1696.

An. 1672.

Propagation ſucceſſive de la lumière.

La découverte de la propagation ſucceſſive de la lumière, eſt à-peu-près de la même époque. Depuis que l'on connoiſſoit les ſatellites de Jupiter, on s'étoit appliqué avec ſoin à déterminer leurs mouvemens; & Dominique Caſſini étoit parvenu à conſtruire des Tables qui repréſentoient, avec beaucoup d'exactitude, leurs révolutions, & leurs éclipſes cauſées par l'ombre de Jupiter. Cependant Roemer, qui obſervoit aſſidûment le premier ſatellite, s'apperçut que, dans les éclipſes, il ſortoit de l'ombre, en certains tems quelques minutes plus tard, & en d'autres quelques minutes plutôt qu'il n'auroit dû faire. De plus, en comparant ces tems les uns avec les autres, il reconnut que le ſatellite ſortoit plus tard de l'ombre, lorſque la terre, par ſon mouvement annuel, s'éloignoit de Jupiter, & plutôt quand elle s'en approchoit. De-là il forma cette conjecture ingénieuſe, bientôt convertie en démonſtration, que le mouvement de la lumière n'eſt pas inſtantanée, & qu'elle emploie un certain tems pour arriver du corps lumineux à l'œil de l'Obſervateur. Suivant ſes premiers calculs, elle devoit mettre environ onze minutes à

Roemer, né en 1644, mort en 1710.

An. 1676.

parcourir le rayon de l'orbite terreſtre; il trouva depuis que la viteſſe de ce fluide étoit un peu plus grande. Aucun phénomène n'eſt plus remarquable que celui-ci dans la Phyſique céleſte, ni plus eſſentiel, comme élément, dans les théories Aſtronomiques : il aſſure l'immortalité au nom de Roemer.

A chaque pas que fait une Science, les arts acceſſoires, ſur-tout ceux qui ſont utiles à la ſociété, prennent des accroiſſemens proportionnés. La Navigation & la Gnomonique ont ainſi éprouvé l'influence des progrès de l'Aſtronomie.

Navigation. En bornant toujours l'uſage des cartes plates à repréſenter de petites étendues de terrein, on pouvoit éviter l'inconvénient qu'elles ont d'exprimer par des lignes égales les degrés des deux cercles parallèles qui terminent la carte nord & ſud, & donner la proportion
An. 1550. convenable aux expreſſions de ces degrés. Gerard Mercator, Géographe des Pays-bas, en fit la remarque, qui eſt d'ailleurs fort ſimple & fort élémentaire. Edouard Wright, le même dont il reſte des obſervations aſtronomiques parmi celles de Horoccius, développa l'idée de Mercator, ou plutôt enviſagea la queſtion ſous un nouveau point de vue. Ayant remarqué que le rayon d'un parallèle, en allant de l'équateur au pole, diminue en même raiſon qu'augmente la ſécante de la latitude, il propoſa de conſtruire des cartes d'après ce principe. On les appella *cartes réduites*. L'invention en eſt très-ingénieuſe : elles s'introduiſirent dans la Marine, vers l'année 1630. On a calculé depuis des Tables pour en perfectionner la théorie & la pratique. La *Loxodromie* ou la route que ſuit le vaiſſeau ſur la ſurface du globe, par un même rhumb de vent, eſt une courbe à double courbure : ſur la carte réduite, elle eſt une courbe ordinaire dont la longueur eſt d'autant plus facile à calculer, que, dans la pratique, le problême ſe ſimplifie encore. Jamais le vaiſſeau ne ſuit une même Loxodromie pendant une longue Navigation : car toutes les mers ſont interrompues par des iſles ou par des continens; & d'ailleurs on change ſouvent de direction, ſoit pour chercher des vents favorables, ſoit pour éviter des écueils, *&c.* La route entière du vaiſſeau eſt donc compoſée de pluſieurs parties de Loxodromies différentes; & chacune de ces parties, conſidérée ſéparément, peut ſe confondre dans la plupart des cas, ſans erreur ſenſible, avec la ſimple ligne droite.

La Navigation tira un nouveau ſecours de l'Aſtronomie, en s'appropriant l'uſage de pluſieurs inſtrumens pour diriger la route du vaiſſeau d'après l'inſpection des aſtres. Mais on ſent qu'à cauſe de la mobilité continuelle du vaiſſeau, les obſervations en mer ont dû être, pendant long-tems, fort imparfaites.

Digitized by Google

Gnomonique.

L'art de conſtruire des cadrans eſt très-ancien. Rien n'étoit en effet plus naturel & plus utile que de chercher à connoître la poſition du ſoleil au-deſſus de l'horizon, pour un inſtant quelconque de la journée; & on ne fut pas long-tems à s'appercevoir qu'un moyen méchanique très-ſimple, pour y parvenir, étoit de marquer la route de l'ombre que jette ſur un plan ou ſur une ſurface quelconque, un corps opaque expoſé au ſoleil. On fit auſſi, d'après cette même idée, des cadrans éclairés par la lune ou par les étoiles. L'invention des cadrans ſolaires eſt d'Anaximandre, ſelon Diogène de Laërce; & d'Anaximène, ſelon Pline. Vitruve, qui vivoit au tems d'Auguſte, fait une longue énumération de cadrans conſtruits par divers Philoſophes; mais il n'en explique point les principes théoriques. On ne commence à trouver que dans les Ecrivains du ſeizième ſiècle, la Science de la Gnomonique. On croit que Munſter & Oronce-Finé ſont les premiers qui en aient publié des Traités. Maurolic donna la Théorie géométrique & aſtronomique de la conſtruction des cadrans. Le Père Clavius, Jéſuite, publia, en 1581, un Traité très-eſtimable de Gnomonique. On a depuis tant écrit de ſemblables ouvrages, que le détail en ſeroit auſſi faſtidieux qu'inutile.

Munſter, né en 1489, mort en 1552.
Oronce-Finé, né en 1494, mort en 1555.
Clavius, né en 1537, mort en 1612.

Perſpective.

On trouve auſſi dans les Auteurs du ſeizième ſiècle la Perſpective réduite en art ſcientifique. La Perſpective eſt ſi eſſentielle à la Peinture, que les anciens n'ont pu manquer d'en connoître au moins la pratique. Vitruve entre, à ce ſujet, dans des détails qui prouvent que les Grecs avoient porté cette pratique fort loin. Mais il paroît que *Pietro-Delburgo*, en Italie, & *Albert Durer*, en Allemagne, ſont les premiers qui aient donné des règles préciſes & certaines pour mettre les objets en perſpective. En 1600, *Guido Ubaldi* traita cet art d'une manière conforme aux principes de la Géométrie & de l'Optique.

Albert Durer, né en 1471, mort en 1528.
Ubaldi, né en 1553, mort en 1617.

Méchanique.

La Méchanique ſtatique ne fit, quant à la Théorie, aucun progrès depuis Archimède, juſqu'au dix-ſeptième ſiècle. Seulement on imagina de tems en tems des machines très-ingénieuſes, fondées ſur les principes de cette Science. Stevin, Mathématicien Flamand, paroît être le premier qui ait donné le véritable rapport du poids à la puiſſance, pour un corps en équilibre ſur un plan incliné. Il a traité pluſieurs autres queſtions de Statique. Les moyens qu'il emploie pour déterminer les conditions de l'équilibre entre pluſieurs forces dont les directions concourent en un même point, reviennent, dans le fonds, au fameux principe du parallélogramme des forces; mais il ne paroît pas en avoir ſenti l'importance & la fécondité.

Stevin, né en .... mort en 1635.

En 1592, Galilée compoſa un petit Traité de Statique, qu'il réduit à ce principe : *il faut toujours la même quantité abſolue de puiſſance, pour élever un fardeau de deux livres à la hauteur d'un pied, ou pour élever un fardeau d'une livre à la hauteur de deux pieds;* d'où il étoit aiſé de conclure que, dans toutes les machines en équilibre, les forces qui ſe combattent ſont réciproquement proportionnelles aux eſpaces qu'elles tendent à parcourir dans le même tems. Deſcartes employa, dans la ſuite, ce même principe pour déterminer de la manière la plus ſimple & la plus claire les conditions de l'équilibre, pour toutes les machines ſimples.

La Théorie du mouvement, inconnue aux anciens, doit ſon origine à Galilée. Je ne parle pas du mouvement uniforme, car les principes en ſont ſi ſimples, ſi élémentaires, que la plus légère attention ſuffit pour les comprendre. Mais la Science du mouvement varié & celle des loix ſuivant leſquelles pluſieurs corps agiſſent les uns ſur les autres, par le choc, ou de toute autre manière, étoient totalement ignorées, lorſque Galilée ouvrit cette nouvelle carrière, & s'y couvrit d'une gloire qui ne le cède point à celle qu'il a méritée par ſes découvertes aſtronomiques.

En voyant tomber une pierre, on jugeoit ſans peine que ſon mouvement n'étoit pas uniforme, & qu'il s'accélère de plus en plus, puiſque la pierre, dont la maſſe demeure la même, frappe un coup d'autant plus fort qu'elle tombe de plus haut. Mais il falloit trouver la proportion ſuivant laquelle ce mouvement s'accélère. Galilée penſa que chaque molécule dont un corps eſt compoſé étoit elle-même un petit corps; que tous ces petits corps élémentaires étant ſuppoſés égaux, la peſanteur les affectoit également ou leur imprimoit des viteſſes égales; & qu'enfin les coups de la peſanteur ſe renouvelloient continuellement en quantités égales, pendant les parties égales & ſucceſſives du tems. D'où il réſultoit que le mouvement des corps graves devoit être uniformément accéléré. Toutes les expériences ont confirmé cette idée, qui eſt devenue une loi fondamentale de la Méchanique. Heureuſement Galilée ne s'étoit préoccupé l'imagination d'aucun ſyſtême ſur la cauſe de la peſanteur: car, s'il avoit cru, par exemple, comme quelques-uns des Philoſophes ſes ſucceſſeurs, que les corps ſont pouſſés vers le centre de la terre par les coups d'une matière ſubtile ambiante, il auroit manqué la vérité, les coups dont il s'agit n'étant point égaux, ni proportionnels aux maſſes.

Toricelli, né en 1608, mort en 1647.

Parmi les Philoſophes qui ſaiſirent & commentèrent la Théorie de Galilée ſur la chûte des graves, on doit diſtinguer Toricelli, ſon Diſciple, qui publia, en 1644, un ouvrage très-élégant, intitulé: *De Motu gravium naturaliter accelerato.*

Les Loix de la communication des mouvemens n'avoient pas encore été examinées. Deſcartes les chercha, & crut les avoir trouvées. Ses principes métaphyſiques l'avoient conduit à ſuppoſer qu'il exiſte toujours la même quantité abſolue de mouvement dans le monde. Ainſi, ſelon lui, lorſque deux corps ſe choquent, la ſomme de leurs mouvemens, après le choc, eſt égale à la ſomme de leurs mouvemens avant le choc. Mais la propoſition n'eſt vraie que pour le cas où les deux corps marchent dans le même ſens avant le choc : elle eſt fauſſe, quand les deux corps viennent à la rencontre l'un de l'autre; car alors la ſomme des mouvemens, après le choc, eſt égale, non pas à la ſomme, mais à la différence des mouvemens avant le choc. Deſcartes n'a donc rencontré la vérité que pour les mouvemens dirigés dans le même ſens; il s'eſt trompé pour les autres. Loix du mouvement.

En 1661, Huguens, Wallis & Wren découvrirent, chacun de leur côté, & ſans s'être rien communiqué (car les preuves en ont été bien établies), les véritables Loix du choc des corps. La baſe de leurs recherches, à ce ſujet, eſt que, dans la percuſſion mutuelle de pluſieurs corps, la quantité abſolue de mouvement du centre de gravité eſt la même après qu'avant le choc; ce qui comprend la première propoſition de Deſcartes, & rectifie la ſeconde. De plus, lorſque les corps ſont élaſtiques, la vîteſſe reſpective eſt la même après qu'avant le choc.

Quelques tems après, la Méchanique fit un nouveau pas plus grand encore que celui dont nous venons de parler. Huguens, dans ſon Traité de *Horologio Oſcillatorio*, étendit la théorie de la chûte des graves au mouvement curviligne, & réſolut le célèbre problême *du centre d'oſcillation du pendule compoſé*, où Deſcartes & pluſieurs autres grands Géomètres de ce tems-là avoient échoué. Dans l'examen particulier du mouvement des graves le long d'un arc de cycloïde, il trouva cette propoſition remarquable, qui ſuffiroit ſeule pour l'immortaliſer : qu'un corps grave parcourant un arc de cycloïde renverſée arrive toujours à la verticale, en tems égaux, de quelque point qu'il ſoit ſuppoſé partir. Sa Théorie des centres d'oſcillation a été la ſource de cette claſſe nombreuſe & intéreſſante de problêmes où il s'agit de déterminer les mouvemens que prennent pluſieurs corps qui agiſſent les uns ſur les autres par des verges, par des fils, ou d'une manière équivalente. Il y employa un principe très-vrai, & néanmoins conteſté par de ſavans Géomètres, parce que tel eſt en général, le ſort des vérités nouvelles, dont la liaiſon avec les vérités déjà connues eſt difficile à ſaiſir. Ce principe porte que, *ſi, lorſque le centre de gravité d'un pendule compoſé eſt deſcendu d'un point* An. 1673.

quelconque juſqu'à la ligne verticale qui paſſe par le point de ſuſpenſion, tous les poids dont il eſt compoſé venoient à ſe détacher ſubitement, & que chacun d'eux remontât alors verticalement avec la vîteſſe qu'il a en ce moment, le centre de gravité du ſyſtême remonteroit préciſément à la hauteur d'où le centre de gravité du pendule compoſé eſt deſcendu. Il devint célèbre dans la ſuite, ſous le nom de *Principe de la Conſervation des forces vives.*

Ce même ouvrage de Huguens contient la Théorie des développées & celle des forces centrales dans le cercle. En appliquant ces deux Théories aux loix aſtronomiques de Kepler, on en voit naître tout le ſyſtême de la gravitation univerſelle. Huguons a préparé les matériaux : Neuton a élevé l'édifice.

Hydroſtatique. On arrive depuis Archimède juſqu'à Stevin, ſans rencontrer perſonne qui ait écrit ſur la théorie de l'Hydroſtatique, ou qui ait du moins ajouré quelque vérité intéreſſante à cette théorie. Le Géomètre Flamand détermine la preſſion des fluides contre les ſurfaces qui les ſoutiennent : il prouve qu'elle eſt toujours comme le produit de la baſe par la hauteur ; mais, quoiqu'il ait connu & démontré exactement les principales propoſitions de l'Hydroſtatique, il n'en a pas aſſez fait ſentir la liaiſon réciproque. Le premier traité méthodique & vraiment original que les modernes aient publié ſur l'Hydroſtatique, eſt celui de *l'équilibre des liqueurs* de Paſcal. L'Auteur démontre, d'une manière rigoureuſe & uniforme, les propriétés de l'équilibre des fluides : il réſout toutes les difficultés que certaines propoſitions pouvoient encore offrir : telle étoit, par exemple alors, le fameux paradoxe, qui n'en eſt plus un aujourd'hui, qu'un filet d'eau & une colonne cylindrique, preſſant ſous même hauteur, un même fond, exercent des preſſions égales.

La peſanteur de l'air, ignorée des anciens, l'étoit encore de Galilée, même long-tems après qu'il eut trouvé la théorie de l'accélération des graves. Il y a apparence que depuis l'invention des pompes juſqu'à ce Philoſophe, on n'avoit pas eu l'idée ou l'occaſion de placer le piſton dans la pompe aſpirante, à une hauteur qui excédât celle de trente-deux pieds au-deſſus du réſervoir : autrement on auroit rencontré la difficulté qui fut propoſée à Galilée, par les Fontainiers de Coſme de Médicis, grand Duc de Florence. Quoi qu'il en ſoit, on doit à une expérience tentée par ces ouvriers, la découverte, ou plus exactement, une démonſtration évidente de la peſanteur de l'air. Ils avoient conſtruit une pompe aſpirante, où il auroit fallu que l'eau s'élevât, ſous le piſton, à plus de trente-deux pieds de hauteur ; & voyant qu'elle refuſoit de paſſer trente-deux pieds, ils en demandèrent la raiſon à Galilée. L'honneur de la phi-

Digitized by Google

loſophie ne permettoit pas de différer la réponſe. Les anciens attribuoient l'aſcenſion de l'eau dans les pompes, à l'horreur de la nature pour le vuide : Galilée indiqua cette cauſe aux Fontainiers, ajourant, par rapport au cas préſent, que l'horreur de la nature pour le vuide, ceſſoit, quand l'eau étoit parvenue à la hauteur de trente-deux pieds. Cette explicarion fut regardée comme un oracle, & perſonne ne s'aviſa de la contredire. Mais, en y réfléchiſſant de plus près, Galilée ſoupçonna que cette horreur de la nature pour le vuide, & cette limite qu'il lui avoit donnée, n'étoient que des chimères. Il n'alla pas d'ailleurs plus loin; & quoiqu'il commençât à connoître la peſanteur de l'air par des expériences d'un autre genre, il n'eut pas l'idée d'employer ici cet agent.

Toricelli, ſon diſciple, penſa que le poids de l'eau pouvoit mettre quelque obſtacle à ſon élévarion dans les pompes : idée ſimple & heureuſe, incomparible avec le ſyſtême de l'horreur du vuide ; car pourquoi le poids de l'eau auroit-il borné la force de cette horreur? En conſéquence, il fit avec un inſtrument, d'où le Baromètre ordinaire a tiré ſa forme & ſon origine, une expérience analogue à celle des pompes : il trouva que le mercure, dont le poids eſt quatorze fois auſſi grand que celui de l'eau, ſe tenoit à une haureur quatorze fois moindre. Alors, Toricelli conclut que les deux phénomènes étoient produits par la même cauſe ; puis, faiſant un nouveau pas, il affirma que cette cauſe étoit la peſanteur de l'air.

Les partiſans invétérés du ſyſtême de l'horreur du vuide, oppoſèrent quelques doutes à l'explication de Toricelli ; mais ces doutes furent entièrement diſſipés par la célèbre expérience du Puy de Domme, près de Clermont en Auvergne : expérience exécutée par Perier, d'après le projet que Paſcal, ſon beau-frère, en avoit donné, & où l'on vit, pour la première fois, le mercure baiſſer dans le Baromètre, à meſure que l'on s'élevoit le long de la montagne, ou que la colonne d'air diminuoit de haureur & de poids.

Hydraulique. Nous devons encore à Toricelli les élémens de la Science du mouvement des fluides. L'obſervation qu'un jet d'eau ſortant d'un petit ajutage, s'élance verticalement preſque à la hauteur du réſervoir, lui fit juger que la viteſſe du fluide, au ſortir de l'ajutage, étoit la même que celle d'un corps grave tombant de cette hauteur; & que par conſéquent les viteſſes des écoulemens, ſous différentes charges d'eau, ſuivoient la raiſon ſous-doublée des hauteurs, abſtraction faite de la réſiſtance des obſtacles. L'expérience confirma cette idée qui fut accueillie de tous les Savans, & qui ſert encore aujourd'hui de baſe à la théorie, pour les écoulemens par de petits orifices; mais quand les orifices ſont un peu grands, le problême

Digitized by Google

demande d'autres conſidérations. Le Théorême de Toricelli, & les conſéquences qu'il en tire ſont partie de ſon ouvrage, *de motu gravium naturaliter accelerato*, que nous avons déja cité.

Ce Théorême donna le jour à pluſieurs ouvrages ſur cette matière. Dans ce nombre, nous diſtinguons le *Traité du mouvement des eaux* de Mariotte. Il contient pluſieurs expériences en grand ſur le mouvement des eaux, & pluſieurs vues qui ont contribué au progrès de l'hydraulique pratique.

Phyſique céleſte.

Dans le tems où les découvertes de Galilée, ſur le mouvement, commençoient à diriger de ce côté les études des Savans, Deſcartes conçut la penſée d'expliquer, par les loix de la Méchanique, le mouvement général qui entraîne les planètes d'Occident en Orient. Les anciens regardoient le ciel planétaire, comme compoſé d'orbes ſolides & mobiles, dont chacun emportoit la planète qui lui étoit attachée. On ſent l'horrible confuſion, ou plutôt l'impoſſibilité abſolue de tous ces mouvemens, ſur-tout dans le ſyſtême de Ptolomée. Deſcartes tranſporta dans le Ciel le méchaniſme infiniment plus ſimple d'une barque flottant ſur une rivière, & emportée par le courant : il imagina que les planètes nageoient dans un vaſte tourbillon qui tournoit d'Occident en Orient, de telle manière néanmoins que, dans le tourbillon général, il ſe trouvoit pour chaque planète des courans particuliers qui coupoient l'écliptique ſous différentes obliquités. Cette idée vraiſemblable & impoſante, ſéduiſit pluſieurs illuſtres Philoſophes qui s'en déclarèrent publiquement les défenſeurs. On étoit alors trop peu avancé dans la théorie du mouvement des ſolides & des fluides, pour entreprendre de la ſoumettre à un examen critique, fondé ſur cette théorie : elle s'eſt même ſoutenue pendant long-tems contre les plus fortes objections ; enfin elle a ſuccombé ſous les coups redoublés qui lui ont été portés par l'Aſtronomie & la Méchanique, dont elle bleſſe les loix fondamentales.

IV.e PÉRIODE.

De toutes les découvertes qui ſe ſont jamais faites dans les Sciences, il n'y en a point d'auſſi importante, ni d'auſſi féconde en applications, que celle de l'analyſe infinitéſimale. A cette époque, les Mathématiques changent de face ; des problèmes inacceſſibles aux anciennes méthodes, ou dont elles n'auroient pu même donner l'idée, ſont facilement réſolus ; toute la maſſe des Sciences prend du mouvement, & de nouvelles forces tendent ſans ceſſe à le perpétuer & à l'augmenter.

On

On ſait que l'analyſe ordinaire compare les grandeurs finies. Dans l'analyſe infinitéſimale, certaines grandeurs ſont ſuppoſées augmenter ou diminuer de quantités infiniment petites : & on ſe propoſe de trouver, ou par la relation des grandeurs, celle de leurs élémens, ou par la relation des élémens, celle des grandeurs. On voit que l'un de ces problêmes eſt l'inverſe de l'autre. Le premier eſt l'objet du calcul *différentiel* ou de la méthode directe des fluxions ; le ſecond, celui du calcul *intégral* ou de la méthode inverſe des fluxions. Une fonction quelconque étant donnée, on peut en trouver l'élément ou la différentielle ; mais on ne peut pas toujours également remonter d'une différentielle à l'intégrale, ſoit par l'imperfection de l'art, ſoit parce que certaines différentielles ſont purement fictives & n'ont point d'intégrale. Ainſi, le calcul différentiel, conſidéré en lui-même, & indépendamment des applications qu'on en peut faire, eſt entièrement trouvé : le calcul intégral ne l'eſt encore qu'en partie, & tous les jours il reçoit de nouveaux accroiſſemens.

Fermat, Deſcartes, Paſcal & Barrow, avoient préparé la naiſſance de l'analyſe infinitéſimale. En 1684, Léibnitz publia, dans les actes de Léipſick, les principes, la notation, & l'algorithme de ce nouveau genre de calcul ; & il en fit voir l'uſage pour réſoudre généralement les problêmes des *tangentes*, & celui des *maxima* & *minima*, parmi les ordonnées des courbes : problêmes auxquels les méthodes connues ne s'appliquoient que dans un nombre de cas, aſſez limité.

Léibnitz, né en 1646, mort en 1716.

Trois ans après, Neuton donna ſes *principes Mathématiques de la Philoſophie naturelle*. Toutes les grandes queſtions de la Méchanique & de l'Aſtronomie ſont réſolues ou enramées dans cet ouvrage. L'Auteur approfondit la nature & les propriétés du mouvement dans les ſections coniques. La théorie des forces centrales de Huguens, généraliſée & appliquée aux loix Aſtronomiques de Kepler, apprit au Géomètre Anglois, que les planètes ſont attirées vers le ſoleil, avec une force réciproquement proportionnelle aux quarrés de leurs diſtances à cet aſtre, & que cette attraction modifiée ou altérée par la force centrifuge, produit leur mouvement elliptique. Mais comme dans ce ſyſtême, la gravitation doit être univerſelle & réciproque entre toutes les planètes, Neuton eſſaya encore de déterminer les inégalités que le mouvement elliptique de chacune d'elles doit ſubir en vertu des attractions qu'elle éprouve de la part des autres. Il a également ébauché, ſuivant les mêmes principes, l'explication du phénomène des marées, & celle de la préceſſion des équinoxes. Dans toutes ces ſublimes recherches,

Neuton, né en 1642, mort en 1727.

Neuton ſemble avoir pris plaiſir à cacher la méthode qui le dirige; il eſt extrêmement avare de paroles dans les endroits où elles ſeroient le plus néceſſaires. Auſſi ſon ouvrage reſta-t-il pendant long-tems dans une eſpèce d'obſcurité. On ne commença à l'étudier & à l'entendre qu'au commencement de ce ſiècle : alors on vit que la clef de Neuton étoit la nouvelle analyſe, ou, comme diſent les Anglois, la méthode des fluxions.

La manière dont Neuton emploie cette méthode, prouve qu'il la tenoit de lui-même. Quand elle eut acquis, dans le monde ſavant, l'éclat que ſon utilité devoit lui donner, il s'en arrogea l'invention excluſive, ſans vouloir admettre Léibnitz au partage. J'examinerai leurs droits réciproques; mais, pour ſuivre l'ordre hiſtorique, il faut que j'expoſe auparavant le progrès des idées que Léibnitz avoit jettées dans les actes de Léipſick.

En 1686, il eut une diſpute avec les Cartéſiens ſur la meſure des forces, & ſur les avantages qu'ils attribuoient à l'analyſe ordinaire, pour la réſolution des problêmes de Géométrie & de Méchanique. Cette diſpute dégénéra bientôt en ſubtilités Métaphyſiques. Ne pouvant forcer ſes Adverſaires dans de pareils retranchemens, Léibnitz leur propoſa comme un défi & comme un moyen de terminer la queſtion, de trouver la courbe *iſochrone*, c'eſt-à-dire, une courbe telle qu'un corps grave, en la parcourant, s'approche de l'horizon, de hauteurs égales en tems égaux. Leur ſilence confondit la vanité de leurs prétentions. Huguens, étranger d'ailleurs à la querelle, jugea le problême digne de ſon application; il le réſolut, & publia, en 1687, les propriétés de la courbe cherchée, ſans en ajouter les démonſtrations. Léibnitz, après avoir attendu long-tems la réponſe des Cartéſiens, donna, en 1689, la ſolution & l'analyſe de ſon problême; & pour leur offrir, diſoit-il, *la revanche*, il leur propoſa de trouver la courbe *iſochrone paracentrique*, où les approches égales devoient ſe faire, non plus vers l'horizon, comme dans le premier cas, mais vers un point fixe. La même année, il appliqua ſon *calcul* à des recherches concernant le mouvement des planètes & la réſiſtance des milieux.

Jacques Bernoulli, né en 1654, mort en 1705.
Jean Bernoulli, né en 1667, mort en 1741.

Ces premiers rayons de l'analyſe de Léibnitz, frappèrent vivement les yeux des deux illuſtres frères Jacques & Jean Bernoulli. L'ainé (Jacques) déjà célèbre par différens ouvrages de Géométrie, de Méchanique & de Phyſique, avoit initié ſon frère aux mêmes connoiſſances. Tous deux s'approprièrent tellement la Géométrie des infiniment petits, & en firent un ſi grand nombre d'applications importantes & difficiles, qu'elle leur eſt preſque auſſi redevable qu'à Léibnitz même. Tous deux ont été ſucceſſivement Profeſſeurs de

Digitized by Google

Mathématiques à Baſle, leur patrie; & leur école peut être comparée à celle d'Alexandrie, par le mérite des Eleves qu'ils ont formés.

A ſon début dans cette nouvelle carrière, Jacques Bernoulli donna une ſolution très-élégante du problême de la courbe iſochrone : il trouva, comme Léibnitz & Huguens, que cette courbe étoit la ſeconde parabole cubique. Il prit de-là occaſion de propoſer à ſon tour aux Géomètres un problême que Galilée avoit autrefois inutilement attaqué : c'étoit de trouver la courbe que forme la *chaînette*, c'eſt-à-dire, un fil parfaitement flexible, attaché par ſes extrémités à deux points fixes. An. 1690.

Pendant qu'on s'en occupoit, il publia deux Mémoires dans leſquels il détermine les longueurs de deux courbes fameuſes, la ſpirale parabolique, & la ſpirale logarithmique; les eſpaces qu'elles enferment; & les ſolides qu'elles produiſent, en tournant autour d'une ligne donnée de poſition. De plus, comme la ſpirale logarithmique, & la loxodromie, ont la propriété analogue de couper ſous des angles égaux, l'une, les rayons du cercle, l'autre, les méridiens de la terre, Jacques Bernoulli examine à ce ſujet pluſieurs queſtions curieuſes, relatives aux longitudes & à la navigation. Ces deux Mémoires contiennent les premiers eſſais de calcul intégral, un peu développés. Léibnitz fit auſſi des remarques intéreſſantes ſur la conſtruction, les uſages, & la projection de la courbe loxodromique. An. 1691.

Le problême de la chaînette fut réſolu par Huguens, Léibnitz & Jean Bernoulli. Il fournit aux Géomètres un ſujet de méditations nouvelles & utiles ſur la théorie & les uſages des nouveaux calculs. Jacques Bernoulli étendit la ſolution au cas où l'épaiſſeur de la chaînette ne ſeroit pas conſtante, mais variable ſuivant une loi donnée. An. 1691.

La conſidération de la chaînette donna lieu au même Jacques Bernoulli, d'examiner pluſieurs autres courbes que la nature place continuellement ſous nos yeux : telles ſont, par exemple, celle que forme une voile enflée par le vent, celle d'un arc tendu, celle d'une lame élaſtique, dont une extrémité ſeroit attachée ſolidement à un plan, & l'autre extrémité porteroit un poids donné, *&c.* Il fit voir que la voile enflée par un vent horizontal, ſe courberoit en chaînette; & que ſi cette même voile étoit enflée par un fluide qui pesât ſur elle verticalement, elle formeroit la courbe *élaſtique*. La ſolution de ces problêmes, & principalement l'analyſe de la courbe élaſtique, ſont d'une profonde recherche. Jean Bernoulli chercha la courbure de la voile dans l'hypothèſe du vent horizontal, & parvint au même réſultat que ſon frère. An. 1692.

Viviani, né en 1622, mort en 1703.

Viviani, Géomètre Italien, propoſa, en 1692, le problême de la voûte *hémiſphérique quarrable :* il étoit queſtion de percer un dôme en plein cintre, de quatre fenêtres égales, telles que le reſte de la ſuperficie du dôme fût abſolument quarrable. Le jour même que Léibnitz & Jacques Bernoulli reçurent le programe de Viviani, ils répondirent à ſa queſtion de pluſieurs manières ; & ſans doute les Géomètres de la même école en auroient fait autant, ſi elle étoit parvenue aſſez tôt à leur connoiſſance. Mais nous devons ajouter que la propre ſolution de Viviani, fondée ſur la méthode ſynthétique des anciens, eſt recommandable par ſa ſimplicité. Il démontre qu'on ſatisfait au problême, en élevant perpendiculairement, à la baſe de l'hémiſphère, quatre cylindres qui ſe toucheroient deux à deux, & dont les baſes touchent, par leurs circonférences, celle de la baſe de l'hémiſphère.

La Géométrie des infiniment petits s'accroiſſoit tous les jours ; elle en étoit principalement redevable aux freres Bernoulli. Un problême que le cadet propoſa, & dont l'objet étoit de *trouver une courbe telle que toutes ſes tangentes terminées à l'axe, fuſſent en raiſon donnée avec les parties de l'axe compriſes entre la courbe & ces tangentes*, contribua au progrès de la méthode pour intégrer les équations différentielles. Il fut réſolu par Huguens, Léibnitz, Jacques Bernoulli, & le Marquis de l'Hopital. A cette occaſion, Huguens rendit un témoignage d'autant plus honorable aux nouveaux calculs, que ce grand homme ayant fait pluſieurs ſublimes découvertes, ſans ces calculs, pouvoit être diſpenſé d'en célébrer les avantages : il avoua qu'*il voyoit, avec ſurpriſe & avec admiration, l'étendue & la fécondité de cet art ; que de quelque côté qu'il tournât la vue, il en découvroit de nouveaux uſages, & qu'enfin il y concevoit un progrès & une ſpéculation infinie.*

L'Hopital, né en 1661, mort en 1704.

La courbe *iſochrone paracentrique*, dont Léibnitz avoit demandé la nature, paroiſſoit oubliée des Géomètres. Sans doute ils avoient été arrêtés par la difficulté d'intégrer l'équation différentielle à laquelle on eſt conduit, lorſque l'on rapporte cette courbe à des coordonnées perpendiculaires entr'elles. Enfin Jacques Bernoulli, prenant pour abſciſſes des lignes qui partoient d'un point fixe, & les ordonnées parallèles entr'elles, parvint à une équation où les indéterminées étoient ſéparées. Son frère, qui eut connoiſſance de cette ſolution, en trouva une autre un peu plus ſimple en apparence, mais la même quant au fond. Léibnitz étoit arrivé depuis long-tems à des réſultats ſemblables ; mais il les tenoit cachés, pour laiſſer aux autres Géomètres le tems & le plaiſir de les trouver.

An. 1694.

On voit, par le commerce de lettres de Léibnitz & de Jean

Bernoulli, que, dès l'année 1694, ces deux grands Géomètres avoient inventé, chacun de leur côté, cette branche particulière de la nouvelle analyſe, qu'on appelle le *calcul exponentiel.* Léibnitz a la priorité de date pour la découverte ; mais Bernoulli y eſt arrivé par lui-même ; il publia, en 1697, les règles & l'uſage de ce genre de calcul, & on croit ordinairement qu'il en eſt le premier inventeur.

Les principes du calcul différentiel, épars de tous côtés dans les Journaux, furent raſſemblés en corps d'ouvrage par le Marquis de l'Hopital, qui y ajouta pluſieurs choſes nouvelles. Ce Livre intitulé, *Analyſe des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*, contient le calcul différentiel, & ſes uſages pour déterminer les tangentes des courbes, leurs plus grandes & leurs moindres ordonnées, les points d'inflexion & de rebrouſſement, les rayons des développés, & les propriétés de ces courbes connues en optique, ſous les noms de *cauſtiques*, ſoit par réflexion, ou par réfraction. Il fut reçu avec un applaudiſſement univerſel, & l'Auteur ſe vit placer à-peu-près ſur la même ligne que Léibnitz, Neuton & les frères Bernoulli. An. 1696.

Il jouiroit encore de toute ſa gloire, ſi la reconnoiſſance avoit pu empêcher la vanité de revendiquer des droits incertains, ou du moins exagérés. Jean Bernoulli étoit venu à Paris en 1692, & le Marquis de l'Hopital l'avoit emmené dans ſa Terre d'Ourques, où ils paſsèrent quatre mois entiers à étudier enſemble la Géométrie des infiniment petits. Bientôt le Marquis de l'Hopital fut en état de réſoudre les grands problêmes que les Géomètres ſe propoſoient ; & on obſerve que Jean Bernoulli ne laiſſoit échapper aucune occaſion de lui prodiguer, dans les Journaux, les éloges les plus magnifiques. A peine eût-il les yeux fermés, que Jean Bernoulli réclama en différens tems & par degrés, preſque toute l'analyſe des infiniment petits. L'envie, qui pourſuit juſqu'aux morts, applaudit à cette eſpèce de flétriſſure imprimée à la mémoire d'un homme célèbre : la morale condamna Jean Bernoulli qui obligé, par de ſolides raiſons, à taire les ſervices ſcientifiques qu'il pouvoit avoir rendus au Marquis de l'Hopital, ſe croyoit maintenant quitte de ſes engagemens, & ſe permettoit de remuer la cendre d'un bienfaiteur généreux, homme d'un profond ſavoir, & peut-être ſeulement un peu trop ambitieux des honneurs & de la réputation que l'on n'acquiert jamais ſans honte & ſans danger, que par ſes propres travaux.

Hâtons-nous de revenir à Jean Bernoulli, comme Géomètre. Il propoſe de trouver la courbe *Brachyſtochrone*, c'eſt-à-dire, la An. 1697.

courbe que doit décrire un corps grave, pour arrivet dans le moindre tems poſſible, d'un point à un autre, ces deux points n'étant pas ſitués dans la même ligne verticale. Au premier coup-d'œil, on eſt porté à croire que la ligne droite, comme le chemin le plus court d'un point à l'autre, doit être auſſi le chemin de la plus vîte deſcente; mais on eſt arrêté par cette réflexion, que dans une courbe décrite d'un point à l'autre, le mobile peut d'abord deſcendre plus verticalement, & par conſéquent acquérir une plus grande vîteſſe qu'il ne feroit le long du ſimple plan incliné, ce qui produit une compenſation capable de faire arriver le corps plus promptement ſuivant la ligne courbe, que ſuivant la ligne droite. Le calcul ſeul doit décider la queſtion. Or, en y appliquant la méthode des infiniment petits, on trouva que la ligne de la plus vîte deſcente étoit un arc de cycloïde : nouvelle propriété très-ſingulière de cette courbe, que les recherches de Paſcal & de Huguens avoient déjà rendue ſi célèbre. Léibnitz réſolut le problême, le jour même qu'il en eut connoiſſance; & le lendemain, il envoya ſa ſolution à Jean Bernoulli, en le priant de ne pas ſe preſſer de la publier, non plus que la ſienne propre, afin de donner aux autres Géomètres, le tems de s'exercer ſur une ſi belle queſtion. Jean Bernoulli conſentit à leur accorder un an pour cette recherche. Dans cet intervalle, outre les ſolutions de Léibnitz & de Jean Bernoulli, il en parut trois autres, dont les Auteurs étoient Neuton, le Marquis de l'Hopital, & Jacques Bernoulli. Celle de Neuton parut anonyme dans les *tranſactions philoſophiques* de Londres; mais Jean Bernoulli connut la main d'où elle partoit, *tanquam*, dit-il, *ex ungue leonem*. Le Marquis de l'Hopital eut beaucoup de peine à trouver la ſienne; ce qui paroîtra d'autant plus ſurprenant, qu'on peut réſoudre facilement le problême par une méthode qu'il emploie lui-même, lorſqu'il cherche (1) la route que doit ſuivre un voyageur pour arriver dans le moindre tems poſſible d'un lieu à un autre, en traverſant deux campagnes, où il éprouve des réſiſtances qui font varier les vîteſſes dans un rapport donné; car ſi l'on regarde les deux campagnes, comme les deux élémens d'une courbe, & ſi l'on ſuppoſe, conformément à la théorie de la chûte des graves, que les vîteſſes du mobile, le long d'une courbe quelconque, ſoient comme les racines quarrées de ſes diſtances, à une ligne horizontale fixe, on parviendra, en un inſtant, à l'équation différentielle de la cycloïde. Mais cette remarque ne prouve rien en faveur de la prétention de Jean Bernoulli ſur le Livre des infiniment petits,

(1) Analyſe des inf. pet. *art.* 59.

Digitized by Google

tat il ne l'a pas faite ; & les deux ſolutions qu'il a données ſucceſſivement de ſon problême, ſont fondées ſur d'autres principes. Jacques Bernoulli fut auſſi quelque tems ſans publier ſa ſolution : en la cherchant, il s'étoit élevé à des problêmes d'une ſpéculation encore plus profonde, qu'il vouloit d'abord réſoudre, & puis propoſer aux Géomètres. Son Frère haſarda quelques malignes réflexions ſur cette prétendue lenteur : il s'en ſeroit abſtenu, ſans doute, s'il avoit prévu qu'elle étoit employée à lui préparer des chagrins d'autant plus amers, qu'à un talent ſupérieur pour la Géométrie, il avoit la foibleſſe de joindre un amour-propre exceſſif, qui n'eſt pardonnable qu'à l'homme médiocre.

Il y avoit déjà long-tems que la méſintelligence régnoit entre les deux Frères. Le Cadet ayant été nommé Profeſſeur de Mathématiques à Groningue, en 1695, ils ne conſervèrent bientôt plus de relations particulières ; ils ne ſe parloient que dans les Journaux, & c'étoit pour ſe propoſer les problêmes les plus difficiles. Léibnitz tenant la balance entr'eux, étoit, pour ainſi dire, l'ame de leurs travaux : il les encourageoit ſans ceſſe par des louanges privées & publiques ; il paroiſſoit plus occupé de leur gloire, que de la ſienne propre.

Enfin ils en vinrent à une rupture ouverte. L'un vouloit peut-être trop conſerver ce ton de ſupériorité que lui avoit donné le droit d'aîneſſe, & la qualité d'inſtituteur de ſon Frère en Mathématiques : celui-ci oublia les loix de la reconnoiſſance, & même les égards qu'il devoit, nous ne dirons pas ſimplement aux liens du ſang, mais à un homme illuſtre & modéré, occupé de la Science, & toujours prêt à répondre aux queſtions que l'on propoſoit. Jacques Bernoulli, qu'importunoient depuis long-tems les attaques & les critiques de ſon ancien Elève, ſaiſit l'occaſion de ſe venger d'une manière éclatante, mais en même-tems utile à la Géométrie, en propoſant aux Savans, & nommément à ſon Frère, avec la promeſſe d'un prix, le problême général des iſopérimètres. Il demandoit une courbe, telle que des puiſſances quelconques de ſes ordonnées ou de ſes arcs, formaſſent ſur l'axe des abſciſſes un plus grand eſpace, que ne feroient de pareilles puiſſances des ordonnées ou des arcs de toute autre courbe d'égal contour, & conſtruire ſur la même abſciſſe. La propriété qu'a le cercle de comprendre, ſous un contour donné, un *maximum* d'eſpace, ne doit être, comme on voit, qu'un corollaire très-particulier de la ſolution générale.

Auſſi-tôt que Jean Bernoulli eut reçu ce programme, il ſe hâta de faire imprimer, dans les Journaux, le réſultat d'une ſolution qu'il aſſuroit y ſatisfaire, s'applaudiſſant d'ailleurs lui-même de

n'avoit employé que *deux ou trois minutes pour tenter, commencer & achever d'approfondir tout le myſtère*, & demandant hautement le prix que ſon Frère avoit promis. Mais Jacques Bernouili, qui ne trouva pas ce réſultat conforme au ſien, fit imprimer, à ſon tour, un *avis*, où il ſoutenoit que la méthode de ſon Frère étoit défectueuſe : il accordoit encore quelque tems aux Géomètres pour chercher la véritable ſolution ; & ſi perſonne ne la donnoit, il s'engageoit à trois choſes. 1.° *A deviner au juſte l'analyſe de ſon Frère.* 2.° *Quelle qu'elle fût, à y faire voir des paralogiſmes, ſi on vouloit la publier.* 3.° *A donner la véritable ſolution du problême dans toutes ſes parties :* ajoutant *que s'il ſe trouvoit quelqu'un qui s'intéreſſât aſſez à l'avancement des Sciences, pour propoſer quelque prix pour chacun de ces trois articles, il s'engageoit à perdre autant, s'il ne s'acquittoit pas du premier ; le double, s'il ne réuſſiſſoit pas au ſecond ; & le triple, s'il manquoit au troiſième.*

Cette admonition fraternelle obligea Jean Bernoulli de revoir ſa méthode ; il reconnut qu'en effet il s'étoit trompé en quelque choſe, & il attribuoit ſa mépriſe à une trop grande précipitation : il envoya aux Journaux une ſolution différente, à certains égards, de la première, mais ſans prendre un ton plus modeſte. A ſon Ecrit, Jacques Bernoulli repliqua laconiquement en ces termes : *Avant que de publier ma réponſe aux ſolutions de mon frere, je le prie de repaſſer tout de nouveau ſa dernière, d'en examiner attentivement tous les points, & de nous dire enſuite ſi tout va bien : lui déclarant qu'après que j'aurai donné la mienne, les prétextes de précipitation ne ſeront plus écoutés.* Mais cet avertiſſement & une autre remarque ſemblable, un peu plus étendue, ne firent aucune impreſſion ſur Jean Bernoulli, qui ſoutint que ſa ſeconde ſolution étoit bonne dans tous les points.

Preſqu'en même tems on imprima une lettre de Jacques Bernoulli à Varignon, dans laquelle l'Auteur, joignant la plaiſanterie à la diſcuſſion, expliquoit une analyſe défectueuſe en elle-même, où néanmoins des fauſſetés redreſſées par d'autres fauſſetés faiſoient arriver, en certains cas, à une concluſion vraie ; & trouvoit, au moyen de cette analyſe, les mêmes équations que ſon frère ; d'où il conjecturoit que, ſelon toutes les apparences, elles en étoient émanées. Cette imputation mit Jean Bernoulli hors de lui-même, & lui arracha, contre ſon frère, un torrent d'injures que je me garderai bien de répérer.

La querelle ne pouvoit être terminée que par des Arbitres. Jean Bernoulli en demandoit ; il étoit déjà ſûr de l'approbation de Léibnitz, qui n'avoit pas ſans doute examiné la matière avec toute l'attention

l'attention qu'elle méritoit. De ſon côté, Jacques Bernoulli conſentit que Léibnitz, Neuton & le Marquis de l'Hopital fuſſent pris pour Juges, pourvu qu'on lui donnât tout le tems de parler. Le procès traîna en longueur. En 1701, Jean Bernoulli envoya à l'Académie des Sciences de Paris ſa ſolution, ſous une enveloppe qui ne devoit être ouverte qu'après que ſon frère auroit publié ſa Méthode. Celui-ci donna, en 1704, l'analyſe & la ſolution complète de ſes problêmes : prodige de ſagacité & d'invention; il mourut l'année ſuivante, à l'âge de cinquante ans.

La Méthode de Jean Bernoulli parut dans les Mémoires de l'Académie pour l'année 1706. Elle étoit effectivement défectueuſe, comme Jacques Bernoulli l'avoit toujours ſoutenu; & voici en quoi conſiſtoit l'erreur.

Dans tous les problêmes du même genre que celui de *la plus vîte deſcente*, où il s'agit ſimplement de remplir la condition du *minimum* ou du *maximum*, il ſuffit d'appliquer cette condition à deux élémens conſécutifs de la courbe, pour en trouver l'équation différentielle. Mais, dans ceux où l'on eſt obligé de remplir tout-à-la-fois deux conditions, l'une qu'une certaine propriété ſoit la même, l'autre qu'une ſeconde propriété ſoit un *minimum* ou un *maximum*, il faut employer trois élémens conſécutifs de la courbe : ou, ſi l'on veut n'en employer que deux, il faut multiplier les deux fonctions propoſées, par des coëfficiens conſtans, ajouter enſemble les produits, & alors la ſomme réſultante ſe rapporte aux problêmes du premier genre (1). C'eſt à quoi Jean Bernoulli ne prit pas garde, & ce qui lui fit donner des ſolutions fauſſes, excepté dans les cas où une courbe ne peut pas ſatisfaire à l'une des deux conditions propoſées, ſans ſatisfaire en même-tems à l'autre. Jacques Bernoulli avoit conſidéré trois élémens de la courbe; & par-là il étoit parvenu à une ſolution exacte & complète.

La force de la préoccupation empêcha long-tems Jean Bernoulli de reconnoître la vérité, & de lui rendre hommage. Enfin il reprit cette matière en 1718; il convint qu'il s'étoit trompé; &, abandonnant ſes anciennes Méthodes, il en donna une autre où il emploie, comme ſon frère, trois élémens de la courbe, & d'où il tire, d'une manière fort ſimple, les vérirables équations du problême.

Il réſulte de cet expoſé, que Jacques Bernoulli eut, dans la queſtion des Iſopérimètres, un avantage marqué ſur ſon frère. Mais il faut ſe ſouvenir que celui-ci, pendant ſa longue carrière, n'a ceſſé

(1) *Voyez* l'ouvrage de M. Euler, intitulé : *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes.*

d'enrichir les Mathématiques, & d'en reculer les limites. Tous deux ont été des génies du premier ordre. Sans prétendre décider la prééminence entr'eux, je crois que Jacques avoit plus de profondeur, Jean plus de flexibilité, & de cet eſprit qui ſe porte indifféremment vers tous les objets. Le premier a donné pluſieurs ouvrages, tels que la Théorie des ſpirales, le Problême de la courbe élaſtique, celui des Iſopérimètres, & le livre *de Arte Conjectandi*, qui n'appartiennent qu'à lui ſeul, & où il a déployé un génie vraiment original : le ſecond embraſſoit toutes les parties des Mathématiques; il avoit un art particulier de propoſer & de réſoudre de nouveaux problêmes : quelque ſujet que l'on préſentât à ſes recherches, il y entroit promptement, & il n'en a jamais traité aucun, ſans le montrer ſous le jour le plus lumineux, & ſans y faire quelque découverte importante. Je compare Jacques Bernoulli à Neuton, & Jean Bernoulli à Léibnirz.

En propoſant le problême des Iſopérimètres, Jacques Bernoulli y en avoit joint un autre : c'étoit de trouver, parmi toutes les cycloïdes d'une même origine, & conſtruites ſur une même baſe horizontale, celle qu'un corps grave doit ſuivre pour arriver, dans le moindre tems poſſible, à une ligne verticale donnée de poſition. Jean Bernoulli le réſolut ſans peine, & il lui donna même plus de généralité : à la ſimple ligne verticale, il ſubſtitua une courbe quelconque, & il fit voir que la cycloïde de la moindre deſcente étoit celle qui coupoit cette courbe à angles droits. Sa ſolution étoit fondée ſur les propriétés de la courbe *ſynchrone*, dont la nature eſt de couper une infinité de cycloïdes, ou de courbes ſemblables, de manière que les arcs ſoient parcourus en tems égaux. Il reſtoit cependant une difficulté. La courbe ſynchrone eſt facile à tracer par points; mais, pour en trouver l'équation différentielle, il falloit ſoumettre au calcul & à la loi de continuité le paſſage de l'une quelconque des courbes coupées, à la courbe contiguë. Jean Bernoulli ne put y parvenir : il s'en ouvrit par lettres à Léibnits, qui ſurmonta la difficulté (1), & qui donna, en cette rencontre, une extenſion très-importante à l'analyſe infinitéſimale : j'entends la méthode de différentier *de curva in curvam*, en faiſant varier le paramètre. La réponſe de Léibnirz ſaiſit de joie & d'admiration Jean Bernoulli, qui auſſi-tôt développa cette idée, & en fit pluſieurs applications intéreſſantes. Ils convinrent enſemble de tenir la méthode cachée, juſqu'à ce qu'ils s'en fuſſent ſervis pendant un tems ſuffiſant. Léibnitz ne l'a jamais publiée lui-même; car il ſe bornoit ſouvent à ouvrir

(1) Voyez *Leibnitii & Joan. Bernoulli commercium epiſtolicum*, tome 1.er, page 319.

Digitized by Google

de nouvelles routes, & il abandonnoit volontiers aux autres le plaiſir de les étendre & de les perfectionner. Il paroît, par les Œuvres Poſthumes de Jacques Bernoulli, qu'il avoit auſſi trouvé, de ſon côté, une méthode ſemblable, & qu'il l'avoit employée pour réſoudre les problêmes que ſon frère lui propoſoit, pendant la diſpute ſur les iſopérimètres : il ſe contentoit de donner ſes ſolutions ſous des lettres tranſpoſées, voulant éviter toute diverſion, avant que l'affaire des iſopérimètres fût terminée.

J'omets pluſieurs autres problêmes moins importans par leur objet, quoique très-difficiles en ce tems-là. Tel eſt, par exemple, celui de la courbe d'*égale preſſion*, qui fut propoſé en 1700, par Jean Bernoulli, & réſolu par le Marquis de l'Hopital.

Dans cette lice de combats ſcientifiques, qui durèrent pendant plus de trente ans, on ne vit point paroître Varignon, qu'on regardoit néanmoins, en France, comme un grand Géomètre. Mais avouons-le ſans détour : quoique Lahire, Sauveur, Lagni, *&c*, reconnuſſent ſa ſupériorité, il étoit loin d'égaler Léibnitz, Neuton, les frères Bernoulli, & même le Marquis de l'Hopital. Cependant on ne peut pas nier qu'il n'eût beaucoup de ſavoir & de facilité dans le travail. Son projet *d'une nouvelle Méchanique*, & la manière adroite dont il applique le parallélogramme des forces aux loix de l'équilibre, lui feront toujours honneur. Il eſt un des premiers qui ait entendu & commenté le Livre de Neuton. Il poſſédoit ſingulièrement l'art de généraliſer les méthodes, & d'épuiſer, pour ainſi dire, un ſujet. Par malheur ſes ſolutions générales ne renfermoient preſque jamais d'autres difficultés, que celles des ſolutions particulières, données par d'autres Géomètres : c'eſt ce qui faiſoit dire, aſſez plaiſamment à Jean Bernoulli, quand il avoit réſolu quelque problême nouveau & difficile ; *M. Varignon nous généraliſera cela.*

Varignon, né en 1654, mort en 1722.

Cette plaiſanterie pourroit être ſouvent renouvellée, & peut être même appliquée avec plus de juſteſſe. Les moyens d'augmenter nos connoiſſances, & de les rapprocher les unes des autres, étant aujourd'hui fort variés & fort étendus, rien n'eſt moins rare, parmi les Savans, que cette faculté de l'eſprit, qui ſemble quelquefois imaginer, tandis qu'elle ne fait réellement qu'imiter & amplifier. Elle eſt l'appanage de certains hommes ſtudieux qui, dépourvus foncièrement de génie, trouvent dans les écrits des inventeurs, quelques idées acceſſoires & peu développées qu'ils s'approprient, & auxquelles ils ont l'art de donner l'apparence de la nouveauté. La nature leur accorde ordinairement une opinion très-avantageuſe d'eux-mêmes, & le ſecret de l'inſpirer en partie à la médiocrité ou à l'ignorance. Mais les juſtes appréciateurs du mérite corrigent cette erreur, mettent

chacun à ſa place, & regardent avec indifférence de vaſtes édifices de calcul, bâtis ſur les fonds d'autrui, qui ne préſentent qu'un amas de formules inſignifiantes, inutiles au progrès de l'Analyſe, & deſtinées ſeulement à couvrir les pages d'un livre malheureux.

Diſpute entre Léibnitz & Neuton, ſur la découverte de la nouvelle Analyſe.

Il ſemble que la nouvelle Géométrie offroit un aliment ſuffiſant à la curioſité humaine, & qu'on auroit dû ſe contenter de cultiver en paix ce champ inépuiſable de recherches. Mais plus ces objets étoient grands, plus l'orgueil, toujours prêt à étendre ſon empire, fut habile à ſuſciter, entre Léibnitz & Neuton, une querelle ſur les droits à l'invention de la méthode; & il faut avouer que ſi les mouvemens de cette paſſion pouvoient jamais être excuſables, ils le ſeroient ici, par l'importance de la découverte dont on vouloit connoître le véritable Auteur.

La première étincelle de la guerre fut excitée par Fatio de Duiller, Génevois, retiré en Angleterre, le même qui, dans la ſuite, donna un étrange ſpectacle de démence, en voulant reſſuſciter publiquement un mort dans l'Egliſe de S. Paul de Londres, mais qui avoit alors la tête ſaine & même de la réputation parmi les Géomètres. Pouſſé d'un côté par les Anglois, de l'autre, par un reſſentiment perſonnel contre Léibnitz dont il prétendoit avoir reçu de trop foibles marques d'eſtime, il s'aviſa de dire dans un petit Traité ſur la courbe *de la plus vîte deſcente*, & ſur *le ſolide de la moindre réſiſtance*, qui parut, en 1699, que Neuton étoit le *premier* inventeur des nouveaux calculs; qu'il parloit ainſi pour l'honneur de la vérité & l'acquit de ſa conſcience; & qu'il laiſſoit à d'autres le ſoin de décider ce que Léibnitz, *ſecond* inventeur, pouvoit avoir emprunté du Géomètre Anglois. Léibnitz fit, à cette attaque imprévue, une réponſe modérée, & ſuffiſante pour détruire une aſſertion hazardée & dénuée de preuves.

Quelque tems après, Keil renouvella l'accuſation de Fatio. Léibnitz répondit que Keil, qu'il appelloit d'ailleurs un homme *Savant*, étoit trop nouveau pour porter un jugement certain de choſes arrivées depuis un grand nombre d'années, & qu'il s'en rapportoit là-deſſus à Neuton même. Keil revint à la charge, & dans une lettre adreſſée à Hanſloane, Secrétaire de la Société Royale, il ne ſe contenta plus de dire que Neuton étoit le premier inventeur: il fit entendre aſſez clairement que Léibnitz, après avoir puiſé la méthode dans les écrits de Neuton, ſe l'étoit appropriée, en y appliquant ſeulement une notation particulière, ce qui étoit, en termes équivalens, le taxer de plagiat. Léibnitz indigné d'une pareille inculpation, en porta de vives plaintes à la Société Royale, & demanda hautement que l'on réprimât les clameurs d'un homme incon-

Digitized by Google

ſidéré qui attaquoit, ſans raiſon & ſans pudeur, ſa réputation & ſa bonne foi. La Société Royale nomma des Commiſſaires pour examiner tous les écrits qui regardoient ce ſujet, & elle les publia, en 1712, avec le rapport des Commiſſaires, ſous ce titre : *Commercium Epiſtolicum de Analyſi promota.* Sans être abſolument affirmative, la concluſion du rapport eſt que Keil n'a pas calomnié Léibnitz. J'obſerverois que Neuton étoit alors préſident de la Société Royale, s'il avoit montré le deſir, ou s'il avoit eu le pouvoir de faire pencher la balance en ſa faveur.

La Société Royale n'avoit ni le droit, ni l'intention de juger le procès ſans appel ; & puiſqu'elle a fait imprimer les pièces qui y ſont relatives, elle a laiſſé la liberté de les diſcuter & d'en dire ſon avis. Je demande donc la permiſſion de me livrer à cet examen : j'y apporterai toute l'impartialité dont je ſuis capable. Léibnitz & Neuton me ſont indifférens : je n'ai reçu d'eux, ſi je puis employer une expreſſion de Tacite, *ni bienfait, ni injure.* La ſublimité de leur génie exige un profond hommage ; mais on doit encore plus de reſpect à la vérité.

Neuton tenant de la nature une intelligence ſupérieure, & né dans un tems où Hariot, Wren, Wallis, & Barrow, avoient déjà rendu les Mathématiques floriſſantes en Angleterre, eut de plus l'avantage de recevoir, dans ſon enfance, les leçons de Barrow à l'univerſité d'Oxford. Toutes les forces de ſon génie ſe portèrent vers ce genre d'études : les ſuccès qu'il y obtint furent prodigieux. Fontenelle lui a appliqué ce que Lucain avoit dit du Nil : qu'*il n'a pas été donné aux hommes de le voir foible & naiſſant.* Dès l'âge de vingt-cinq ans, il avoit jetté les fondemens des grandes théories qui l'ont rendu depuis ſi fameux. Léibnitz, plus jeune de quatre ans, ne trouva en Allemagne que de médiocres ſecours pour ſon inſtruction. Il ſe forma, pour ainſi dire, tout ſeul. Son génie actif & dévorant, ſecondé par une mémoire extraordinaire, embraſſoit toutes les branches des connoiſſances humaines : littérature, hiſtoire, poéſie, droit des gens, ſciences exactes, phyſique, *&c.* Cette multiplicité de goûts nuiſit néceſſairement à la rapidité de ſes progrès dans chaque genre. Il ne s'annonça donc, comme un grand Mathématicien, que ſept ou huit ans après Neuton.

Ces deux grands hommes poſſédoient la nouvelle Analyſe longtems avant que de la mettre au jour. Si la priorité de la publication emportoit la priorité de l'invention, Léibnitz auroit gain de cauſe : mais ce moyen n'eſt pas ſuffiſant pour prononcer avec aſſurance ; & il faut remonter à des faits antérieurs, appuyés ſur des titres authentiques.

Digitized by Google

Le *commercium epiſtolicum* contient d'abord, à dater de l'année 1669, pluſieurs belles découvertes Analytiques de Neuton. Dans la pièce intitulée : *de Analyſi per æquationes numero terminorum infinitas*, outre la méthode pour réſoudre les équations par approximation, dont il ne s'agit pas ici, Neuton enſeigne à quarrer les courbes qui ont, pour ordonnées, des expreſſions monomes, ou l'aſſemblage de pluſieurs monomes; & lorſque les ordonnées ſont des radicaux complexes, il ramène la queſtion au premier cas, en développant l'ordonnée en une ſuite infinie de termes ſimples, au moyen de la formule du binome, ce que perſonne n'avoit fait encore. Sluze & Grégori avoient trouvé, chacun de leur côté, une méthode pour les tangentes : Neuton, dans une lettre à Collins, en date du 10 Décembre 1672, prouve qu'il l'avoit auſſi trouvée : il l'applique à un exemple, ſans y ajouter la démonſtration : il dit enſuite qu'elle n'eſt qu'un corollaire d'une autre méthode générale qu'il a pour mener les tangentes, quarrer les courbes, trouver leurs longueurs & leurs centres de gravité, *&c*, ſans être arrêté par les quantités radicales, comme Hudde l'eſt dans ſa méthode pour les *maxima* & les *minima*. Les Anglois voyent clairement la méthode des fluxions dans ces deux écrits de Neuton; mais les Géomètres des autres Nations ne penſent pas tout-à fait de même. En convenant que le développement des radicaux en ſéries eſt un pas conſidérable que Neuton a fait, ils ne peuvent s'empêcher de reconnoître d'ailleurs, que les méthodes de Fermat, de Wallis & de Barrow, pouvoient ſervir à trouver les réſultats concernant les quadratures des courbes, que Neuton ſe contente de donner, ſans indiquer la marche qui l'y a conduit Ils avouent que les deux pièces dont il s'agit, contiennent une indication vague de la méthode des fluxions; indication peut-être ſuffiſante pour montrer que Neuton poſſédoit alors les premiers principes de cette méthode, mais trop obſcure pour en donner l'intelligence au lecteur. Et ce qui rend cette conjecture très-vraiſemblable, c'eſt qu'Oldenbourg, Secrétaire de la Société Royale, envoyant (10 Juillet 1673) à Sluze, un exemplaire de la méthode de celui-ci pour les tangentes qu'on avoit imprimée à Londres, rapporte un fragment de lettre de Neuton, où après avoir dit que cette méthode appartient bien véritablement à Sluze, Neuton pourſuit ainſi : *quant aux méthodes* (il entend celle de Sluze & la ſienne propre), *elles ſont les mêmes, quoique je les croye tirées de principes différens. Je ne ſais cependant ſi les principes de M. Sluze ſont auſſi féconds que les miens, qui s'étendent aux équations affectées de termes irrationnels, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'en changer la forme.* Auroit-il parlé avec tant de réſerve;

& n'auroit-il pas dit nettement que la méthode de Sluze, & celle des fluxions, étoient différentes, s'il avoit poſſédé la dernière dans un degré auſſi parfait qu'on l'a prétendu depuis? La modeſtie peut-elle conſiſter à cacher la vérité? Quoi qu'il en ſoit, Léibnitz n'a pas eu communication de ces deux écrits de Neuton, ou il n'en a tiré aucune lumiere, avant que d'avoir trouvé ſon calcul différentiel: c'eſt un point important que les défenſeurs de Léibnitz n'ont pas aſſez diſcuté juſqu'ici, & dont je donnerai bientôt la preuve démonſtrative.

Léibnitz vint en France, en 1672, au ſortir des univerſités d'Allemagne, où il s'étoit principalement occupé du droit & de l'hiſtoire: il étoit néanmoins déjà initié aux Mathématiques, puiſqu'en 1666, il avoit publié un petit Livre ſur quelques propriétés des nombres. Il paſſa à Londres, au commencement de 1673; il y vit Oldenbourg, & ils lièrent enſemble un commerce de lettres. Dans une de ces lettres, écrite de Londres même à Oldenbourg, Léibnitz expoſe qu'ayant trouvé une manière de ſommer certaines ſuites par le moyen de leurs differences, on lui avoit montré cette méthode déjà imprimée dans un Livre de Mouton, Chanoine de S. Paul de Lyon, ſur les diamètres du ſoleil & de la lune; qu'alors il imagina une autre manière qu'il explique, de former les différences, & d'en conclure les ſommes des ſuites; qu'il eſt en état de ſommer une ſuite de fractions, dont les numérateurs ſont l'unité, & dont les dénominateurs ſont, ou les termes de la ſuite des nombres naturels, ou ceux de la ſuite des nombres triangulaires, *&c.* Toutes ces recherches ſont ingénieuſes, & ſemblent avoir un rapport, au moins éloigné, au calcul des différences.

Après quelques mois de ſéjour à Londres, Léibnitz revint à Paris, où il ſe lia d'amitié avec Huguens, qui lui ouvrit le ſanctuaire de la plus profonde Géométrie. Il trouva bientôt la ſuite, qui donne, pour la quadrature du cercle, une expreſſion analogue à celle que Mercator avoit donnée pour la quadrature de l'hyperbole. Il la communiqua à Huguens, qui en fit de grands éloges, & à Oldenbourg, qui lui répondit que Neuton avoit déjà trouvé des choſes ſemblables, non-ſeulement pour le cercle, mais encore pour toutes ſortes de courbes, & qui en envoya des eſſais. En effet, la théorie des ſuites étoit très-avancée dès ce tems-là en Angleterre; & quoique Léibnitz y eut pénétré fort avant de ſon côté, il a toujours néanmoins reconnu que les Anglois, & principalement Neuton, l'avoient précédé & ſurpaſſé dans cette branche de l'analyſe: mais elle n'eſt pas le calcul différentiel, & les Anglois ont montré une partialité trop évidente, en cherchant à lier enſemble ces deux objets.

Ecoutons & peſons l'hiſtoire que Léibnitz fait de ſa découverte du calcul différentiel. Il raconte que joignant ſes anciennes remarques ſur les différences des nombres, à ſes nouvelles méditations de Géométrie, il trouva ce calcul vers l'année 1676; qu'il en fit de merveilleuſes applications à la Géométrie; qu'étant obligé, en ce même rems, de retourner à Hanover, il ne put ſuivre entièrement le fil de ſes méditations; que cherchant néanmoins à *faire valoir* ſa nouvelle découverte, il paſſa par l'Angleterre & par la Hollande; qu'il reſta quelques jours à Londres, où il fit connoiſſance avec Collins, qui lui montra pluſieurs lettres de Gregori, de Neuton, & d'autres Mathématiciens, leſquelles rouloient principalement ſur les Séries. D'après cet expoſé, il ſembleroit que Léibnitz, voulant répandre *ſa nouvelle découverte*, auroit dès-lors fait connoître le calcul différentiel en Angleterre. Ajoutons que, dans une lettre de Collins à Neuton, du 5 Mars $167\frac{6}{7}$, il eſt dit que Léibnitz ayant paſſé une ſemaine à Londres, au mois d'Octobre 1676, *avoit remis à Collins quelques écrits* (1), dont Neuton recevroit inceſſamment des extraits ou des copies. Collins ne déſigne point la nature de ces *écrits*, & on n'en trouve aucun veſtige dans le *commercium epiſtolicum*. Mais ſi le récit de Léibnitz eſt fidèle, ou ſi ſa mémoire ne l'a pas trompé, quand il a dit qu'il poſſédoit le calcul différentiel avant ce ſecond voyage en Angleterre, il lui ſurvint ſans doute alors quelque raiſon particulière de tenir encore ſa découverte cachée, contre le projet qu'il avoit formé d'abord de la *faire valoir*; car, dans cette même lettre, Collins en rapporte une autre de Léibnitz à Oldenbourg, écrite d'Amſterdam, le $\frac{18}{28}$ Novembre 1676, où Léibnitz propoſe de conſtruire des Tables de formules, tendantes à perfectionner la méthode de Sluze, au lieu d'expliquer, ou, au moins, d'indiquer le calcul différentiel, comme beaucoup plus expéditif & plus commode. Les Anglois ont donc eu raiſon de dire qu'à ſon paſſage à Londres, en 1676, Léibnitz ne leur a pas appris le calcul différentiel; mais ils devoient reconnoître que la même lettre prouve, avec la dernière évidence, qu'il n'a non plus rien appris d'eux ſur ce ſujet. En effet, ſi, comme ils l'ont avancé depuis, on lui eût donné connoiſſance de la méthode des fluxions, ne faudroit-il pas qu'il fût tombé en démence pour oſer propoſer, un mois après, au Secrétaire de la Société Royale, les moyens de perfectionner la méthode de Sluze en elle-même, ſans

(1) Ce paſſage & pluſieurs autres grands morceaux de cette lettre ont été ſupprimés dans le *Commercium Epiſtolicum*. Voyez-la en entier dans les Œuvres de Wallis, *t. III, page 646.*

parler,

Digitized by Google

parler, le moins du monde, d'une autre méthode beaucoup plus ſimple qu'on venoit de lui enſeigner en Angleterre ? Ainſi, de deux choſes l'une : ou Léibnitz ne vit point, au mois d'Octobre 1676, l'ouvrage *de Analyſi per æquationes*, & la lettre de Neuton, du 10 Décembre 1672 : ou s'il vit ces deux pièces, il n'en tira aucun ſecours, non plus que les Géomètres Anglois, qui avoient eu tout le tems de les méditer. Ses Adverſaires n'ont jamais dit formellement qu'il eût vu l'ouvrage *de Analyſi per æquationes* ; ils ſe ſont contentés d'avancer qu'il avoit vu la lettre du 10 Décembre 1672 ; mais cette lettre eſt ſi vague & ſi obſcure, que leur aſſertion, fût-elle vraie, ne prouve rien contre Léibnitz.

Il n'y a, dans toute cette affaire, que trois pièces véritablement déciſives : ſavoir, 1.° une lettre de Neuton à Oldenbourg, du 24 Octobre 1676 ; lettre communiquée, l'année ſuivante, à Léibnitz. 2.° La réponſe que Léibnitz fit à Oldenbourg, le 21 Juin 1677, relativement à cette lettre. 3.° Le Scholie qui accompagne la propoſition VII du Livre II, *des principes Mathématiques* de Neuton, ouvrage publié en 1686.

La lettre de Neuton contient, indépendamment de différentes recherches ſur les ſuites, qu'il faut ici mettre de côté, pluſieurs Théorêmes qui ont la méthode des fluxions pour baſe ; mais il en cache les démonſtrations ; il ſe contente de dire qu'il les a tirées de la ſolution d'un problême général qu'il énonce énigmatiquement ſous des lettres tranſpoſées, & dont le ſens eſt : *étant donnée une équation qui contienne des quantités fluentes, trouver les fluxions, & réciproquement.* Il eſt évident, par cette lettre, que Neuton poſſédoit alors la méthode des fluxions, ou le calcul différentiel.

Léibnitz, dans ſa réponſe, commence par dire qu'il avoit reconnu, comme Neuton, que la méthode de Sluze pour les tangentes étoit imparfaite. Enſuite il explique celle du calcul différentiel, aſſurant que depuis long-tems, il s'en étoit ſervi pour mener les tangentes des courbes. Il donne ainſi ouvertement la ſolution du problême que Neuton avoit propoſé en énigme.

Le Scholie, cité du Livre des *principes*, porte : *dans un commerce de lettres que j'entretenois, il y a dix ans* (1), *avec le très-ſavant Géomètre M. Léibnitz, ayant mandé que je poſſédois une méthode pour déterminer les* maxima & *les* minima, *mener les tangentes, & faire autres choſes ſemblables, laquelle réuſſiſſoit également dans les quantités rationnelles & dans les quantités radicales, & ayant caché cette méthode ſous des lettres tranſpoſées*

(1) Par l'entremiſe d'Oldenbourg.

qui ſignifioient : étant donnée une équation qui contienne un nombre quelconque de quantités fluentes, trouver les fluxions, & réciproquement : *cet homme célèbre répondit qu'il avoit trouvé une méthode ſemblable, & il me communiqua ſa méthode qui ne diffèroit de la mienne, que dans l'énoncé & la notation.* L'édition de 1714 ajoute, *& dans l'idée de la génération des quantités.*

Il eſt conſtant, par ces trois pièces, que Neuron ſemble avoir trouvé le premier la méthode des fluxions, mais que Léibnitz l'a trouvée également de ſon côté, ſans rien emprunter de Neuron. Ces deux grands hommes ſont arrivés, par la force de leurs génies, au même but, par des chemins différens : l'un, en regardant les fluxions comme de ſimples rapports de quantités qui naiſſent ou s'évanouiſſent au même inſtant ; l'autre, en conſidérant que dans une ſuite de quantités qui croiſſent ou décroiſſent, la différence entre deux termes conſécutifs peut devenir infiniment petite, c'eſt-à-dire, plus petite que toute grandeur finie déterminable.

Cette opinion, aujourd'hui reçue univerſellement, excepté en Angleterre, a été celle de Neuton même, dans un rems où la vérité étoit encore proche de ſa ſource, & où les paſſions ne l'avoient pas altérée. Envain, entraîné dans la ſuite par la flatterie de ſes diſciples, a-t-il changé de langage : envain a-t-il prétendu que la gloire d'une découverte appartenoit toute entière au premier inventeur, & que les ſeconds inventeurs n'y avoient aucune part ; la propoſition a beſoin d'être modifiée : deux hommes, qui ſont chacun une même découverte importante, ont un droit égal à l'admiration : celui qui la publie le premier, a le premier droit à la reconnoiſſance publique.

Le projet de dépouiller Léibnitz, & de le faire regarder comme plagiaire, fut porté ſi loin en Angleterre, qu'on oſa dire, & Neuton lui-même n'eut pas honte d'appuyer l'objection, que le calcul différentiel de Léibnitz n'étoit autre choſe que la méthode de Barrow. A quoi penſez-vous, répondit Léibnitz, de me faire un pareil reproche ? Vous voulez, tout à-la-fois, que le calcul différentiel ſoit la méthode de Barrow, & que M. Neuton en ſoit l'inventeur. Faut-il que la paſſion vous aveugle au point de ne pas ſentir cette contradiction manifeſte ? Si le calcul différentiel étoit réellement la méthode de Barrow, (& vous ſavez très-bien qu'il ne l'eſt pas), qui mériteroit plus juſtement d'être appellé plagiaire, ou de M. Neuton qui a été le diſciple, l'ami de Barrow, qui a été à portée de puiſer dans la converſation des vues que Barrow n'a pas miſes dans ſes livres : ou de moi, qui n'ai pu connoître que les livres, & qui n'ai jamais eu de relations avec l'Auteur ?

Digitized by Google

Jean Bernoulli, qui avoit appris conjointement avec ſon Frère, l'Analyſe infinitéſimale dans les écrits de Léibnitz, oppoſa au *commercium epiſtolicum*, une lettre où il mit en avant, que Neuton n'avoit pas d'abord ſongé à ſon calcul des fluxions, ou qu'il ne l'avoit réduit à des opérations analytiques générales en forme d'algorithme, qu'après que le calcul différentiel étoit déjà répandu dans tous les Journaux de Hollande & d'Allemagne. Les raiſons qu'il en donne ſont, 1.° que dans le *commercium epiſtolicum*, on ne voit pas que Neuton ait jamais employé les lettres pointées, pour déſigner les fluxions. 2.° Que dans le Livre des *principes*, où l'Auteur avoit ſi ſouvent occaſion d'employer ce calcul, & d'en donner l'algorithme, il ne l'a point fait; qu'il procède par-tout par les lignes & les figures, ſans aucune analyſe déterminée, & ſeulement à la manière de Huguens, Roberval, Cavalleri, &c. 3.° Que les lettres pointées n'ont commencé à paroître que dans le troiſième volume des œuvres de Wallis, pluſieurs années après que le calcul différentiel étoit connu par-tout. 4.° Que la vraie méthode de différentier les différences, ou de prendre les fluxions des fluxions, étoit ignorée de Neuton, puiſque dans ſon Traité *des quadratures des courbes*, publié en 1706, il donne, pour trouver les différentielles de tous les ordres, une règle qui eſt fauſſe, excepté dans le ſeul cas des premières différences.

A cette lettre, on répondit que la notation ne conſtituoit pas la méthode; que les principes du calcul des fluxions étoient contenus dans les lettres & dans le grand ouvrage de Neuton; que la règle du Traité *des quadratures*, pour trouver les fluxions de tous les ordres, étoit vraie en ſupprimant les dénominateurs, & donnoit par conſéquent des quantités *proportionnelles* aux véritables fluxions. Les partiſans de Léibnitz répliquèrent que les avantages d'une méthode analytique tiennent en grande partie à la ſimplicité de l'algorithme; que la caractériſtique de Léibnitz avoit déjà fait faire des progrès conſidérables à la nouvelle Analyſe, dans un temps où preſque perſonne n'entendoit le Livre de Neuton; & qu'enfin la règle donnée par Neuton, pour trouver les fluxions de tous les ordres, prouve qu'il ne poſſedoit pas, même en 1706, la nouvelle Analyſe, avec autant d'évidence & de ſûreté, que les Géomètres de l'Ecole de Léibnitz.

La queſtion etoit ainſi dégénérée en diſputes, qui ne faiſoient que l'embrouiller & l'obſcurcir. Elle parut terminée par la mort de Léibnitz, qui arriva en 1716. Les Anglois pourſuivant l'ombre de ce grand Homme, publièrent en 1726 une édition du Livre des *principes*, où l'on ſupprima le ſcholie qui concernoit Léibnitz.

C'étoit avouer ſa découverte d'une manière bien authentique & bien mal-adroite. Ne devoient-ils pas ſentir que l'on attribueroit à une prévention nationale, ou peut-être à un ſentiment encore plus injuſte, le deſſein chimérique d'anéantir l'hommage qu'une noble émulation avoit autrefois rendu à la vérité ?

Il s'eſt trouvé dans les tems poſtérieurs, des Géomètres qui, ſans prendre un parti déciſif entre Neuton & Léibnitz, ont objecté au dernier que la métaphyſique de ſa méthode étoit obſcure ou même défectueuſe; qu'il n'y a point de quantités infiniment petites, & qu'il reſte des doutes ſur l'exactitude d'une méthode où ces quantités ſont introduites. Mais Léibnitz peut répondre : je n'ai propoſé l'exiſtence des quantités infiniment petites, que comme une ſimple hypothèſe qui ſert à abréger le calcul & les raiſonnemens ſur lequel il eſt fondé; je n'ai pas beſoin qu'il y ait des quantités infiniment petites à la rigueur; il me ſuffit, comme je l'ai imprimé dans pluſieurs ouvrages, que mes *différences* ſoient moindres que toute quantité *finie* que vous voudrez aſſigner, & que par conſéquent l'erreur qui peut réſulter de ma ſuppoſition, ſoit au-deſſous de toute erreur déterminable, c'eſt-à-dire, abſolument nulle. La manière dont Archimède trouve la proportion de la ſphère au cylindre, a pour baſe des principes ſemblables. M. de Fontenelle, qui étoit d'ailleurs bien intentionné pour moi, a eu tort de ſe contenter de dire, à la tête de ſa *Géométrie de l'infini*, qu'après avoir admis d'abord les infiniment petits, je m'étois relâché dans la ſuite, juſques au point de réduire les infiniment petits de différens ordres, à n'être que des *incomparables*, dans le ſens qu'un grain de ſable ſeroit incomparable au globe de la terre : il devoit ajouter que cette comparaiſon ne me ſert qu'à préſenter une idée ſenſible & groſſière de mes différences à l'imagination de certains lecteurs, & que, dans le Mémoire (1) auquel il fait alluſion, je finis par remarquer expreſſément, qu'au lieu de l'infini ou de l'infiniment petit, il faut prendre des quantités auſſi grandes ou auſſi petites qu'il eſt néceſſaire, pour que l'erreur ſoit moindre que toute erreur donnée. La métaphyſique de mon calcul eſt donc entièrement conforme à celle de la méthode d'*exhauſtion* des anciens, dont jamais perſonne n'a révoqué la certitude en doute. Et, quoiqu'on ait voulu dire, mon rival n'a réellement, à cet égard, aucun avantage ſur moi.

Enfin on a dit que Neuton avoit pouſſé plus loin que Léibnitz, les applications de la nouvelle Analyſe à de grands objets, & que cet avantage forme un préjugé pour faire regarder le premier comme

(1) Voyez *Leibnitii opera*, tome III, pag. 370.

Digitized by Google

le véritable inventeur. Ce raiſonnement demande une explication.

Il n'a peut-être pas exiſté d'homme plus doué que Neuton, de cette intelligence & de cette vigueur de tête, capables de ſoutenir une longue méditation, de concevoir & d'exécuter un vaſte plan. La preuve en eſt dans ſon Livre des *principes*, l'un des plus beaux monumens de l'eſprit humain, par la variété, l'enchaînement & l'importance des matières qui y ſont traitées. Léibnitz n'a point donné de Livre ſemblable. Trop emporté par la vivacité de ſon génie, & par la multitude de ſes occupations, de ſes voyages & de ſes correſpondances avec la plupart des Savans de ſon tems, il ne pouvoit s'aſtreindre à creuſer long-tems un même ſujet, ni à pourſuivre en détail toutes les conſéquences d'un grand principe. Mais le recueil de ſes ouvrages, & ſon *commerce épiſtolaire* avec Jean Bernoulli, portent le plus haut caractère de l'invention. Il ſeme par-tout des idées neuves & des germes de Théories, dont le développement produiroit quelquefois des traités entiers. S'il n'a pas égalé Neuton du côté de la profondeur, il paroît le ſurpaſſer par cette pénétration rapide & cette pointe d'eſprit, qui vont ſaiſir dans une matière, les queſtions les plus ſubtiles & les plus piquantes. L'un a laiſſé une plus grande maſſe des vérités Géométriques; l'autre a plus accéléré, en ſon tems, les progrès de la Science, par la notation ſimple & commode de ſon calcul, les applications nombreuſes qu'il en fit lui-même, ou qu'il mit les Savans à portée d'en faire, les encouragemens qu'il leur donnoit, & les routes nouvelles qu'il ouvroit continuellement à leurs méditations.

La diſpute dont je viens de rendre compte ne fut pas bornée au ſeul genre polémique : elle alluma heureuſement entre les Anglois & les Partiſans de Léibnitz, une guerre de problémes, dont la Géométrie retira pluſieurs avantages conſidérables. On en étoit venu à s'accuſer de part & d'autre de ne pas bien entendre la nouvelle analyſe. Léibnitz, *pour tâter le pouls aux Anglois*, comme il diſoit, leur fit propoſer, peu de tems avant ſa mort, le fameux problême des trajectoires orthogonales, ou la recherche des courbes qui coupent ſous un angle donné une ſuite de courbes de la même eſpèce, comme toutes les hyperboles d'un même ſommet & d'un même centre. Cet exemple des hyperboles étoit indiqué pour fixer clairement l'état de la queſtion; car il n'étoit pas d'ailleurs bien difficile à réſoudre; & le jeune Nicolas Bernoulli, fils de Jean, en donna une ſolution fort élégante. Mais Léibnirz exigeoit une méthode générale, d'où l'on pût tirer, dans chaque cas particulier, la conſtruction de la trajectoire, du moins en ſuppoſant la quadrature des courbes. Neuton ayant vu cet énoncé, indiqua tout de ſuite une An. 1715.

ſolution fondée ſur ces principes : que la nature des courbes coupées donnoit les tangentes aux points d'interſection ; que les angles d'interſection donnoient les perpendiculaires ; que les perpendiculaires donnoient le centre de courbure, ou le rayon oſculateur, d'où l'on pouvoit toujours arriver à l'équation différentielle de la trajectoire. Quant à l'intégration de cette équation, il la renvoyoit au calcul intégral, prétendant qu'elle ne faiſoit plus partie du problême. Mais Jean Bernoulli, chargé de la cauſe de Léibnitz qui venoit de mourir, ſe moqua hautement de ce projet de ſolution : il ſoutint que rien n'étoit plus facile que de parvenir à l'équation de la trajectoire ; qu'on avoit même traité depuis long-tems avec ſuccès pluſieurs cas particuliers de ce problême ; que la grande difficulté étoit d'aſſigner, en général, les cas où l'équation de la trajectoire étoit intégrale, & de réduire l'intégration à la quadrature des courbes. La diſpute s'échauffant de plus en plus, eut de longues ſuites. On voyoit, d'un côté, les Diſciples de Neuton (car il ne paroiſſoit plus dans la lice), & de l'autre, Jean Bernoulli leur faiſant tête, & ſoutenant ſeul ſur un pont, comme Horatius Cocles, tout l'effort de l'armée angloiſe, ſuivant l'ingénieuſe comparaiſon de Fontenelle.

An. 1716.

An. 1717, 1718.

An. 1721. Du problême des trajectoires orthogonales, on paſſa à celui des trajectoires réciproques ou des courbes qui ſe coupent mutuellement ſous un angle donné. Toutes ces recherches tenoient à des principes ſemblables. Elles demandoient une Géométrie très-délicate & très-profonde. Jean Bernoulli y déploya toutes les reſſources de l'art & du génie. Il avoit entre les mains un inſtrument qu'il manioit avec dextérité : la méthode de différentier *de curva in curvam*.

Taylor, né en 1690, mort en 1734. Parmi les combattans Anglois, on diſtingua principalement Taylor, qui réſolut la plupart des problêmes de l'ennui commun. Avant ce tems-là, il avoit publié un ouvrage célèbre, intitulé : *Methodus incrementorum directa & inverſa*. C'eſt-là qu'on trouve les premiers eſſais de la nouvelle analyſe appliquée aux différences finies : eſſais préſentés d'une manière très-obſcure, & que Nicole eut le mérite de développer clairement, & de pouſſer plus loin (1). Taylor a donné, dans ce même ouvrage, la première ſolution du problême des cordes vibrantes, en ſuppoſant que tous les points de la corde arrivent en même tems à l'axe. Nous verrons ce qu'on a ajouté depuis à cette Théorie.

Nicole, né en 1683, mort en 1758.

An. 1717. Keil ne fut pas auſſi heureux. Il oſa, pour ſa propre honte, provoquer Jean Bernoulli ſur un autre ſujet. Neuton avoit déterminé, dans le livre *des Principes*, la courbe que décrit un projectile dans

(1) Mém. de l'Acad. 1717, 1723, 1724, 1727.

un milieu réſiſtant comme la ſimple vîteſſe; mais il n'avoit pas touché au cas, beaucoup plus difficile, où le milieu réſiſte comme le quarré de la vîteſſe. Keil propoſa ce cas à Jean Bernoulli, qui non-ſeulement le réſolut en très-peu de tems, mais qui étendit la ſolution à l'hypothèſe générale où la réſiſtance du milieu ſeroit comme une puiſſance quelconque de la vîteſſe du mobile. Quand cette Théorie fut trouvée, l'Auteur offrit, à différentes repriſes, de l'envoyer à un homme de confiance à Londres, ſous la condition que Keil remettroit auſſi ſa ſolution. Mais Keil, vainement interpellé, garda un profond ſilence : la raiſon en étoit facile à deviner; il n'avoit pas réſolu ſon problême : en le propoſant, il s'étoit attendu que perſonne ne trouveroit ce qui avoit échappé à la ſagacité de Neuton. Il ſe trompa dans ſa conjecture; & ſon défi, plus qu'indiſcret, lui attira de la part du Géomètre de Baſle, une réprimande d'autant plus humiliante, que le ſeul moyen ſolide d'y répondre étoit de réſoudre le problême, & que Keil ne put trouver ce moyen, ni dans ſes propres forces, ni dans les ſecours de ſes amis. Le triomphe de Jean Bernoulli fut complet. Dans l'ivreſſe de ſa victoire, il ſe permit, contre ſes rivaux, des ſarcaſmes & des plaiſanteries qui n'étoient pas de bon goût, mais pardonnables ſans doute au caractère franc & loyal d'un homme attaqué inſidieuſement, ayant à venger ſes propres outrages & ceux d'un illuſtre ami dont il pleuroit encore la perte.

Toutes ces diſcuſſions ſcientifiques, malgré l'aigreur qu'y mêloient les paſſions humaines, échauffoient les eſprits, & formoient de tous côtés des proſélytes à la Géométrie. L'Ecole de Baſle avoit déjà produit, ſous Jacques Bernoulli, pluſieurs hommes célèbres dans les Sciences, entr'autres Herman, Auteur d'un excellent Traité de *Phoronomie*, & Nicolas Bernoulli, neveu, profond dans l'analyſe des jeux de haſard, & le premier qui ait donné la fameuſe équation de condition, d'où dépend la réalité de l'équation aux différences partielles entre trois grandeurs variables. De nouveaux Elèves, excités par les leçons de Jean Bernoulli, & ſur-tout par le ſpectacle de ſes combats avec les Anglois, ſe montrèrent dignes d'un tel maître. Son fils aîné, Nicolas, s'élevoit rapidement aux régions ſupérieures de la Géométrie, quand la mort vint le frapper à l'âge de 27 ans. Il eut, dans ſon frère Daniel Bernoulli, & dans Euler leur compatriote, des rivaux, qui, nés avec un genie égal au ſien, mais ayant vécu plus long-tems, ont fait auſſi de plus grands pas dans la même carrière. En Italie, Gabriel Manfredi avoit publié, dès l'année 1707, un ſavant ouvrage ſur l'analyſe des courbes & des équations différentielles : ouvrage où, par la ſeule conformité des eſprits & de la

Herman, né en 1670, mort en 1734.

Nicolas Bernoulli, né en 1687, mort en 1760.

Nicolas Bernoulli, né en 1690, mort en 1726.

D. Bernoulli, né en 1700, mort en 1782.

Euler, né en 1707, mort en 1793.

Gabriel Manfredi, né en 1681, mort en 1761.

doctrine, l'Auteur s'étoit rencontré avec Jean Bernoulli dans la Théorie générale des équations différentielles homogènes.

Rien n'a plus contribué à augmenter le nombre & l'émulation des savans, que l'établissement des Académies dans les principales villes de l'Europe. On connoît les riches collections de Mémoires publiés par ces illustres Compagnies : souvent encore leurs membres ont donné séparément des ouvrages considérables. La nouvelle Géométrie a été appliquée à toutes les autres parties des Mathématiques, & toutes l'ont forcée de se perfectionner elle-même, en offrant sans cesse des problêmes qui finissent par se réduire à de pures questions d'Analyse.

Méchanique. Nous trouvons d'abord, dans la Méchanique, une preuve sensible de cette dépendance mutuelle. Il n'y a point de Science à qui le secours d'une profonde Géométrie soit plus nécessaire qu'à la Théorie générale de l'équilibre & des mouvemens variés. On en avoit déjà vu plusieurs exemples; & cette source étoit loin de tarir.

Emportés par le plaisir de résoudre de nouveaux ptoblêmes, les Géomètres s'étoient peu attachés à examiner si les principes de la Méchanique avoient l'évidence nécessaire pour servir de base à un système de connoissances véritablement scientifiques. M. Daniel
An. 1726. Bernoulli entreprit cet examen : il éclaircit quelques propositions; il en démontra rigoureusement d'autres qui en avoient besoin : telle est, en particuliet, celle de la composition & décomposition des forces qui vont concourir en un point. Quand il eut ainsi assuté sa marche, il voulut, à son tour, résoudre des problêmes de Méchanique.
An. 1728. Je citerai d'abord celui des *chaînettes*, considéré généralement, c'est-à-dire, en supposant le fil soumis à l'action de puissances quelconques; & celui de la courbure que doit prendre une lame élastique, en ayant égard à sa pesanteur que l'on n'avoit pas encore fait entrer dans le calcul. M. Euler, qui traita de son côté les mêmes questions, parvint à des résultats semblables.

La découverte que Huguens avoit faite du *tautochronisme* de la cycloïde, dans l'hypothèse du vuide & de la gravité ordinaire, excita la curiosité des Géomètres à chercher les courbes tautochrones
An. 1686. pour d'autres hypothèses. Neuton fit voir que la cycloïde est encore la courbe tautochrone, lorsque le corps toujours pesant à l'ordinaire, éprouve de la part du milieu où il se meut, une résistance proportionnelle à sa simple vîtesse : résultat curieux & remarquable. Mais on desiroit envain depuis long-tems de connoître la tautochrone pour un milieu résistant comme le quarré de la vîtesse. M. Eulet
An. 1729. & M. Jean Bernoulli résolurent ce problême à-peu-près dans le même tems. En 1734, M. Fontaine donna, sur ce sujet, une nou-
Fontaine, né en 1705, mort en 1771.

velle

velle méthode plus générale, & d'un tour vraiment original : où faiſant varier les lignes de deux manières, l'une relative à la différence entre deux arcs finis conſécutifs, l'autre au mouvement le long de l'un de ces arcs, il parvient à une équation d'où l'on tire ſans peine tous les cas connus, tandis qu'auparavant chacun d'eux exigeoit une ſolution particulière. Il trouva de plus que la tautochrone eſt la même quand le milieu réſiſte comme le quarré de la vîteſſe, & quand il réſiſte comme le quarré de la vîteſſe plus le produit de la vîteſſe par un coëfficient conſtant : Théorême non moins ſingulier que celui de Neuton.

Dans tous les mouvemens de rotation, on avoit toujours regardé l'axe comme fixe. M. Daniel Bernoulli étendit les loix de la Méchanique à des problêmes où l'axe lui-même eſt mobile ; tel eſt celui des oſcillations d'une chaîne ſuſpendue verticalement, qu'il réſolut, en conſidérant cette chaîne comme l'aſſemblage d'une infinité de petits poids mobiles à charnière, & en ſuppoſant qu'ayant été d'abord un peu détournée de la ligne verticale, puis abandonnée à elle-même, tous ſes points arrivent à la verticale dans le même tems. M. Euler, invité par M. Bernoulli à chercher auſſi la ſolution de ce problême, la trouva également. Ces deux grands Géomètres ſe communiquoient volontiers & ſans myſtère les objets de leurs méditations, & ſouvent ils ont traité les mêmes ſujets. L'étroite amitié qu'ils avoient liée enſemble, dans leur jeuneſſe, ne fut jamais altérée par le tems, ni par de fréquentes diſcuſſions ſcientifiques où ils n'étoient pas de même avis. An. 1734.

Le problême de la *percuſſion excentrique* les occupa l'un & l'autre. Il conſiſtoit, en général, à déterminer le mouvement que doit prendre un corps frappé ou pouſſé ſuivant une direction quelconque. Les ſolutions qu'ils en donnèrent étoient un ſupplément néceſſaire à la Théorie du choc des corps, où l'on avoit toujours ſuppoſé auparavant que les corps ſe frappoient ſuivant des lignes qui paſſoient par leurs centres de gravité. Mais elles ſuppoſoient elles-mêmes que le corps choqué, quelle que ſoit ſa figure, ne prend, outre le mouvement de tranſlation, qu'un mouvement de rotation autour d'un ſeul axe qui conſerve ſon parallélisme : on a déterminé, à l'occaſion d'un autre problême dont nous parlerons plus loin, le mouvement pour un nombre quelconque d'axes, quand le cas a lieu. An. 1737.

Pendant que les deux plus illuſtres Elèves de Jean Bernoulli matchoient d'un ſi grand pas dans la carrière qu'il leur avoit ouverte: lui-même, nonobſtant ſon âge avancé, conſervoit tout ſon goût & toute ſon activité pour les Sciences. Il étoit infatigable à propoſer & à réſoudre de nouveaux problêmes. On admire, comme une

recherche alors très-délicate, ſa méthode pour trouver le *centre ſpontanée* de rotation d'un corps qui ſe meut librement en vertu d'une percuſſion excentrique.

A la mort de Paſcal & de Fermat, la France avoit un peu perdu, dans les Sciences, l'équilibre avec les Nations voiſines ; mais elle a ſu le reprendre & le conſerver, à-peu-près depuis l'époque du problême des tautochrones dans les milieux réſultans, où elle remporta un avantage marqué. Bientôt après, M. Clairaut & M. d'Alembert ſe diſtinguèrent par de profondes recherches de Dynamique. On ſait que les problêmes de cette claſſe ont pour objet les mouvemens de pluſieurs corps qui agiſſent les uns ſur les autres d'une manière quelconque. Pour les réſoudre, les Géomètres ſe formoient, ſuivant les loix de la Méchanique, certaines règles qu'ils combinoient, au beſoin, avec les propriétés du mouvement, déjà connues. C'eſt ainſi que Jean Bernoulli employoit le principe des *tenſions ;* M. Euler, celui des *preſſions ;* M. Daniel Bernoulli, la puiſſance virtuelle qu'a un ſyſtême de corps de ſe rétablir dans ſon premier état, quand il en a été dérangé, *&c.* L'adreſſe étoit enſuite d'y ramener chaque problême particulier, & d'intégrer les équations auxquelles on étoit conduit. M. d'Alembert, remontant aux notions primordiales de l'équilibre & du mouvement, a imaginé un principe général, dont tous les autres ne ſont que des corollaires. Il regarde le mouvement qu'a chacun des corps du ſyſtême, en un inſtant quelconque, comme formé du mouvement qu'il avoit dans l'inſtant précédent, & d'un autre mouvement qu'il a perdu ; enſuite, obſervant que la connoiſſance des mouvemens perdus doit mener néceſſairement à celle des mouvemens conſervés, il exprime les conditions de l'équilibre entre les premiers ; & par-là il réduit toujours la queſtion à un ſimple problême de ſtatique.

Clairaut, né en 1713, mort en 1765.

D'Alembert, né en 1717, mort en 1783.

Ce même homme, qui réuniſſoit dans le plus haut degré la Science de l'Analyſe à celle de la Méchanique, généraliſa le problême des cordes vibrantes, que Taylor & enſuite d'autres Géomètres n'avoient réſolu que dans la ſeule hypothèſe où tous les points de la corde arrivent en même tems à l'axe, ſoit parce que cette hypothèſe avoit paru ſuffiſante pour rendre raiſon des principaux phénomènes des ſons muſicaux, ſoit parce qu'on n'avoit pu réuſſir à ſurmonter les difficultés de calcul que l'on rencontre, lorſqu'on s'en écarte. Un Théorême de M. Euler ſur les fonctions aux différences partielles, & de nouvelles conſidérations analytiques dont M. d'Alembert ne fut redevable qu'à ſon propre génie, le conduiſirent à une équation de la courbe vibrante, où il entroit deux fonctions variables indéterminées, comme il entre des conſtantes indéterminées

An. 1747.

dans les intégrations ordinaires. Il ne s'agiſſoit plus que de ſubordonner ces fonctions à l'état initial de la corde; &, dans cette généralité, la ſolution fondée ſur l'hypothèſe de Taylor étoit compriſe comme un cas très-particulier. M. Euler fut frappé de ce nouveau genre d'Analyſe : il donna une ſolution qui reſſembloit à celle de M. d'Alembert, dans pluſieurs points eſſentiels. M. d'Alembert, craignant ſans doute de partager avec un autre la gloire d'une ſi belle découverte, ne vit dans la ſolution de M. Euler que les traits de reſſemblance avec la ſienne, & ne voulut pas reconnoître le mérite qu'elle avoit d'être un peu plus directe, plus analytique & plus facilement applicable à toutes les queſtions de cette eſpèce. M. Daniel Bernoulli avoua que tous ces calculs étoient ce que l'Analyſe avoit encore produit de plus abſtrait & de plus épineux; mais en même tems il entreprit de faire voir que la corde vibrante forme toujours, ou une trochoïde ſimple, telle que la Théorie de Taylor la donne, ou un aſſemblage de ces trochoïdes; & que toutes les courbes déterminées par MM. d'Alembert & Euler ne pouvoient être admiſes, & n'étoient réellement applicables à la nature, qu'autant qu'elles étoient réductibles à une pareille forme. Cette diſcuſſion lui donna lieu d'approfondir la formation phyſique du ſon, que l'on ne connoiſſoit encore que très-imparfaitement; il explique, par exemple, avec toute la netteté poſſible, comment une corde miſe en vibration, ou en général un corps ſonore quelconque, peut rendre à-la fois pluſieurs ſons différens, formant un même ſyſtême. Mais, en admirant ſon adreſſe à ſimplifier le ſujet, & à prêter l'appui de l'expérience à ſes raiſonnemens, les Géomètres conviennent que ſa ſolution eſt moins générale & moins parfaite que celles de MM. d'Alembert & Euler.

Malgré la conformité qui ſe trouvoit entre les principaux réſultats de ces deux derniers, ils eurent enſemble une longue diſpute ſur l'étendue qu'on pouvoit donner aux fonctions arbitraires qui entrent dans l'équation de la corde vibrante. M. d'Alembert vouloit que la courbure initiale de la corde fût aſſujettie à la loi de continuité : M. Euler la croyoit abſolument arbitraire, & introduiſoit dans le calcul les fonctions diſcontinues. D'autres Géomètres ont cru que cette diſcontinuité des fonctions pouvoit être admiſe, mais qu'elle devoit être aſſujettie à une loi, & qu'il falloit que trois points conſécutifs de la courbe initiale appartinſſent toujours à une courbe continue. Mais juſqu'ici il ne paroît pas que perſonne ait donné des preuves entièrement démonſtratives de ſon opinion : & il ne faut pas s'en étonner. Cette queſtion tient à des idées métaphyſiques; & les problêmes de Méchanique, ou de pure Analyſe, auxquels on

a appliqué ce nouveau genre de calcul, n'ont encore fourni aucun moyen de diſcerner celle de ces opinions, qui donnoit des réſultats conformes ou contraires à des vérités déjà reconnues & avouées univerſellement.

Au problême des cordes vibrantes ſuccéda bientôt une autre queſtion de même genre : celle du mouvement oſcillatoire & réciproque d'une maſſe d'air que l'on a tirée de l'état de repos. M. Euler traita ce nouveau ſujet avec la même généralité que le premier; &, pour vaincre les difficultés de calcul qui y ſont attachées, il déploya toutes les forces, toutes les reſſources du génie analytique. M. Daniel Bernoulli trouva le moyen d'éluder la plupart de ces difficultés, en ſe bornant à diſcuter, avec ſa pénétration & ſon adreſſe ordinaires, les hypothèſes les plus conformes à l'expérience : il parvint ainſi à établir une très-belle Théorie Phyſique & Mathématique des ſons produits par les tuyaux d'orgue. Si je ne m'étois impoſé ſilence ſur les découvertes des hommes vivans, j'aurois commencé par citer, au ſujet du problême de la propagation du ſon, un Géomètre dont l'Italie & l'Allemagne s'honorent, l'une pour lui avoir donné la naiſſance, l'autre parce qu'il eſt à la tête de ſa plus célèbre Académie.

Hydrodynamique. Les progrès de l'Hydrodynamique ont été plus lents que ceux de la Méchanique des ſolides. Avant M. Daniel Bernoulli, on ne ſavoit déterminer avec exactitude l'écoulement des fluides par des orifices, que dans le ſeul cas où ces orifices pouvoient être regardés comme infiniment petits : car je ne crois pas devoir parler de la Théorie générale que Neuton entreprit de donner ſur ce ſujet, parce qu'il y emploie des ſuppoſitions précaires & même incompatibles avec

An. 1738. les loix de l'Hydroſtatique. M. Bernoulli s'appuie ſur l'expérience : il ſuppoſe ſimplement que la ſurface d'un fluide qui ſort d'un vaſe par un orifice de grandeur quelconque, demeure toujours de niveau, & que tous les points d'une même tranche s'abaiſſent verticalement avec des viteſſes égales : il applique à cette hypothèſe le principe de la conſervation des forces vives, & parvient à des formules remarquables par l'élégance du calcul & la ſimplicité des réſultats. Jamais l'eſprit d'invention, la Géométrie & la Phyſique n'ont été réunis plus avantageuſement.

An. 1742. MM. Maclaurin & Jean Bernoulli traitèrent les mêmes queſtions, au moins les principales, mais en employant d'autres méthodes. Le choix de ces méthodes étoit fondé ſur des motifs bien différens. Maclaurin plaçoit le principe de la conſervation des forces vives au nombre des vérités ſecondaires, & ne croyoit pas qu'on pût le prendre pour baſe d'une ſolution : au contraire, Jean Bernoulli l'avoit toujours regardé comme une loi fondamentale de la Méchanique, &

Digitized by Google

il s'en étoit ſervi pour réſoudre un grand nombre de problêmes; mais, devenu un peu jaloux de ſon fils depuis que l'Académie des Sciences avoit partagé entr'eux le prix de l'année 1734, il prétendit que ce principe étoit indirect dans la queſtion du mouvement des fluides.

Celui de M. d'Alembert ne craignoit aucun reproche; & l'Auteur, après l'avoir appliqué aux plus difficiles problêmes de Dynamique, en montra également l'uſage pour déterminer le mouvement des fluides. Il fait les mêmes ſuppoſitions que M. Daniel Bernoulli, & il parvient aux mêmes réſultats, de la manière la plus ſimple & la plus directe. Sa méthode a l'avantage d'embraſſer tous les cas, au lieu que la loi de la conſervation des forces vives ſouffre une reſtriction, lorſque la vîteſſe change bruſquement d'un inſtant à l'autre, ou quand il y a une percuſſion de corps durs.

Les calculs de tous ces grands Géomètres étant fondés ſur l'hypothèſe du paralléliſme des tranches, laiſſoient encore un petit ſcrupule ſur la parfaite exactitude des réſultats, parce que cette hypothèſe n'a pas lieu en rigueur, & qu'elle ne peut même être admiſe en certains cas. M. d'Alembert donna une nouvelle ſolution, où il ne ſuppoſoit autre choſe, ſinon que les particules demeurent toujours contiguës les unes aux autres, & qu'une petite maſſe élémentaire, de figure quelconque, en paſſant d'un endroit à l'autre, conſerve le même volume lorſque le fluide eſt incompreſſible, ou change de volume ſuivant une loi donnée lorſque le fluide eſt élaſtique. D'après ce principe conforme à la nature des fluides, les nouvelles équations de M. d'Alembert ſont plus générales & plus rigoureuſes que les premières; mais il n'a fait, pour ainſi dire, que les indiquer, ſans pouſſer l'Analyſe auſſi loin qu'il étoit néceſſaire pour former des réſultats précis & ſatisfaiſans. M. Euler a traité la matière ſous le même point de vue, mais avec plus de clarté & d'étendue. Le recueil des Mémoires qu'il a donnés ſur ce ſujet, formeroit le Traité Théorique le plus complet qui ait encore paru de l'équilibre & du mouvement des fluides. An. 1752. An. 1755.

Ceux qui deſiroient qu'on rendît l'Hydrodynamique utile à la ſociété, & qui ſentoient l'impoſſibilité d'appliquer à cette fin un ſyſtême de formules compliquées, invitoient depuis long-tems les Géomètres à faire une ſuite d'expériences en grand ſur le mouvement des fluides, à diſcuter ſoigneuſement ces expériences, & à les comparer avec la Théorie. Ce travail long & pénible a été entrepris: on me diſpenſera d'en parler.

Figure de la terre par les obſervations.

Il ſemble que l'experience de Richer à Cayenne, & les raiſonnemens théoriques de Huguens & Newton ne permettoient plus de douter que la terre fût un ſphéroïde applati vers les poles. Cepen-

dant les meſures que MM. Caſſini avoient priſes, en divers tems, des degrés du méridien dans toute l'étendue de la France, avoient rendu la queſtion comme problématique : car, ſelon ces meſures, la longueur du degré terreſtre augmentoit en allant du nord de la France au midi, ce qui ſuppoſeroit que la terre, au lieu d'être un ſphéroïde applati, ſeroit au contraire un ſphéroïde allongé. A ce réſultat, les Géomètres convaincus de l'applatiſſement de la terre, oppoſoient que les opérations de MM. Caſſini n'étoient pas ſuffiſantes pour réſoudre le problème, que ces opérations avoient été faites en des lieux trop voiſins les uns des autres, & qu'il n'étoit pas poſſible de connoître les quantités préciſes des petites différences qui ſe trouvoient entre les degrés meſurés, ni même le ſens dans lequel elles avoient lieu. On ne pouvoit donc ſortir de cette incertitude, qu'en meſurant les degrés du méridien en des endroits dont les latitudes fuſſent très différentes. La France envoya, pour cet effet, des Académiciens en Lapponie & au Pérou : la première troupe étoit compoſée de MM. de Maupertuis, Clairaut, Camus, & le Monnier, auxquels ſe joignirent M. l'Abbé Outhier, Chanoine de Bayeux, & M. Celſius, Profeſſeur d'Aſtronomie à Upſal ; la ſeconde, de MM. Godin, Bouguer, & la Condamine, accompagnés de M. de Juſſieu, Botaniſte, & de deux Officiers Eſpagnols, Dom *Antonio* de *Ulloa*, & Dom *Georges Juan*. On trouva que la longueur d'un degré du méridien, au cercle polaire, étoit de 57438 toiſes, & que celle du premier degré de latitude étoit de 56753 toiſes. Ainſi, voilà une différence très-ſenſible entre deux degrés terreſtres du méridien, meſurés à de très-grandes diſtances l'un de l'autre. Il réſulte de cette différence que les degrés terreſtres du méridien vont en diminuant du pole à l'équateur, & que par conſéquent la terre eſt un ſphéroïde applati vers les poles. Cette conſéquence ſe trouve également par la comparaiſon de chacun des degrés meſurés au nord & au midi avec le degré moyen déterminé par MM. Picard & Caſſini. C'eſt ainſi que la France a eu ſucceſſivement la gloire d'indiquer d'abord, & puis de démontrer ſans replique l'applatiſſement de la terre.

An 1735.

Maupertuis, né en 1698, mort en 1759.
Camus, né en 1699, mort en 1763.
Godin, né en 1704, mort en 1760.
Bouguer, né en 1698, mort en 1758.
La Condamine, né en 1701, mort en 1774.

Mais il ne ſuffiſoit pas de ſavoir que la terre eſt applatie : il falloit encore trouver ſon axe, & le diamètre de l'équateur : M. de Maupertuis détermina ces deux lignes par le moyen des longueurs de deux degrés du méridien, en conſidérant la terre comme un ſphéroïde elliptique.

An. 1737.

De tous les Académiciens qui ont eu part aux expéditions du nord & du Pérou, il n'en reſte qu'un ſeul : célèbre par d'excellens ouvrages, cher à ſa famille & à ſes amis par de ſolides vertus.

Digitized by Google

Figure de la terre par l'Hydroſtatique.

La recherche de la figure de la terre, par la voie de la théorie, préſentoit des difficultés, ſoit pour le choix des vrais élémens de la queſtion, ſoit pour la manière de les employer. Huguens étoit parti de ce principe, que la gravité primitive, ſuppoſée conſtante & dirigée au centre, étant modifiée par l'action de la force centriſuge, il en doit réſulter une peſanteur actuelle dirigée perpendiculairement à tous les points de la ſurface de la terre : Neuton, de celui-ci, que la gravité primitive, conſidérée comme formée de toutes les attractions des parties de matière dont le ſphéroïde terreſtre eſt compoſé, doit ſe combiner avec la force centrifuge, de telle manière que le poids d'une colonne centrale équatorienne, & celui d'une colonne centrale polaire, ſoient égaux entr'eux, ſans s'embarraſſer d'ailleurs ſi la direction de la peſanteur actuelle eſt perpendiculaire ou non à la ſurface de la terre, & ſans rien prononcer ſur la figure préciſe du méridien. M. de Maupertuis & M. Bouguer, voulant ſavoir ſi les deux principes de Huguens & de Neuton donnoient la même courbe pour le méridien, trouvèrent que dans pluſieurs hypothèſes de peſanteur, cette identité n'avoit pas lieu; & ils conclurent que tous deux devoient être obſervés en même tems, pour l'équilibre de la terre à la ſurface & dans l'intérieur. Mais ces hypothèſes n'étoient pas celles de la nature : il falloit trouver directement la figure de la terre, ſuivant la théorie de l'attraction réciproquement proportionnelle au quarré des diſtances; & prouver l'équilibre, par cette loi fondamentale de l'Hydroſtatique, qu'un fluide ne ſauroit demeurer en repos, à moins que chacune de ſes parties ne ſoit également preſſée en toutes ſortes de ſens. La ſolution de Neuton étoit inſuffiſante, en ce qu'il n'avoit pas donné l'équation du ſphéroïde terreſtre, & qu'il s'étoit contenté de le regarder tacitement comme elliptique. M. Maclaurin eſt le premier qui ait démontré en rigueur ce beau Théorême : que toutes les particules de la terre regardée comme fluide, étant ſuppoſées ſoumiſes à l'attraction Neutonienne & à l'action d'une force centrifuge, elle ſera en équilibre, ſi elle a la forme d'une ſphéroïde elliptique homogène, quelque ſoit d'ailleurs le rapport des axes. Il étendit cette propoſition au cas où les particules de la terre ſont de plus attirées par le ſoleil & par la lune : il apprit à déterminer l'attraction d'un ſphéroïde elliprique homogène ſur un point placé en un endroit quelconque du prolongement de ſon axe, ou du prolongement d'un diamètre de l'équateur. Tous ces problêmes étoient alors de la plus grande difficulté; l'Auteur les réſout par la méthode ſynthétique des anciens, avec une adreſſe & une élégance admirées des Géomètres.

An. 1734.

Maclaurin, né en 1698, mort en 1746. An. 1740.

Sa théorie n'auroit rien laiſſé à deſirer, ſi elle eût donné pour le

rapport de l'axe de la terre au diamètre de l'équateur une fraction ſenſiblement égale à celle que donnoient les meſures immédiates. Mais les termes de la première fraction étoient les nombres 230 & 231; ceux de la ſeconde, les nombres 177 & 178. On voit que la différence méritoit quelqu'attention. Ne falloit-il pas, pour l'expliquer, abandonner l'hypothèſe de l'homogénéité de la terre? M. Clairaut, intéreſſé perſonnellement à l'examen de cette queſtion, comme ayant eu part à la meſure du nord, entreprit de la traiter de nouveau en détail ſuivant les principes de l'Hydroſtatique. Il ne ſe borne pas à regarder la terre comme homogène; il la ſuppoſe compoſée de différentes couches fluides ou ſolides; il cherche la loi des denſités de ces couches, & les erreurs qu'il faudroit attribuer aux obſervations, afin que les dimenſions du ſphéroïde terreſtre ſoient à-peu-près telles que la comparaiſon des meſures le demande. Dans tous ſes calculs de l'attraction des parties de la terre, il regarde le ſphéroïde terreſtre comme elliptique. M. d'Alembert a depuis généraliſé davantage la queſtion, en déterminant, ce que perſonne n'avoit fait encore, l'attraction pour un ſphéroïde dont l'équation comprend la ſuite des puiſſances du ſinus de la latitude d'un point quelconque. Il a tiré de cet important problême pluſieurs conſéquences relatives à la figure de la terre; &, par une ſuite de réflexions, il a propoſé, en différens tems, un grand nombre de remarques nouvelles & utiles ſur les loix générales de l'équilibre des fluides.

An. 1743.

An. 1754.

Application de l'Hydrodynamique à la Navigation.

L'architecture navale & la manœuvre des vaiſſeaux reſſentitent les progrès de l'Hydrodynamique. On ſavoit depuis long-tems qu'afin qu'un corps ſolide, flottant ſur un fluide, demeure en équilibre, il faut que le centre de gravité de ce corps, & celui de ſa partie ſubmergée, conſidérée comme homogène, ſoient placées dans une même ligne verticale. M. Daniel Bernoulli fit voir de plus qu'eu égard aux diverſes ſituations reſpectives de ces deux points ſur la ligne verticale, il exiſte diverſes ſituations d'équilibre, qui ont plus ou moins de conſiſtance; que l'équilibre eſt toujours *ferme*, ou que le corps, dérangé de cet état, y revient en vertu de ſa peſanteur & de la pouſſée verticale de l'eau, lorſque ſon centre de gravité eſt placé au-deſſous de celui de la partie ſubmergée; que la *fermeté* de l'équilibre diminue, à meſure que le premier centre s'élève, & qu'enfin, lorſqu'il eſt arrivé à une certaine limite au-deſſus du ſecond, l'état d'équilibre devient verſatile. Il paroît que M. Euler avoit trouvé, de ſon côté, dans le même tems, de ſemblables réſultats: ils ſont expliqués fort au long dans ſon ouvrage, intitulé: *Scientia Navalis*. Le Mémoire de M. Daniel Bernoulli, ſur ce ſujet, étoit public depuis

An. 1738.

An. 1749.

depuis quelques années, lorſque M. Bouguer, traitant de la conſtruction & des mouvemens du navire, donna cette même théorie de l'équilibre des corps flottans, d'une manière nouvelle & très-ſimple : il fit connoître, ſous le nom de *Métacentre*, la limite au-deſſous de laquelle il faut qu'un vaiſſeau ait ſon centre de gravité, pour n'être pas expoſé à verſer, quand l'impulſion du vent & l'agitation des lames viennent à l'incliner. An. 1746.

Les problêmes relatifs aux mouvemens du vaiſſeau ſont plus compliqués & plus difficiles. MM. Jean Bernoulli, Bouguer & Euler en ont réſolu un grand nombre. Mais leurs travaux ſur cet objet n'ont été que d'un médiocre ſecours à la Navigation, parce que dans la plupart de ces problêmes, on eſt obligé d'avoir égard à l'impulſion du vent contre les voiles, & à la réſiſtance que le Navire éprouve en diviſant l'eau, & que les méthodes connues & employées pour déterminer ces efforts, ſont fondées ſur des principes contraires à l'expérience, en pluſieurs points eſſentiels.

Aſtronomie.

On ſeroit étonné des progrès que l'Aſtronomie a faits depuis cent ans, ſi l'on ne ſongeoit aux ſecours qu'elle a tirés de la Méchanique, de la Phyſique & de la Géométrie, ſoit pour la conſtruction des inſtrumens, ſoit pour le calcul des obſervations. Tout a concouru à perfectionner les différentes parties de cette Science. Un des travaux les plus néceſſaires & les plus pénibles qu'on ait entrepris, eſt le Catalogue des étoiles viſibles dans nos climats, auquel Flamſteed a donné plus de trente ans. En 1703, Halley ſe rendit à l'iſle Sainte-Hélène, pour dreſſer un ſemblable catalogue des étoiles auſtrales. De notre tems, M. l'Abbé de la Caille a fait, dans la même vue, le voyage du Cap de Bonne-Eſpérance; il vouloit de plus vérifier pluſieurs élémens de l'Aſtronomie, tels que les parallaxes des planètes, l'obliquité l'écliptique, *&c*, au moyen d'obſervations correſpondantes à celles qu'on étoit convenu de faire en quelques villes de l'Europe. En général, on a porté dans toutes les théories Aſtronomiques une recherche, une préciſion, auparavant inconnues, & ſans leſquelles néanmoins il étoit impoſſible de fixer exactement à chaque inſtant la poſition d'un aſtre dans le ciel. Je m'arrêterai un moment aux deux plus grandes découvertes de l'Aſtronomie moderne.

Flamſteed, né en 1646, mort en 171 .
Halley, né en 1656, mort en 1742.
La Caille, né en 1713, mort en 1762.

Théorie de l'aberration des étoiles.

Parmi les raiſons qu'on oppoſa dans le tems contre le ſyſtême de Copernic, on dit que, ſi la terre tourne en effet autour du ſoleil, les étoiles fixes devoient paroître en des lieux différens pour un obſervateur placé ſucceſſivement aux deux extrémités d'un diamètre de l'orbite terreſtre : différence que l'on n'avoit pas encore remarquée. L'objection étoit ſolide, & les Aſtronomes, perſuadés de

l'exiſtence de cette parallaxe, n'avoient ceſſé depuis Copernic de chercher à la déterminer; mais trouvant conſtamment qu'elle étoit inſenſible, & ne voulant pas abandonner le ſyſtême de Copernic, ſi bien prouvé d'ailleurs, ils avoient fini par conclure qu'il falloit compter pour rien la diſtance de la terre au ſoleil, en comparaiſon de la diſtance de la terre aux étoiles fixes. Cependant on obſervoit quelques changemens ſenſibles dans les poſitions des étoiles; mais ils étoient contraires à ceux qu'auroit dû produire la parallaxe du grand orbe : on n'en connoiſſoit point la cauſe, & on les déſignoit ſous le nom général *d'aberration apparente des étoiles fixes*. En 1725, M. Molyneux & M. Bradley s'appliquèrent à obſerver ces mouvemens avec plus de ſuite & plus de préciſion, qu'on n'avoit fait encore, mais toujours ſans pouvoir en trouver l'explication.

An. 1727. Enfin M. Bradley, d'après de nouvelles obſervations qu'il fit avec un excellent Secteur de Graham, conçut l'idée ingénieuſe & vraie, que l'aberration apparente des étoiles étoit produite par la combinaiſon du mouvement progreſſif de la lumière avec le mouvement de la terre dans ſon orbite. Il y fut conduit par ce raiſonnement: la Théorie de Roemer m'apprend que la vîteſſe de la lumière n'eſt pas inſtannée, & qu'elle a un rapport fini, celui de 10000 à 1, à la vîteſſe de la terre dans ſon orbite; donc un rayon de lumière, parti d'une étoile, & apportant l'impreſſion de cette étoile à mon œil, n'arrive qu'après que la terre a changé ſenſiblement de place depuis l'inſtant où il eſt parti : ainſi, quand mon œil reçoit le coup, il doit rapporter l'étoile à un endroit différent de celui où il l'auroit rapportée, ſi j'avois toujours conſervé la même place. Rien de plus clair & de plus conſéquent. Auſſi, avec cette clef, tous les phénomènes de l'aberration s'expliquent d'une manière ſimple, exacte & préciſe. Il en eſt réſulté en même tems la démonſtration phyſique la plus complète du mouvement de la terre, & de la propagation ſucceſſive de la lumière.

Nutation de l'axe de la terre. M. Bradley obſerva encore, dans les étoiles fixes, un petit mouvement apparent, dont il rendit raiſon avec le même ſuccès, en attribuant, conformément aux principes de la gravitation univerſelle, un balancement ou une *nutation* à l'axe de la terre par rapport au plan de l'écliptique. La quantité moyenne de la nutation eſt d'environ neuf ſecondes, & ſa période s'achève en 18 ans. Cette découverte n'eſt pas moins importante que celle de l'aberration; & toutes deux placent M. Bradley au rang des Aſtronomes du premier ordre.

Phyſique céleſte. Si l'Angleterre a jetté les fondemens de la véritable Phyſique céleſte, en découvrant le principe & la loi de la gravitation univer-

Digitized by Google

ſelle, l'Allemagne & la France ont, en grande partie, élevé l'édifice. La tendance d'une planète vers le ſoleil étant ſuppoſée proportionnelle au quarré inverſe de la diſtance, la planète décrit une ellipſe, dont le ſoleil occupe le foyer; & ſon mouvement doit ſe conformer exactement aux loix aſtronomiques de Kepler. Mais les obſervations faites avec une grande préciſion apprennent que le mouvement elliptique & les conſéquences qui en réſultent, n'ont pas lieu en rigueur. Chaque planète, principale ou ſecondaire, éprouve non-ſeulement l'attraction du ſoleil, ou de la planète principale, mais encore les attractions de toutes les autres planètes. Or ces dernières forces, moins conſidérables, à la vérité, que la première, peuvent néanmoins en altérer l'effet d'une manière ſenſible, &, pour connoître la vraie courbe que décrit une planète principale ou un ſatellite, il faut avoir égard à toutes les forces dont cet aſtre eſt animé, en ſe permettant ſeulement de négliger, pour la ſimplicité du calcul, celles dont l'influence eſt comme infiniment petite. Newton a donné quelques eſſais ſur les effets de l'attraction, conſidérés avec cette généralité; mais l'Analyſe n'avoit pas fait, de ſon tems, d'aſſez grands progrès pour traiter ces problêmes avec la préciſion que les Géomètres de nos jours y ont apportée.

La première queſtion qu'ils aient ainſi approfondie, ſuivant les principes de l'attraction newtonienne, eſt celle du flux & reflux de la mer, que l'Académie des Sciences propoſa pour ſujet du prix de l'année 1740. MM. Daniel Bernoulli, Maclaurin & Euler partagèrent ce prix. Leurs pièces, excellentes à divers égards, contiennent une explication complète des marées comme produites par les attractions de la lune & du ſoleil. An. 1740.

Il en eſt de l'atmoſphère comme de la mer : les attractions du ſoleil & de la lune, qui produiſent le flux & reflux des eaux, doivent exciter de ſemblables mouvemens dans la maſſe de l'air. L'examen de ces derniers mouvemens eſt l'objet d'une pièce de M. d'Alembert ſur la cauſe générale des vents. Cet ouvrage eſt remarquable par la ſolution de pluſieurs nouveaux problêmes, & ſur-tout parce qu'on y trouve les premiers germes du calcul intégral aux différences partielles. An. 1746.

C'eſt encore aux ſoins de l'Académie des Sciences qu'on doit la Théorie générale du mouvement des planètes, en faiſant entrer dans le calcul tous les élémens du problême. Elle propoſa pour ſujet du prix de l'année 1748 la recherche des mouvemens de Jupiter & de Saturne. M. Euler remporta ce prix. Sa pièce contient une profonde analyſe & pluſieurs ſéries d'une eſpèce abſolument

nouvelle. Il perfectionna encore ſes Méthodes dans une pièce qui remporta le prix de l'année 1752, ſur le même ſujet.

Pendant qu'on s'occupoit de cette queſtion, le même M. Euler, M. Clairaut & M. d'Alembert examinoient le mouvement de la lune. Tous trois reconnurent que l'attraction Neutonienne rendoit raiſon des principaux mouvemens de cette planète : cependant une difficulté les arrêta quelque tems. Un premier calcul approché ne donnoit pour le mouvement de l'apogée de la lune, qu'environ la moitié de ce qu'il eſt en effet. Cette différence entre la Théorie & l'obſervation fit beaucoup de bruit. On crut d'abord, & les Cartéſiens en triomphoient déjà, que le ſyſtême de l'attraction Neutotonienne alloit être renverſé. M. Clairaut, partiſan de ce ſyſtême, mais plus amateur encore de la vérité, annonça dans une aſſemblée
An. 1747. publique de l'Académie des Sciences que la loi du quarré inverſe des diſtances lui paroiſſoit inſuffiſante pour rendre une entière raiſon des inégalités de la lune. Mais un examen plus attentif de ſes calculs, lui fit appercevoir qu'il n'avoir pas pouſſé aſſez loin l'approximation de la ſérie qui repréſentoit le mouvement de l'apogée : ayant mis dans cette opération l'exactitude néceſſaire, il trouva l'autre moitié du mouvement de l'apogée. M. d'Alembert & M. Euler firent, chacun de leur côté, la même remarque. Alors l'attraction Neutonienne fut rétablie avec honneur dans les eſpaces céleſtes, d'où les Cartéſiens avoient eſpéré de la voir bannir.

Mayer, né en 1720, mort en 1762. M. Mayer dreſſa, en partie ſur la Théorie de M. Euler, en partie ſur les obſervations, de nouvelles Tables de la lune, plus exactes que toutes les précédentes. M. Clairaut en conſtruiſit auſſi de très-bonnes, ſur ſa propre Théorie.

On a ſoumis par degrés aux loix de l'attraction Neutonienne le mouvement de toutes les planètes principales, & celui des ſatellites. M. Euler a porté, à différentes repriſes, la Théorie de la lune à un point de perfection que l'on ne paſſera guères, à moins qu'il n'arrive dans l'Analyſe quelque révolution qui en recule conſidérablement les limites.

Les mêmes principes ont été appliqués au mouvement des comètes. On ſait que ces aſtres décrivent autour du ſoleil des orbites très-excentriques. Quand ils paſſent dans le voiſinage d'une planète conſidérable, leur mouvement eſt altéré par l'attraction qu'elle exerce ſur eux. C'eſt ainſi que les attractions de Jupiter & de Saturne ont troublé le mouvement de la comète de 1759. M. Clairaut avoit prédit, par ſa Théorie, le moment du paſſage de cette comète au périhélie; & ſon calcul s'eſt trouvé, à moins d'un mois près, d'accord

avec l'obſervation : réſultat qu'on peut regarder comme fort juſte, eu égard à l'incertitude de pluſieurs élémens du problême. M. d'Alembert & M. Euler ont auſſi publié de très-belles recherches ſur le mouvement des comètes.

On doit à M. d'Alembert la ſolution d'un autre problême alors très-difficile : c'eſt celui de la préceſſion des équinoxes, & de la nutation de l'axe de la terre dans le ſyſtême Neutonien. Il falloit que l'Auteur, après avoir ſoumis la queſtion aux loix de l'équilibre, au moyen de ſon principe de Dynamique, trouvât encore ces loix pour des forces de quantités & de directions quelconques : car, avant lui, on n'avoit guères conſidéré l'équilibre que pour des forces dirigées dans un même plan. Les recherches de M. d'Alembert ſur cette matière ont produit une révolution dans la Méchanique : elles ont été ſucceſſivement perfectionnées & généraliſées, ſoit par lui-même, ſoit par d'autres Géomètres. M. Euler eſt celui qui a le plus étendu cette branche de la Méchanique. Il a donné en général les équations du mouvement d'un corps ſollicité par des puiſſances quelconques; il a exécuté des intégrations très-difficiles, & il en a tiré une foule de Théorêmes remarquables. An. 1749.

Comme un rayon de lumière, en ſe réfléchiſſant, fait toujours l'angle de réflexion égal à celui d'incidence, on ſuit facilement ſa marche dans l'eſpace, quelque ſoit le nombre de réflexions. La conſtruction des miroirs par réflexion, ſimples ou compoſés, n'a donc aucune difficulté. Il n'en eſt pas ainſi des verres par réfraction. Lorſqu'un rayon paſſe d'un milieu dans un autre, il change de route, de telle manière que les ſinus de réfraction & d'incidence ſont toujours entr'eux dans un rapport conſtant pour tous les angles relatifs à ces deux milieux; mais ce rapport n'eſt pas le même pour deux autres milieux, & il doit être déterminé, dans chaque cas, par la voie de l'expérience. De plus, Neuton a fait voir que la lumière n'eſt pas homogène; qu'il exiſte ſept eſpèces principales de rayons; & que tous ces rayons, à raiſon d'une différence dans les maſſes ou dans les vîteſſes, ne font pas le même angle de réfraction pour le même angle d'incidence. De-là réſulte un inconvénient : tous les rayons ne vont pas ſe réunir en un même point; ils forment un foyer d'une certaine étendue que l'on appelle aberration de *réfrangibilité*. Il y a encore une aberration : celle de *ſphéricité*, occaſionnée par la forme ſphérique des objectifs; ce qui oblige à leur donner peu d'ouverture. Optique. An. 1706.

Ces obſtacles à la perfection des lunettes dioptriques avoient tourné les vues des ſavans vers les miroirs par réflexion; & on étoit parvenu

à leur conférer à-peu-près tous les avantages dont ils ſont ſuſceptibles. Mais on ne fut pas long-tems à remarquer qu'il ſe perd plus de rayons par la réflexion du miroir de métal, le plus poli, que par la réfraction des verres dioptriques; & qu'ainſi ces verres ſeroient préférables aux miroirs par réflexion, ſi l'on pouvoit donner une plus grande ouverture aux objectifs, & détruire en même tems les couleurs produites par la diverſe réfrangibilité des rayons.

Neuton propoſa de corriger l'aberration de ſphéricité, en compoſant l'objectif, de deux verres entre leſquels il y auroit de l'eau. Il penſoit auſſi à détruire l'aberration de réfrangibilité, par un moyen ſemblable; mais la proportion qu'il trouva, par l'expérience, entre les différentes réfrangibilités pour différens milieux, lui fit conclure que cette deſtruction étoit impoſſible.

Malgré une autorité ſi impoſante, M. Euler ſe perſuada fortement que l'aberration de réfrangibilité pouvoit être anéantie par la combinaiſon de pluſieurs matières diaphanes: il citoit en exemple l'œil humain, où les rayons, après avoir traverſé les différentes humeurs dont il eſt compoſé, vont ſe réunir en un même foyer. Il éleva des doutes ſur l'exactitude de l'hypothèſe que Neuton avoit adoptée, d'après ſes expériences, ſur la proportion des réfrangibilités des rayons pour différens milieux: il en propoſa une autre, plus plauſible en apparence, mais dénuée elle-même de preuves ſuffiſantes, & ſujette à l'inconvénient de donner une trop grande courbure aux lentilles. M. Dollond, célèbre Opticien anglois, auſſi ſavant dans la théorie que dans la pratique de ſon art, attaqua le ſentiment de M. Euler, auquel il oppoſoit le nom & les expériences de Neuton, avec de nouveaux raiſonnemens appuyés ſur ces mêmes expériences.

An. 1755. La queſtion demeuroit à ces termes, lorſque M. Klingenſtierna fit voir, par des raiſons métaphyſiques & géométriques, l'incertitude, pour ne pas dire la fauſſeté abſolue, de l'hypothèſe de Neuton. Alors M. Dollond reconnut la néceſſité de faire de nouvelles expériences; il en fit, & il trouva que Neuton s'étoit trompé en effet. Sans adopter certaines formules de M. Euler, qui lui paroiſſoient trop hypothétiques, il convint que le fond de ſon projet étoit vrai, & pouvoit ſe réaliſer. Mais, au lieu de combiner enſemble du verre & de l'eau dans la conſtruction des lunettes, ce qui avoit pluſieurs inconvéniens, il employa deux eſpèces différentes de verres connus en Angleterre ſous les noms de *flintglaſſ* & *crownglaſſ*; & il parvint à conſtruire des lunettes *achromatiques*, dont l'effet étoit très-ſupérieur à celui des lunettes ordinaires.

Les expérienees de M. Dollond donnèrent lieu à MM. Euler,

Clairaut, d'Alembert, &c, de chercher, par la Théorie, les dimenſions des objectifs qu'il avoit employés. Leurs méthodes s'étendent à un nombre quelconque de verres. Toutes ces recherches demandoient beaucoup de ſagacité, & d'adreſſe à manier le calcul. M. Euler a raſſemblé ſes principales idées en un corps d'ouvrage; & c'eſt le Traité de Dioptrique le plus clair, le plus profond & le plus complet qui ait encore paru. On doit à ce grand homme la révolution que les lunettes achromatiques ont opérée dans l'Optique.

Analyſe.

L'Algèbre n'a pas encore pu réſoudre, en général, les équations qui paſſent le quatrième degré. En 1683, Tſchirnhaus propoſa ſur cet objet une méthode qui conſiſtoit à faire diſparoître tous les termes intermédiaires au premier & au dernier. Sans remplir les vues générales de l'Auteur, elle donne en effet la réſolution de pluſieurs équations de tous les degrés : on l'a développée & perfectionnée de notre tems. Tſchirnhaus s'eſt principalement rendu célèbre par la découverte des cauſtiques par réflexion & par réfraction.

Tſchirnhaus, né en 1651, mort en 1708.

Cotes a trouvé, dans les propriétés du cercle, un moyen très-ingénieux de décompoſer en facteurs un binome dont les termes ſont des puiſſances ſemblables de deux quantités. Cette Théorie a été étendue par M. de Moivre à des formules plus générales : il décompoſe en facteurs, ou il abaiſſe à un degré inférieur les équations ou les polynomes de tous les degrés, lorſque les termes également éloignés des extrêmes ſont affectés des mêmes coëfficiens.

Cotes, né en 1650, mort en 1722.

Moivre, né en 166[illegible], mort en 1754.

La Théorie des ſuites ne lui a pas moins d'obligations. Il a obſervé le premier la nature & la formation des ſuites récurrentes : il y fut conduit par des problêmes relatifs à l'Analyſe des jeux de haſard. M. Daniel Bernoulli, M. Euler, &c, ont fait diverſes autres applications très-belles de ces ſuites.

L'art d'éliminer les inconnues, ou de réduire les équations d'un problême au plus petit nombre poſſible, eſt une partie eſſentielle de l'Analyſe. Pluſieurs Géomètres s'en ſont occupés. M. Cramer l'avoit déjà fort ſimplifiée. M. Bezout en a fait l'objet d'un ſavant Traité, où il a porté la matière beaucoup plus loin qu'elle ne l'avoit été encore.

Cramer, né en 1704, mort en 1752.

Bezout, né en 1730, mort en 1783.

C'eſt principalement dans la Géométrie mixte qu'on reconnoît l'uſage & la fécondité des Théories analytiques. Ici je ſuis forcé plus que jamais de me contenir : car il me faudroit un eſpace très-étendu, ſi je voulois rapporter avec quelque détail les découvertes qu'on a faites en ce genre. Je ne citerai donc pas l'énumération des lignes du troiſième ordre par Neuton, ni les méthodes ingénieuſes de Stirling pour les interpolations des ſéries & pour les quadratures des

An. 1730.

Digitized by Google

courbes, ni l'Analyſe des courbes algébriques de M. Cramer, ni un ſemblable ouvrage de M. Euler, *&c.* Je paſſerai ſous ſilence, dans un autre genre, les méthodes de MM. Jean Bernoulli, Maupertuis Nicole, pour trouver des courbes rectifiables ſur la ſurface de la ſphère, l'extenſion que M. Euler a donnée à ce problême, les recherches du même Auteur ſur les trajectoires réciproques, ſur la courbure des ſurfaces, & ſur une infinité d'autres objets dont il a enrichi les actes de Leipſick, les Mémoires des Académies de Berlin & de Pétersbourg, *&c.* Mais je dois un peu plus d'attention à quelques Théories générales, qui, par leur uſage ou leur difficulté, forment des points remarquables dans la chaine des vérités Mathématiques.

De ce genre eſt le calcul des ſinus & des coſinus, inventé par M. Euler. La ſimplicité de ce calcul & l'Algorithme commode auquel l'Auteur l'a ſoumis, facilitent la ſolution de certains problêmes que l'on ſeroit quelquefois obligé d'abandonner, ſi on vouloit employer les ſinus & les coſinus ſous leur forme ordinaire, ou même ſous la forme exponentielle.

La Méthode que le même Géomètre a donnée pour réſoudre le problême des iſopérimètres dans le ſens le plus étendu, eſt un effort de génie, auſſi admirable par le fond des principes, que par l'adreſſe & la ſagacité avec leſquelles l'Auteur attaque & ſurmonte les difficultés d'Analyſe. Il manquoit cependant encore à cette Méthode un degré de perfection, qu'un autre Géomètre y a donné : M. Euler a reconnu, en grand Homme, les avantages de la nouvelle ſolution, & lui-même s'eſt appliqué à la préſenter dans ſon plus beau jour.

Le Comte de Fagnani, Géomètre Italien, s'eſt illuſtré par une découverte que Jean Bernoulli & Léibnitz regardoient, ſinon comme impoſſible, au moins comme ſupérieure à l'Analyſe de leur tems : il détermine, avec un art très-ingénieux & très-adroit, des arcs d'ellipſe ou d'hyperbole, dont la différence eſt égale à une quantité algébrique. M. Euler a depuis fort enrichi cette nouvelle branche de la Géométrie. An. 1754.

Toutes les parties du calcul intégral ont fait, de notre tems, des progrès qui étonneroient ſes premiers inventeurs, s'ils pouvoient en être les témoins. Il n'y a pas de Géomètre d'un certain nom, qui n'y ait contribué. M. d'Alembert a donné les Elémens du calcul intégral aux différences partielles : car cette nouvelle Analyſe porte eſſentiellement ſur la néceſſité & la manière, qu'il a expliquées, d'introduire des fonctions arbitraires dans les intégrations des formules

aux

aux différences partielles. M. Euler a préſenté cette Théorie ſous une forme ſi claire & ſi commode pour les calculs analytiques, que pluſieurs Géomètres lui attribuent toute la gloire de l'invention. Leur zèle pour lui va un peu trop loin, & ne reſpecte pas aſſez les droits de M. d'Alembert. Mais les hommes juſtes & indifférens reconnoiſſent d'ailleurs que M. Euler a porté en général la Science de l'Analyſe proptement dite à un ſi haut degré, que perſonne ne peut lui diſputer la prééminence dans cette partie.

On le rencontre ſans ceſſe, ſoit comme Inventeur, ſoit comme Promoteur de toutes les Théories Mathématiques. Ainſi, dans l'Analyſe dont il eſt ici queſtion, on diſtingue ſes recherches ſur les intégrales qui doivent répondre à des points déterminés. On cite également l'extenſion qu'il a donnée au calcul intégral aux différences finies, dont Taylor & Nicole n'avoient fait qu'indiquer & expoſer les élémens, & qui depuis ce tems-là paroiſſoit entièrement oublié. C'eſt une nouvelle branche de l'Analyſe, importante par ſa difficulté & par ſes applications à la Théorie des ſuites & à celle des probabilités. Elle a fort occupé & elle occupe encore pluſieurs Géomètres vivans, parmi leſquels il s'en trouve un qui, à des talens du premier ordre pour les Sciences, joint celui d'écrire comme Tacite & Voltaire.

S'il eſt des problêmes qui demandent une profonde méditation & toute la Science du calcul, il en eſt d'autres qui, tenant à la fineſſe de l'eſprit & à une Métaphyſique ſubtile, ſont quelquefois auſſi difficiles à réſoudre que les premiers, lorſqu'on veut employer tous les Elémens eſſentiels à la queſtion, & apprécier exactement l'influence que chacun d'eux peut avoir ſur le réſultat. On en trouve des exemples dans pluſieurs queſtions de Géométrie ou de Méchanique : c'eſt aux différentes manières d'enviſager le problême des cordes vibrantes, qu'il faut attribuer les diſputes qu'il a excitées entre MM. Daniel Bernoulli, Euler & d'Alembert. La même diverſité dans les principes a conduit M. Daniel Bernoulli & M. d'Alembert à donner ſouvent des ſolutions très-oppoſées de problêmes qui appartiennent à la Théorie des jeux de haſard & à celle de l'inoculation de la petite vérole : mais, de quelques ſuppoſitions qu'ils ſoient partis, on admire toujours leur marche.

CONCLUSION.

Tel est le Tableau très-abrégé des progrès que les Mathématiques ont faits pour arriver à l'état où elles ſe trouvent aujourd'hui. Les grands Hommes, dont nous avons expoſé les principales découvertes, ont laiſſé pluſieurs dignes ſucceſſeurs qui, réuniſſant

le génie, le goût de l'étude & l'amour de la gloire, ajouteront encore de nouvelles connoiſſances au dépôt qu'ils ont reçu. Pourroient-ils en effet repouſſer les ſuccès & les honneurs qui les attendent ? Si la carrière devient tous les jours plus difficile, & ſi, à meſure qu'on avance, l'empreinte des pas eſt moins ſenſible aux yeux du vulgaire : les vrais Juges ſavent meſurer l'effort à la réſiſtance, & diſtribuer avec impartialité les biens de l'opinion, entre les morts qui ne ſont plus à craindre, & les vivans dont ils ne redoutent pas davantage la vanité ou les prétentions, parce que la juſtice eſt toujours courageuſe, & qu'elle doit compte de ſes arrêts à la poſtérité.

FIN.

ERRATA.

Au lieu de miroir, *liſez* verre, *page* 28, *lig.* 40; & *pag.* 29, *lig.* 4. ABATTEMENT;

ABAISSEMENT, ſ. m. (*Alg.*) On appelle *abaiſſement* d'une equation, la réduction de cette équation à la forme la plus ſimple, dont elle eſt ſuſceptible. Par exemple, l'équation $x^4 + nx^3 + px = o$, qui paroit être du 4e degré, s'abaiſſe au 3e & devient $x^3 + nx^2 + p = o$, en diviſant tout par $x = o$. De même l'équation $x^3 + ax^2 - 5a^2x - 2a^3 = o$, ſe décompoſe (*Voyez* DIVISEUR COMMENSURABLE) en ces deux-ci : $x - 2a = o$, $x^2 + 3ax + a^2 = o$; & par conſéquent elle s'abaiſſe réellement au premier degré, ou au ſecond.

Delà, *abaiſſer une équation*, & *réduire une équation à ſa forme la plus ſimple*, ſont des expreſſions ſynonymes.

En géométrie, on dit *abaiſſer* une perpendiculaire d'un point placé hors d'une ligne, ſur cette ligne; & alors le mot *abaiſſer* veut dire *mener*.

ABAISSEMENT *de l'horizon viſible*, eſt la quantité dont l'horizon viſible eſt abaiſſé au-deſſous du plan horizontal qui touche la terre. Pour faire entendre en quoi conſiſte cet *abaiſſement*, ſoit *T* le centre de la terre (*Fig. 27, Aſtronom.*) & *BSC* le cercle ou globe de la terre. Ayant tiré d'un point quelconque *O* élevé au-deſſus de la ſurface du globe, les tangentes *OB*, *OC* & la ligne *OT*, il eſt évident qu'un ſpectateur, dont l'œil ſeroit placé au point *O*, verroit toute la portion *BSC* de la terre terminée par les points touchans *B* & *C*; de ſorte que le plan qui paſſe par *BC* eſt proprement l'horizon du ſpectateur placé en *O*. *Voyez* HORIZON.

Ce plan eſt abaiſſé de la quantité *SG*, au-deſſous du plan horizontal qui touche la terre en *S*, &, ſi la diſtance *SO* eſt très-petite par rapport au rayon de la terre, la ligne *OS* eſt preſque égale à la ligne *SG*. Donc, ſi l'on a la diſtance *SO*, ou l'élévation de l'œil du ſpectateur, évaluée en piés, on trouvera facilement le ſinus verſe *SG* de l'arc *BS*. Par exemple, ſoit *SO* = 5 piés, le ſinus verſe *SG* de l'arc *BS* ſera donc de 5 piés, le ſinus total ou rayon de la terre étant de 19000000 piés en nombre ronds : ainſi, on trouvera que l'arc *BS* eſt d'environ deux minutes & demie; par conſéquent l'arc *BSC* ſera de cinq minutes; &, comme un degré de la terre eſt de 25 lieues, il s'enſuit que, ſi la terre étoit parfaitement ronde & unie ſans aucune éminence, un homme de taille ordinaire devroit découvrir à la diſtance d'environ une lieue à la ronde, car la courbure de la terre pour 2400 toiſes, eſt de 5 piés 3 pouces; à la hauteur de 20 piés, l'œil devroit découvrir à 2 lieues à la ronde; à la hauteur de 50 piés, 3 lieues, ou plus exactement 7382 toiſes; pour voir à un degré de diſtance ou 57069 toiſes, il faudroit être élevé de 2988 piés.

Les montagnes font quelquefois que l'on découvre plus loin ou plus près que les diſtances précédentes. Par exemple, une montagne placée entre *O* & le point *B*, empêcheroit le ſpectateur *O* de voir la partie *B*; & au contraire, une montagne placée au-delà de *B*, feroit que ce même ſpectateur pourroit voir les objets terreſtres ſitués au-delà de *B*, & placés, ſur cette montagne, au-deſſus du rayon viſuel *OB*.

ABAISSEMENT *des planètes par l'effet de la parallaxe*, (*Aſtron.*) c'eſt la quantité dont nous les voyons néceſſairement plus baſſes que ſi nous étions placés au centre de la terre, où il faudroit être pour voir les mouvemens céleſtes plus uniformes. Cet *abaiſſement* eſt de plus d'un degré pour la lune dans certains cas; on ne peut faire uſage d'aucune obſervation qu'on ne la corrige par l'effet de cet *abaiſſement*. *Voyez* PARALLAXE.

ABAISSEMENT *des ſignaux*, (*Aſtronomie.*) Lorſque, pour meſurer la grandeur de la terre, les aſtronomes ont été obligés de former de grands triangles, & de placer des marques ou *ſignaux*, à de très-grandes diſtances, pour y appuyer leurs triangles, l'*abaiſſement de ces ſignaux* au-deſſous de l'horizon rationel, rendoit l'obſervation des angles plus difficile, & le calcul beaucoup plus long : on doit même y faire attention dans l'arpentage & en levant des cartes topographiques. On trouvera cette matière ſavamment diſcutée dans les ouvrages qu'ont donnés, ſur la meſure de la terre, Bouguer, la Condamine, & M. Boſcovich. (*M.* DE LA LANDE.)

ABAISSEMENT *du cercle crépuſculaire*, (*Aſtronomie.*) c'eſt la quantité dont le ſoleil eſt abaiſſé au-deſſous de l'horizon, lorſque le crépuſcule du ſoir eſt totalement fini, ou lorſque l'aurore commence; c'eſt-à-dire, quand on commence à voir les plus petites étoiles le ſoir après le coucher du ſoleil, ou qu'on ceſſe de les voir le matin. Suivant l'opinion commune, cet *abaiſſement* eſt de dix-huit degrés, ou de la vingtième partie du tour du ciel : mais ces dix-huit degrés doivent ſe meſurer perpendiculairement ſous l'horizon, le long d'un cercle vertical, qui paſſe par le zénit & le nadir, & par le centre du ſoleil : il ne doit pas ſe meſurer le long du cours oblique du ſoleil. Le tems que le ſoleil emploie à deſcendre de dix-huit degrés, ou à parvenir à l'*abaiſſement* du cercle crépuſculaire, eſt au moins d'une heure douze minutes; mais il eſt plus long pour un obſervateur qui n'eſt pas placé ſous la ligne équinoxiale, & dans tous les cas où le ſoleil n'eſt pas préciſément dans l'équateur. *Voy.* CRÉPUSCULE. (*M.* DE LA LANDE.)

L'*abaiſſement d'une étoile ſous l'horizon* eſt meſuré par l'arc d'un cercle vertical, qui ſe trouve au-deſſous de l'horizon, entre cette étoile & l'horizon. *Voyez* ETOILE, VERTICAL.

Digitized by Google

ABAISSEMENT *du Pole.* Autant on fait de chemin en degrés de latitude, en allant du pole vers l'équateur, autant eſt grand le nombre de degrés dont le pole s'abaiſſe, parce qu'il devient continuellement plus proche de l'horizon. *V.* HAUTEUR *du Pole.*

ABAQUE, ſ. f. (*Arith. & Géom.*) table ſur laquelle les premiers mathématiciens faiſoient leurs calculs, ou traçoient leurs figures; c'étoit originairement une planche bien unie que l'on couvroit de pouſſière, & qui par-là étoit propre à recevoir toutes ſortes d'empreintes: témoins Marcius Capella & ce paſſage de Perſe, *Sat.* 1. *v.* 131:

Nec qui abaco numeros, & ſcelo in pulvere metas
Scit riſiſſe vafer.

On employa enſuite, pour les comptes & les calculs, une eſpèce de quadre long & diviſé par pluſieurs cordes d'airain, parallèles entr'elles, qui enfiloient chacune une même quantité de petites boules d'yvoire ou de bois, mobiles comme des grains de chapelets: ces petites boules, par l'arrangement qu'on leur donnoit, & par la correſpondance des inférieures avec les ſupérieures, repréſentoient tous les nombres, & ſervoient à faire toutes ſortes de calculs. Cette manière de calculer, uſitée parmi les Grecs, fut auſſi connue & employée parmi les Romains. Peu-à-peu elle fut abandonnée, & on trouva plus court de compter avec des jetons. A la Chine, & dans quelques cantons de l'Aſie, les négocians comptent encore avec de petites boules d'yvoire ou d'ébène, enfilées dans un fil de laiton, qu'ils portent accroché à leur ceinture.

L'*abaque* de *Pythagore*, eſt ce qu'on appelle aujourd'hui la *table de multiplication. Voyez* MULTIPLICATION.

ABATRE *du bois au trictrac*, c'eſt étaler beaucoup de dames de deſſus le premier tas, pour faire plus facilement des caſes dans le courant du jeu. *Voyez* CASE.

ABE, ſ. f. ouverture pratiquée à la haie d'un moulin, par laquelle l'eau tombe ſur la grande roue & fait moudre. Cette ouverture s'ouvre & ſe ferme avec des pales ou lamoirs.

ABEILLE, (*Aſtronomie.*) conſtellation méridionale: on l'appelle auſſi *mouche indienne*; en latin *Muſca* ou *Apis*; on ne la voit point en Europe. Elle ne renferme que quatre étoiles remarquables, dont trois ſont de la quatrième grandeur; les autres ſont plus petites. La principale étoile eſt marquée dans le *Catalogue d'étoiles* de l'abbé de la Caille, pour 1750, à 185° 38′ 44″ d'aſcention droite, & à 67° 45′ 15″ de déclinaiſon auſtrale. *Voyez* CONSTELLATION. (*M.* DE LA LANDE.)

ABENEZRA, c'eſt un des noms de la belle étoile du taureau. *Voyez* ALDEBARAN.

ABERRATION, (*Aſtronomie.*) changement apparent dans la ſituation des étoiles, par lequel elles paroiſſent éloignées, quelquefois de 20 ſecondes, de leur véritable ſituation, par un effet du mouvement annuel de la terre combiné avec le mouvement de la lumière. La découverte de l'*aberration* étant une des plus ſingulières que l'on ait faites en aſtronomie, & la plus intéreſſante de ce ſiècle-ci, il importe à l'hiſtoire des progrès de l'eſprit humain de faire voir comment Bradley a dû y parvenir. On étoit perſuadé, avant les obſervations de Picard, faites en 1672, que les étoiles ne changeoient point de poſition pendant le cours d'une année. Tycho-Brahé & Riccioli croyoient s'en être aſſurés par leurs obſervations; ils en concluoient que la terre ne tournoit point autour du ſoleil, puiſqu'il n'y avoit point de *parallaxe annuelle* dans les étoiles. *Voyez* PARALLAXE *annuelle.* Picard, dans la relation de ſon voyage d'Uranibourg, fait en 1672, dit que l'étoile polaire, en divers tems de l'année, a des variations de quelques ſecondes, qu'il obſervoit depuis environ dix ans. Les ſavans, qui étoient déjà convaincus du mouvement de la terre, étoient portés à en conclure que ces variations étoient l'effet de la parallaxe annuelle ou parallaxe du grand orbe.

Flamſteed crut, d'après ſes obſervations & celles que le docteur Hook avoit publiées, qu'il y avoit réellement une *parallaxe annuelle* dans les étoiles, Caſſini & Manfredi ſoutinrent qu'il n'y en avoit point; mais il étoit impoſſible de démêler la nature & les cauſes des variations annuelles qu'on appercevoit dans la poſition des étoiles, à moins qu'on n'en déterminât les circonſtances par des obſervations très-exactes & très-multipliées. C'eſt ce qu'entreprit, en 1725, un riche particulier d'Angleterre, nommé Samuel Molyneux, amateur des ſciences; il fut heureuſement ſecondé par Graham, cet horloger célèbre dans les arts & même dans les ſciences, qui fit conſtruire un ſecteur de vingt-quatre piés de rayon, avec lequel une ſeule ſeconde étoit ſenſible. Cet inſtrument fut placé à Kew; on y obſerva l'étoile γ du dragon, & l'on ne tarda pas à reconnoître que les variations de cette étoile étoient tout-à-fait oppoſées à celles que produiroit la parallaxe annuelle.

Suivant les loix de cette parallaxe, une étoile ſituée au pole de l'écliptique, paroîtroit décrire, dans une année, un petit cercle parallèle à l'orbite de la terre, mais dont elle paroîtroit toujours occuper la partie oppoſée à celle où ſe trouve la terre; ce phénomène étoit tout différent dans les nouvelles obſervations. Bradley, qui avoit obſervé avec Molyneux, ſe trouva fort embarraſſé pour aſſigner une cauſe à ce nouveau phénomène. Sa première idée fut d'examiner ſi cela ne prouvoit point quelque nutation dans l'axe de la terre, produite par l'action du ſoleil ou de la lune, à cauſe de l'aplatiſſement de la terre, ainſi que cela devoit avoir lieu par l'attraction. *Voyez* PRÉCESSION & & NUTATION. Mais d'autres étoiles, obſervées en même tems, ne permettoient pas d'adopter cette hypothèſe. Une petite étoile, qui étoit à même

Digitized by Google

diſtance du pole, & oppoſée en aſcenſion-droite à γ du dragon, auroit dû avoir, par l'effet de cette nutation, le même changement en déclinaiſon; cependant elle n'en avoit eu environ que la moitié, comme cela parut en comparant jour par jour les variations de l'une & de l'autre, obſervées en même tems; c'étoit la trente-cinquième étoile de la giraffe dans le *catalogue britannique*.

Bradley remarquoit que les changemens de déclinaiſon de cette étoile, par rapport à ſon lieu moyen, étoient comme les ſinus des diſtances du ſoleil au ſolſtice; cela ſembloit indiquer un rapport avec le mouvement de la terre. Mais il falloit des obſervations ſur un plus grand nombre d'étoiles, pour ſavoir ſi cette règle étoit conſtante. Bradley fit donc faire un autre ſecteur en 1727; il obſerva beaucoup d'étoiles, & il reconnut que la règle précédente n'avoit lieu que pour les étoiles qui répondoient au ſolſtice; mais une règle générale, qui ne pouvoit guère lui échapper, étoit que chaque étoile paroiſſoit ſtationnaire, ou dans ſon plus grand éloignement, vers le nord ou vers le ſud, lorſqu'elle paſſoit au zénit vers ſix heures du ſoir ou du matin; que toutes les étoiles avançoient d'un jour à l'autre vers le ſud, lorſqu'elles paſſoient le matin, & vers le nord, lorſqu'elles paſſoient le ſoir, & que le plus grand écart étoit à-peu-près comme le ſinus de la latitude de chacune. Enfin, lorſqu'au bout d'une année, il eut vu toutes les étoiles reparoître, chacune au même lieu où elle avoit d'abord paru, Bradley, muni d'un aſſez bon nombre d'obſervations, s'occupa à trouver la cauſe de ces variations.

Il avoit reconnu que le plus grand effet du nord au ſud étoit comme le ſinus de la latitude de chaque étoile; que, lorſqu'une étoile paſſoit au méridien à ſix heures, elle paroiſſoit ou le plus haut, ou le plus bas; elle étoit alors à 90° de l'endroit où elle auroit dû être, ſuivant les loix de la parallaxe annuelle. Delà il étoit naturel de conclure que l'étoile en oppoſition ſeroit la plus orientale, au lieu d'être la plus méridionale, comme l'auroit exigé la parallaxe.

Soit *A B C* l'orbite de la terre (*fig. 132 d'aſtronomie.*); *EG*, le rayon vrai de l'étoile; *BE*, un rayon incliné de 20″ vers l'orient, pour marquer le lieu apparent de l'étoile: car Bradley avoit déjà reconnu que la plus grande *aberration* étoit d'environ 20″. On ſavoit, par la découverte de Roëmer, que la lumière employoit environ un demi-quart-d'heure à parcourir un eſpace *E G*, égal au rayon de l'orbite terreſtre. *Voyez* PROPAGATION *de la lumière*. Or un arc *B G* de 20″, ſur l'orbite terreſtre, exige auſſi environ un demi-quart-d'heure; ainſi, il étoit clair que la viteſſe *E G* de la lumière, & la viteſſe *B G* de la terre formoient les deux côtés d'un parallélogramme, dont le rayon viſuel *B E* étoit la diagonale, & faiſoit un angle de 20″. Bradley dut donc penſer qu'il y avoit quelque rapport entre le mouvement de la terre & le mouvement de la lumière, qui pouvoit faire paroître les étoiles dans l'endroit où l'on devroit les voir un quart-d'heure plutôt. Enfin il eut l'idée heureuſe de combiner le mouvement de la lumière avec celui de la terre, ſuivant les loix de la décompoſition des forces; il eſſaya cette hypothèſe, &, voyant qu'elle s'accordoit parfaitement avec toutes les obſervations, il rendit compte de ſa découverte au mois de décembre 1728, dans une lettre au docteur Halley, *philoſophical tranſactions. n.° 406*; il eſſaya ſon hypothèſe ſur un grand nombre d'étoiles; il les trouva d'accord dans tous les tems de l'année, preſque toujours dans la même ſeconde que l'obſervation.

Nous allons expliquer comment cette *aberration* eſt produite par le mouvement de la terre. Soit *E* une étoile, *fig. 133*, placée à une diſtance prodigieuſe, *C B* le chemin que fait le rayon de l'étoile en un quart-d'heure de tems, *A B* le chemin que la terre fait en même tems ſur ſon orbite, qui eſt 1313 fois moindre, en ſorte que l'angle *B C A* ſoit de 20 ſecondes: le corpuſcule de lumière *B* vient frapper notre œil avec la viteſſe *C B*; mais, puiſque l'œil en même tems va de *A* en *B* avec la viteſſe *A B*, il vient auſſi frapper le rayon, en ſorte qu'il y a un double choc tout à-la-fois; celui de la lumière qui vient contre l'œil avec la viteſſe *C B*; celui de l'œil qui va contre la lumière avec la viteſſe *A B*. A la place de ce dernier choc, on peut imaginer, ſans rien changer à l'effet qui en réſultera, que le corpuſcule ſoit venu de *F* en *B* frapper l'œil avec une viteſſe *F B*, égale à *A B*; ainſi, l'œil reçoit une impreſſion ſuivant *C B*, & une ſuivant *F B*. De ces deux impreſſions faites ſuivant les côtés *C B*, & *F B* du parallélogramme *C F*, il réſulte une impreſſion unique & compoſée, qui ſe fait ſentir ſuivant la diagonale *D B*; donc l'on appercevra l'étoile dans la direction *B D*, ou dans la direction *A C*, qui lui eſt parallèle, & non dans la direction *B C E* du véritable rayon.

M. Bradley, M. d'Alembert & M. Clairaut préſentent, chacun à leur manière, cette compoſition des forces; on les verra toutes dans mon *Aſtronomie*, & celle que je viens d'expliquer me paroit la plus facile à concevoir: mais des exemples familiers feront peut-être encore mieux comprendre le mecaniſme de ces impreſſions compoſées. Soit un vaiſſeau *G C E A*, *fig. 134*, qui va de droite à gauche; que, d'un angle *C* de ce vaiſſeau, on ait jeté une pierre à l'autre angle *A*, & que, dans le tems où elle a parcouru *C A*, le vaiſſeau ait avancé de la quantité *C D* ou *A B*; celui qui eſt dans le vaiſſeau en *A*, ſe trouvera alors parvenu au point *B*, & ſera frappé de la même manière que ſi le vaiſſeau n'avoit eu aucun mouvement; la pierre lui paroîtra venir de l'angle *D*, ſuivant *D B*, comme elle lui auroit paru venir de *C*, ſuivant *C A*, ſi le vaiſſeau eût été immobile. L'impreſſion ſera la même, puiſque la relation du point *C* au point *A*, leur ſituation, leur diſtance, ne dépendent en aucune façon du mouvement du

vaiſſeau. Ce mouvement eſt commun à la pierre & au vaiſſeau, & il eſt nul par rapport au choc : néanmoins, dans l'eſpace abſolu, cette pierre eſt venue de *C* en *B*; ainſi, elle a fait le même chemin réel qu'auroit fait une pierre qui, du rivage *R*, eût été jetée directement ſuivant *RCB*. Voilà donc deux pierres; l'une qui vient du rivage *R*, & qui a parcouru la ligne *CB*; l'autre qui eſt partie du point *C* du vaiſſeau, & qui a de même parcouru *CB*, à cauſe du mouvement du vaiſſeau : or celle-ci s'eſt fait ſentir ſuivant la direction *DB*; donc celle qui aura été jetée du rivage *R*, ſe ſeroit fait ſentir auſſi ſuivant la direction *DB*, à celui qui, étant dans l'angle du vaiſſeau, ſe ſeroit trouvé tranſporté de *A* en *B*, tandis que la pierre venoit de *C* en *B*. *Voyez* COMPOSITION *des forces*.

Un fait dont les voyageurs ſont l'expérience, pourra ſervir à ceux pour qui les notions de mécanique ne ſont pas familières. Je ſuppoſe que, dans un tems calme, la pluie tombe perpendiculairement, & qu'on ſoit dans une voiture ouverte ſur le devant : ſi la voiture eſt en repos, on ne reçoit pas la moindre goutte de pluie : ſi la voiture avance avec rapidité, la pluie entre ſenſiblement, comme ſi elle avoit pris une direction oblique : c'eſt une choſe que chacun peut éprouver, & dont la raiſon eſt évidente; le mouvement par lequel nous allons contre la pluie, fait que nous recevons celle qui eſt en l'air, avant qu'elle ſoit tombée; & cela revient au même que ſi la pluie avoit pris une direction oblique, en ſuivant la diagonale d'un parallélogramme dont les côtés ſeroient la viteſſe de la pluie de haut en bas, & la viteſſe de la voiture horizontalement ou en avant.

On trouve dans la plupart des cabinets de phyſique, ſur-tout à Amſterdam, une machine de Steiz, qui rend viſible cette décompoſition du mouvement. Un petit chariot mobile, par un reſſort, roule ſur le parquet d'une ſalle; une balle placée au fond d'une cuvette eſt au-deſſus d'un reſſort; une détente fait partir le reſſort, & jette la balle en l'air, pendant que le chariot avance avec rapidité; la balle s'élève & retombe enſuite; &, quoique le chariot ait avancé, elle retombe dans la même cuvette ou coquille, comme ſi cette coquille fût reſtée à la même place; on diſtingue très-bien que la balle, au lieu de s'élever perpendiculairement, & de deſcendre verticalement, a décrit deux lignes obliques, ou deux branches d'une parabole, une en s'élevant, & l'autre en retombant ſur le chariot, & qu'elle l'a accompagné dans ſa courſe.

Ainſi, le mouvement de la balle eſt évidemment compoſé de deux mouvemens, celui que le chariot avoit communiqué horizontalement à la balle, & celui que le reſſort lui a donné de bas en haut; la balle décrit la diagonale de ces deux directions, & cette diagonale eſt courbe, parce qu'une des deux viteſſes eſt retardée, & enſuite accélérée, tandis que l'autre eſt uniforme, & qu'on a par conſéquent une ſuite de diagonales qui ſont différemment inclinées, parce que le rapport des côtés varie continuellement.

On doit être convaincu, par les démonſtrations précédentes, qu'une étoile nous paroît toujours plus avancée du côté où nous marchons, & cela de la quantité de l'angle *BCA* (*fig. 131*); la valeur de cet angle dépend du rapport de la viteſſe *AB* de la terre, à la viteſſe *CB* de la lumière : ce rapport eſt celui de 1 à 10313; ce qui donne un angle de 20″, dans le cas où *CB* eſt perpendiculaire à *AB*; ainſi, l'*aberration* ſera toujours de 20″, quand la route de l'œil ſera perpendiculaire au rayon de l'étoile; mais, lorſque le rayon de lumière *MF* (*fig. 132*), eſt incliné ſur la route *FL* de l'œil, alors l'angle d'*aberration FML* devient moindre; il eſt alors meſuré par *LN*, au lieu d'être meſuré par le mouvement entier *FL* de la terre; & parce *FL* eſt à *LN* comme le ſinus de l'angle *N* eſt au ſinus de l'angle *F*, il ſuit que l'*aberration* eſt comme le ſinus de l'inclinaiſon du rayon *MF* ſur la route de l'œil, c'eſt-à-dire, qu'il eſt égal à 20″, multipliées par le ſinus de l'angle que fait la route de l'œil avec le rayon de lumière; enfin, ſi la ligne *FL* s'inclinoit juſqu'à ſe confondre avec la ligne *MF*, l'angle *M* s'évanouiroit, & il n'y auroit plus d'*aberration*, comme cela arrive quand la terre eſt en *C* : cela eſt évident, puiſqu'alors le rayon de lumière arrive toujours ſous la même direction que ſi la terre n'avoit point de mouvement.

Suppoſons maintenant que l'œil, au lieu d'avancer de *B* en *G*, aille de *D* en *H*; en ſorte que le rayon arrive en *H* en même tems que l'œil; on verra, par le même raiſonnement, que l'étoile paroîtra plus à droite, au lieu de paroître plus à gauche; toujours l'*aberration* porte une étoile du côté où va la terre. Quand la terre eſt au point *G* de ſon orbite *GCD*, & enſuite au point *D*, elle paroît aller en deux ſens oppoſés; dans le premier cas, l'étoile eſt en oppoſition, & paroît à gauche du lieu moyen *E*; dans le ſecond cas, la terre allant de *D* en *H*, l'étoile eſt en conjonction avec le ſoleil, & paroît de 20 ſecondes à droite, c'eſt-à-dire, à l'occident du point *E*.

Quand nous avons ſuppoſé l'étoile au point *E*, nous n'avons pas prétendu dire que les étoiles n'étoient pas plus éloignées de nous que le ſoleil; elles le ſont deux cents mille fois plus : la lumière emploie peut-être trois ans à venir des étoiles juſqu'à nous; mais, comme l'effet eſt toujours le même, nous ne pouvons nous en appercevoir; nous ne pouvons juger que du tems qu'elle emploie à parcourir *EG*, parce que l'effet de cette partie étant ſucceſſivement en plus & en moins, il devient ſenſible par cela même; tout le reſte ne peut s'appercevoir.

D'après les principes établis ci-deſſus, on peut calculer l'effet de l'*aberration* ſur la longitude & la latitude de différentes étoiles. L'*aberration* d'une

Digitized by Google

étoile qui ſeroit ſituée au pole même de l'écliptique, eſt le plus ſimple de tous, & nous commencerons par celui-là, en faiſant voir que l'étoile paroîtra décrire un cercle de 40″ de diamètre autour de ſon vrai lieu, c'eſt-à-dire, autour du pole de l'écliptique. Le cercle *ABCD* (*fig. 132*) repréſentant l'éclipuique ou l'orbite de la terre, que l'on ſuppoſe circulaire, parce que la différence de ſes diamètres eſt ici négligeable, concevons que le point *P* exprime le pole de cette orbite; il faut le concevoir élevé perpendiculairement au-deſſus du plan de la figure; autour du pole *P*, l'on décrira un petit cercle, dont le diamètre eſt de 40″; lorſque la terre eſt en *A*, & va de *A* vers *B*, l'étoile ſituée au pole de l'écliptique, paroîtra 20″ plus avancée du même côté, c'eſt-à-dire en *a*; quand la terre ſera en *B*, l'étoile paroîtra en *b*, delà en *c*, *d*, & elle aura parcouru, dans l'eſpace d'un an, le petit cercle *abcd*, décrit autour du pole de l'écliptique, toujours plus avancée de 90 degrés dans ſon petit cercle, que la terre ne l'eſt dans le ſien, & ayant toujours 20″ de moins en latitude, qu'elle n'auroit dans ſon vrai lieu, puiſqu'elle eſt toujours éloignée de 20″ du pole de l'écliptique.

Pour les étoiles qui ſont dans le plan même de l'écliptique, comme l'étoile *E*, le point *G* eſt celui où ſe trouve la terre quand l'étoile eſt en oppoſition, *D* le point où eſt la terre quand l'étoile eſt en conjonction avec le ſoleil; dans l'oppoſition, la terre allant de *B* en *G*, ou d'occident vers l'orient, l'étoile paroîtra plus avancée de 20″ vers l'orient, c'eſt-à-dire, que ſa longitude ſera augmentée de 20″; mais, dans la conjonction de la terre, allant dans un ſens contraire, par rapport à l'étoile, c'eſt-à-dire, de *D* vers *H*, la longitude de l'étoile ſera diminué de 20″. Daps les quadratures, la terre étant en *A* & en *C*, l'*aberration* ſera nulle, parce que le rayon qui ſe dirige à l'étoile, & qui eſt parallèle à *GE*, à cauſe de la grande diſtance des étoiles, devient la tangente de l'orbite, & la route de l'œil ſe confondant avec cette tangente, il n'y a plus d'*aberration*.

Pour trouver l'*aberration* en longitude hors des conjonctions ou des oppoſitions, c'eſt-à-dire, dans les ſituations intermédiaires, ſoit *FL* le petit eſpace de 20″, parcouru en 8′ de tems par la terre, en un point de ſon orbite, qui eſt éloigné du point *G* de l'oppoſition de la quantité *GL*, ſoit *MF* le chemin de la lumière pendant le même tems, *EML* l'angle d'*aberration*; le rayon *MF* de l'étoile étant parallèle à la ligne *EG*, l'angle *MLF* ou l'angle *LFN* (car on peut prendre ici l'un pour l'autre, puiſqu'ils ne différent pas de 20″), ont pour meſure l'arc *CF*; ainſi, l'angle d'*aberration* eſt égal à 20″ ſin. *F*, ou 20″ ſin. *CF*, ou 20″ cof. *FG*. Donc l'*aberration* en longitude eſt proportionnelle au ſinus de la diſtance à la quadrature, ou de la diſtance au point où elle eſt nulle ou proportionnelle au coſinus de la diſtance au point où elle eſt la plus grande, diſtance que nous appellons l'*argument d'aberration*.

Ce que nous avons démontré pour l'*aberration* en longitude d'une étoile ſituée dans le plan de l'écliptique, a lieu pour une étoile ſituée au-deſſus ou au-deſſous de l'écliptique, à quelque latitude que ce ſoit. En effet, que l'on conçoive le point *M* du triangle d'*aberration MFL*, élevé au-deſſus du plan de la figure, & dirigé en haut vers une étoile, la baſe *LN* demeurant toujours dans le plan de la figure, alors le mouvement de la terre, dans le ſens de *L N*; ou vers la gauche, étant toujours le même, l'*aberration*, dans le ſens de la longitude, ne changera pas; mais, pour le réduire à l'écliptique, il faudra le diviſer par le coſinus de la latitude. *Voyez* RÉDUCTION *à un grand cercle*.

L'*aberration* en latitude peut ſe déduire des mêmes principes; car, en concevant le point *M*, relevé au-deſſus du plan de la figure, le mouvement de la terre, dans la direction *FN*, produira l'*aberration* perpendiculairement à l'écliptique, c'eſt-à-dire, l'*aberration* en latitude; &, comme *FN* eſt proportionnelle au ſinus de l'arc *GF*, ou de la diſtance à la conjonction, cette *aberration* en latitude ira en augmentant juſqu'à la quadrature, où elle ſera la plus grande. Le rayon viſuel eſt incliné ſur le plan de l'écliptique; le mouvement de la terre, dans le ſens perpendiculaire à ce rayon, devient plus petit à proportion du ſinus de l'angle ou du ſinus de la latitude; ainſi, la plus grande *aberration* en latitude eſt égale à 20″, multipliées par le ſinus de la latitude de l'étoile, & elle augmente depuis les ſyzygies juſqu'aux quadratures, dans le même rapport que le ſinus de l'arc parcouru par la terre, où le ſinus de la diſtance du ſoleil à l'étoile. Toutes ces règles ſont expliquées beaucoup plus en détail dans mon *Aſtronomie*.

M. Bradley avoit joint lui-même à ſa théorie des formules, pour calculer l'*aberration* des fixes en longitude, latitude, aſcenſion droite & déclinaiſon: ces formules ont été démontrées en deux différentes manières, & réduites à un uſage fort ſimple par M. Clairaut, dans les *Mémoires de l'Académie pour 1737*. Elles ont auſſi été démontrées par Simpſon, de la Société royale de Londres, dans un *Recueil de différens opuſcules Mathématiques, imprimé en Anglois à Londres 1740*. Enfin M. Fontaine des Crutes a publié, ſur le même ſujet, un traité à Paris en 1744. On ne peut en placer ici que le réſultat. Chaque étoile paroît décrire dans le cours d'une année, par l'effet de l'*aberration*, une ellipſe dont le grand axe eſt de 40″, & dont le petit axe perpendiculaire à l'écliptique, eſt de 40″, multipliées par le ſinus de la latitude de l'étoile. L'extrémité orientale du grand axe marque le lieu apparent de l'étoile, le jour de l'oppoſition; & l'extrémité du petit axe, qui eſt la plus éloignée de l'écliptique, marque ſa ſituation trois mois après, comme on le voit pour Arcturus & pour Sirius, dans les *fig. 135 & 136*,

Digitized by Google

où j'ai tracé les ellipſes d'*aberration*, & marqué la place de l'étoile, pour le premier jour de chaque mois, au dehors de chaque ellipſe.

La plus grande *aberration* eſt égale à 20″, diviſées par le coſinus de la latitude; elle eſt la plus grande quand la longitude du ſoleil eſt égale à la longitude de l'étoile.

La plus grande *aberration* en latitude eſt égale à 20″, multipliées par le ſinus de la latitude; elle eſt la plus grande ſouſtractive quand la longitude du ſoleil ſurpaſſe de trois ſignes celle de l'étoile; ainſi, la latitude en ſera diminuée avant l'oppoſition, ou vers la première quadrature, & augmentée après l'oppoſition, ſoit dans les étoiles boréales, ſoit dans celles dont la latitude eſt auſtrale.

Pour trouver l'*aberration* en déclinaiſon, il faut commencer par calculer l'*angle de poſition*, ou l'*angle du cercle de latitude & du cercle de déclinaiſon*, qui paſſent par l'étoile; alors le ſinus de la latitude de l'étoile eſt au rayon, comme la tangente de l'angle de poſition eſt à la tangente d'un arc, qui eſt la diſtance entre le lieu du ſoleil, au tems de la conjonction, c'eſt-à-dire le lieu même de l'étoile, & le lieu du ſoleil quand l'*aberration* en déclinaiſon eſt nulle. Ce lieu du ſoleil, augmenté de trois ſignes, eſt celui qui a lieu quand l'*aberration* en déclinaiſon eſt la plus grande. Pour avoir la quantité de cette plus grande *aberration*, on dira: le coſinus de l'élongation de l'étoile au tems de la plus grande *aberration* en déclinaiſon, eſt au ſinus de l'angle de poſition, comme 20″ ſont à la plus grande *aberration* en déclinaiſon.

Pour l'*aberration* en aſcenſion droite, on dira d'abord: le ſinus de la latitude de l'étoile eſt au rayon, comme la cotangente de l'angle de poſition eſt à la tangente de la différence entre la longitude de l'étoile & celle du ſoleil, au tems où l'*aberration* en aſcenſion droite eſt nulle. Quand le lieu du ſoleil eſt plus avancé de trois ſignes, *l'aberration* en aſcenſion droite eſt la plus grande.

Le ſinus de la différence trouvée eſt au coſinus de l'angle de poſition, comme 20″ ſont à la plus grande *aberration* en aſcenſion droite.

L'*aberration* actuelle, dans les quatre cas que nous venons de parcourir, eſt égale à la plus grande *aberration* multipliée par le coſinus de la différence entre la longitude du ſoleil au tems où elle étoit la plus grande, & la longitude actuelle du ſoleil, pour le tems donné, que l'on retranche de la première.

On trouve des tables détaillées de toutes ces *aberrations* en aſcenſion droite & en déclinaiſon, dont les aſtronomes ſont un uſage continuel, dans *la Connoiſſance des Tems de 1760*, & des années ſuivantes; on les a réunies dans le volume de 1781, & M. Mezger en a donné un recueil plus complet à Manheim, en 1778, ſous ce titre: *Tabulæ aberrationis*. Voici les principaux articles pour dix étoiles principales, vers 1750.

Noms des étoiles.	*Lieu du ☉ au tems de la plus gr. aberr. en aſcenſion droite.*	*La plus grande aberration, en aſcenſion droite.*	*Lieu du ☉ au tems de la plus gr. aberr. en declinaiſon.*	*La plus grande aberration en déclinaiſon.*
Étoile polaire . . .	0ˢ 11° 38′	8′ 38″, 4	3ˢ 8° 48′	19″, 9
Aldebaran	2 7 10	0 20, 6	1 6 46	3, 8
La Chèvre.	2 15 43	28, 5	5 1 36	8, 1
Sirius	3 7 48	20, 8	6 3 45	12, 8
Regulus	4 26 28	19, 3	10 25 3	6, 8
L'épi de la Vierge .	6 19 30	18, 6	6 25 14	7, 6
Arcturus	7 33 15	20, 1	5 0 55	12, 4
Antarès	8 5 24	21, 8	8 29 40	3, 9
La Lyre	9 6 33	25, 5	0 5 1	17, 6
L'Aigle	9 22 48	19, 9	0 6 37	10, 3

Pour qu'on puiſſe voir dans les ellipſes, *fig. 135 & 136*, les changemens d'aſcenſions droites & de déclinaiſons, je les ai diſpoſées ſur un parallèle à l'équateur, repréſenté par *AB*, on voit qu'au mois de juillet Arcturus paroit à gauche, & Sirius à droite ou à l'occident, ſur ſon ellipſe *d'aberration*; ainſi, leur différence d'aſcenſion droite augmente en été; mais leur différence de déclinaiſon varie peu, parce qu'elles ſont à-peu-près vues dans les mêmes tems aux parties ſupérieures ou inférieures de leurs ellipſes.

Nous n'avons eu égard, dans tout ce qui précède, qu'au mouvement annuel de la terre, & non point au mouvement diurne, parce qu'il eſt trop lent pour qu'il puiſſe avoir un effet ſenſible. En effet, la viteſſe du mouvement diurne eſt à celle du mouvement annuel, en raiſon inverſe des tems, & en raiſon diverſe des diſtances; elle n'eſt donc que $\frac{1}{21}$ de la viteſſe du mouvement annuel: ce qui feroit une *aberration* de deux tiers de ſeconde dans l'eſpace de douze heures, quantité abſolument inſenſible.

L'*aberration* a lieu dans les planètes, auſſi-bien que dans les étoiles fixes; mais elle eſt plus facile

Digitized by Google

à calculer, quand on connoît leur mouvement & leur diſtance. *L'aberration* d'une planète eſt toujours égale à ſon mouvement vu de la terre, pendant le tems que la lumière emploie à venir de la planète juſqu'à la terre. Par exemple, la lumière emploie 8′ 8″ à venir du ſoleil juſqu'à nous; le mouvement du ſoleil pendant ces 8′ eſt de 20″: d'où il ſuit que le ſoleil à 20″ d'*aberration* en longitude en tout tems; &, comme l'*aberration* fait paroître la planète du côté où va la terre, oppoſé à celui où la planète paroît aller, il s'enſuit que, ſi la longitude eſt croiſſante, l'*aberration* la diminue, & il faudra l'ôter de la longitude calculée, pour avoir la longitude apparente. Il en ſera de même de la latitude, de l'aſcenſion droite, de la déclinaiſon, pourvu qu'on prenne le mouvement géocentrique en latitude, en aſcenſion droite, en déclinaiſon, pendant le tems que la lumière emploie à venir de la planète juſqu'à nous. On peut voir des formules & des méthodes particulières de M. Clairaut, à ce ſujet, dans les *Mém. de l'Acad. 1746*; & celles de M. Euler, dans les *Mém. de Berlin, 1746, tome II*; & j'ai donné de nouvelles tables d'*aberration* pour toutes les planètes, calculées avec ſoin par M. de Lambre, dans le 8ᵉ volume des Ephémérides de Paris, publié en 1783; on y voit que l'*aberration* peut aller juſqu'à une minute ou 60″ pour Mercure, 44″ pour Vénus, 38″ pour Mars, 29″ pour Jupiter, & 26″ pour Saturne.

L'*aberration* dépend toujours du rapport entre la vîteſſe de la lumière & celle de l'obſervateur; d'après ce principe, M. Boſcovich m'écrivoit, en 1766, qu'il avoit imaginé un moyen de voir ſi la vîteſſe de la lumière eſt plus grande dans l'eau que dans l'air, en ſe procurant deux meſures différentes de l'*aberration*. Il ſuppoſe, ſur un même inſtrument, une lunette ordinaire & une lunette dont le tube ſeroit plein d'eau depuis l'objectif juſqu'au réticule; celui-ci ſeroit formé par une plaque de verre, l'on y traceroit les lignes néceſſaires pour obſerver la diſtance d'une étoile au zénit. La vîteſſe de la lumière dans la lunette d'eau étant augmentée, ſon rapport avec la vîteſſe de la terre deviendroit plus grand; il faudroit par conſéquent une moindre inclinaiſon dans cette lunette d'eau, pour que le rayon de l'étoile parvînt à la ligne du réticule; donc l'*aberration*, dans la lunette d'eau, ſeroit moindre; donc elle donneroit la vraie diſtance au zénit plus ou moins cette nouvelle *aberration*; &, en retournant l'inſtrument, on auroit le double de cette diſtance plus ou moins le double de l'*aberration*; donc on obſerveroit la double diſtance dans une des lunettes plus grande que dans l'autre du double de la quantité dont l'*aberration* de la lunette ordinaire ſurpaſſeroit l'*aberration* de la lunette d'eau.

On a objecté, contre cette idée, que le rayon, en ſortant de la lunette d'eau, devroit perdre l'augmentation de vîteſſe qu'il avoit acquiſe en y entrant; mais on répond que le rayon arrivé une fois au trait du micromètre intérieur, la direction de l'étoile eſt déterminée par-là même; le rayon intercepté ne ſort plus, & il n'importe plus que les rayons, en ſortant de la lunette, changent de direction & de vîteſſe; ainſi, l'inclinaiſon de la lunette ſera toujours différente.

Il paroît par les rapports de réfraction de l'air dans l'eau, que les vîteſſes de la lumière y ſont comme 3 à 4; ainſi, le cercle d'*aberration* des étoiles ayant 40″ par la vîteſſe de la lumière dans l'air, il auroit 30″ ſeulement par la vîteſſe de la lumière dans l'eau; il y auroit donc 10″ de différence dans l'obſervation, ſi, comme on le croit, la vîteſſe du rayon augmente dans l'eau. (*DE LA LANDE.*)

ABERRATION, (*Optique.*) diſperſion des rayons de lumière, qui, partant d'un objet & traverſant un verre de lunette, au lieu d'aller ſe réunir en un même point ou *foyer*, ſe répandent ſur une petite étendue, & forment en conſéquence une image, un peu confuſe de l'objet.

Il y a deux cauſes d'*aberration*; la première cauſe eſt la ſphéricité des verres ou des miroirs; la ſeconde eſt la diverſe réfrangibilité des rayons. L'*aberration de ſphéricité* vient de ce qu'un verre de figure exactement circulaire, tel qu'on les travaille dans les baſſins pour faire les lunettes d'approche, ne peut pas raſſembler en un ſeul point tous les rayons de lumière qui, partant de l'objet, traverſent les différens points du verre; cette *aberration* eſt d'autant plus grande que le verre a une plus grande ouverture: il faut voir à ce ſujet le *Traité d'Optique* de Smith, imprimé à Cambridge en 1738, en deux volumes *in*-4°, traduit par le P. Pezenas, à Avignon, 1767; & par M. Duval le Roi, à Breſt, 1767. Ces deux dernières éditions renferment beaucoup d'augmentations nouvelles, ſur-tout par rapport aux lunettes achromatiques.

L'*aberration de réfrangibilité* vient de la décompoſition d'un faiſceau de rayons, qui, en traverſant un milieu diaphane tel qu'un verre de lunette, ſe diviſe en différentes couleurs, dont les plus remarquables ſont les ſept couleurs ſuivantes, violet, indigo, bleu, verd, jaune, orangé, rouge. Dans une lunette de 27 pieds, les rayons rouges ſe réuniſſent dans un foyer qui diffère de près d'un pied du foyer des rayons violets. Il faudroit cependant que tous ces rayons ſe raſſemblaſſent au même point, pour que l'image d'un objet fût tranchée, nette & diſtincte; c'eſt pour remédier à cette *aberration de réfrangibilité & de ſphéricité*, que M. Euler chercha le moyen de faire des verres de lunettes, compoſés de différentes ſubſtances; & c'eſt ce qui a donné naiſſance à la nouvelle invention des lunettes achromatiques, qui diminuent en effet conſidérablement les deux eſpèces d'*aberrations* dont nous venons de parler. *Voyez* ACHROMATIQUE. (*M. DE LA LANDE.*)

ABONDANT, adj. (*Arithm.*) Nombre *abondant*, eſt un nombre dont les parties aliquotes,

priſes enſemble, forment un tout plus grand que le nombre. Par exemple, 12 a pour parties aliquotes 1, 2, 3, 4, 6, dont la ſomme 16 ſurpaſſe 12. Le nombre *abondant* eſt oppoſé au nombre *defectif*, qui eſt plus grand que la ſomme de ſes parties aliquotes, comme 14 dont les parties aliquotes ſont 1, 2, 7; & au nombre *parfait* qui eſt égal à la ſomme de ſes parties aliquotes, comme 6 dont les parties aliquotes ſont 1, 2, 3. *Voyez* NOMBRE & ALIQUOTE.

ABOUTIR, *en Hydraulique*, c'eſt raccorder un gros tuyau ſur un petit. S'il eſt de fer, de grès, ou de bois, ce ſera par le moyen d'un colet de plomb, qui viendra en diminuant du gros au petit. Quand le tuyau eſt de plomb, l'opération eſt encore plus aiſée : mais, quand il s'agit de raccorder une conduite de ſix pouces ſur une de trois, il faut un tambour de plomb fait en cone, en prenant une table de plomb dont on forme un tuyau que l'on ſoude pardeſſus. (*K.*)

ABRACHALEUS, (*Aſtr.*) c'eſt un des noms de la ſeconde étoile des Gemeaux, marqué β, & qu'on appelle auſſi Pollux.

ABSCISSE, ſ. f. (*Géom.*) du mot latin *abſcindere*, partie quelconque de l'axe ou du diamètre d'une courbe, compriſe depuis un point fixe où toutes les *abſciſſes* prennent leur origine, juſqu'à une autre ligne nommée *ordonnée*, qui ſe termine à la courbe. Ainſi, (*ſect. Con. fig. 37.*) *A* étant un point fixe, *AP* eſt une *abſciſſe* de la courbe *OMM'*, *PM* eſt l'ordonnée correſpondante; de même *AP'* eſt une autre *abſciſſe*, *P' M'* l'ordonnée correſpondante.

L'*abſciſſe* & l'ordonnée correſpondante, conſidérées enſemble, ſe nomment les *coordonnées* de la courbe.

ABSENT. (*Calcul des probabilités.*) Lorſque M. Nicolas Bernoulli, neveu des célèbres Jacques & Jean Bernoulli, ſoutint à Bâle, en 1709, ſa thèſe de docteur en droit; comme il étoit grand géomètre, auſſi-bien que juriſconſulte, il ne put s'empêcher de choiſir une matière qui admît de la Géométrie. Il prit donc pour ſujet de ſa thèſe, *de uſu artis conjectandi in Jure*; c'eſt-à-dire, *de l'application du calcul des probabilités aux matieres de Juriſprudence*, & le troiſième chapitre de cette thèſe traite du tems où *un abſent doit être réputé pour mort*. Selon lui, il doit être cenſé tel, lorſqu'il y a deux fois plus à parier qu'il eſt mort que vivant. Suppoſons donc un homme parti de ſon pays à l'âge de vingt ans, & voyons, ſuivant la Théorie de M. Bernoulli, en quel tems il peut être cenſé mort.

Suivant les Tables données par M. Deparcieux, de l'Académie Royale des Sciences, de 814 perſonnes vivantes à l'âge de 20 ans, il n'en reſte, à l'âge de 72 ans, que 271, qui ſont à-peu-près le tiers de 814; donc il en eſt mort les deux tiers depuis 20 juſqu'à 72, c'eſt-à-dire, en 52 ans; donc, au bout de 52 ans, il y a deux fois plus à parier pour la mort que pour la vie d'un homme qui s'abſente & qui diſparoît à 20 ans. J'ai choiſi ici la Table de M. Deparcieux, & je l'ai préférée à celle dont M. Bernoulli paroît s'être ſervi, me contentant d'y appliquer ſon raiſonnement : mais je crois notre calcul trop fort en cette occaſion, à un certain égard, & trop foible à un autre; car, 1.° d'un côté, la Table de M. Deparcieux a été faite ſur des rentiers de tontines, qui, comme il le remarque lui-même, vivent ordinairement plus que les autres, parce que l'on ne met ordinairement à la tontine que quand on eſt aſſez bien conſtitué, pour ſe flatter d'une longue vie. Au contraire, il y a à parier qu'un homme qui eſt abſent, & qui depuis long-tems n'a donné de ſes nouvelles à ſa famille, eſt au moins dans le malheur ou dans l'indigence, qui, joints à la fatigue des voyages, ne peuvent guère manquer d'abréger les jours. 2.° D'un autre côté, je ne vois pas qu'il ſuffiſe pour qu'un homme ſoit cenſé mort, qu'il y ait ſeulement deux contre un à parier qu'il l'eſt, ſurtout dans le cas dont il s'agit. Car, lorſqu'il eſt queſtion de diſpoſer des biens d'un homme, & de le dépouiller ſans autre motif que ſa longue abſence, la loi doit toujours ſuppoſer ſa mort certaine. Ce principe me paroît ſi évident & ſi juſte, que, ſi la Table de M. Deparcieux n'étoit pas faite ſur des gens qui vivent ordinairement plus long-tems que les autres, je croirois que l'*abſent* ne doit être cenſé mort que dans le tems où il ne reſte plus aucune des 814 perſonnes âgées de 20 ans, c'eſt-à-dire, à 93 ans. Mais, comme la Table de M. Deparcieux ſeroit, dans ce cas, trop favorable aux *abſens*, on pourra, ce me ſemble, faire une compenſation, en prenant l'année où il ne reſte que le quart des 814 perſonnes, c'eſt-à-dire, environ 75 ans. Cette queſtion ſeroit plus facile à décider, ſi on avoit des Tables de mortalité des voyageurs : mais ces Tables nous manquent encore, parce qu'elles ſont très-difficiles & peut-être impoſſibles dans l'exécution.

M. de Buffon a donné, à la fin du troiſième volume de ſon Hiſtoire Naturelle, des Tables de la durée de la vie, plus exactes & plus commodes que celle de M. Deparcieux, pour réſoudre le problème dont il s'agit, parce qu'elles ont été faites pour tous les hommes ſans diſtinction, & non pour les rentiers ſeulement. Ces Tables ſeroient peut-être encore un peu trop favorables aux voyageurs, qui doivent généralement vivre moins que les autres hommes. Mais, comme elles le ſont moins que les autres, au lieu d'y prendre les trois quarts, comme nous avons fait dans les Tables de M. Deparcieux, il ſeroit bon de ne prendre que les $\frac{5}{6}$ ou peut-être les $\frac{7}{8}$. Le calcul en eſt aiſé à faire; il nous ſuffit d'avoir indiqué la méthode. (*O.*)

D'ailleurs la ſolution de ce problème ſuppoſe une autre théorie ſur la probabilité morale des événemens que celle qu'on a ſuivie juſqu'à préſent. Cette théorie nouvelle eſt de M. de Buffon, & nous allons

allons mettre le lecteur en état de ſe ſatisfaire lui-même ſur la queſtion préſente *des abſens réputés pour morts*, en lui indiquant les principes qu'il pourroit ſuivre. Il eſt conſtant que, quand il s'agit de décider par une ſuppoſition du bien-être d'un homme, qui n'a contre lui que ſon abſence, il faut avoir la plus grande certitude poſſible que la ſuppoſition eſt vraie. Mais comment avoir cette plus grande certitude morale poſſible? Où prendre ce *maximum*? Comment le déterminer? Voici comment M. de Buffon veut qu'on s'y prenne, & l'on ne peut douter que ſon idée ne ſoit très-ingénieuſe, & ne donne la ſolution d'un grand nombre de queſtions embarraſſantes, telles que celles du problème ſur la ſomme que doit parier à croix ou pile un joueur *A* contre un joueur *B* qui lui donneroit un écu, ſi lui *B* amenoit pile du premier coup; deux écus, ſi lui *B* amenoit encore pile au ſecond coup; quatre écus, ſi lui *B* amenoit encore pile au troiſième, & ainſi de ſuite; car il eſt évident que la miſe de *A* doit être déterminée ſur la plus grande certitude morale poſſible que l'on puiſſe avoir, que *B* ne paſſera pas un certain nombre de coups; ce qui fait rentrer la queſtion dans le fini, & lui donne des limites. Mais on aura, dans le cas de l'*abſent*, la plus grande certitude morale poſſible de ſa mort, ou d'un événement en général, par celui où un nombre d'hommes ſeroit aſſez grand pour qu'aucun ne craignit le plus grand malheur, qui devroit cependant arriver infailliblement à un d'entre eux. Exemple: prenons dix mille hommes de même âge, de même ſanté, &c. parmi leſquels il en doit certainement mourir un aujourd'hui: ſi ce nombre n'eſt pas encore aſſez grand pour délivrer entièrement de la crainte de la mort chacun d'eux, prenons-en vingt. Dans cette dernière ſuppoſition, le cas où l'on auroit la plus grande certitude morale poſſible qu'un homme ſeroit mort, ce ſeroit celui où de ces vingt mille hommes vivans, quand il s'eſt abſenté, il n'en reſteroit plus qu'un.

Voilà la route qu'on doit ſuivre ici & dans toutes autres conjonctures pareilles, où l'humanité ſemble exiger la ſuppoſition la plus favorable. *Cette Addition eſt de M. Diderot.*

Nous avons cru devoir ajouter à cet article, tiré de la première édition de l'Encyclopédie, les réflexions ſuivantes:

I. La nouvelle Théorie que M. de Buffon a propoſée, ne nous paroît point pouvoir être admiſe.

1.° Elle eſt inexacte en elle-même, puiſqu'elle tend à confondre deux choſes de nature différente, la probabilité & la certitude.

2.° Elle ne peut ſervir qu'à ſimplifier le calcul, dans le cas où le réſultat, auquel cette hypothèſe conduiroit, ne différeroit que d'une manière inſenſible des réſultats rigoureux: ainſi, elle ne doit pas être employée à réſoudre aucune des difficultés qui peuvent s'élever ſur les principes même du calcul.

3.° On ne ſe permet, dans le calcul, d'employer comme abſolue une détermination approchée, que pour une quantité dont on connoît une valeur très-peu différente de la réelle, & dont la valeur réelle eſt incertaine; or ici la valeur de la certitude eſt déterminée & égale à l'unité. Ainſi, il n'y a aucune raiſon pour ſuppoſer dans le calcul, ni aucune probabilité égale à l'unité, ni la certitude égale à une fraction peu différente de l'unité.

4.° Lorſqu'on ſe permet de négliger une quantité, c'eſt toujours par la raiſon qu'on la regarde comme nulle, par rapport à celle que l'on veut connoître, & c'eſt ce qui ne peut avoir lieu ici. Toutes les fois que la probabilité d'un événement eſt très-peu différente de l'unité, la probabilité de l'événement contraire eſt une très-petite quantité. Ainſi, je puis bien regarder comme étant également probables les événemens dont les probabilités $10 - \frac{1}{10^{10000}}$ & $10 - \frac{1}{10^{10001}}$ ſont très-peu différentes.

Mais il n'en eſt pas de même des événemens contraires, dont les probabilités $\frac{1}{10^{10000}}$, $\frac{1}{10^{10001}}$ ſont dans le rapport d'un à dix.

5.° Un *maximum* de probabilité eſt une expreſſion qui ne peut s'entendre en mathématiques; le *maximum* de la probabilité ſeroit 1, & elle ne peut y atteindre. Mais on peut fixer un *minimum* de probabilité, c'eſt-à-dire, une probabilité au-deſſous de laquelle, par exemple, il ne peut être permis ni de condamner un homme, ni de le dépouiller de ſon bien, ni de le réputer mort. Cette idée eſt abſolument l'oppoſée de celle que propoſe M. de Buffon, & c'eſt la ſeule que l'on doive admettre.

II. Dans les queſtions relatives aux biens des *abſens*, il faut examiner ſéparément les trois hypothèſes ſuivantes:

Celle où l'*abſent* reviendroit au bout d'un certain tems, celle où l'*abſent* ne reviendra jamais, mais où l'époque de ſa mort eſt connue, & celle où l'on ignore cette époque à perpétuité.

Cela poſé, nous demanderons d'abord d'après quel principe on doit régler l'adminiſtration des biens d'un *abſent*, pour que, dans le cas où il reviendroit, il n'eût éprouvé aucune injuſtice.

Il eſt clair qu'à ſon retour, il reprendroit ſes droits ſur tous ſes biens, & qu'il s'agit donc ſeulement de déterminer à quelle époque on peut ceſſer de les laiſſer en ſéqueſtre, & permettre à ſes héri-

tiers de les partager; & d'en diſpoſer, en donnant, pour leur ſûreté, les cautions convenables, & au bout de quel tems on peut même les diſpenſer formalités.

Pour le 1.er cas, on voit que, du moment où la vie d'un homme eſt incertaine, on lui fait une injuſtice, dans le cas où il vivroit, en permettant à ſes héritiers de diſpoſer de ſon bien, & que, s'il eſt mort, on en fait une à ſes héritiers en les privant de la ſucceſſion. Soit donc a la probabilité du riſque auquel vous expoſeriez un *abſent*, en permettant de diſtribuer ſon bien b au bout d'un nombre n d'années d'abſence; la valeur de la perte à laquelle il ſeroit expoſé ſera exprimée par ab, &, ſi u eſt la probabilité qu'il eſt vivant, ſon riſque s'exprimera par $\overline{u\,a\,b}$

Maintenant, quelle eſt la perte de l'héritier, ſi on refuſe de le mettre en jouiſſance? Le bien eſt ici toujours b: ſoit $\overline{1-r}$, la probabilité qu'il en jouira toujours, ſans être obligé de le rendre c'eſt-à-dire, la probabilité que l'*abſent* ne reviendra pas; $\overline{1-r\cdot b}$ eſt le tort fait à l'héritier.

Mais ce tort n'eſt pas irréparable, puiſque, ſi l'on lui rend b, augmenté de l'intérêt, l'année d'après il n'aura rien perdu: ſoit donc u' la probabilité qu'il ne mourra pas dans l'année; $\overline{1-u'\cdot 1-r\cdot b}$, exprimera le riſque qu'on lui fait courir, en ne lui remettant pas la diſpoſition au commencement de cette même année; ainſi, pour livrer le bien de l'*abſent* aux héritiers même, en exigeant une caution, il faut que $\overline{1-r\cdot 1-u'\cdot} > ua$. Le cas où l'on peut ceſſer d'exiger les formalités de cautions, ſe réſolvera de même, à cela près que a doit être alors plus grand. On peut, ſans beaucoup d'erreur, ſuppoſer $1-r=1-u+\frac{1}{2}u$: en effet $1-r$ eſt la probabilité que l'*abſent* ne reviendra jamais; mais la probabilité qu'il eſt mort eſt $1-u$, & on peut ſuppoſer que, s'il eſt vivant, il y a autant à parier qu'il reviendra, qu'à parier qu'il ne reviendra pas.

Cette 1.re condition ne ſuffit pas; il faut encore que, dans le cas où l'on ſauroit un jour l'époque fixe de la mort de l'*abſent*, il ne réſultât des diſpoſitions faites de ſes biens, aucune injuſtice à l'égard de ſes héritiers.

Il eſt clair que les biens doivent être partagés définitivement, comme ſi la ſucceſſion étoit ouverte du jour de ſa mort. Ainſi, ſuppoſons que b eſt, à une époque donnée, la portion du bien que demande un héritier A, & que, par la mort de A, cette portion paſſeroit à B, le tort fait à A eſt ici comme ci-deſſus $\overline{1-r}\cdot\overline{1-u'}\,b$. Pour évaluer le tort fait à B, on trouvera:

1.° Que a peut exprimer le danger auquel on l'expoſe;

2.° Que ce danger n'a lieu qu'autant que A mourroit avant l'*abſent*; donc, ſi u'' exprime la probabilité que A meure avant l'*abſent*, on aura $u''ab$ pour le riſque auquel B eſt expoſé, ſi on donne une partie de l'héritage à A. Ainſi, il faudra, pour laiſſer à A la diſpoſition de ſa portion, que $\overline{1-r}\;\overline{1-u'} > u''a$.

Cette condition doit être remplie dans toutes les combinaiſons qui peuvent avoir lieu dans l'ordre de mortalité des différens héritiers.

Suppoſons enfin qu'il ſoit queſtion de régler le partage des biens, en ayant également égard à la juſtice, dans la ſuppoſition que l'*abſent* ne revienne jamais, & qu'on doive ignorer l'époque de ſa mort. Nous connoiſſons, 1.° l'époque où l'on peut, ſans injuſtice, faire le partage de ſes biens. Soit b le bien; puiſqu'il y a $1-u$ à parier qu'il eſt mort, il faudra d'abord prendre une partie $\overline{1-u\,b}$.

2.° Si, depuis l'incertitude de ſon ſort juſqu'à cette époque, il y a pour une ou deux autres époques $A\cdot B\cdot$ des variations dans l'ordre de la ſucceſſion, il faudra, ſi $1-u\cdot x$, $1-u\cdot x+z$ repréſentent la probabilité de la mort à ces époques, partager $\overline{1-u\cdot x\,b}$, comme à l'époque A; $\overline{1-u}\;\overline{z\cdot b}$, comme à l'époque B; $1-u\cdot 1-z-x\cdot b$, comme à l'époque de la diſtribution. Le reſte peut être diſtribué proviſoirement, mais toujours à la condition que, s'il ſurvient un changement dans l'ordre de la ſucceſſion, une partie de ce reſte proportionnelle à la probabilité que la mort n'eſt pas arrivée avant ce changement, ſera diſtribuée comme elle l'auroit été, ſi on eût appris que ſa mort eſt arrivée après ce changement. Enfin, lorſque la probabilité de la mort de l'*abſent* aura ſurpaſſé ce *minimum* de certitude morale dont nous avons parlé ci-deſſus, il faudra diſtribuer définitivement tous les biens, ſuivant la même règle (*): d'où il réſulte que c'eſt la ſeule époque à laquelle les formalités de cautions, *&c.* doivent être ſupprimées.

Ces principes ſuffiſent pour réſoudre toutes les queſtions qui peuvent ſe préſenter ſur cet objet; ils ſe bornent à cette règle très-ſimple, de ſuppoſer proportionnel à la probabilité de la vie & de la mort de l'*abſent*, le tort qui réſulte pour lui ou pour ſon héritier, de la ſuppoſition qu'il eſt mort ou vivant à chaque époque que l'on conſidère, & d'attendre, pour toute déciſion irrévocable, que la probabilité de la mort ſoit au-delà du *minimum* de probabilité, pour lequel il peut être permis de priver un homme de ſes droits. (*Voyez l'art.* PROBABILITÉ.) Les queſ-

* *Voyez*, ſur le principe général de diſtribuer les ſommes proportionnellement à la probabilité du droit, l'*art.* PROBABILITÉ.

tions relatives à la diſtribution des ſucceſſions qui peuvent échoir à un *abſent*, aux droits de ſes créanciers ſur ces biens, &c. doivent ſe réſoudre par les mêmes principes.

Nous nous ſommes bornés ici à des principes généraux, parce que leur application à la pratique, dépend des loix de chaque pays ſur les cautions, ſur la preſcription, ſur l'ordre de ſucceſſion, ſur le plus ou moins de liberté des diſpoſitions teſtamentaires. Ainſi, dans chaque nation, pour faire, ſur cet objet, une loi conforme à la raiſon & à la juſtice, il faudroit, après avoir réſolu, dans tous les cas, les queſtions qui peuvent ſe préſenter, chercher à déduire de tous les réſultats qu'on auroit obtenus par le calcul, quelques règles générales & ſimples, qui n'expoſeroient à commettre des injuſtices, que dans des cas preſque impoſſibles à ſuppoſer. (*M. D. C.*).

ABSIDES. *Voyez* APSIDES.

ABSOLU; *nombre abſolu*, en *Algèbre*, eſt la quantité ou le nombre connu, qui fait un des termes d'une équation. *Voyez* ÉQUATION & RACINE.

Ainſi, dans l'équation $xx + 16x = 36$, le nombre abſolu eſt 36, qui égale x multiplié par lui-même, ajouté à 16 fois x.

C'eſt ce que Viete appelle *homogeneum comparationis*. *Voyez* HOMOGÈNE *de comparaiſon*.

ABSTRAIT, adj. (*Arith.*) nombre *abſtrait*, collection d'unités conſidérées en elles-mêmes, & qui ne déſignent point de choſes particulières & déterminées. Par exemple, 3 eſt un nombre *abſtrait*; 3 *fois* eſt auſſi un nombre *abſtrait*: mais, quand on dit 3 *hommes*, 3 *écus*, le nombre 3 eſt *concret*. *Voyez* CONCRET.

On appelle *mathématiques abſtraites*, ou *mathématiques pures*, la claſſe des mathématiques qui conſidèrent la grandeur en elle-même, & d'une manière générale. *Voyez* MATHÉMATIQUES.

ABSURDE. (*Géom.*) En Géométrie, on démontre preſque toutes les converſes, en les réduiſant à l'*abſurde*, c'eſt-à-dire, en prouvant que, ſi la converſe n'étoit pas vraie, une propoſition, déjà démontrée, ſeroit fauſſe. Or il eſt contraire au ſens commun, il eſt *abſurde* qu'une propoſition démontrée ne ſoit pas vraie. (*J. D. C.*)

ABUTER, v. a. Aux quilles, avant que de commencer le jeu, chaque joueur en prend une, & la jette vers la boule placée à une diſtance convenue entre les joueurs; voilà ce qu'on appelle *abuter*. Celui qui *abute* le mieux, c'eſt-à-dire, dont la quille eſt la plus proche de la boule, gagne l'avantage de jouer le premier.

A C A

ACADÉMIE. *Voyez* ASTRONOMIE.

ACARNAR. *Voyez* ACHARNAR.

ACAMPTE, adj. (*Opt.*) mot employé par Léibnitz, (*Op. Leib. tom. III, p. 203.*) pour déſigner une figure qui, étant opaque & polie, & par conſéquent douée des propriétés néceſſaires pour réfléchir la lumière, n'en réfléchit point. *Voyez*, *dans l'endroit cité des Œuvres de Leibnitz, l'explication de ce paradoxe.*

ACCÉLÉRATION, dans le moyen mouvement de la lune, & dans celui de Jupiter. *Voyez* ÉQUATION *ſéculaire*.

ACCÉLÉRATION *diurne des étoiles*, (*Aſtronomie.*) c'eſt la quantité dont leurs levers & leurs couchers avancent chaque jour, ainſi que leurs paſſages au méridien; elle eſt de 3′ 56″. Cette *accélération*, dont les aſtronomes font un uſage continuel, vient du retardement effectif du ſoleil; ſon mouvement propre vers l'orient, qui eſt de 59′ 8″ de degré tous les jours, fait que l'étoile, qui paſſoit au méridien hier en même tems que le ſoleil, eſt plus occidentale aujourd'hui de 59′ 8″, ce qui exige 3′ 56″ de tems; elle paſſera donc plutôt, de la même quantité.

Pour calculer rigoureuſement la quantité de cette *accélération*, il faut faire la proportion ſuivante 360° 59′ 8″ 204, ſont à 24ʰ 0′ 0″, comme 360° 0′ ſont à 23ʰ 56′ 4″ 098; c'eſt la durée moyenne de la révolution diurne des étoiles fixes, qui diffère de 24 heures ſolaires moyennes de 3′ 55″ 902.

Il y a eu des aſtronomes célèbres qui ſe ſont mépris à cet égard, & qui faiſoient l'*accélération* de 3′ 56″ 55; ils commençoient la proportion par 360°, & dès-lors ils ſuppoſoient implicitement que l'*accélération* étoit comptée en heures du premier mobile ou des étoiles fixes, au lieu que tous les tems doivent ſe compter en heures ſolaires moyennes; ou bien ils ſuppoſoient que l'*accélération* ſe comptoit ſur l'horloge du temps moyen; mais au moment où le ſoleil paſſe par le méridien, au lieu de la compter au moment du paſſage de l'étoile, c'eſt le retardement du ſoleil qu'ils prenoient; au lieu de l'*accélération* des étoiles.

Le vrai paſſage d'une étoile au méridien, n'avance pas tous les jours de 3′ 56″, ni tous les jours également, par rapport au ſoleil vrai qui règle nos cadrans, mais ſeulement par rapport à un ſoleil moyen ſuppoſé uniforme, que les aſtronomes imaginent pour conſtruire leurs tables & pour régler leurs horloges: le tems moyen diffère d'un quart-d'heure du tems vrai en certain tems de l'année. *Voyez* ÉQUATION *du tems*; & il s'en faut de la même quantité que les *accélérations* diurnes des étoiles ne faſſent des ſommes toujours égales. L'*accélération* n'eſt que de 3′ 35″ le 19 de ſeptembre, & cette *accélération* va juſqu'à 4′ 27″ le 21 de décembre. L'*accélération* diurne ſert à régler des pendules; ſi je vois une étoile fixe ſe coucher derrière une montagne ou un clocher, lorſque ma pendule marquoit 7ʰ 4′ 0″, & que le lendemain, mon œil étant fixé à la même place, l'étoile diſparoiſſe à 7ʰ 0′ 4″, j'en conclus que la pendule

eſt bien réglée quant à ſon mouvement, ou à ſa marche d'un jour à l'autre; mais, pour la mettre à l'heure, il faut ſavoir le tems vrai par des *hauteurs correſpondantes*, par une *méridienne* ou par quelque autre moyen. (*M.* DE LA LANDE.)

ACCÉLÉRATION, ſ. f. (*Méchanique*). augmentation de vîteſſe que reçoit un corps en mouvement. Ce mot eſt oppoſé à *retardation*, qui ſignifie diminution de vîteſſe. Par exemple, un corps qui tombe librement par ſa peſanteur, reçoit continuellement une *accélération* de vîteſſe; car, ſi la vîteſſe demeuroit toujours la même, le choc de ce corps contre un obſtacle ſeroit toujours le même, de quelque hauteur que le corps tombât; ce qui eſt contraire à l'expérience, qui nous apprend qu'à une plus grande hauteur de chûte répond un plus grand choc. *Voyez* ACCÉLÉRÉ. Au contraire, un projectile qui ſe meut dans un eſpace ou milieu réſiſtant, par exemple, un boulet de canon, éprouve une *retardation* de vîteſſe, qui dénature la courbe qu'il décriroit en vertu de la force d'impulſion initiale, & de la peſanteur. *Voyez* PROJECTILE.

ACCÉLÉRATRICE, *Force* (*Méch.*). On appelle, ainſi, en Méchanique, la force ou cauſe qui accélère le mouvement d'un corps. Lorſqu'on examine les effets produits par de telles cauſes, & qu'on ne connoît point ces cauſes en elles-mêmes, les effets doivent toujours être donnés indépendamment de la connoiſſance de la cauſe, puiſqu'ils ne peuvent en être déduits; c'eſt ainſi que, ſans connoître la cauſe de la peſanteur, nous apprenons, par l'expérience, que les eſpaces décrits par un corps qui tombe, ſont entr'eux comme les quarrées des tems. En général, dans les mouvemens variés, dont les cauſes ſont inconnues, il eſt évident que l'effet produit par la cauſe, ſoit dans un tems fini, ſoit dans un inſtant, doit toujours être donné par l'équation entre les tems & les eſpaces; cet effet une fois connu, & le principe de la force d'inertie ſuppoſé, on n'a plus beſoin que de la Géométrie ſeule & du calcul, pour découvrir les propriétés de ces ſortes de mouvemens. Il eſt donc inutile d'avoir recours à ce principe, dont tout le monde fait uſage aujourd'hui, que la force accélératrice ou retardatrice eſt proportionnel à ſa cauſe. Nous n'examinerons point ſi ce principe eſt de vérité néceſſaire; nous avouerons ſeulement que les preuves qu'on en a données juſqu'ici, ne nous paroiſſent pas fort convaincantes: nous ne l'adopterons pas non plus, avec quelques Géomètres, comme de vérité purement contingente; ce qui ruineroit la certitude de la Méchanique, & la réduiroit à n'être plus qu'une ſcience expérimentale. Nous nous contenterons d'obſerver que, vrai ou douteux, clair ou obſcur, il eſt inutile à la Méchanique, & que par conſéquent il doit en être banni. (*O*).

ACCELERE, adj. (*Méch.*) mouvement *accéléré*, mouvement qui reçoit continuellement de nouveaux accroiſſemens de vîteſſe, &, par oppoſition, mouvement *retardé*, mouvement qui perd continuellement des parties de ſa vîteſſe. On déſigne, en général, ces ſortes de mouvemens ſous le nom commun de *mouvemens variés*. *Voyez* MOUVEMENT.

Lorſque les accroiſſemens ou les décroiſſemens de vîteſſe ſont égaux en tems égaux, le mouvement eſt dit *accéléré* ou *retardé uniformément*.

Nous allons donner ici briévement la théorie du mouvement uniformément *accéléré*: elle s'appliquera, dans un ordre renverſé, au mouvement uniformément retardé.

I. Tout corps en repos ou en mouvement perſévère dans cet état, juſqu'à ce qu'une cauſe extérieure l'en retire. (*Voyez* INERTIE & MOUVEMENT.) Ainſi, 1.° un corps ne peut pas de lui-même *accélérer* ſon mouvement; il a beſoin, pour cela, d'être pouſſé par une force accélératrice. 2.° Pour que l'accélération ſoit continue, il faut que la force accélératrice agiſſe continuellement. 3.° La force accélératrice, en ſe répétant continuellement, doit donner, en des inſtans égaux, des coups égaux au mobile, afin que les degrés de vîteſſe, produits par ces coups, ſoient égaux, & que le mouvement ſoit uniformément *accéléré*, conformément à l'hypothèſe.

II. On voit par-là que la vîteſſe *finale* d'un corps qui ſe meut d'un mouvement uniformément *accéléré* (j'entends la vîteſſe qu'a le mobile, au bout d'un certain tems, en vertu des coups ſucceſſifs & égaux de la force accélératrice) eſt toujours proportionnelle au tems écoulé depuis le moment où la force accélératrice a commencé d'agir. Car le mobile reçoit continuellement, pendant les inſtans égaux & ſucceſſifs du tems, des degrés égaux de vîteſſe, en vertu de la force accélératrice; & il conſerve ces degrés de vîteſſe, en vertu de ſon inertie. D'où il réſulte que la vîteſſe finale, qui n'eſt autre choſe que la ſomme des degrés de vîteſſe acquis & conſervés, eſt proportionnelle à leur nombre, ou au nombre des inſtans du tems, ou enfin au tems même.

Nous ſuppoſons, comme on voit, qu'au premier inſtant où la force accélératrice commence d'agir, la vîteſſe eſt zéro, ou que le mobile n'a aucune vîteſſe primitivement acquiſe: la même ſuppoſition aura lieu dans la comparaiſon que nous allons faire de deux mouvemens uniformément *accélérés*.

III. *Lorſque deux corps ſe meuvent avec des mouvemens uniformément accélérés, les eſpaces qu'ils parcourent ſont entr'eux comme les produits des tems par les vîteſſes finales.*

En effet, repréſentons le tems du mouvement de l'un des corps, par le côté *AB* du triangle rectangle *ABC* (*Méch. fig. 6*), & ſa vîteſſe finale par l'autre côté *BC*. Ayant partagé le tems en une infinité d'inſtans *AD*, *DF*, &c. menons parallèlement à *BC* les ordonnées *DF*, *FG*: ces lignes

exprimeront les viteſſes correſpondantes à la fin des tems AD, AF, de même que BC exprime la viteſſe correſpondante à la fin du tems AB, puiſque les viteſſes finales ſont entr'elles comme les tems, par l'article précédent, & qu'à cauſe des triangles ſemblables ADE, AFG, ABC, (*V.* TRIANGLE) les droites DE, FG, BC, ſont entr'elles comme les droites AD, AF, AB. Conſidérons les deux viteſſes LM, NO, qui répondent l'une au commencement, l'autre à la fin d'un inſtant quelconque LN, & menons Mm parallèle à AB: il eſt clair que les deux viteſſes LM, NO, qui ne diffèrent l'une de l'autre que de la quantité mO infiniment petite par rapport à chacune d'elles, peuvent être regardées comme égales, ou que le mouvement peut être cenſé uniforme pendant l'inſtant LN. Or, dans le mouvement uniforme, l'eſpace parcouru eſt comme le produit du tems par la viteſſe. (*Voyez* UNIFORME.) Ainſi, le petit eſpace parcouru pendant l'inſtant LN, eſt proportionnel au produit $LN \times LM$; c'eſt-à-dire, au rectangle $LMmN$, ou au trapèze $LMON$, qui en diffère infiniment peu, & qui eſt un des élémens du triangle ABC. D'où il réſulte que l'eſpace total, parcouru pendant le tems AB, eſt proportionnel à l'aire du triangle ABC.

Semblablement, ſi l'on repréſente le tems du mouvement de l'autre corps, par le côté ab du triangle rectangle abc (*Mech. fig. 6, n.° 2*), & ſa viteſſe finale par bc, on trouvera que l'eſpace total, parcouru pendant le tems ab, eſt proportionnel à l'aire du triangle abc.

Donc, en nommant reſpectivement E & e les eſpaces parcourus par les deux corps, T & t les tems des mouvemens, V & v les viteſſes finales, on aura $E : e :: \frac{TV}{2} : \frac{tv}{2} :: TV : tv$.

Cette proportion donne la formule (A) $Etv = eTV$.

IV. *Les produits des forces accélératrices, qui animent les deux mobiles, par les tems de leurs applications, ſont entr'eux comme les produits des maſſes par les viteſſes finales.*

Car la force accélératrice, qui anime l'un ou l'autre corps, lui donne autant de coups égaux, qu'il y a d'inſtans égaux dans la durée du mouvement de ce corps; & la ſomme de tous ces coups eſt la cauſe de la quantité finale de mouvement, ou du produit de la maſſe par la viteſſe finale. Donc ſi l'on nomme P & Π les forces accélératrices des deux mobiles, M & m leurs maſſes, V & v leurs viteſſes finales, T & t les tems des mouvemens, on aura $PT : \Pi t :: MV : mv$.

De-là ſuit la formule (B) $PTmv = \Pi tMV$.

V. *Les forces accélératrices, multipliées par les quarrés des tems, ſont comme les produits des maſſes par les eſpaces parcourus.*

Car ſi l'on diviſe membre à membre, la formule (B) par la formule (A), on aura $\frac{PTm}{Et} = \frac{\Pi tM}{eT}$; d'où l'on tire $PTT : \Pi t :: ME : me$.

De-là ſuit la formule (C), $PTTme = \Pi ttME$.

VI. *Les forces accélératrices, multipliées par les eſpaces parcourus, ſont comme les produits des maſſes par les quarrés des viteſſes finales.*

Car, en diviſant les deux membres de la formule (B), par ceux de la formule (A), pris en croix, on aura $\frac{Pmv}{eV} = \frac{\Pi MV}{Ev}$; d'où l'on tire $PE : \Pi e :: MVV : mvv$.

De-là ſuit la formule (D) $PEmvv = \Pi eMVV$.

VII. Les quatre formules (A), (B), (C), (D), renferment toute la théorie du mouvement uniformément *accéléré*; c'eſt-à-dire, toutes les relations poſſibles entre les forces accélératrices, des maſſes, les tems, les eſpaces & les viteſſes finales, pour deux corps dont les mouvemens ſont uniformément *accélérés*; de manière que, connoiſſant tout ce qui eſt relatif à l'un de ces mouvemens, on connoîtra auſſi tout ce qui eſt relatif à l'autre. Nous allons appliquer ces formules aux mouvemens des corps qui tombent librement par la peſanteur, ou qui gliſſent ſur des plans inclinés: donnons auparavant, ſur ce ſujet, deux propoſitions générales de la plus grande utilité.

VIII. *Si un corps, après s'être mû d'un mouvement uniformément accéléré, pendant un certain tems, vient à ſe mouvoir d'un mouvement uniforme, pendant le même tems, avec une viteſſe égale à celle qu'il a au dernier inſtant du mouvement uniformément accéléré, il parcourra un eſpace double de celui qu'il a parcouru par le même mouvement.*

En effet, nous avons vu (*III*) qu'en repréſentant le tems d'un mouvement uniformément *accéléré* par le côté AB du triangle rectangle ABC, la viteſſe finale du mobile par le côté AB: l'eſpace parcouru eſt repréſenté par l'aire du triangle ABC. Or, ſi durant le même tems AB, le mobile ſe meut d'un mouvement uniforme, avec une viteſſe égale à BC, l'eſpace qu'il parcourra ſera repréſenté par l'aire du rectangle $ABCV$, double du triangle ABC, puiſque, dans ce dernier mouvement, à chaque élément du tems, répond conſtamment une viteſſe égale à BC, & que, dans le mouvement uniforme, l'eſpace parcouru eſt comme le produit de la viteſſe par le tems. Donc, *&c.*

Cette propoſition ſert à comparer le mouvement uniformément *accéléré*, avec le mouvement uniforme.

IX. *Si un corps, lancé avec une certaine viteſſe, éprouve l'action d'une force retardatrice conſtante, il perdra entièrement cette viteſſe dans le même tems qu'il auroit employé à l'acquérir, en vertu d'une force accélératrice conſtante égale à la force retardatrice; & les eſpaces parcourus, dans les deux cas, ſeront égaux.*

Cela eſt évident par ſoi-même, puiſque les deux forces étant égales, mais contraires, doivent pro-

Digitized by Google

duire des effets égaux & contraires. C'eſt ainſi que les corps graves peuvent remonter à la hauteur d'où ils ſont deſcendus ; que les jets d'eau s'élèvent à la hauteur des réſervoirs, &c. En effet, on va démontrer que le mouvement des graves ſe rapporte à la théorie précédente.

X. Le mouvement des corps qui tombent par la peſanteur, eſt *accéléré* ; Galilée eſt le premier qui ait découvert la loi de cette accélération ; il ſuppoſa qu'elle ſe faiſoit par des degrés égaux, ou que le mouvement des corps graves étoit uniformément *accéléré* ; & l'expérience ayant confirmé cette hypothèſe, elle eſt devenue une verité & une loi fondamentale dans la théorie de la chûte des graves.

On doit obſerver cependant que le mouvement des graves n'eſt uniformément *accéléré*, ou, ce qui en eſt la cauſe, que la peſanteur n'eſt une force accélératrice conſtante, que pour des chûtes d'une médiocre hauteur : car, à la rigueur, la peſanteur eſt variable, & proportionnelle au quarré inverſe de la diſtance au centre de la terre (*V.* ATTRACTION.) ; mais, lorſque la hauteur, dont un corps tombe, eſt peu ſenſible par rapport au rayon de la terre, on peut ſuppoſer que la peſanteur eſt conſtante ; & c'eſt ce que nous ſuppoſons ici avec Galilée.

XI. Quelle que ſoit la cauſe de la peſanteur, cette force pénètre toute la maſſe des corps ; elle agit également ſur toutes les molécules égales de matière ; & le poids total d'un corps eſt proportionnel au nombre de molécules qui compoſent ſa maſſe totale. Car, ſuivant l'expérience, deux corps de maſſes très-inégales, par exemple, une balle de plomb & une plume tombent également vîte dans un eſpace vuide, ou très-peu réſiſtant, tel qu'eſt le récipient de la machine pneumatique, après qu'on en a pompé l'air. D'où il ſuit que les poids des corps, c'eſt-à-dire, les forces accélératrices qui les font deſcendre, ſuivent la raiſon des maſſes. En effet, il eſt évident que, pour mouvoir, avec la même viteſſe, deux maſſes qui ſont exprimées, par exemple, par les nombres 100 & 1, il faut que la première force ſoit centuple de la ſeconde, puiſque la maſſe 100 peut être décompoſée en 100 maſſes, qui ſont chacune 1, & qui demandent chacune, pour être mue, une force 1.

XII. Il ſuit de-là que, ſi l'on a deux corps M & m, dont les poids ſoient P & π, on aura $P : \pi :: M : m$; ce qui donne $Pm = \pi M$. Ainſi, en appliquant aux mouvemens de deux corps qui tombent librement par leurs peſanteurs, les formules générales des mouvemens uniformément *accélérés*, on voit que les trois formules (B), (C), (D), ſe ſimplifieront, puiſque, dans chacune d'elles, les deux membres peuvent être diviſés par les quantités égales Pm & πm. Nous aurons donc, au lieu de ces trois formules, les trois ſuivantes, $(H)\ Tv = tV$; $(I)\ TTe = ttE$; $(K)\ Evv = eVV$, dont la première nous apprend que *les viteſſes finales de deux corps qui tombent, ſont comme les tems* ; la ſeconde, que *les eſpaces parcourus ſont comme les quarrés des tems* ; la troiſième, qui eſt une ſuite des deux autres, que *les eſpaces parcourus ſont comme les quarrés des viteſſes finales.*

Quant à la formule (A), elle ſubſiſte toujours ; mais elle eſt inutile à conſidérer ici, comme trop générale ; elle ne demande point que, pour deux corps, les viteſſes finales ſoient comme les tems, ou, ce qui revient au même, que les forces accélératrices ſoient proportionnelles aux maſſes. La ſuppoſition de cette proportionnalité eſt un cas particulier auquel ſe rapporte le mouvement des corps graves ; & les trois formules (H), (I), (K), ſuffiſent pour toute la théorie de ce mouvement.

XIII. On voit, par la formule (I), que, lorſqu'on connoîtra l'eſpace qu'un corps grave parcourt pendant un tems donné, on connoîtra auſſi l'eſpace que ce corps, ou tout autre corps grave parcourt pendant un tems auſſi donné. Or l'expérience apprend que tout corps grave parcourt, à très-peu près, 15 pieds pendant la première ſeconde de ſa chûte. Si donc on veut connoître, par exemple, combien de pieds un corps grave parcourra pendant 7 ſecondes, on fera cette proportion $(1'')^2 : (7'')^2 :: 15$ pieds $: x = 735$ pieds.

XIV. Il ſuit de la même formule, que, ſi l'on partage le tems de la chûte d'un grave en parties égales, les eſpaces parcourus, pendant chacune de ces parties ſéparément, ſeront entr'eux comme la ſuite des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. Car, en repréſentant la ſuite des tems, à compter toujours depuis zéro, par la ſuite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. ; la ſuite des eſpaces parcourus, à compter auſſi depuis zéro, eſt repréſentée par la ſuite des quarrés 1, 4, 9, 25, &c. Ainſi, 1 eſt l'eſpace parcouru pendant la première partie du tems ; 4 eſt l'eſpace parcouru pendant les deux premières parties du tems ; 9 eſt l'eſpace parcouru pendant les trois premières parties du tems, &c. Donc, pour avoir l'eſpace parcouru pendant la ſeconde partie du tems ſeule, il faut retrancher 1 de 4, ce qui donne 3 pour cet eſpace ; pour avoir l'eſpace parcouru pendant la troiſième partie du tems, ſeule, il faut retrancher 4 de 9, ce qui donne 5 pour cet eſpace, &c. D'où l'on voit que les eſpaces parcourus, pendant chacun des intervalles égaux du tems, en particulier, ſont repréſentés par les termes de la ſuite, 1, 3, 5, 7, &c. Ainſi, par exemple, ſi on veut connoître l'eſpace parcouru pendant la ſeptième ſeconde ſeule, on fera cette proportion, $1 : 13 :: 15$ pieds $: x = 195$ pieds.

XV. On a ſouvent beſoin, dans la Méchanique, du problème ſuivant : *Un corps parcourt uniformément un eſpace E, pendant le tems t : déterminer la hauteur H dont il devroit tomber, par ſa peſanteur, pour acquérir la viteſſe avec laquelle il ſe meut.* Or, pour réſoudre ce problème, je nomme a la hauteur *connue* dont tombe un corps grave

pendant le tems *connu* θ; & j'obſerve qu'en vertu de la formule (*K*), la viteſſe finale de ce corps ſera repréſentée par $\sqrt{a}$, & que, s'il tomboit de la hauteur h, ſa viteſſe finale ſeroit repréſentée par $\sqrt{h}$. D'un autre côté, on voit, par l'article VIII, que, ſi le même corps vient à ſe mouvoir uniformément, pendant le tems θ, avec la viteſſe $\sqrt{a}$, il parcourra un eſpace $= 2a$; & comme, par hypothèſe, le mobile du problème parcourt uniformément l'eſpace E, pendant le tems t, avec une viteſſe qui doit être repréſentée par $\sqrt{h}$, & que, dans les mouvemens uniformes, les eſpaces parcourus ſont comme les produits des viteſſes par les tems, il s'enſuit qu'on aura la proportion $2a : E :: \theta\sqrt{a} : t\sqrt{h}$; d'où l'on tire $h = \frac{E^2}{4a} \times \frac{\theta^2}{t^2}$.

Soient, par exemple, $E = 100$ pieds, $t = 3$ ſecondes, & ſuppoſons $a = 15$ pieds, & par conſéquent $\theta = 1$ ſeconde, on trouvera $h = 18\frac{14}{17}$ pieds. Ainſi, pour qu'un corps acquiere, par ſa peſanteur, une viteſſe capable de lui faire parcourir uniformément 100 pieds en 3 ſecondes, il faut qu'il tombe de $18\frac{14}{17}$ pieds de hauteur.

On trouve, par la même méthode, la hauteur à laquelle remontera un corps grave, lancé verticalement avec une viteſſe capable de lui faire parcourir uniformément un eſpace donné dans un tems donné. Car il remontera (*IX*) à la hauteur d'où il auroit dû tomber pour acquérir cette viteſſe.

XVI. Je paſſe aux mouvemens des corps qui gliſſent ſur des plans inclinés; (*Voyez* ce qu'on entend par *plan incliné*, au mot PLAN INCLINÉ.) Soit un corps *A* (*Méch. fig. 7*) qui deſcende le long d'un plan incliné *BD*; repréſentons ſon poids par la verticale *AN*, & décompoſons cette force en deux autres *AM*, *AO*, l'une perpendiculaire, l'autre parallèle au plan incliné; il eſt clair que la première eſt détruite, & que la ſeconde eſt la ſeule qui faſſe gliſſer le corps; nous faiſons abſtraction du frottement & de toute autre réſiſtance. En nommant p le poids abſolu du corps, ou la force *AN*, F la peſanteur *relative* ou la force qui pouſſe le corps parallélement à *BD*, on aura $F = p \times \frac{AO}{AN}$. Or, à cauſe des triangles ſemblables *AON*, *BCD*, ou à $\frac{AO}{AN} = \frac{BC}{BD}$; donc $F = p \times \frac{BC}{BD}$. Par où l'on voit que le mouvement du corps *A* eſt de même nature que celui des corps qui tombent librement par la peſanteur, c'eſt-à-dire, uniformément *accéléré*, puiſque la force accélératrice F, eſt à la peſanteur abſolue p, dans le rapport conſtant de la hauteur *BC* du plan incliné à ſa longueur *BD*. Ainſi, on peut appliquer aux mouvemens de deux corps qui gliſſent ſur des plans inclinés, les formules générales (*A*), (*B*), (*C*), (*D*) des mouvemens uniformément *accélérés*.

XVII. Soient donc deux plans inclinés comme on voudra, parcourus par deux mobiles, & nommons reſpectivement :

Les longueurs des plans inclinés, ou les eſpaces parcourus . . . . . *E* & *e*,
Les hauteurs de ces plans . . . . . *H* & *h*,
Les tems des mouvemens . . . . . *T* & *t*,
Les maſſes des corps . . . . . *M* & *m*,
Leurs peſanteurs relatives . . . . . *F* & *f*,
Leurs viteſſes finales . . . . . *V* & *v*.

Cela poſé, 1.° la formule (*A*) a lieu ici, ſans aucune ſimplification.

2°. Les forces accélératrices, que nous avons nommés P & Π (*IV*), ſont ici F & f. De plus, en nommant p & ϖ les peſanteurs abſolues de nos corps, on a, par l'article précédent, $F = \frac{pH}{E}$, $f = \frac{\varpi h}{e}$. Subſtituons pour P & Π ces valeurs dans les formules (*B*), (*C*), (*D*), nous aurons $pHTmve = \varpi htMVE$; $pHTTmee = \varpi httMEE$; $pHmvv = \varpi hMVV$. Or on a (*XII*), $p : \varpi :: M : m$, ou bien $pm = \varpi M$; donc, en diviſant ces trois formules par les quantités égales pm & ϖM, on aura (*L*) $HTev = htEV$; (*M*) $HTTee = httEE$; (*N*) $Hvv = hVV$.

Les formules (*A*), (*L*), (*M*), (*N*) repréſentent de la manière la plus générale toutes les propriétés relatives des mouvemens de deux corps qui gliſſent ſur deux plans inclinés. Nous nous contenterons d'en faire une application.

Trouver le rapport des tems employés à parcourir les cordes d'un cercle vertical, menées des extrémités d'un diamètre vertical?

Soit *BR* le diamètre vertical du cercle propoſé (*Méch. fig. 8*), & ſoient *BD*, *BK* deux cordes quelconques menées de l'extrémité *B* de ce diamètre; *DQ*, *KP* les ordonnées correſpondantes: il eſt clair qu'on peut regarder *BD* & *BK* comme deux plans inclinés, dont *BQ* & *BP* ſont les hauteurs. Or, par la propriété du cercle, on a $BD^2 : BK^2 :: BQ : BP$, c'eſt-à-dire, $EE : ee :: H : h$; donc $EEh = eeH$.

Diviſant les deux membres de la formule (*M*) par ces quantités égales, on aura $TT = tt$, $T = t$. Ainſi, les tems employés à parcourir les cordes *BD*, *BK* ſont égaux entr'eux.

On trouveroit de même que le tems employé à parcourir la corde quelconque *NR*, menée de l'extrémité inférieure du diamètre *BR*, eſt égal au tems employé à parcourir toute autre corde *BD* ou *BK*. Ainſi, on doit conclure que toutes les cordes d'un cercle vertical, tirées des extrémités d'un diamètre vertical, ſont parcourues en tems égaux. Je n'ai pas beſoin d'ajouter que le diamètre vertical eſt compté lui-même au nombre des cordes qui partent de ſes extrémités. (*L. B.*)

Voyez la Théorie générale des mouvemens variés, au mot MOUVEMENT.

ACCIDENTEL, adj. (*Perſpective.*) On nomme

point accidentel, en perſpective, le point de la ligne horizontale, où ſe rencontrent les projections de deux lignes, qui ſont parallèles l'une à l'autre, dans l'objet qu'on veut mettre en perſpective, & qui ne ſont pas perpendiculaires au tableau. On appelle ce point *accidentel*, pour le diſtinguer du point principal, qui eſt le point où tombe la perpendiculaire menée de l'œil au tableau, & où ſe rencontrent les projections de toutes les lignes perpendiculaires au tableau. *Voyez* LIGNE HORIZONTALE. (*O.*)

ACCOUPLER. On dit au trictrac *accoupler ſes dames*: c'eſt proprement les diſpoſer deux à deux ſur une flèche. *Voyez* DAMES.

ACCROISSEMENT, ſ. m. (*Algèbre.*) On appelle *accroiſſement* l'augmentation qu'une quantité variable, dans un calcul, eſt ſuppoſée recevoir par rapport à d'autres quantités conſtantes ou variables: augmentation qui peut être finie ou infiniment petite. *Voyez* DIFFÉRENCE.

ACHARNAR, (*Aſtron.*) nom arabe de la belle étoile de première grandeur, qui eſt à l'extrémité de l'éridan, que les aſtronomes déſignent par la lettre α. On l'appelle auſſi *acharnahar*, *acharnarim*, *énar*; en grec ὑδατος τὸ πεταμοῦ, (*Almag. p. 196.*) la dernière du fleuve. (*D. L.*)

ACHLUSCHEMALI, nom de la conſtellation appellée *couronne boréale*.

ACHROMATIQUE, *terme d'Optique*; c'eſt le nom que j'ai cru devoir donner dans mon *Aſtronomie*, à des lunettes de nouvelle invention, deſtinées à corriger les aberrations & les couleurs, par le moyen de pluſieurs ſubſtances différentes. Je fais dériver cet adjectif du mot grec χρωμα, couleur, précédé d'un α privatif. La première trace de cette idée ingénieuſe, ſe trouve dans un Mémoire du célèbre M. Euler. (*Acad. de Berlin, 1747, tom. III.*) « Voici ce qu'il en diſoit en » 1747: Il eſt reconnu parmi les aſtronomes, que » les verres objectifs dont on ſe ſert ordinairement » dans les lunettes, ont ce défaut, qu'ils produiſent » une infinité de foyers, ſelon les différens degrés » de réfrangibilité des rayons. Les rayons rouges » ſouffrans la plus petite réfraction en paſſant par » le verre, forment leurs foyers à une plus grande » diſtance du verre, que les rayons violets dont » la réfraction eſt la plus grande; de-là vient que, » ſi la lumière, qui paſſe par le verre objectif, » eſt compoſée de pluſieurs ſortes de rayons, ce » n'eſt plus dans un point que les rayons rompus » ſe raſſemblent, comme on le ſuppoſe commu- » nément, dans l'Optique. Mais le foyer ſera étendu » ſur un eſpace qui ſera d'autant plus conſidérable » que le foyer ſera plus éloigné du verre objectif..... » Newton a déjà ſoupçonné que des objectifs, » compoſés de deux verres dont l'eſpace intermé- » diaire ſeroit rempli d'eau, pourroient ſervir à » perfectionner les lunettes, par rapport à l'aber- » ration des rayons qu'ils ſouffrent à cauſe de la » figure ſphérique des verres. Mais il ne paroit pas » qu'il eût l'idée que, par ce même moyen, il » ſeroit poſſible de retrécir l'eſpace par lequel les » foyers de divers rayons ſe trouvent diſperſés. » Or il m'a paru d'abord très-probable qu'une cer- » taine combinaiſon de différens corps tranſparens, » pourroit être capable de remédier à cet incon- » vénient, & je ſuis perſuadé que, *dans nos yeux, » les différentes humeurs s'y trouvent arrangées, en » ſorte qu'il n'en réſulte aucune diffuſion du foyer.* » C'eſt, à mon avis, un ſujet tout nouveau d'ad- » mirer la ſtructure de l'œil; car, s'il n'avoit été » queſtion que de repréſenter les images des objets, » un ſeul corps tranſparent y auroit été ſuffiſant, » pourvu qu'il eût eu la figure convenable; mais, » pour rendre cet organe accompli, il falloit em- » ployer pluſieurs différens corps tranſparens, leur » donner la juſte figure, & les joindre ſelon les » règles de la plus ſublime Géométrie, pour que » la diverſe réfrangibilité des rayons ne troublât » point les repréſentations. » C'eſt ainſi que la conſidération de ce qui ſe paſſe dans nos yeux, conduiſoit M. Euler à chercher un moyen d'imiter la nature, & lui faiſoit eſpérer d'y parvenir par des combinaiſons de fluides entre deux verres.

En conſéquence, M. Euler chercha les dimenſions des objectifs formés de verre & d'eau, de manière à pouvoir imiter la combinaiſon qui ſe fait naturellement dans l'œil; mais toutes les reſſources de la plus profonde géométrie ne pouvoient compenſer ce qui manquoit alors à nos connoiſſances, par rapport à l'effet des différentes ſubſtances pour la diſperſion des rayons colorés. Les lunettes qui furent exécutées à Paris ſur ce principe, ne réuſſirent qu'imparfaitement.

Dès que le Mémoire de M. Euler parut, feu Jean Dollond le père, célèbre opticien de Londres, (mort en 1761), voulut en tirer parti; mais il crut reconnoitre que cette théorie ne s'accordoit point avec celle de Newton, ni avec ſes expériences, & cela ſuffiſoit en Angleterre pour arrêter le progrès de ces recherches. On diſputa quelque tems ſur cette matière; mais, en 1755, M. Klingenſtierna fit remettre à Dollond un écrit qui le força de douter de l'expérience de Newton, qu'il avoit long-tems oppoſée à M. Euler. Dans cet écrit, qui fut communiqué, en 1761, à M. Clairaut par M. Ferner, collègue de M. Klingenſtierna, l'expérience de Newton n'eſt attaquée que par la métaphyſique & la géométrie; mais c'eſt en ſuivant une route qui montre, au premier coup-d'œil, la légitimité du doute que l'auteur élevoit. (*Mém. de l'Acad. 1757, p. 524.*)

La propoſition expérimentale de Newton, que l'on trouve dans ſon *Optique, p. 145 de l'édition françoiſe, in-4.°*, eſt énoncée ainſi: « Toutes les » fois que les rayons de lumière traverſent deux » milieux de denſité différente, de manière que la » réfraction de l'un détruiſe celle de l'autre, & » que par conſéquent les rayons émergens ſoient » parallèles aux incidens, la lumière ſort toujours » blanche. »

Digitized by Google

» blanche. » Cette propoſition, que l'on ſoutenoit en Angleterre, n'eſt point vraie exactement & dans tous les cas.

Dollond voulant reconnoître la vérité ou la fauſſeté de cette propoſition, en fit l'épreuve de la manière que Newton indique lui-même. Dans un priſme d'eau renfermé entre deux plaques de verre, le tranchant tourné en bas, il plaça un priſme de verre, dont le tranchant étoit en haut; &, comme il avoit diſpoſé les plaques de verre de manière que leur inclinaiſon pût être changée à volonté, il parvint facilement à leur en donner une, telle que les objets, regardés au travers de ce double priſme, paruſſent à même hauteur que lorſqu'on les regarde à la vue ſimple; ce qui apprenoit que les deux réfractions s'étoient mutuellement détruites; alors les objets ſe trouvoient teints des couleurs de l'iris, comme on ſait que le ſont tous les objets qu'on regarde au travers des priſmes. Dollond fit enſuite mouvoir de nouveau les plaques du priſme d'eau, juſqu'à ce qu'il leur trouvât une inclinaiſon telle que les objets regardés au travers des deux priſmes, paruſſent ſans iris, & alors leur hauteur apparente n'étoit plus la vraie; ce qui montroit que les réfractions ne s'étoient point redreſſées mutuellement, quoique les différences de réfrangibilité des rayons colorés, ſe fuſſent corrigées les unes par les autres.

Dollond ſachant qu'il y avoit deux ſortes de verres bien plus propres l'un que l'autre à la netteté des images, conjecturа que cette différence de qualité venoit de celle de leurs vertus réfringentes ou diſperſives, relativement aux rayons colorés. Il penſa que tel verre pourroit rendre la différence de réfrangibilité du rouge au violet, beaucoup plus ſenſible que tel autre, & cauſer, par ce moyen, des iris beaucoup plus étendues, quoique la réfraction moyenne ne fût pas fort différente; il en conçut l'eſpérance de réuſſir mieux dans ſon objet, en combinant des lentilles de verres de différentes qualités, qu'en employant du verre & de l'eau, parce que l'eau & le verre, relativement à leurs réfractions moyennes, ne produiſoient pas des différences aſſez ſenſibles dans les réfrangibilités des couleurs. Un verre très-blanc & fort tranſparent, appellé communément *flintglaſſ*, en France *cryſtal d'Angleterre*, eſt celui qui, ſuivant Dollond, donne les iris les plus remarquables, & par conſéquent celui dans lequel la réfraction du rouge diffère le plus de celle du violet. Un verre verdâtre, connu en Angleterre ſous le nom *crownglaſſ*, & qui reſſemble beaucoup, en qualité, à notre verre commun, eſt au contraire celui qui donne la moindre différence dans la réfrangibilité: ce ſont les deux matières dont Dollond imagina de ſe ſervir en 1758, après avoir meſuré leurs qualités réfringentes; ce qu'il fit d'une manière analogue à celle qu'il avoit employée pour le verre & l'eau. Il trouva que le rapport des différentes diſperſions étoit celui de trois à deux, en ſorte que le ſpectre coloré, qui, avec un priſme de *crownglaſſ*, auroit deux pouces de longueur, en a trois avec un priſme de *flintglaſſ* ou de cryſtal d'Angleterre. (*Mém. Acad. 1756, pag. 386. Philoſophical Tranſactions 1758, p. 740.*)

Les premières lunettes qui furent exécutées par Dollond, eurent un très-grand ſuccès. Les géomètres s'exercèrent bientôt à chercher les courbures les plus propres à corriger les aberrations de réfrangibilité, & en même tems de ſphéricité: on peut voir ſur la théorie de ces lunettes *achromatiques*, M. Clairaut; (*Mém. Acad. 1756, pag. 380; 1757, pag. 524; 1762, pag. 578.*) M. Euler, dans ſes trois volumes de dioptrique, *Mém. Acad. 1765, p. 555; Mém. de Berlin, tome XXII, p. 119;* M. d'Alembert, *Opuſcules math.* d'abord dans le *tome III*, publié en 1764, & enſuite dans les *tomes IV & ſuivans*, juſqu'en 1780, & dans les Mémoires de l'Académie pour 1764; M. Klingenſtierna, dans une pièce qui a remporté le prix de l'Académie de Péterſbourg en 1762; M. Rochon, dans ſes *Opuſcules* publiées en 1768, & ſes *Mémoires* publiés en 1783, *in*-8°; le père Boſcovich, dans les cinq *Diſſertations latines* qu'il a publiées à Vienne en 1767, *in*-4°, & dans l'ouvrage intitulé *Memorie ſulli Cannocchiali. 1781*; le père Pézenas, dans ſa traduction de l'*Optique de Smith*, Avignon, 1767; M. Duval le Roi, dans celle qu'il donna la même année à Breſt. Nous nous contenterons de rapporter ici les dimenſions de deux lunettes excellentes, d'environ quarante-trois pouces de foyer, faites par le fils de Dollond vers 1765, & qui ſurpaſſent tout ce qu'on avoit fait dans ce genre; elles ſont très-ſupérieures aux téleſcopes de même longueur, parce que de tels téleſcopes ne porteroient pas une plus grande ouverture, n'augmenteroient pas davantage l'objet, & auroient d'ailleurs moins de champ & beaucoup moins de clarté.

L'objectif eſt compoſé de trois verres, dont un eſt de *flintglaſſ*, concave des deux côtés, placé entre deux lentilles bi-convexes, de verre commun. Les ſix rayons des courbures, à commencer par celui de la ſurface extérieure, ſont, dans une de ces lunettes, de 315, 450, 235, 315, 320 & 320 lignes. Dans la ſeconde lunette, les ſix rayons ſont de 315, 400, 238, 290, 316, 316 lignes: cette dernière a 43 pouces 5 lignes de foyer, & 3 pouces 4 lignes d'ouverture. Ces lunettes groſſiſſent depuis cent juſqu'à deux cents fois, ſuivant les différens équipages qu'on y applique, & ſurpaſſent par conſéquent les anciennes lunettes de vingt-cinq à trente pieds. Ces lunettes deviendront encore meilleures, lorſqu'on y emploiera trois eſpèces différentes de verres, au lieu de deux, qui, à la rigueur, ne réuniſſent que deux ſortes de rayons. (le père Boſcovich, *Diſſertation II, page 101.*) *Voyez* LUNETTES. (*M. DE LA LANDE.*)

ACHRONYQUE, (*Aſtronomie.*) *Voyez* ACRONYQUE.

ACLASTE, adj. (*Optique.*) Léibnits donne

ce nom (*Voyez Lèib. Op. Tome III, page 203.*) aux figures qui ont les propriétés requiſes pour rompre les rayons de lumiere, & qui cependant les laiſſent paſſer ſans aucune réfraction.

ACOUSTIQUE, ſ. f. eſt la doctrine ou la théorie des ſons. *V.* SON.

L'*Acouſtique* eſt proprement la partie théorique de la Muſique : c'eſt elle qui donne les raiſons plus ou moins ſatisfaiſantes du plaiſir que nous fait l'harmonie, qui détermine les affections ou propriétés des cordes vibrantes, *&c. Voyez* SON, HARMONIE, CORDES.

L'*Acouſtique* eſt la même ſcience qu'on a autrement appellée *Phonique. Voyez* PHONIQUE.

On appelle inſtrumens *acouſtiques*, les inſtrumens par leſquels ceux qui ont l'ouie dure, rémédient à ce défaut. *Voyez* CORNET, PORTE-VOIX.

Le Docteur Hook prétend qu'il n'eſt pas impoſſible d'entendre à la diſtance d'une ſtade, le plus petit bruit qu'une perſonne puiſſe faire en parlant, & qu'il fait un moyen d'entendre quelqu'un à travers une muraille de pierre, épaiſſe de trois pieds. *Voyez* ÉCHO, CABINETS SECRETS & PORTE-VOIX.

ACQUIT, ſ. m. (*terme de jeu*) au billard ; c'eſt le coup que celui qui a le devant, donne à jouer ſur ſa bille, à celui qui eſt le dernier.

ACRE, *meſure de ſuperficie.* Ce mot eſt commun à pluſieurs Langues ; en Arabe, c'eſt *Acar*, en Grec, Ἄγρος ; en Celte & en Teuton, *Acker* ; en Saxon, *Acer* ; en Latin, *Ager.* Il ſignifioit originairement une terre labourable ; Saumaiſe le fait venir d'*Acra*, qui a été dit pour *Akena*, qui ſignifioit, chez les Anciens, une meſure de dix pieds ; mais ce mot ſe prend aujourd'hui pour une meſure de terre, différente ſelon les différens pays. En Normandie, l'*Acre* eſt de 160 perches carrées.

L'*Acre* d'Angleterre contient 43560 pieds anglois *carrés*, qui valent 1135 toiſes carrées de ſuperficie, meſure de Paris ; l'arpent de Paris eſt de 900 toiſes carrées, & celui des Eaux & Forêts eſt de $1344\frac{4}{9}$ dans toute la France, ſuivant l'ordonnance des Eaux & Forêts. Voici une table de ſubdiviſion de l'*acre* d'Angleterre, en meſures angloiſes.

Pouces, Inches.	*Pieds, Foots.*	*Yards.*	*Paces.*	*Poles.*	*Rood.*	*Acre.*
144						
1296	9					
3600	25	$2\frac{7}{9}$				
39204	$272\frac{1}{4}$	$30\frac{1}{4}$	10,89			
1568160	10890	1210	435,6	40		
6272640	43560	4840	1743,6	160	4	

Ainſi, l'*acre* contient 4 roods, le rood 40 poles, & 1210 yards ou braſſes, chacune de trois pieds. Le pied d'Angleterre, ſuivant les dernières vérifications que M. Maskeline, aſtronome royal d'Angleterre, en a faites ſur les toiſes que je lui avois envoyées, eſt de 11 pouces 3 lignes, & 1154 dix millièmes de lignes, du pied de Paris, pris ſur la toiſe de l'Académie, qui ſert actuellement de règle dans le royaume. (*De LA LANDE.*)

ACRONYQUE, adj. m. (*Aſtronomie.*) ſe dit du lever d'une étoile au-deſſus de l'horizon ou de ſon coucher, lorſque le ſoleil ſe couche. *Voyez* LEVER & COUCHER.

La plupart écrivent *achronique*, faiſant venir ce mot de α privatif & χρόνος, *tems*, en quoi ils ſe trompent ; car c'eſt un mot francifé du Grec ἀκρονύχιος, compoſé de ἄκρον, *extrémité*, & νύξ, *nuit* : *ideo acronychum quòd circa ἄκρον τῆς νύκτος* ; auſſi quelques auteurs écrivent-ils même *acronycal* au lieu d'*acronychus* ; & cette façon de l'écrire eſt en effet très-conforme à l'étymologie, mais contraire à l'uſage.

Lever ou coucher *acronyque* eſt oppoſé à lever ou coucher *coſmique* qui a lieu quand le ſoleil ſe lève ; l'un eſt le lever ou le coucher du matin, l'autre le lever ou le coucher du ſoir. *V.* LEVER.

ACTION, ſ. f. (*méchanique*) : mot dont on ſe ſert quelquefois pour déſigner l'effort que fait un corps ou une puiſſance contre un autre corps ou une autre puiſſance, quelquefois l'effet même qui réſulte de cet effort.

C'eſt pour nous conformer au langage commun des méchaniciens & des phyſiciens, que nous donnons cette double définition. Car ſi on nous demande ce qu'on doit entendre par *action*, en n'attachant à ce terme que des idées claires, nous répondrons que c'eſt le mouvement qu'un corps produit réellement, ou qu'il tend à produire dans un autre, c'eſt-à-dire, qu'il y produiroit, ſi rien ne l'empêchoit. *Voyez* MOUVEMENT.

En effet, toute puiſſance n'eſt autre choſe qu'un corps qui eſt actuellement en mouvement, ou qui tend à ſe mouvoir ; c'eſt-à-dire, qui ſe mouvroit ſi rien ne l'en empêchoit. *Voyez* PUISSANCE. Or dans un corps, ou actuellement mu, ou qui tend à ſe mouvoir, nous ne voyons clairement que le mouvement qu'il a ou qu'il auroit s'il n'y avoit point d'obſtacle ; donc *l'action* d'un corps ne ſe manifeſte à nous que par ce mouvement : donc nous ne devons pas attacher une autre idée au mot d'*action*, que celle d'un mouvement actuel ou de ſimple tendance ; & c'eſt embrouiller cette idée, que d'y joindre celle de je ne ſais quel être métaphyſique, qu'on imagine réſider dans le corps, & dont perſonne ne ſauroit avoir de notion claire & diſtincte. C'eſt à ce même mal-entendu qu'on doit la fameuſe queſtion des forces vives, qui, ſelon les apparences, n'auroit jamais été un objet de diſpute, ſi on avoit bien voulu obſerver que la ſeule notion préciſe & diſtincte, qu'on puiſſe donner au mot de *force*, ſe réduit à *ſon effet* ; c'eſt-à-dire, au mouvement qu'elle produit, ou tend à produire. *Voyez* FORCE.

Quantité d'action, eſt le nom que donne M. de Maupertuis, dans les Mémoires de l'Académie

des Sciences de Paris, 1744, & dans ceux de l'Académie de Berlin, 1746, au produit de la maſſe d'un corps, par l'eſpace qu'il parcourt, & par ſa viteſſe. M. de Maupertuis a découvert cette loi générale, que dans les changemens qui ſe ſont dans l'état d'un corps, la quantité d'action néceſſaire pour produire ce changement, eſt la moindre qu'il eſt poſſible. Il a appliqué heureuſement ce principe à la recherche des loix de la réfraction, des loix du choc, des loix de l'équilibre, &c.; il s'eſt même élevé à des conſéquences plus ſublimes ſur l'exiſtence d'un premier être. Les deux Ouvrages de M. de Maupertuis que nous venons de citer, méritent toute l'attention des Philoſophes; & nous les exhortons à cette lecture: ils y verront que l'Auteur a ſu allier la métaphyſique des cauſes finales (*Voyez* CAUSES FINALES) avec les vérités fondamentales de la Méchanique; faire dépendre d'une même loi le choc des corps élaſtiques, & celui des corps durs, qui juſqu'ici avoient eu des loix ſéparées, & réduire à un même principe les loix du mouvement, & celles de l'équilibre.

Le premier Mémoire où M. de Maupertuis a donné l'idée de ſon principe, eſt du 15 Avril 1744; & à la fin de la même année, M. le Profeſſeur Euler publia ſon excellent Livre: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi vel minimi proprietate gaudentes.* Dans le ſupplément qui y eſt joint, cet illuſtre Géomètre démontre que dans les trajectoires que des corps décrivent par des forces centrales, la viteſſe multipliée par l'élément de la courbe, fait toujours un *minimum*. Ce Théorême eſt une belle application du principe de la moindre action, au mouvement des planètes.

Par le Mémoire du 15 Avril 1744, que nous venons de citer, on voit que les réflexions de M. de Maupertuis, ſur les loix de la réfraction, l'ont conduit au Théorême dont il s'agit. On ſait le principe que M. de Fermat, & après lui, M. Léibnitz, ont employé pour expliquer les loix de la réfraction. Ces grands Géomètres ont prétendu qu'un corpuſcule de lumiere, qui va d'un point à un autre, en traverſant deux milieux différens, dans chacun deſquels il a une viteſſe différente, doit y aller *dans le tems le plus court* qu'il eſt poſſible: &, d'après ce principe, ils ont démontré géométriquement, que ce corpuſcule ne doit pas aller d'un point à l'autre en ligne droite, mais qu'étant arrivé ſur la ſurface qui ſépare les deux milieux, il doit changer de direction, de maniere que le ſinus de ſon incidence, ſoit au ſinus de la réfraction, comme ſa viteſſe dans le premier milieu, eſt à ſa viteſſe dans le ſecond; d'où ils ont déduit la loi ſi connue du rapport conſtant des ſinus. *Voyez* SINUS, RÉFRACTION, &c.

Cette explication, quoique fort ingénieuſe, eſt ſujette à une grande difficulté, c'eſt qu'il ſaudroit que le corpuſcule s'approchât de la perpendiculaire, dans les milieux où ſa viteſſe eſt moindre, & qui par conſéquent lui réſiſtent davantage; ce qui paroit contraire à toutes les explications méchaniques qu'on a données juſqu'à préſent de la réfraction des corps, & en particulier de la réfraction de la lumière.

L'explication, entr'autres, qu'a imaginée M. Neuton, la plus ſatisfaiſante de toutes celles qui ont été données juſqu'ici, rend parfaitement raiſon du rapport conſtant des ſinus, en attribuant la réfraction des rayons, à la force attractive des milieux; d'où il s'enſuit que les milieux plus denſes, dont l'attraction eſt plus forte, doivent approcher le rayon de la perpendiculaire, ce qui eſt en effet confirmé par l'expérience. Or l'attraction du milieu ne ſauroit approcher le rayon de la perpendiculaire, ſans augmenter ſa viteſſe, comme on peut le démontrer aiſément: ainſi, ſuivant M. Neuton, la réfraction doit ſe faire en s'approchant de la perpendiculaire, lorſque la viteſſe augmente; ce qui eſt contraire à la loi de MM. Fermat & Léibnitz. M. de Maupertuis a cherché à concilier l'explication de M. Neuton, avec les principes métaphyſiques: au lieu de ſuppoſer avec MM. de Fermat & Léibnitz, qu'un corpuſcule de lumière va d'un point à un autre dans le plus court tems poſſible, il ſuppoſe qu'un corpuſcule de lumière va d'un point à un autre, de maniere que la quantité d'*action* ſoit la moindre qu'il ſoit poſſible. Cette quantité d'*action*, dit-il, eſt la vraie dépenſe que la nature ménage: par ce principe philoſophique, il trouve que non-ſeulement les ſinus ſont en raiſon conſtante, mais qu'ils ſont en raiſon inverſe des viteſſes, (ce qui s'accorde avec l'explication de M. Neuwton), & non-pas en raiſon directe, comme le prétendent MM. de Fermat & Léibnitz.

Il eſt ſingulier que tant de philoſophes, qui ont écrit ſur la réfraction, n'aient pas imaginé une maniere ſi ſimple de concilier la Métaphyſique avec la Mécanique; il ne falloit, pour cela, que faire un aſſez léger changement au calcul fondé ſur le principe de M. de Fermat. En effet, ſuivant ce principe, le tems, c'eſt-à-dire, l'eſpace diviſé par la viteſſe, doit être un *minimum*: de ſorte que, ſi l'on appelle E l'eſpace parcouru dans le premier milieu avec la viteſſe V, & e l'eſpace parcouru dans le ſecond milieu avec la viteſſe v, on aura $\frac{E}{V}+\frac{e}{v}=$ à un *minimum*, c'eſt-à-dire, $\frac{dE}{V}+\frac{de}{v}=0$. Or il eſt facile de voir que les ſinus d'incidence & de réfraction ſont entr'eux comme dE à $-de$; d'où il s'enſuit que ces ſinus ſont en raiſon directe des viteſſes V, v; & c'eſt ce que prétend M. Fermat. Mais, pour que ces ſinus ſuſſent en raiſon inverſe de viteſſes, il n'y avoit qu'à ſuppoſer $VdE+vde=0$, ce qui donne $E\times V+e\times v=$ à un *minimum*; & c'eſt le principe de M. de Maupertuis. *Voyez MINIMUM.*

On peut voir dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, que nous avons déjà cités, toutes les autres applications qu'il a faites de ce même principe, qu'on doit regarder comme un des plus généraux de la Mécanique.

Digitized by Google

Quelque partie qu'on prenne ſur la métaphyſique qui lui ſert de baſe, ainſi que ſur la notion que M. de Maupertuis a donnée de la quantité d'*action*, il n'en ſera pas moins vrai que le produit de l'eſpace par la viteſſe, eſt un *minimum* dans les loix les plus générales de la nature. Cette vérité géométrique, dûe à M. de Maupertuis, ſubſiſtera toujours, & on pourra, ſi l'on veut, ne prendre le mot de *quantité d'action*, que pour une manière abrégée, d'exprimer le produit de l'eſpace par la viteſſe (*O*).

ACUTANGLE, adj. Un triangle *acutangle* eſt celui dont les trois angles ſont aigus. On appelle auſſi cette eſpèce de triangle, *Triangle oxigone*. *Voyez* TRIANGLE.

ACUTANGULAIRE. *Section acutangulaire d'un cône*, eſt la ſection d'un cône, par un plan qui fait un angle avec l'axe du cône.

Les premiers Géomètres qui conſidérèrent les ſections coniques, ne firent attention qu'au cône droit, tel que le cône défini par Euclide. (*Déf. 18. livre XI.*); & ils s'attachèrent uniquement aux ſections formées par un plan perpendiculaire à un des côtés du cône. Il eſt manifeſte qu'une pareille ſection eſt une ellipſe, ſi le cône eſt acutangle; une parabole, s'il eſt reëlangle; & une hyperbole, s'il eſt obtuſangle, parce que, dans le premier cas, le plan coupant rencontre le côté oppoſé du cône; dans le ſecond cas, le plan eſt parallele au côté oppoſé; & dans le troiſième cas, le plan rencontre le cône oppoſé par le ſommet au cône coupé. Auſſi Archimède ne parle que de la ſection du cône acutangle, de celle du cône reëlangle, & de celle du cône obtuſangle. Les noms d'*ellipſe*, de *parabole* & d'*hyperbole* ſe trouvent pour la première fois dans Appollonius, qui fut probablement le premier à conſidérer le cône ſcalene & les ſections obtuſangles. *Voyez* Wallis *Oper. tome I, page 293.* (*J. D. C.*)

AEROMETRIE. *Voyez* ATROMÉTRIE.

A D D

ADDITION, ſ. f. (*Arithmétique*). opération par laquelle on trouve un nombre égal à pluſieurs autres pris enſemble. Le nombre trouvé s'appelle *ſomme* des nombres ajoutés.

Tout nombre qui n'eſt exprimé que par un ſeul chiffre, s'ajoute à un autre nombre quelconque, par les premiers principes de la numération. Par exemple, ſi, au nombre 15, on veut ajouter le nombre 8, on obſervera que chacune des unités de 8 étant jointe ſucceſſivement au nombre 15, il en réſulte le nombre 23. De même, s'il faut ajouter 7 au nombre 349, on verra que le nombre 349 étant augmenté de 7 unités, donne le nombre 356. On apprendra en très-peu de tems à ajouter tout d'un coup, & avec le ſeul ſecours de la mémoire, chacun des nombres ſimples 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, avec un autre nombre exprimé par tant de chiffres qu'on voudra. Cette première connoiſſance eſt la baſe de l'*addition* pour toutes ſortes de nombres, comme on le va voir.

PROBLÊME I. *Ajouter enſemble pluſieurs nombres incomplexes* (*Voyez* ce mot) *exprimés chacun par tant de chiffres qu'on voudra?*

Ecrivez tous ces nombres les uns ſous les autres, en obſervant de placer dans la même colonne verticale, les unités du même ordre, c'eſt-à-dire, les unités ſimples ſous les unités ſimples, les dixaines ſous les dixaines, les centaines ſous les centaines, &c. Les nombres étant ainſi diſpoſés, tirez au-deſſous une barre horizontale: ajoutez enſemble ſucceſſivement tous les chiffres d'une même colonne verticale, en commençant par la colonne qui contient les unités du plus bas ordre, & paſſant ſucceſſivement aux autres colonnes de la gauche. Si la ſomme des nombres d'une même colonne peut s'exprimer par un ſeul chiffre, vous le placerez dans cette colonne au-deſſous de la barre; ſi la ſomme eſt exprimée par plus d'un chiffre, vous placerez celui de la droite dans la colonne propoſée, comme étant du même ordre qu'elle, & vous retiendrez les autres pour les joindre avec la ſomme des nombres de la colonne voiſine à gauche. Mêmes opérations ſucceſſivement pour toutes les colonnes. Il eſt clair que le nombre total écrit au-deſſous de la barre, & réſultant de toutes les opérations qu'on vient d'indiquer, eſt la ſomme demandée, puiſqu'il eſt l'aſſemblage des unités, des dixaines, des centaines, &c., qui compoſent les nombres qu'on devoit ajouter.

EXEMPLE I. *Ajouter enſemble les nombres* 5049; 7898; 459?

Ces nombres étant écrits comme on	5049
le voit ici: premièrement, j'ajoute en-	7898
ſemble les unités, en diſant 9 & 8 font	459
17, & 9 font 26; j'écris le chiffre 6 ſous	
la colonne des unités, & je retiens le	13406

chiffre 2, qui exprime des dixaines, pour l'ajouter avec la colonne des dixaines. Paſſant à cette colonne, je dis 2 de retenus & 4 font 6, & 9 font 15, & 5 font 20; j'écris 0 ſous la colonne des dixaines, & je retiens 2 centaines pour les joindre à la troiſième colonne. A cette colonne, je dis 2 de retenus, & 0 font toujours 2, & 8 font 10, & 4 font 14; j'écris 4 ſous la colonne des centaines, & je retiens 1 mille pour la colonne des mille. Je continue & je dis, 1 de retenu & 5 font 6, & 7 font 13, que j'écris, en mettant le chiffre 3 ſous les mille, & le chiffre 1 au rang des dixaines de mille. Les opérations ſont ainſi finies, & on a 13406 pour la ſomme des trois nombres qu'il falloit ajouter enſemble.

EXEMPLE II. *Ajouter les nombres* 458; 98475; 24; 94002?

J'écris les quatre nombres qu'il faut	458
ajouter enſemble, comme on le voit ici;	98475
puis j'ajoute enſemble les chiffres qui	24
compoſent chaque colonne, en commen-	94002
çant par celle des unités, & paſſant ſuc-	
ceſſivement aux dixaines, aux centaines,	192959

aux mille, &c. Ces *additions* particulieres ſe font

comme dans l'exemple précédent ; & on trouve que la ſomme des quatre nombres en queſtion eſt 192959.

Tous ces nombres peuvent être ou de ſimples nombres abſtraits (*Voyez* ABSTRAIT), ou des nombres concrets (*Voyez* CONCRET), comme des livres, ou des toiſes, *&c.*

Remarque. Lorſque les nombres, qu'il faut ajouter enſemble, contiennent des parties décimales (*Voyez* NUMÉRATION), on écrit les dixièmes ſous les dixièmes, les centièmes ſous les centièmes, les millièmes ſous les millièmes, *&c.* Puis l'*addition* ſe fait en commençant par la colonne des parties décimales du plus bas ordre, & paſſant ſucceſſivement aux colonnes ſupérieures, juſqu'à ce qu'on les ait toutes épuiſées. Il peut ſe trouver dans les ordres ſupérieurs, des unités ſimples, des dixaines, des centaines, *&c.*

EXEMPLE I. *Ajouter les nombres* 478 ; 489,745 ; 8,03 ; 0,029 ?

Ayant diſpoſé ces nombres, comme on le voit ici, on les additionnera à l'ordinaire, en commençant par la colonne des millièmes, qui ſont les unités du plus bas ordre, & venant enſuite aux autres colonnes à gauche. On trouvera pour ſomme, 975,804.	478
	489,745
	8,03
	0,029
	975,804

Comme on ne change point (*Voyez* NUMÉRATEUR.) la valeur d'un nombre, en écrivant à ſa droite, après la virgule, tant de zéros qu'on voudra, on auroit pu donner le même nombre de places décimales aux nombres propoſés, en les écrivant ſous la forme qu'on voit ici. Et on auroit toujours trouvé la même ſomme. Par ce moyen, les unités du plus bas ordre ſe trouvent de la même eſpèce, ce qui eſt plus clair & marque mieux la diſtinction des places.

	478,000
	489,745
	8,030
	0,029
	975,804

EXEMPLE II. *Ajouter enſemble les nombres* 45,0484 ; 9462 ; 425,079 ; 4,7926 ?

J'écris ces nombres, comme on le voit ici, & je trouve pour ſomme, 9936,9200. On peut ſupprimer, dans ce nombre, les deux zéros de la fin, ſans en changer la valeur (*Voyez* NUMÉRATION) ; ce qui donne 9936,92 pour notre ſomme.	45,0484
	9462,0000
	425,0790
	4,7926
	9936,9200

PROBLÈME II. *Ajouter enſemble pluſieurs nombres complexes ?* (*Voyez* COMPLEXE).

L'*addition* de ces ſortes ſe fait comme celle des nombres incomplexes. On écrit tous les nombres propoſés les uns ſous les autres, de manière que ceux de même eſpèce ſoient dans une même colonne, & on commence par ajouter les nombres de la plus baſſe eſpèce. On retient autant d'unités qu'ils en peuvent fournir, pour les porter avec celles de l'eſpèce immédiatement ſupérieure. Le réſultat de toutes ces *additions* forme la ſomme totale.

EXEMPLE I. *Additionner enſemble les trois nombres complexes qu'on voit ici, & qui ſont compoſés de livres, ſols & deniers ?*

Je commence par ajouter enſemble les deniers ; & comme les dixaines de deniers ne ſont pas des unités particulières, & qu'il faut 12 deniers pour faire un ſol, on ajoutera à-la-fois les dixaines de deniers avec les unités, pour ne former du tout qu'une même ſomme. Ainſi, je dirai 9 deniers & 11 deniers ſont 20 deniers, & 6 deniers ſont 26 deniers. Dans ces 26 deniers, il y a 2 ſols & 2 deniers. J'écris les deux deniers ſous la colonne des deniers, & je retiens 2 ſols pour les ajouter avec les ſols.	345 liv.	8 ſ.	9 d.
	542	12	11
	2453	10	6
	3341 liv.	12 ſ.	2 d.

Paſſant à l'*addition* des ſols, & obſervant que 2 dixaines de ſols ſont une livre, j'additionnerai ſucceſſivement les unités & les dixaines de ſols. Je dirai donc 2 de retenus de la colonne des deniers, & 8 ſont 10, & 2 ſont 12 ; j'écris 2 ſous les unités de ſols, & je retiens 1 dixaine de ſols pour la joindre aux dixaines de ſols. Je pourſuis, & je dis, 1 dixaine de ſols de retenue, & 1 dixaine, ſont 2 dixaines, & 1 ſont trois dixaines, qui donnent 1 dixaine de ſols & 1 liv. J'écris la dixaine de ſols, & je retiens 1 liv. pour la joindre à la ſomme des livres.

Cette ſomme ſe trouve comme nous l'avons vu pour les nombres incomplexes.

Ainſi, la ſomme totale des trois nombres propoſés eſt 3341 liv. 12 ſ. 2 d.

Remarque. Il eſt clair que, dans les nombres de ce genre, qu'on propoſe d'ajouter enſemble, il ne peut pas entrer au rang des ſols plus de 19 ſols, ni au rang des deniers plus de 11 deniers ; autrement, il en réſulteroit des livres & des ſols, qui ſeroient cenſés faire partie des livres & des ſols, & qu'il faudroit y rapporter. De même, s'il étoit queſtion d'ajouter enſemble des nombres compoſés de jours, d'heures, de minutes, on ne pourroit pas mettre plus de 23 heures au rang des heures, ni plus de 59 minutes au rang des minutes. Ainſi des autres eſpèces de nombres complexes.

EXEMPLE II. *Ajouter enſemble les trois nombres ſuivants, qui ſont compoſés de toiſes, pieds, pouces ?*

La ſomme des pouces eſt 29, qui donnent 5 pouces & 2 pieds. J'écris les 5 pouces, & je retiens les 2 pieds pour les joindre aux pieds.	345 t.	5 p.	8 p.
	98	3	11
	1249	4	10
	1694 t.	2 p.	5 p.

La ſomme des pieds, en y comprenant les 2 dont on vient de parler, eſt 14, qui donnent 2 pieds & 2 toiſes ; j'écris les 2 pieds, & je retiens les deux toiſes.

Ces deux toiſes, jointes à la ſomme de toutes les autres toiſes, forment la ſomme 1694 toiſes.

Digitized by Google

Ainſi, la ſomme totale des trois nombres qu'il s'agiſſoit d'ajouter, eſt 1694^t 2^p 5^pces (*L. B.*).

ADDITION (*Algèbre*) : opération par laquelle on ajoute enſemble pluſieurs quantités algébriques (*Voyez* QUANTITÉ).

Les quantités qu'on propoſe d'ajouter enſemble, peuvent être *poſitives* ou *négatives* (*Voyez* ces mots). On diſtingue les unes des autres, en écrivant au-devant des premières le ſigne + qui ſignifie *plus*; & au-devant des ſecondes le ſigne — qui veut dire *moins*. Sur quoi il faut obſerver que, lorſqu'une quantité n'eſt précédée d'aucun ſigne, elle eſt cenſée être précédée du ſigne +, & par conſéquent du genre des quantités poſitives.

Cela poſé, ajouter enſemble pluſieurs quantités, c'eſt les joindre, les prendre à-la-fois avec les ſignes qu'elles ont. Ainſi, ajouter enſemble pluſieurs biens, c'eſt former un bien plus grand; ajouter enſemble pluſieurs dettes, c'eſt former une dette plus grande; ajouter un bien avec une dette, c'eſt former un réſultat qui eſt l'excès du bien ſur la dette, ou de la dette ſur le bien, ſelon que le bien eſt plus grand que la dette, ou que la dette eſt plus grande que le bien.

Il eſt clair par-là qu'en Algèbre, *ajouter* ne ſignifie pas toujours *augmenter*. Quand j'ajoute un bien avec un bien, j'augmente le bien; de même quand j'ajoute une dette avec une dette, j'augmente la dette. Mais quand je joins un bien avec une dette, je *diminue* réellement l'une ou l'autre quantité.

PROBLÊME I. *Ajouter enſemble pluſieurs monomes?* (*Voyez* MONOME.)

Ecrivez tous ces monomes les uns à la ſuite des autres, avec les ſignes + & — qu'ils ont. Si dans le réſultat, la ſomme des quantités poſitives l'emporte ſur la ſomme des quantités négatives, c'eſt une marque qu'il y a plus de biens que de dettes; au contraire, il y auroit plus de dettes que de biens, ſi la ſomme des quantités négatives l'emportoit ſur la ſomme des quantités poſitives. Par exemple, qu'il s'agiſſe d'ajouter enſemble les quatre monomes $+a$, $+b$, $-c$, $+d$? On écrira $+a+b-c+d$, ou bien $a+b-c+d$, en ſous-entendant le ſigne + qui commence la phraſe.

PROBLÊME II. *Ajouter des monomes avec des polynomes, ou des polynomes avec des polynomes?* (*Voyez* POLYNOME).

Il eſt clair qu'un tout étant égal à la ſomme de toutes ſes parties priſes enſemble, on aura la ſomme demandée, en joignant enſemble tous les termes des grandeurs qu'il faut ajouter, & en les affectant des ſignes qu'ils ont.

EXEMPLE I. *Ajouter enſemble les trois polynomes:*

$$a+b-c,$$
$$g-h-k,$$
$$m+n-p?$$

Somme $a+b-c+g-h-k+m+n-p$.

EXEMPLE II. *Ajouter enſemble les quatre polynomes:*

$$a+b+c-d,$$
$$b-f+g+a,$$
$$c+e-b+g,$$
$$h+c+n-d?$$

Somme $a+b+c-d+b-f+g+a+c+e-b+g+h+c+n-d$.

Remarque. Lorſque, dans la ſomme, il ſe trouve des termes *ſemblables*, c'eſt-à-dire, des termes qui contiennent la même lettre, s'ils n'ont qu'une dimenſion; ou les mêmes lettres écrites le même nombre de fois, s'ils ont plus d'une dimenſion: alors au lieu d'écrire pluſieurs fois le même terme, on ne l'écrit qu'une ſeule fois, mais on met au-devant un chiffre qui marque combien de fois ce terme doit être répété. Cela s'appelle *faire la réduction*. Ainſi, dans l'exemple précédent, au lieu de $a+a$, j'écris $2a$; au lieu de $+b+b-b$, j'écris ſimplement $+b$, parce que l'un des biens $+b$, eſt détruit par la dette $-b$, & que par conſéquent le réſultat du tout $+b+b-b$ eſt ſimplement $+b$; au lieu de $+c+c+c$, j'écris $+3c$; au lieu de $-d-d$, j'écris $-2d$; enfin, au lieu de $+g+g$, j'écris $+2g$. Par toutes ces réductions, notre ſomme devient $2a+b+3c-2d-f+2g+e+h+n$.

Le chiffre qu'on place ainſi au-devant d'une quantité, pour marquer combien de fois elle doit être répétée poſitivement ou négativement, s'appelle *coëfficient*.

Lorſqu'une quantité n'a point de coëfficient, elle eſt cenſée avoir l'unité pour coëfficient. Ainſi a eſt la même choſe que $1a$; ab eſt la même choſe que $1ab$.

Voici encore deux exemples d'additions de polynomes, avec les réductions.

EXEMPLE I. *Ajouter enſemble les polynomes:*

$$3a-2b+4c-8d,$$
$$-8a+7b-5c+4d,$$
$$3a-4b+6h?$$

Somme $-2a+b-c-4d+6h$.

EXEMPLE II. *Ajouter enſemble les polynomes:*

$$6aa-5bc+3k\sqrt{de},$$
$$-7aa+3bc-2k\sqrt{de},$$
$$2mn-f\sqrt[3]{mnp}+ff-gh?$$

Somme $-aa-2bc+k\sqrt{de}+2mn-f\sqrt[3]{mnp}+ff-gh$. (*L. B.*).

ADDITIONNEL, adj. (*Tuyaux additionnels.*) C'eſt ainſi que j'appelle, dans mon Hydrodynamique, des tuyaux cylindriques de 2 à 3 pouces de longueur, que j'adapte à un réſervoir qui a de minces parois, afin que l'eau ſuive la direction de ces cylindres, & ſoit *à gueule-bée*, par l'orifice exté-

Digitized by Google

rieur. En effet, l'expérience m'a appris qu'en ſuppoſant ces orifices égaux, & les charges d'eau égales, il n'eſt pas indifférent que l'eau ſorte par un orifice percé dans une mince paroi, (j'appelle ici ces ſortes d'orifices, *orifices ſimples*, pour abréger), ou par un tuyau *additionnel*; car l'eau, au ſortir de l'orifice ſimple, éprouve une contraction de la premiere eſpèce (*Voyez* CONTRACTION), qui diminue dans le rapport de 8 à 5, ou de 16 à 10, le produit que l'orifice devroit donner ſuivant la théorie, au lieu que l'eau, au ſortir d'un tuyau *additionnel*, éprouve une contraction de la ſeconde eſpèce, qui diminue ſeulement, dans le rapport de 16 à 13, le produit théorique; de ſorte que pour des orifices égaux, & des charges d'eau égales, le produit par un orifice ſimple, eſt au produit par un tuyau *additionnel*, comme 10 eſt à 13, du moins à peu de choſe près. Voyez mon *Hydrodynamique, tome II, page 47 & ſuiv.* (*L. B.*).

ADIGÈGE ou ADEGIGE, (*aſtron.*) Nom que les Arabes donnent à la conſtellation du cygne, & qui ſignifie roſe odoriférante.

ADJACENT, adj. (*Géom.*) *ce qui eſt immédiatement à côté d'un autre.* On dit qu'un angle eſt *adjacent* à un autre angle, quand l'un eſt immédiatement contigu à l'autre; de ſorte que les deux angles ont un côté commun. On ſe ſert même plus particulièrement de ce mot, lorſque les deux angles ont non-ſeulement un côté commun, mais encore lorſque les deux autres côtés forment une même ligne droite. *Voyez* ANGLE & CÔTÉ.

Ce mot eſt compoſé de *ad*, à, & *jacere*, être ſitué.

ADOUBLER, v. a. (*terme de Jeu.*) ſe dit au jeu de triétrac, aux dames, aux échecs, pour faire connoître qu'on ne touche une pièce que pour l'arranger en ſa place, & non pas pour la jouer.

ÆGOCEROS ou ÆGOCERUS, (*aſtron.*) nom que quelques Auteurs donnent à la conſtellation du capricorne, & qui vient du mot Grec Αἴξ chevre; il y en a qui donnent ce nom à la conſtellation du bélier, mais il appartient au capricorne, comme on le voit dans Lucain, L. IX, vers 537 & L. X, vers 213.

..... *Varii mutator circulus anni*
Ægoceron, eancrumque tenet.....

C'eſt-à-dire, le zodiaque qui s'étend depuis le tropique du capricorne, juſqu'à celui du cancer. *Voyez* CAPRICORNE. Les Poëtes diſent que Pan mis par les Dieux au rang des aſtres, ſe métamorphoſa lui-même en chevre, ce qui le fit ſurnommer Ægoceros. (*D. L.*)

ÆQUATEUR. *Voyez* ÉQUATEUR.

AÉRIENNE, (PERSPECTIVE) *Optique.* Illuſion d'optique qui change l'apparence des couleurs, des jours & des ombres dans les objets, ſuivant les différens degrés de leur éloignement. Voici comment la décrit le Comte Algarotti, grand connoiſſeur, parlant des objets vus dans la chambre obſcure. (*Saggio ſopra la Pittura, nel tom. II. delle ſue opere, page 153, 154, édit. de Livourne 1764.*) « Le tableau que nous offre la chambre obſcure, » différencie à merveille les figures qui ſont plus » près ou plus loin du ſpectateur. Non-ſeulement » la grandeur des objets y diminue à meſure qu'ils » s'éloignent de l'œil, mais auſſi leurs couleurs & » leur lumière s'affoibliſſent, & leurs parties ſe confondent. Plus l'éloignement eſt conſidérable, » moins les objets ſont colorés, moins on diſtingue » leurs contours; &, le jour étant plus foible ou » plus éloigné, les ombres ſont moins fortes. Au » contraire, lorſque les objets ſont plus près de » l'œil, & plus grands, les contours ſont plus précis, les ombres plus vives, & les couleurs plus » éclatantes. C'eſt en cela que conſiſte la perſpective » qu'on nomme *aérienne*. » La perſpective linéaire conſiſte dans le changement du contour. *Voyez* PERSPECTIVE. (*J. D. C.*).

AFFECTÉ. *Equation affectée, en Algebre*, eſt une équation dans laquelle la quantité inconnue monte à deux ou pluſieurs degrés différens. Telle eſt, par exemple, l'équation $x^3 - px^2 + qx = a^2 b$, dans laquelle il y a trois différentes puiſſances de x; ſavoir x^3, x^2, & x^1 ou x. *Voyez* EQUATION.

Affecté ſe dit auſſi quelquefois en Algebre, en parlant des quantités qui ont des coëfficiens: par exemple, dans la quantité $2a$, a eſt *affecté* du coëfficient 2. *V.* COEFFICIENT.

On dit auſſi qu'une quantité algébrique eſt *affectée* du ſigne + ou du ſigne —, ou d'un ſigne radical, pour dire qu'elle a le ſigne + ou le ſigne —, ou qu'elle renferme un ſigne radical. *Voyez* RADICAL, &c. (*O*).

AFFECTION, terme qu'on employoit autrefois en Géométrie, pour déſigner une propriété de quelque courbe. *Cette courbe a telle affection*, eſt la même choſe que *cette courbe a telle propriété*. *Voyez* COURBE. (*O*).

AFFIRMATIF, IVE, adj. Il y a *en Algebre* des quantités *affirmatives* ou poſitives. Ces deux mots reviennent au même. *Voyez* QUANTITÉ & POSITIF.

Le ſigne ou le caractere *affirmatif* eſt + (*O*).

AGE *de la Lune*, (*en Aſtron.*) ſe dit du nombre de jours écoulés depuis la nouvelle Lune. Ainſi, trouver l'*âge de la Lune*, c'eſt trouver le nombre de jours écoulés depuis la nouvelle Lune. *Voyez* LUNE (*O*).

AGENT, ſ. m. (*Méch.*) Puiſſance ou force qui produit ou tend à produire du mouvement.

AGIR, ſe dit en *Méchanique* & en *Phyſique*, pour *produire* tel ou tel effet. On dit auſſi qu'un corps *agit* ſur un autre, lorſqu'il le pouſſe, ou tend à le pouſſer.

AIGLE, (*Aſtron.*) conſtellation boréale. *Aquila, Jovis nutrix, Jovis Armiger, raptrix Ganymedis, ſervans Antinoum, Promethei Aquila, Vultur volans, tortor Promethei.* Les poëtes diſent que l'*aigle* apportoit du nectar à Jupiter, lorſqu'il étoit caché

dans une anse de Crete, ſon pere voulant le faire périr : l'*aigle* contribua à ſa victoire contre les géans, en lui apportant des armes ; il contribua à ſes plaiſirs, en enlevant Ganymede, pour le ſervir à table. C'eſt pourquoi l'*aigle* étoit conſacré à Jupiter ; il fut placé dans le ciel. D'autres prétendent que c'eſt l'*aigle* engendré par Typhon, qui dévoroit le cœur de Prométhée, & qui fut tué par Hercule. M. Dupuis croit que l'*aigle* fut placé dans le ciel, comme le ſymbole de la plus grande élévation du ſoleil, & qu'il marquoit le ſolſtice d'été par ſon coucher heliaque, dans le premier établiſſement des conſtellations. *Voyez* ſon *Mémoire* dans le IV. volume de mon *Aſtronomie*.

La conſtellation de l'*aigle* réunie avec celle d'Antinous, renferme 71 étoiles dans le Catalogue britannique ; & dans ce nombre eſt une belle étoile qui approche de la première grandeur, & dont on verra la poſition au mot ETOILE.

AIGU, adj. (*Géom.*) On appelle *angle aigu*, celui qui eſt plus petit qu'un angle droit. *Voyez* ANGLE.

AIGUILLE, (*Hydrodynamique.*) eſt une pièce de bois arrondie, aſſez menue, & longue de ſix pieds, retenue en tête par la briſe, & portant par le pied ſur le ſeuil d'un pertuis. Cette pièce ſert, en la fermant, à faire hauſſer l'eau. (*K.*)

AILE, ſ. f. (*Hydr.*) On appelle ailes ou *ailerons* des planches reſtangulaires, qu'on place à des diſtances égales, ſur la circonférence d'une roue hydraulique, pour recevoir le choc de l'eau. C'eſt par cette raiſon, qu'on appelle ces ſortes de roues, *roues à ailes*. *Voyez* ROUES.

On appelle auſſi *ailes*, dans les machines à vent, les chaſſis garnis de toile, qui reçoivent l'impulſion du vent, & qui par-là font marcher le moulin.

AILES, *terme de riviere*, ſont deux planches formant arrondiſſement, de trois pouces d'épaiſſeur, que l'on met au bout des ſemelles d'un bateau foncet, en avant & en arriere. *Voyez* FONCET.

AIR, ſ. m. (*Hydr.*) : aſſemblage de molécules, très-ſubtiles, élaſtiques, & parfaitement mobiles, qui forment cette maſſe fluide & inviſible, qu'on appelle *atmoſphere*, dans laquelle nous vivons, nous nous mouvons, que nous inſpirons & expirons alternativement.

Il ne s'agit point ici d'examiner la nature phyſique de l'*air*, ni l'analogie & les différences qu'il a avec les fluides que l'on appelle du nom générique de *gaz*, du mot hollandois *Ghoaſt*, qui ſignifie *eſprit*. Nous renvoyons tous ces objets au *Dictionnaire de Phyſique*. Ici nous ne conſidérons que les propriétés *méchaniques* de l'*air*, ou les effets qui réſultent de ſa fluidité, de ſa peſanteur, de ſon élaſticité, de ſa mobilité, *&c.*

I. *L'air eſt fluide.* En effet, il cede ſans peine au toucher, au mouvement des corps qui le traverſent ; il tranſmet avec facilité & promptitude, les ſons, les odeurs, & en général, toutes les émanations qui s'échappent des corps : il ſe meut lui-même avec une grande viteſſe, auſſi-tôt qu'il trouve un eſpace dans lequel il puiſſe ſe répandre ; en un mot, il a tous les caracteres de la fluidité.

II. *L'air eſt un fluide peſant.* Car la peſanteur eſt une force univerſelle, répandue dans la nature, & il n'y a point de corps qui ne lui ſoit ſoumis. Cependant, les anciens, loin de ſoupçonner que l'air eſt un fluide peſant, le regardoient comme un corps *léger*, c'eſt-à-dire, comme un corps qui, par ſa nature, tend à s'élever. Galilée eſt le premier qui ait connu la peſanteur de l'*air* ; ſon diſciple Toricelli la démontra en 1643, par une expérience que nos Barometres ordinaires nous mettent ſans ceſſe ſous les yeux.

Tout le monde ſait que le Baromètre eſt un tuyau de verre, fermé hermétiquement par en-haut, ouvert par en bas, dans lequel une colonne de mercure demeure ſuſpendue à une certaine hauteur au-deſſus du mercure contenu dans une cuvette, où l'extrémité inférieure du tube eſt plongée. La cauſe qui ſoutient le mercure du tube au deſſus du mercure de la cuvette, eſt la preſſion de l'*air* extérieur ſur la ſurface de la cuvette, preſſion qui n'a pas lieu ſur la colonne de mercure, puiſque le bout ſupérieur du tube étant fermé, ne permet pas à l'*air* d'y entrer. Car, ſi l'on ouvre ce bout, la colonne de mercure tombe auſſi-tôt, & ſe répand dans la cuvette.

Il faut faire à ce ſujet deux remarques : 1.° la hauteur du mercure dans le tube du Baromètre eſt différente, & plus ou moins grande, ſelon que les lieux ſont moins ou plus élevés par rapport à un même niveau, tel, par exemple, que celui de la mer. La premiere expérience de ce genre, eſt celle que Paſcal fit exécuter ſur la montagne du Puy de Domme, voiſine de Clermont en Auvergne. Du pied au ſommet de cette montagne, qui eſt élevée d'environ 500 toiſes au deſſus de Clermont, le mercure baiſſa dans le tube de trois pouces une ligne & demie ; 2.° dans un même lieu, la hauteur du mercure dans le tube n'eſt pas conſtante : elle varie à raiſon des changemens qui arrivent dans le poids où le reſſort de l'atmoſphère, par la pluie, par les vents, *&c.* L'explication de ces phénomènes n'appartient pas à notre ſujet.

III. COROLLAIRE I. Il eſt facile de trouver, du moins pour un inſtant donné, le poids de toute la maſſe d'air qui environne le globe terreſtre. Car ſoient R le rayon du globe terreſtre, r la hauteur donnée du filet de mercure, auquel la preſſion de l'atmoſphère fait équilibre ; π le rapport de la circonférence au diamètre, ω la peſanteur ſpécifique du mercure. On cherchera les ſolides de deux ſphères, dont l'une a pour rayon $R + r$, l'autre R ; & on retranchera le ſecond ſolide du premier ; ce qui donnera $\frac{4\pi(R+r)^3}{3} - \frac{4\pi R^3}{3}$ ou $4\pi\left(R^2 r + r^2 R + \frac{r^3}{3}\right)$ pour reſte. On multipliera ce reſte par ω, &, obſervant que les termes, qui contiennent r^2 & r^3, peuvent être négligés ſans

ſans craindre d'erreur ſenſible, on aura $\frac{1}{4} = \pi R^1 r$ pour l'expreſſion générale & très-approchée du poids demandé.

Par exemple, ſoient $r = 28$ pouces; le poids d'un pied cube de mercure $= 960$ livres. Suppoſons de plus, ſuivant les obſervations, que chaque dégré d'un grand cercle de la terre, eſt de 57000 toiſes. On trouvera, en effectuant tous les calculs indiqués par la formule précédente, que le poids total de l'atmoſphère, eſt de 1102885487709090991 livres environ.

IV. Corollaire II. Deux colonnes, l'une de mercure, l'autre d'eau, qui ſe font mutuellement équilibre, ont des hauteurs réciproquement proportionnelles à leurs peſanteurs ſpécifiques. *V.* Pression; de ſorte que ſi la colonne de mercure a 28 pouces de hauteur, celle d'eau doit avoir environ 32 pieds de hauteur. Or la preſſion de l'atmoſphère contrebalance la premiere de ces deux colonnes, comme nous venons de le voir; donc elle contrebalancera auſſi la ſeconde. Ainſi, dans le vuide, la preſſion de l'atmoſphère doit ſoutenir une colonne d'eau d'environ 32 pieds de hauteur.

V. Corollaire III. Soit *ABHO* (*Hyd. fig. 1*) un ſyphon recourbé & compoſé de deux branches d'inégale longueur; qu'on plonge la plus courte *BA* dans la liqueur *CN* d'un tonneau *CD*; & qu'on ôte l'air contenu dans l'intérieur du ſyphon, en le ſuçant par le bout *O*: alors la liqueur du tonneau montera dans le ſyphon, & ſortira par le bout *O*, pourvu que ce bout ſoit au deſſous de la ſurface *MN* de la liqueur du tonneau.

Ce phénomène eſt le même que celui du Barometre. En effet, imaginons que le bout *O* du ſyphon eſt plongé dans un vaſe *EF*, qui contient de la liqueur. On voit que chacune des parties *AB*, *OH* du ſyphon, peut être regardée comme un tube particulier, pareil à celui de Toricelli. Ainſi, en repréſentant la preſſion de l'atmoſphère, par *KX*, le poids de la colonne fluide *AB* par *KV*, celui de la colonne *HO*, par *KZ*, il eſt clair que *VX* exprime la force qui ſoulève le fluide dans le tuyau *AB*, & que *ZX* exprime la force qui tend à ſoulever le fluide dans le tuyau *OH*. Or, comme ces deux dernieres forces ſont contraires, la plus foible eſt détruite; & *ZV* eſt la force reſtante, qui produit l'écoulement dans le ſens *ABHO*.

On voit par-là, 1.° que ſi $KV = KZ$, il ne peut pas y avoir d'écoulement; 2.° que ſi le poids de la plus courte branche, eſt plus grand que celui de l'atmoſphère, il n'y aura pas d'écoulement, parce qu'alors la preſſion de l'atmoſphère n'a pas la force ſuffiſante pour ſoulever la liqueur juſqu'en *B*. Ainſi, par exemple, ſi la liqueur eſt de l'eau, il faut que la hauteur de la plus courte branche *AB* ſoit de moins de 32 pieds; pour le mercure, *AB* doit être moins de 28 pouces, *&c.*

VI. *L'air eſt un fluide élaſtique.* Qu'on prenne une veſſie, & qu'on la gonfle, en y introduiſant de l'air: on aura un ballon qui ſe comprime lorſqu'on le preſſe, & qui ſe dilate, lorſqu'on ceſſe de le preſſer. Donc, *&c.*

VII. *La force élaſtique de l'air comprimé, eſt égale à celle qui produit la compreſſion.* La fontaine de *Héron* en fournit la preuve. Cette machine (*Hyd. fig. 2*) qu'on fait ordinairement avec du fer-blanc, eſt compoſée d'une caiſſe *ABCD*, fermée de tous côtés, pleine d'eau juſqu'en *EF*, un peu au deſſous de *AB*; d'une autre caiſſe *GHKI*, auſſi fermée de tous côtés, égale à la premiere, & pleine d'air; d'un tuyau *OT*, ſoudé exactement avec les platines *AB*, *DC*, *GH*, lequel communique au dehors par le bout *O*, & avec la caiſſe inférieure par le bout *T* qui eſt très-près du fond *IK*; d'un tuyau *XY*, ſoudé aux deux caiſſes, & dont le bout ſupérieur *X* eſt près du fond *AB*; d'un tuyau *QP*, dont le bout inférieur *P* eſt proche le fond *DC*, & le bout ſupérieur *Q*, ſoudé avec le fond *AB*, eſt garni d'un ajutage. Cela poſé, fermez l'ajutage *Q* avec le doigt, & verſez un peu d'eau par le bout *O* du tuyau *OT*: elle deſcendra juſqu'en *IK*, & montera, par exemple, en *VS*. Alors il n'y aura plus aucune communication de l'*air* extérieur avec celui qui reſte dans les deux caiſſes. Continuez à verſer de l'eau; l'air contenu dans les eſpaces *GHSV*, *ABFE*, *XY* ſe condenſera peu-à-peu, juſqu'à ce que ſa force élaſtique ſoit en équilibre avec la preſſion de l'eau verſée par *OT*. Si la ſurface de l'eau dans la caiſſe *GHKI* eſt *MN*, l'air dont on vient de parler, preſſera perpendiculairement chaque partie de la ſurface qui l'environne, avec une force égale au poids d'une colonne d'eau, qui auroit pour baſe la partie preſſée, & *OL* pour hauteur. Ainſi, la ſurface *EF* de l'eau contenue dans la caiſſe ſupérieure, eſt pouſſée de haut en bas par ce même air, & tend à s'élever par le tuyau *PQ*; de ſorte que ſi l'on ôte le doigt de deſſus l'ajutage, il ſortira un jet d'eau qui s'élevera à la hauteur *RZ* égale à *OL*. On voit donc que le reſſort de l'air produit le même jet que produiroit le poids de l'eau, par lequel il a été comprimé.

On peut remarquer qu'en faiſant rentrer par *O*, l'eau qui tombe du jet, cette eau paſſe dans la caiſſe inférieure, & que par conſéquent le jet durera juſqu'à ce que toute l'eau compriſe depuis le point *P* juſqu'en *EF*, ſoit ſortie en jailliſſant.

VIII. *L'air ſe comprime lui-même par ſon propre poids.* Car l'air étant un fluide peſant, ſi l'on conçoit l'atmoſphère partagée en une infinité de tranches, ou plutôt de couches perpendiculaires à la direction de la peſanteur; il eſt évident que les couches inférieures ſeront chargées du poids des ſupérieures; d'où réſultera néceſſairement une compreſſion qui ſera plus grande, toutes choſes d'ailleurs égales, à meſure que la couche comprimée ſera placée plus bas dans l'atmoſphère. Je dis *toutes choſes d'ailleurs égales*, car il y a d'autres cauſes, comme le froid & le chaud, qui concourent à comprimer & à dilater l'air. La denſité de ce fluide eſt extrêmement variable; elle eſt environ huit ou neuf cent fois

moindre que celle de l'eau ordinaire. Le rapport moyen de ces denſités, dans nos climats, peut s'exprimer ſenſiblement par la fraction $\frac{1}{870}$.

IX. Corollaire. De-là & de l'article VII, il ſuit que ſi l'air, après s'être comprimé lui-même par ſon propre poids, vient à agir par ſon ſeul reſſort, il produira le même effet qu'il produiſoit par ſon poids; cela eſt confirmé par l'expérience que voici.

Prenez une bouteille de verre *ABCD* (*Fig. 3*) de figure cylindrique; verſez-y du mercure *AEFD*; faites-y entrer un petit tuyau de verre *K* de 29 ou 30 pouces de hauteur, ouvert par les deux bouts, & dont celui d'en bas trempe de quelques lignes dans le mercure; ſcellez ce tuyau exactement au cou de la bouteille, de manière que l'air contenu dans l'eſpace *EBCF* n'ait aucune communication avec l'air extérieur; mettez enſuite cette bouteille & ſon tuyau ſous le récipient *LIHM* de la machine pneumatique, pompez, autant qu'il ſera poſſible, l'air contenu dans ce récipient: alors le mercure s'abaiſſera en *NO*, & il s'élevera dans le tuyau au deſſus de *NO*, à-peu-près à la même hauteur qu'il ſe ſoutient dans le Baromètre, dans l'endroit où l'on fait l'expérience. La raiſon en eſt évidente; car avant que de commencer à faire le vuide dans la machine pneumatique, l'air contenu dans l'eſpace *EBCF*, eſt dans le même état que l'air extérieur; lorſqu'enſuite on vient à faire le vuide ſous le récipient, le même air *EBCF* déploye ſon reſſort, force, en conſéquence le mercure à s'abaiſſer en *NO*, & à monter dans le tuyau vuide; & cette aſcenſion eſt à-peu-près égale à celle qui eſt produite dans le Baromètre, par le poids de l'air. Je dis *à-peu-près*, parce qu'il n'eſt jamais poſſible de vuider parfaitement d'air, le récipient de la machine pneumatique.

X. *Si l'on comprime une même maſſe ou quantité d'air, & qu'on la réduiſe à occuper différens eſpaces ou volumes, ces volumes ſeront entr'eux, en raiſon inverſe des forces comprimantes.* Cette propoſition ſe prouve par l'expérience ſuivante, qui eſt très-connue des Phyſiciens, & que M. Mariotte a fait le premier. Soit *ABC* (*Fig. 4*), un tuyau de verre recourbé, fermé hermétiquement par le bout *C*, & ouvert par le bout *A*. Les deux branches *DA*, *EC* ſont verticales; mais la branche *DE* de jonction, eſt horizontale. On donne ordinairement trois ou quatre lignes de diamètre intérieur à ce tuyau. La petite branche *EC* doit être parfaitement cylindrique, pour pouvoir comparer exactement entr'eux les différens volumes de la maſſe d'air qu'on y condenſe. Nous ſuppoſons qu'elle ait 12 pouces de hauteur; l'autre *DA* eſt beaucoup plus haute. Verſez légèrement dans le tube un peu de mercure pour remplir la branche horizontale, & faites en ſorte que les deux ſurfaces *DV*, *IE* de ce fluide, dans les deux branches verticales, ſoient de niveau, afin que l'air enfermé dans l'eſpace *EC*, ſoit dans le même état que l'air extérieur; car il eſt évident que ſi le reſſort de l'air intérieur *EC*, étoit plus ou moins tendu que celui de l'air extérieur, les ſurfaces *IE*, *DV* ſeroient inégalement preſſées, & que par conſéquent elles ne pourroient pas être de niveau. Continuez enſuite à verſer du mercure dans la branche *DA*, & vous verrez qu'à meſure qu'il s'élevera en *H*, la ſurface *EI* s'élevera en *F*. En ſuppoſant que la preſſion de l'atmoſphère ſoit équivalente au poids d'une colonne de mercure, de 28 pouces de hauteur, vous trouverez que ſi, ayant mené l'horizontale *FG*, la hauteur *GH* = 14 pouces, la hauteur *FC* de l'eſpace occupé par l'air ſera = 8 pouces; ſi *GH* = 28 pouces, *FC* ſera = 6 pouces, *&c.* Or il ſuit de-là, que les différens volumes de l'air enfermé d'abord dans *EC*, ſuivent la raiſon inverſe des poids comprimans; car au premier inſtant où cet air ne ſupporte que la preſſion de l'atmoſphère, il peut être regardé comme chargé du poids d'une colonne de mercure, haute de 28 pouces; lorſqu'on met enſuite dans la branche *DA* du mercure, à la hauteur de 14 pouces au deſſus de la ligne de niveau *FG*, la preſſion que ſouffre notre maſſe d'air, eſt égale au poids d'une colonne de mercure, qui a 28 pouces + 14 pouces, ou en tout 42 pouces de hauteur; lorſque la hauteur du mercure dans la branche *DA*, au deſſus de *FG* = 28 pouces, la preſſion de la même maſſe d'air eſt égale au poids d'une colonne de mercure, qui a 28 pouces + 14 pouces + 14 pouces, ou en tout 56 pouces de hauteur, &c. D'où l'on voit que les poids comprimans étant repréſentés par les nombres 28, 42, 56, les volumes de la maſſe d'air ſont exprimés par les nombres 12, 8, 6. Or, on a ces différentes proportions, 12 : 8 :: 42 : 28; 12 : 6 :: 56 : 28; 8 : 6 :: 56 : 42. Donc les volumes ſuivent la raiſon renverſée des poids comprimans.

On fera des raiſonnemens analogues pour des hauteurs de mercure qui ſuivroient tout autre rapport dans les deux branches du tube; & ces raiſonnemens fondés ſur l'experience, aboutiront à la même concluſion finale.

Toutes ces expériences doivent être faites, de manière que l'air enfermé en *FC*, ait la même température que l'air extérieur, & que par conſéquent ſon volume ne varie qu'à raiſon des poids comprimans. Sans cette précaution, le chaud & le froid n'agiſſant pas de même ſur les deux airs, changeroient les réſultats, & il ſeroit difficile de ſéparer, par une méthode sûre & non hypothétique, leurs effets avec ceux des poids comprimans.

XI. Corollaire I. Puiſque la force élaſtique de l'air eſt égale à la force qui le comprime (VII), il s'enſuit que les différentes forces élaſtiques d'une même maſſe d'air, à qui l'on fait occuper différens volumes, ſont en raiſon inverſe de ces volumes.

XII. Corollaire II. Sous même maſſe, les denſités ſont en raiſon inverſe des volumes (*V.* Denſité). Donc les denſités d'une même maſſe d'air, comprimée par différens poids, ſont directement proportionnelles à ces poids, ou (VII) aux forces élaſtiques qu'elle a dans ces différens états.

Digitized by Google

XIII. Corollaire III. Les denſités des différens points d'une colonne verticale de l'atmoſphère, forment, à température égale, une progreſſion géométrique, décroiſſante à l'infini, cette ſuite étant ſuppoſée commencer à un même niveau, par exemple, à celui de la mer, & ſe continuer ſuivant la hauteur de l'atmoſphère; car ſi l'on imagine que la colonne dont il s'agit, eſt compoſée d'une infinité de tranches horizontales de même maſſe, la denſité de chacune de ces tranches eſt proportionnelle au poids dont elle eſt chargée, c'eſt-à-dire, à la ſomme faite de ſon propre poids, & de la ſomme des poids des tranches ſupérieures, ou à la ſomme faite de la denſité dûe à ſon propre poids, & de la ſomme des denſités des tranches ſupérieures. Or, ſi l'on a une progreſſion géométrique, $\dot{\dot{a}} : b : c : d : e : f :$ &c. décroiſſante à l'infini, & que l'on nomme s la ſomme entière de ſes termes, s' la ſomme depuis b incluſivement, s'' la ſomme depuis c incluſivement, &c.; on aura ces proportions (*Voyez* Progression) $a : b :: s : s - a$; $b : c :: s' : s' - b$; $c : d :: s'' : s'' - c$; *&c.* Ainſi, les denſités de nos tranches ſuivent entr'elles la même loi que les termes d'une progreſſion géométrique, décroiſſante à l'infini, & forment par conſéquent une telle progreſſion.

XIV. *Remarque.* Toutes les expériences qu'on a faites ſur la compreſſibilité de l'air, prouvent qu'une même maſſe de ce fluide ſe comprime ſuivant la proportion des poids dont elle eſt chargée; mais on doit obſerver que ces expériences ont pour objet des condenſations *moyennes*; car il paroît que dans les cas extrêmes, la règle ne ſauroit être exacte. En effet, imaginons d'abord que la compreſſion augmente à l'infini: il ſaudroit que la condenſation augmentât de même, & qu'enfin l'air n'occupât plus qu'un eſpace infiniment petit. Or, quelque figure qu'on attribue aux molécules aëriennes; il eſt clair que lorſque leurs reſſorts ont été comprimés juſqu'à ce que toutes leurs parties ſe touchent, l'impénétrabilité mutuelle de ces parties ne permet plus de compreſſion. Ajoutez que l'air peut être mêlé de parties dures, dénuées de reſſort, ou douées d'un reſſort très-imparfait. Si au contraire on ſuppoſe que la compreſſion diminue à l'infini, on ne peut pas ſuppoſer de même que l'air ſe dilate à l'infini; car le reſſort parfait ou imparfait des molécules aëriennes, ne peut avoir qu'une extenſion déterminée, & il eſt impoſſible de concevoir qu'une maſſe finie vienne à occuper un eſpace infini. Il n'eſt donc pas vrai en rigueur que les condenſations de l'air ſuivent généralement le rapport des poids comprimans. Mais comme les forces comprimantes que nous pouvons employer dans nos expériences, ne paſſent jamais certaines limites, la propoſition de l'article X peut alors être regardée comme vraie ſans reſtriction.

XV. *Scholie.* Les principes précédens ſervent encore à expliquer l'aſcenſion de l'eau dans les pompes. *Voyez* Pompes. Nous allons déduire ici des mêmes principes une théorie du mouvement de l'air, laquelle eſt néceſſaire & ſuffiſante pour l'explication d'un grand nombre de phénomènes phyſiques. On trouvera au mot Son, la théorie des ébranlemens de l'air, qui produiſent le ſon.

XVI. Soit *ABCD* (*fig. 5*) un cylindre fermé de tous côtés, contenant un air homogène & également denſe dans toute ſon étendue. Cet air eſt dans un état de compreſſion, & ſi-tôt qu'on lui donne quelque iſſue, ou qu'on lui facilite le moyen de s'étendre ou de ſe dilater, il ſe dilate en effet, & ſa force élaſtique diminue. Dans chaque état de compreſſion, la force élaſtique eſt toujours égale à la force qui a produit cette compreſſion (X). Ainſi, par exemple, ſi l'air *ABCD* eſt pareil à celui que nous reſpirons, & que par conſéquent il ait été comprimé, ou par la preſſion même de l'atmoſphère, ou par une force équivalente, il ſoutiendra par ſon reſſort le poids d'une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur; c'eſt-à-dire, qu'en regardant le fond ſupérieur *AD* du cylindre, comme un couvercle librement mobile le long des parois, & imaginant que ce couvercle eſt chargé dans toute ſa ſurface, d'une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur, il y aura équilibre entre la force élaſtique de l'air, & le poids de la colonne d'eau; & le couvercle *AD* ne pourra ni monter, ni deſcendre. Je ſuppoſe que la chaleur de l'air *ABCD* demeure toujours la même; car ſi elle venoit à augmenter ou à diminuer, la force élaſtique augmenteroit ou diminueroit. Pareillement je ſuppoſerai dans la ſuite, que le dégré de chaleur eſt le même pour tous les airs dont je chercherai à meſurer & à comparer les forces élaſtiques.

XVII. L'expérience fait voir (X & XI), que ſi une même maſſe d'air, qui conſerve toujours le même dégré de température, eſt réduite à occuper ſucceſſivement différens volumes; les forces qui la compriment, & par conſéquent auſſi ſes différentes forces élaſtiques, ſuivent la raiſon inverſe des volumes, ou la raiſon directe des denſités. Or, réduire une même maſſe d'air à occuper différens volumes, c'eſt la même choſe que faire entrer dans un même volume différentes quantités d'air, dont les denſités ſoient les mêmes reſpectivement que celles de la maſſe propoſée dans ſes différens états. Concluons donc de cette expérience, que ſi différentes maſſes d'air occupent ſucceſſivement un même volume, elles ont des forces élaſtiques qui leur ſont proportionnelles; ou, ce qui revient au même, qui ſont proportionnelles à leurs denſités, puiſque la denſité n'eſt autre choſe que la quantité de matière compriſe ſous un même volume donné.

XVIII. Problême I. *Déterminer la viteſſe avec laquelle l'air ſort à chaque inſtant du vaſe* ABCD, *par le petit orifice* C, *en ſuppoſant qu'il s'échappe dans le vuide, ou qu'il n'éprouve aucune réſiſtance à ſa ſortie?*

Soient, pour le premier inſtant du mouvement, P le poids auquel la force élaſtique de l'air peut faire équilibre, Q la denſité de ce fluide; V ſa

viteſſe ; & nommons q la denſité qu'il a au bout d'un certain tems t, u ſa viteſſe à la fin de ce même tems. De plus, nommons M & m les maſſes d'*air* qui ſortent en tems égaux dans les deux cas. On voit, par l'article précédent, que la force élaſtique de l'air, après le tems t, ſera $\frac{Pq}{Q}$; & comme les forces motrices ſont proportionnelles aux quantités de mouvement qu'elles produiſent dans le même tems, on aura $P : \frac{Pq}{Q} :: MV : mu$. Mais les maſſes M & m ſont comme les produits de leurs volumes par leurs denſités, & leurs volumes ſont comme les produits de l'orifice par les viteſſes. Ainſi, l'orifice étant le même dans les deux cas, on aura $M : m :: QV : qu$. Donc $P : \frac{Pq}{Q} :: QVV : quu$. D'où l'on tire $u = V$. Ainſi, l'*air* ſort continuellement avec la même viteſſe, qui eſt la viteſſe initiale V.

XIX. Corollaire. Suppoſons qu'au premier inſtant l'*air* contenu dans le vaſe ſoit de l'*air* naturel, ou que le poids P ſoit égal au poids d'une colonne d'eau, de 32 pieds de hauteur. Comme l'*air* eſt environ 850 fois moins denſe que l'eau, il eſt évident que l'écoulement de l'*air* par l'orifice C, eſt le même que ſi cet *air* étoit pouſſé par la preſſion d'une colonne d'*air*, de pareille denſité uniforme, & de 850 fois 32 pieds de hauteur, ou de 27200 pieds de hauteur. Ainſi, la viteſſe V eſt dûe à cette chûte. Or un corps grave, qui tombe de 15 pieds de hauteur, acquiert une viteſſe capable de lui faire parcourir uniformément 30 pieds en une ſeconde. Par conſéquent on aura la viteſſe V, pour une ſeconde, en faiſant cette proportion, $\sqrt{15} : \sqrt{27200} :: 30 \text{ pieds} : V = 1277$ pieds. L'*air* doit donc parcourir, en vertu de ſon reſſort dans l'état ordinaire de l'atmoſphere, environ 1277 pieds en 1 ſeconde, dans le vuide.

XX. Problême II. *Déterminer en général, dans l'hypothèſe du problême précédent, le tems t que l'air emploie à paſſer de la denſité Q à la denſité q ?*

Soient H la hauteur dûe à la viteſſe conſtante V de l'*air* au paſſage C ; d la hauteur *donnée* qu'un corps grave parcourt en tombant pendant le tems *donné* 1 ; C l'aire de l'orifice ; A le volume du cylindre $ABCD$. Il ſortira, pendant l'inſtant dt, un petit volume d'*air*, exprimé par $\frac{2Cdt\sqrt{aH}}{9}$ (*Voyez* Écoulement). Or la maſſe étant comme le produit du volume par la denſité (*V.* Masse, Volume, Densité), il s'enſuit qu'il ſort, pendant l'inſtant dt, une petite maſſe d'*air* exprimée par $\frac{2Cqdt\sqrt{aH}}{9}$; mais, d'un autre côté, il eſt évident que, durant le tems t, il eſt ſorti du cylindre une maſſe exprimée par $AQ - Aq$. On aura donc $\frac{2Cqdt\sqrt{aH}}{9} = d(AQ - Aq) = -Adq$; ce qui donne $dt = \frac{9A}{2C\sqrt{aH}} \times -\frac{dq}{q}$, dont l'intégrale eſt (en faiſant $t = o$, lorſque $q = Q$), $t = \frac{9A}{2C\sqrt{aH}} \times L\frac{Q}{q}$. (*Voyez* Intégrale).

On voit, par cette expreſſion du tems, que le vaſe ne ſe videroit entièrement qu'au bout d'un tems infini ; mais il ne faut pas oublier ici que, ſuivant la remarque de l'article XIV, l'hypothèſe ſur laquelle cette formule eſt fondée, ceſſe d'être exacte, lorſque la denſité q devient très-petite.

XXI. Problême III. *L'air ayant été condenſé dans le vaſe* ABCD, *on demande la viteſſe avec laquelle il ſortira par le petit orifice* C, *en ſuppoſant qu'il ſe répande dans un air environnant plus rare que lui, & d'une étendue infinie telle qu'on peut toujours l'attribuer à l'atmoſphère par rapport au vaſe* ABCD ?

Nommons D la denſité de l'*air* extérieur ; F ſa force élaſtique ; Q la denſité initiale de l'*air* intérieur, ou de l'*air* contenu dans le vaſe, & par conſéquent $\frac{QF}{D}$ ſa force élaſtique initiale ; q la denſité de l'*air* intérieur, après un certain tems t, & par conſéquent $\frac{qF}{D}$ ſa force élaſtique correſpondante ; M la petite maſſe initiale d'*air* qui ſort par l'orifice ; V ſa viteſſe ; m la petite maſſe d'*air* qui ſort après le tems t ; u ſa viteſſe. L'*air* extérieur oppoſant conſtamment la réſiſtance F à la ſortie de l'*air* intérieur, il eſt évident que la force expulſive initiale de l'*air* intérieur eſt $\frac{QF}{D} - F$, ou $\frac{(Q-D)F}{D}$, & que la force expulſive, après le tems t, eſt $\frac{(q-D)F}{D}$. Or les forces expulſives ſont comme les quantités de mouvement qu'elles produiſent dans le même tems ; ainſi, on a $\frac{(Q-D)F}{D} : \frac{(q-D)F}{D} :: MV : mu$. Mais les maſſes M & m ſont comme les produits de leurs denſités par leurs volumes, & ces volumes ſont comme les produits de l'orifice par les viteſſes ; donc $\frac{(Q-D)F}{D} : \frac{(q-D)F}{D} :: QV^2 : qu^2$; ce qui donne $u = V \times \sqrt{\frac{Q(q-D)}{q(Q-D)}}$.

On voit qu'on aura $u = o$, ou que l'*air* ceſſera de couler, lorſqu'on aura $q = D$. Je n'ai pas beſoin de faire obſerver que, ſi on avoit $D = Q$, il n'y auroit point du tout de mouvement, puiſqu'alors la force expulſive initiale $\frac{(Q-D)F}{D}$ étant nulle, la viteſſe initiale V ſeroit auſſi nulle.

XXII. Corollaire. Suppoſons, par exemple, $Q = 10D$, $q = 9D$; & que la preſſion de l'atmoſphère, ou la force élaſtique F, ſoit équivalente au poids d'une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur. La force expulſive initiale $\frac{(Q-D)F}{D}$ de l'*air* équivaudra au poids d'une colonne d'eau

de 9×32 pieds, ou de 288 pieds de hauteur : &, comme l'*air*, que cette force fait ſortir par l'orifice, eſt 85 fois moins denſe que l'eau, il s'enſuit que l'écoulement initial eſt le même que ſi l'*air* étoit alors chaſſé par la preſſion d'une colonne d'*air*, partout de même denſité que lui, & de 85 fois 288 pieds, ou de 24480 pieds de hauteur; & que par conſéquent la viteſſe V eſt dûe à cette hauteur. Donc la viteſſe V, pour une ſeconde, ſera de 30 pieds $\times \frac{\sqrt{24480}}{\sqrt{15}}$, & la viteſſe u, auſſi pour une ſeconde, ſera de 30 pieds $\times \frac{\sqrt{24480}}{\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{90}}{\sqrt{81}}$. Ainſi, on aura, à-peu-près, $V = 1212$ pieds, $u = 1204$ pieds.

On peut ſe faire par-là une idée de la viteſſe avec laquelle une balle eſt chaſſée de ces fuſils qu'on appelle *arquebuſes à vent*, & dont la deſcription ſe trouve dans tous les Livres de Phyſique.

XXIII. Problême IV. *Trouver le tems t que l'air emploie à paſſer de la denſité Q à la denſité q, dans l'hypothèſe du problême précédent?*

En repréſentant par H la hauteur dûe à la viteſſe initiale V, & conſidérant (*Voyez* Accélération) que les hauteurs dûes aux viteſſes V & u ſont comme les quarrés de ces viteſſes : on verra que la hauteur dûe à la viteſſe u ſera $H \times \frac{Q(q-D)}{q(Q-D)}$. Ainſi, la petite maſſe d'*air* qui ſort pendant l'inſtant dt, eſt $\frac{2Cq\,dt}{\theta}\sqrt{\frac{aHQ(q-D)}{q(Q-D)}}$. Mais cette maſſe a pour autre expreſſion $d(AQ - Aq)$. Par conſéquent on aura $dt = \frac{\theta A\sqrt{(Q-D)}}{2C\sqrt{aHQ}} \times \frac{-dq}{\sqrt{(qq-Dq)}}$, dont l'intégrale eſt (en faiſant toujours $t = o$, lorſque $q = Q$), $t = \frac{\theta A}{2C}\sqrt{\left(\frac{Q-D}{aHQ}\right)} \times L.\left(\frac{Q-\frac{1}{2}D+\sqrt{(QQ-DQ)}}{q-\frac{1}{2}D+\sqrt{(qq-Dq)}}\right)$.

Nous avons vu que l'*air* ceſſe de couler, lorſque $q = D$. Faiſant donc $q = D$, on aura, pour le tems que dure l'écoulement, $t = \frac{\theta A}{2C}\sqrt{\left(\frac{Q-D}{aHQ}\right)} \times L.\left(\frac{Q-\frac{1}{2}D+\sqrt{(QQ-DQ)}}{\frac{1}{2}D}\right)$.

XXIV. Problême V. *Le vaſe* ABCD *étant ſuppoſé contenir un air plus rare que celui de l'atmoſphère, on demande la viteſſe avec laquelle ce dernier entrera dans le vaſe, par le petit orifice* C?

En nommant D la denſité conſtante de l'*air* extérieur; F ſa force élaſtique; Q la denſité initiale de l'*air* contenu dans le cylindre, & par conſéquent $\frac{QF}{D}$ ſa force élaſtique initiale; q la denſité de cet *air*, après le tems t; & par conſéquent $\frac{qF}{D}$ ſa force élaſtique après ce même tems; V la viteſſe initiale avec laquelle l'*air* extérieur entre dans le cylindre; u ſa viteſſe après le tems t : on voit que la force impulſive initiale de l'*air*, dans le cylindre, eſt $F - \frac{QF}{D}$ ou $\frac{(D-Q)F}{D}$, & qu'après le tems t la force impulſive eſt $\frac{(D-q)F}{D}$. On aura donc, $\frac{(D-Q)F}{D} : \frac{(D-q)F}{D} :: DV^2 : Du^2$; & par conſéquent $u = V \times \sqrt{\frac{D-q}{D-Q}}$.

Si, au premier inſtant, le cylindre étoit vuide, on auroit $Q = o$; & alors $u = V \times \sqrt{\frac{D-q}{D}}$.

On voit, dans l'un & l'autre cas, que l'*air* ceſſe d'entrer dans le cylindre, lorſque $q = D$, ou lorſque la denſité de l'*air* eſt la même en dedans qu'en dehors.

XXV. Problême VI. *Trouver l'équation entre le tems t & la denſité q, dans l'hypothèſe générale du problême précédent?*

Soit H la hauteur dûe à la viteſſe V, & gardons les autres dénominations. La petite maſſe d'*air* qui entre dans le cylindre $ABCD$, pendant l'inſtant dt, eſt exprimée par $2C \cdot Ddt \cdot \sqrt{\frac{aH(D-q)}{D-Q}}$; &, comme elle a pour ſeconde valeur $d(Aq)$, on aura $dt = \frac{\theta A}{2C\sqrt{[aH(D-Q)]}} \times \frac{dq}{\sqrt{(D-q)}}$, dont l'intégrale eſt (en faiſant $t = o$, lorſque $q = D$) $t = \frac{\theta A\sqrt{(D-Q)}}{CD\sqrt{aH}} \times [V(D-Q) - V(D-q)]$.

XXVI. Problême VII. *Les deux cylindres* ABCD, FCHG (*fig. 6*), *fermés de tous côtés, & contenant des airs différemment condenſés : on demande la viteſſe avec laquelle l'air paſſera d'un cylindre dans l'autre, par le petit orifice* C?

Il eſt d'abord évident que l'*air* le plus denſe coulera dans le plus rare. Suppoſons que cet écoulement ſe faſſe du vaſe $ABCD$ dans le vaſe $FCHG$. Nommons D la denſité de l'*air* de l'atmoſphère; F ſa force élaſtique; Q la denſité initiale de l'*air* $ABCD$, & par conſéquent $\frac{QF}{D}$ ſa force élaſtique initiale; q ſa denſité après le tems t; & par conſéquent $\frac{qF}{D}$ ſa force élaſtique après ce même tems; R la denſité initiale de l'air $FCHG$, & par conſéquent $\frac{RF}{D}$ ſa force élaſtique initiale; r ſa denſité après le tems t, & par conſéquent $\frac{rF}{D}$ ſa force élaſtique après ce même tems; V la viteſſe initiale de l'*air* $ABCD$; u ſa viteſſe après le tems t. Il eſt clair que la force expulſive de l'air $ABCD$ eſt $\frac{QF}{D} - \frac{RF}{D}$, au premier inſtant; & $\frac{qF}{D} - \frac{rF}{D}$,

Digitized by Google

après le tems t. Ainſi, on aura $\frac{QF-RF}{D}$: $\frac{qF-rF}{D} :: QVV : quu$; ce qui donne $u = V\times\sqrt{\frac{Q(q-r)}{q(Q-R)}}$.

L'écoulement ceſſera, quand on aura $r=q$.

Comme la maſſe totale d'*air*, contenue dans les deux cylindres, demeure conſtamment la même; ſi l'on nomme A la capacité ou le volume du cylindre $ABCD$, B celui du cylindre $FCHG$, on aura cette ſeconde équation $A\cdot Q+B\cdot R=A\cdot q+B\cdot r$, parce que les maſſes ſont comme les produits des volumes par les denſités. Cette équation donne $r=\frac{A(Q-q)+B\cdot R}{B}$. Subſtituant cette valeur de r dans la valeur de u, on aura $u=V\times\sqrt{\frac{Q[B(q-R)-A(Q-q)]}{Bq(Q-R)}}$: équation qui donne la viteſſe u correſpondante à chaque denſité q.

XXVII. Problème VIII. *Trouver l'équation entre le tems t & la denſité q, dans l'hypothèſe du problème précédent?*

Suppoſons, pour abréger un peu le calcul, $AQ+BR=f$, $AQ+BQ=K$, $BQ-BR=m$: on trouvera, en raiſonnant toujours de même, $2Cqdt\sqrt{\frac{aH(Kq-fQ)}{mq}}=d(AQ-Aq)=-Adq$; ou bien $dt=\frac{A\sqrt{m}}{2C\sqrt{aHK}}\times\frac{-dq}{\sqrt{\left(q^2-\frac{fQ}{K}\cdot q\right)}}$, dont l'intégrale eſt (en faiſant $t=0$, lorſque $q=Q$), $t=\frac{A\sqrt{m}}{2C\sqrt{aHK}}\times L.\left\{\frac{Q-\frac{fQ}{2K}+V\left(Q^2-\frac{fQ}{2K}\right)}{q-\frac{fQ}{2K}+V\left(q^2-\frac{fQ}{2K}\right)}\right\}$.

Nous ne nous arrêterons pas à développer en détail toutes les conſéquences qui réſultent de ces formules: le lecteur y ſuppléra facilement. (*L. B.*).

AIRE, ſ. f. (*Géométrie*): ſurface d'une figure rectiligne, curviligne, ou mixtiligne, c'eſt-à-dire, l'eſpace que cette figure renferme. *Voyez* Surface, Figure, *&c.*

Si une *aire*, par exemple un champ, a la figure d'un quarré, dont le côté ſoit de 40 pieds, cette *aire* aura 1600 pieds quarrés, ou contiendra 1600 petits quarrés, dont le côté ſera d'un pied. *Voyez* Quarré, Mesure.

Ainſi, trouver l'*aire* ou la ſurface d'un triangle, d'un quarré, d'un parallélogramme, d'un rectangle, d'un trapèze, d'un rhombe, d'un polygone, d'un cercle, ou d'une autre figure, c'eſt trouver combien cette *aire* contient de pieds, de pouces & de lignes quarrés. Quant à la manière de faire cette réduction d'une ſurface en ſurfaces partielles quarrées. *Voyez* Triangle.

Pour meſurer un champ, un jardin, un lieu entouré de murs, fermé de haies, ou terminé par des lignes, il faut prendre les angles qui ſe trouvent dans le contour de ce lieu, les porter ſur le papier, & réduire ainſi l'*aire* compriſe entre ces angles & leurs côtés en arpens, *&c.*, en ſuivant les méthodes preſcrites pour la meſure des figures planes en général. *Voyez* Faire *ou* Lever un Plan.

Si du centre du ſoleil, on conçoit une ligne tirée au centre d'une planete, cette ligne engendrera autour du ſoleil des *aires* elliptiques proportionnelles au tems. Telle eſt la loi que ſuivent les planetes dans leur mouvement autour du ſoleil; ainſi le ſoleil étant ſuppoſé en S, & une planete en A, (*Pl. Aſtronom. figure 86*) ſi cette planete parvient en B, dans un tems quelconque donné; le rayon vecteur AS aura formé dans ce mouvement l'*aire* ASB: ſoit enſuite la même planete parvenue en P, & ſoit pris le point F, tel que l'*aire* PSF, ſoit égale à l'*aire* ASB; il eſt certain par la propoſition précédente, qu'elle aura parcouru les arcs PF & AB, dans des tems égaux. *Voyez* Planete & Ellipse.

Le célebre Neuton a démontré que tout corps qui dans ſon mouvement autour d'un autre, ſuit la loi dont nous venons de parler, c'eſt-à-dire que tout corps qui décrit autour d'un autre corps, des *aires* proportionnelles au tems, gravite ou tend vers ce corps. *Voyez* Gravitation & Philosophie Neutonienne (*O*).

Aire *de pont*; c'eſt le deſſus d'un pont ſur lequel on marche, pavé ou non pavé.

Aire *d'un baſſin*; c'eſt un maſſif d'environ un pied d'épaiſſeur, fait de chaux & de ciment avec des cailloux, ou un corroi de glaiſe pavé par-deſſus, ce qui fait le fond du baſſin. Cette *aire* ſe conſerve long-tems, pourvu que la ſuperficie de l'eau s'écoule aiſément; quand le tuyau de décharge eſt trop menu, l'eau ſuperflue régorgeant ſur les bords, délaye le terrein ſur lequel eſt aſſis le baſſin, & le fait périr (*K*).

Aires proportionnelles au tems, (*Aſtron.*) c'eſt une des loix de Kepler, qui ont lieu dans les mouvemens des planetes, & que ce grand homme découvrit en même temps que la figure elliptique de leurs orbites; elle conſiſte en ce que le rayon mené du centre du ſoleil, au centre de la planete qui tourne autour de lui, parcourt des ſecteurs égaux, en tems égaux: ſi la planete eſt deux fois plus éloignée du ſoleil, elle va deux fois plus lentement; en ſorte que le triangle ou le ſecteur parcouru, étant deux fois plus étroit, quoique deux fois plus long, la ſurface eſt toujours la même.

Kepler démontre d'abord à la page 165 de ſa *nouvelle Phyſique celeſte*, que le mouvement des planetes dans les apſides, eſt proportionnel à leur diſtance au ſoleil, même dans l'hypothèſe de Ptolomée; c'eſt-à-dire, qu'en prenant un arc de l'excentrique, vers l'aphelie, & un autre

Digitized by Google

arc de même longueur vers le perihelie, la planete eſt plus long-tems dans l'arc aphelie, à proportion que la diſtance aphelie eſt plus grande. Soit *E* (*Aſtron. fig. 81.*) le point autour duquel le mouvement eſt ſuppoſé uniforme; *S* le centre du ſoleil à même diſtance du centre *C* que le point *E*, ayant tiré deux lignes *MEO*, *NEP*, l'arc *MN*, & l'arc *OP* ſont parcourus dans le même temps, ſuivant cette hypothèſe; puiſque les angles en *E* ſont égaux. Si du point *S* on tire les lignes *SO*, *SP*, & les lignes *SN*, *SM*, elles formeront des ſecteurs égaux *OSP*, *NSM*: en effet, à cauſe des triangles ſemblables *NEM*, *OEP*, on a cette proportion *MN* : *OP* :: *ER* : *EQ*; donc *MN*· *EQ* = *OP*· *ER* = *OP*· *SQ* = *MN*· *SR*; donc le ſecteur *SNM* eſt égal au ſecteur *OSP*: donc dans l'hypothèſe même d'un cercle excentrique, ſi l'on prend deux arcs *MN* & *OP* décrits par une planète dans des temps égaux, on aura au point *S* des *aires* égales.

Lorſque Kepler paſſe à la conſidération des orbes elliptiques, il tranſporte à l'ellipſe cette propriété qu'il n'avoit prouvée que pour le cercle excentrique, & cela ſans y employer de nouvelles démonſtrations. Il n'avoit d'abord conſidéré que le cas de l'aphelie & du perihelie; mais la régle ſe trouva vérifiée d'ailleurs par un accord général entre les obſervations & les calculs.

Ce fut Neuton qui, dans ſon fameux livre des principes, fit voir que cette loi étoit une ſuite néceſſaire du mouvement des planetes autour du ſoleil & de la force centrale, dirigée conſtamment vers le ſoleil.

Conſidérons une planete tournant autour du ſoleil *S fig. 82.* en un point quelconque *Q* de ſon orbite, venant de parcourir l'inſtant d'auparavant une très-petite portion *PQ* de cette orbite, que l'on ſuppoſe une très-petite ligne droite; la planete parvenue de *P* en *Q* & le rayon de ſon orbite ayant paſſé de *SP* en *SQ*, a décrit l'*aire SPQ* en une minute de temps; je dis que dans la minute ſuivante, il décrira une *aire SQR*, égale à l'*aire SPQ*, ou un triangle égal en ſurface à *SPQ*, en ſorte que l'*aire* décrite par le rayon, ſera égale en tems égal. En effet, ſi la planete livrée à elle-même, eût continué à ſe mouvoir de *Q* en *F*, en vertu de la loi générale du mouvement, elle auroit décrit une *aire QSF* égale à l'*aire PSQ*, parce que ces deux triangles ſont égaux, ayant des baſes égales *PQ* & *QF*, & pour hauteur commune la perpendiculaire abaiſſée du point *S* ſur la direction *FQP* prolongée au dehors; mais à cauſe de la force centrale, qui attire la planete vers le ſoleil, avec une force exprimée par *QG*, elle décrira la diagonale *QR* d'un parallélogramme *FQGR*, & ce ſera une *aire QSR* (à la place de l'*aire QSF*) qui ſera décrite par la planete: or les triangles *QSR*, *QSF* ſont encore égaux, parce qu'ils ont la même baſe *QS*, & ſont compris entre les mêmes paralleles *FR* & *QS*; donc l'*aire QSR* eſt auſſi égale à l'*aire PSQ*: ainſi il eſt démontré que la petite *aire* décrite dans la première minute eſt égale à la petite *aire* décrite dans la minute ſuivante; procédant enſuite de minute en minute dans toute la durée de la révolution, on démontreroit avec la même facilité, que la même planete décrira éternellement la même *aire* dans le même tems, à quelque diſtance du ſoleil qu'elle parvienne, tant qu'il ne ſurviendra pas une force étrangère, qui puiſſe troubler l'égalité entre *QF* & *PQ*, c'eſt-à-dire, entre la ligne qu'une planete vient de parcourir, & celle qu'elle tend à parcourir dans la minute ſuivante.

Ainſi la loi des *aires* proportionnelles aux tems, eſt prouvée non-ſeulement par l'obſervation, c'eſt-à-dire, par l'accord général des calculs fondés ſur cette loi avec les obſervations, mais encore par la nature même des deux forces qui animent les planetes. *Voyez* LOIX DE KEPLER. PLANETES. (*M. DE LA LANDE.*)

AIROMETRIE, ſ. f. Science des propriétés de l'[illegible] *Voyez* AIR.

AIS, *terme de Paumier*; c'eſt une planche maçonnée dans le mur à l'extrémité d'un tripot ou jeu de paume, qu'on appelle *quarré*. L'*ais* eſt placé préciſément dans l'angle du jeu de paume, qui touche à la galerie, & dans la partie du tripot, où eſt placé le ſerveur. Les tripots ou jeux de paume qu'on appelle des *dedans*, n'ont point d'*ais*. Quand la balle va frapper de volée dans l'*ais*, ce qui ſe connoît par le ſon de la planche, le joueur, qui l'a pouſſée, gagne un quinze. *Voyez* JEU DE PAUME.

AISSIEU, (*Aſtron.*) *Voyez* AXE.

AISSIEU, (*Méch.*) *Voyez* ESSIEU.

AIXOLENIA, (*Aſtron.*): c'eſt un des noms de la conſtellation de la *chevre*.

AJUTAGE ou AJUTOIR, ſ. m. (*Hyd.*): orifice par lequel un fluide ſort d'un réſervoir ou d'un vaſe quelconque. On donne ordinairement ce nom à des tronçons de cylindre ou de cones, de cuivre, de fer-blanc, de plomb, qu'on adapte à un réſervoir, ou à la *fouche* d'un tuyau de conduite, pour procurer l'écoulement d'un fluide, ou pour former un jet d'eau. La quantité d'eau que donne un *ajutage*, eſt proportionnelle au produit de ſa ſurface, par la racine quarrée de la hauteur de l'eau au deſſus de cet *ajutage*. On peut prendre pour cette hauteur, la diſtance du centre de gravité de la ſurface de l'*ajutage* au plan horizontal, qui raſe la ſurface du fluide dans le réſervoir, parce qu'ordinairement le diametre de l'*ajutage* eſt très-petit en comparaiſon de la hauteur propoſée; autrement il faudroit déterminer la quantité d'eau écoulée, par la méthode qu'on expliquera au mot ECOULEMENT.

Voyez au mot JET D'EAU la meilleure forme des *ajutages*, pour produire la plus grande élévation de l'eau. (*L. B.*).

ALAMAC, ALAMAK ou AMAK, (*Aſtron.*)

nom que les Arabes ont donné à une étoile de la ſeconde grandeur, qui eſt dans le pied auſtral d'Andromede; elle eſt appellée γ dans les cartes céleſtes de Bayer & de Flamſteed, ainſi que dans nos catalogues d'étoiles. (*M. DE LA LANDE.*)

ALBEGALA, (*Aſtr.*): c'eſt un des noms de la lyre.

ALBIREO, (*Aſtr.*): c'eſt un des noms de l'étoile ε du cygne.

ALCYONE, (*Aſtr.*): c'eſt le nom d'une des pleiades, la plus brillante de toutes, marquée γ dans nos catalogues.

ALDEBARAN, (*Aſtr.*): nom que les Auteurs Arabes ont donné, & que nous donnons encore à l'étoile de la première grandeur, qui eſt dans les hyades, appellée auſſi *œil du taureau*; le nom Arabe ſignifie étoile principale ou dominante: on l'appelle en Grec, Λαμπαδίας & Λαμπάδιος, en Latin, *palilicium* ou *parilicium*, *ſubrufa*; en Arabe, *abenezra*, *Atin*, *Eltaur*: mais ſon nom le plus ordinaire, eſt *Aldebaran*. On croit que c'eſt le Taſchter des Perſiens, le génie qui préſidoit à l'équinoxe du printemps. Voyez *M. Bailly*, *Hiſtoire de l'Aſtronomie*; on peut facilement la reconnoître, en la voyant dans le méridien, à neuf heures du ſoir, le 8 Janvier à 57° de hauteur à Paris: nous verrons à l'article CONSTELLATION, d'autres manières de reconnoître cette étoile, de même que toutes celles qui ſont un peu remarquables. *Aldebaran* eſt ſouvent éclipſée par la lune, & ces éclipſes ſont fort utiles pour trouver les longitudes des lieux; elle eſt ſujette à de petites inégalités, qui annoncent un déplacement réel. *Voy.* ETOILE. (*D. L.*)

ALÈSE, adj. (*Hydraul.*): ſe dit des parois ou côtés d'un tuyau qui ſont bien limés, c'eſt-à-dire, dont on a abbatu tout le rude (*K*).

ALFONSINES. *Voyez* ALPHONSINES.

ALGEBAR ou ALGEBÂRO, nom Arabe de la conſtellation d'Orion.

ALGÈBRE, ſ. f. *Science du calcul des grandeurs conſidérées généralement.* On a choiſi, pour repréſenter les grandeurs ou les quantités, les lettres de l'alphabet, comme étant d'un uſage plus facile & plus commode qu'aucune autre ſorte de ſignes.

Ménage dérive ce mot de l'Arabe *Algiabarat*, qui ſignifie le *rétabliſſement d'une choſe rompue*; ſuppoſant fauſſement que la principale partie de l'*Algèbre* conſiſte dans la conſidération des nombres rompus. Quelques-uns penſent contre M. d'Herbelot, que l'*Algèbre* prend ſon nom de Geber, philoſophe Chimiſte & Mathématicien célèbre, que les Arabes appellent *Giabert*, & que l'on croit avoir été l'inventeur de cette ſcience; d'autres prétendent que ce nom vient de *gefr*, eſpèce de parchemin, fait de la peau d'un chameau, ſur lequel Ali & Giafur Sadek écrivirent en caractères myſtiques la deſtinée du Mahométiſme, & les grands événemens qui devoient arriver juſqu'à la fin du monde; d'autres le dérivent du mot *geber*, dont avec la particule *al* on a formé le mot *Algèbre*, qui eſt purement arabe, & ſignifie proprement *la réduction des nombres rompus en nombres entiers*; étymologie qui ne vaut gueres mieux que celle de Ménage. Au reſte, il faut obſerver que les Arabes ne ſe ſervent jamais du mot *Algèbre* ſeul, pour exprimer ce que nous entendons aujourd'hui par ce mot; mais ils y ajoutent toujours le mot *macabelah*, qui ſignifie *oppoſition & comparaiſon*; ainſi *Algebra-Almacabelah* eſt ce que nous appellons proprement *Algèbre*.

Quelques Auteurs définiſſent l'Algèbre, l'*art de réſoudre les problêmes mathématiques*: mais c'eſt-là l'idée de l'Analyſe ou de l'art analytique plutôt que de l'*Algèbre*. *Voyez* ANALYSE.

En effet l'*Algèbre* a proprement deux parties: 1.° la méthode de calculer les grandeurs, en les repréſentant par les lettres de l'alphabet; 2.° la manière de ſe ſervir de ce calcul pour la ſolution des problêmes. Comme cette dernière partie eſt la plus étendue & la principale, on lui donne ſouvent le nom d'*Algèbre* tout court, & c'eſt principalement dans ce ſens que nous l'enviſagerons dans la ſuite de cet article.

Les Arabes l'appellent *l'art de reſtitution & de comparaiſon*, ou *l'art de réſolution & d'équation*. Les anciens Auteurs Italiens lui donnent le nom de *regula rei & cenſus*, c'eſt-à-dire, la règle de la racine & du quarré: chez eux, la racine s'appelle *res*; & le quarré, *cenſus*. *Voyez* RACINE, QUARRÉ. D'autres la nomment *Arithmétique ſpécieuſe*, *Arithmétique univerſelle*, &c.

L'*Algèbre* eſt proprement la méthode de calculer les quantités indéterminées; c'eſt une ſorte d'Arithmétique, par le moyen de laquelle on calcule les quantités inconnues, comme ſi elles étoient connues. Dans les calculs algébriques, on regarde la grandeur cherchée, nombre, ligne, ou toute autre quantité, comme ſi elle étoit donnée; & par le moyen d'une ou de pluſieurs quantités données, on marche de conſéquence en conſéquence, juſqu'à ce que la quantité que l'on a ſuppoſée d'abord inconnue, ou au moins quelqu'une de ſes puiſſances, devienne égale à quelques quantités connues; ce qui fait connoître cette quantité elle-même. *Voyez* QUANTITÉ & ARITHMÉTIQUE.

On peut diſtinguer deux eſpèces d'*Algèbre*; la *numérale* & la *littérale*.

L'*Algèbre numérale* ou *vulgaire*, eſt celle des anciens Algébriſtes, qui n'avoit lieu que dans la réſolution des queſtions arithmétiques. La quantité cherchée y eſt repréſentée par quelque lettre ou caractère: mais toutes les quantités données ſont exprimées en nombre. *Voyez* NOMBRE.

L'*Algèbre littérale* ou *ſpécieuſe*, ou la *nouvelle Algèbre*, eſt celle où les quantités données ou connues, de même que les inconnues, ſont exprimées ou repréſentées généralement par les lettres de l'alphabeth. *Voyez* SPÉCIEUSE.

Elle ſoulage la mémoire & l'imagination, en diminuant beaucoup les efforts qu'elles ſeroient obligées

obligées de faire, pour retenir les différentes choſes néceſſaires à la découverte de la vérité ſur laquelle on travaille, & que l'on veut conſerver préſentes à l'eſprit: c'eſt pourquoi quelques Auteurs appellent cette ſcience *Géométrie métaphyſique*.

L'*Algèbre ſpécieuſe* n'eſt pas bornée comme la *numérale*, à une certaine eſpèce de problèmes: mais elle ſert univerſellement à la recherche ou à l'invention des théorèmes, comme à la réſolution & à la démonſtration de toutes ſortes de problèmes, tant arithmétiques que géométriques. *Voyez* THÉORÈME, *&c.*

Les lettres dont on fait uſage en *Algèbre*, repréſentent chacune ſéparément des lignes ou des nombres, ſelon que le problème eſt arithmétique ou géométrique; & miſes enſemble, elles repréſentent des produits, des plans, des ſolides & des puiſſances plus élevées, ſi les lettres ſont en plus grand nombre: par exemple, en Géométrie, s'il y a deux lettres, comme *a b*, elles repréſentent un rectangle dont deux côtés ſont exprimés, l'un par la lettre *a*, & l'autre par *b*; de ſorte qu'en ſe multipliant réciproquement, elles produiſent le plan *a b*: ſi la même lettre eſt répétée deux fois, comme *a a*, elle ſignifie un quarré: trois lettres *a b c*, repréſentent un ſolide ou un parallélipipede rectangle, dont les trois dimenſions ſont exprimées par les trois lettres *a*, *b*, *c*; la longueur par *a*, la largeur par *b*, la profondeur ou l'épaiſſeur par *c*; en ſorte que par leur multiplication mutuelle, elles produiſent le ſolide *a b c*.

Comme dans les quarrés, cubes, 4.es puiſſances, *&c.* la multiplication des dimenſions ou degrés eſt exprimée par la multiplication des lettres, & que le nombre de ces lettres peut croître juſqu'à devenir trop incommode, on ſe contente d'écrire la racine une ſeule fois, & de marquer à la droite l'expoſant de la puiſſance, c'eſt-à-dire le nombre des lettres dont eſt compoſée la puiſſance ou le degré qu'il s'agit d'exprimer, comme a^2, a^3, a^4, a^5: cette dernière expreſſion a^5 veut dire la même choſe que *a* élevé à la cinquième puiſſance; & ainſi du reſte. *Voyez* PUISSANCE, RACINE, EXPOSANT, *&c.*

Quant aux ſymboles, caractères, *&c.* dont on fait uſage en *Algèbre*, avec leur application, *&c.* *Voyez les articles*, CARACTÈRE, QUANTITÉ, *&c.*

Pour la méthode de faire les différentes opérations de l'*Algèbre*, *voyez* ADDITION, SOUSTRACTION, MULTIPLICATION, *&c.*

Quant à l'origine de cet art, nous n'avons rien de fort clair là-deſſus: on en attribue ordinairement l'invention à Diophante, Auteur grec, qui en écrivit treize livres, quoiqu'il n'en reſte que ſix. Xylander les publia pour la première fois en 1575; & depuis ils ont été commentés & perfectionnés par Gaſpard Bachet, ſieur de Meziriac, de l'Académie Françoiſe, & enſuite par M. de Fermat.

Néanmoins il ſemble que l'*Algèbre* n'a pas été totalement inconnue aux anciens Mathématiciens, qui exiſtoient bien avant le ſiècle de Diophante: on en voit les traces en pluſieurs endroits de leurs ouvrages, quoiqu'ils paroiſſent avoir eu le deſſein d'en faire un myſtère. On en apperçoit quelque choſe dans Euclide, ou au moins dans Theon, qui a travaillé ſur Euclide. Ce Commentateur prétend que Platon avoit commencé le premier à enſeigner cette ſcience. Il y en a encore d'autres exemples dans Pappus, & beaucoup plus dans Archimede & Apollonius.

Mais la vérité eſt que l'analyſe dont ces Auteurs ont fait uſage, eſt plutôt géométrique qu'algébrique, comme cela paroît par les exemples que l'on en trouve dans leurs ouvrages; en ſorte que l'on peut dire que Diophante eſt le premier & le ſeul Auteur parmi les Grecs, qui ait traité de l'*Algèbre*. On croit que cet art a été fort cultivé par les Arabes: on dit même que les Arabes l'avoient reçu des Perſes, & les Perſes des Indiens. On ajoute que les Arabes l'apportèrent en Eſpagne; d'où, ſuivant l'opinion de quelques-uns, il paſſa en Angleterre avant que Diophante y fût connu.

Luc Paciolo, ou Lucas à Burgo, Cordelier, eſt le premier dans l'Europe, qui ait écrit ſur ce ſujet: ſon livre, écrit en Italien, fut imprimé à Veniſe en 1494. Il étoit, dit-on, diſciple d'un Léonard de Piſe, & de quelques autres dont il avoit appris cette méthode: mais nous n'avons aucun de leurs écrits. Selon Paciolo, l'*Algèbre* vient originairement des Arabes: il ne fait aucune mention de Diophante; ce qui feroit croire que cet Auteur n'étoit pas encore connu en Europe. Son *Algèbre* ne va pas plus loin que les équations ſimples & quarrées; encore ſon travail ſur ces dernières obſervations eſt-il fort imparfait, comme on peut le voir par le détail que donne ſur ce ſujet M. l'Abbé du Gua, dans un excellent Mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences de Paris 1741. *V.* QUARRÉ *ou* QUADRATIQUE, EQUATIONS, RACINE, *&c.*

Après Paciolo parut Stifelius, Auteur qui n'eſt pas ſans mérite: mais il ne fit faire aucun progrès remarquable à l'*Algèbre*. Vinrent enſuite Scipion Ferrei, Tartaglia, Cardan & quelques autres, qui pouſsèrent cet art juſqu'à la réſolution de quelques équations cubiques: Bombelli les ſuivit. On peut voir dans la diſſertation de M. l'Abbé du Gua que nous venons de citer, l'hiſtoire très-curieuſe & très-exacte des progrès plus ou moins grands que chacun de ces Auteurs fit dans la ſcience dont nous parlons: tout ce que nous allons dire dans la ſuite de cet article ſur l'hiſtoire de l'*Algèbre*, eſt tiré de cette diſſertation. Elle eſt trop honorable à notre nation, pour n'en pas inſérer ici la plus grande partie.

« Tel étoit l'état de l'*Algèbre* & de l'Analyſe, » lorſque la France vit naître dans ſon ſein François » Viete, ce grand Géomètre, qui lui fit ſeul autant » d'honneur que tous les Auteurs dont nous venons » de faire mention, en avoient fait enſemble à » l'Italie.

» Ce que nous pourrions dire ici à ſon éloge, ſe- » roit certainement au-deſſous de ce qu'en ont dit » déjà depuis long-tems les Auteurs les plus illuſtres,

» même parmi les Anglois, dans la bouche desquels » ces louanges doivent être moins suspectes de par- » tialité, que dans celle d'un compatriote. *Voyez* ce » qu'en dit M. Halley, *Transf. philos. n.° 190. art 2. » an. 1689.*

» Ce témoignage, quelque avantageux qu'il soit » pour Viete, est à peine égal à celui qu'Harriot, » autre Algébriste Anglois, rend au même Auteur » dans la préface du livre qui porte pour titre, *Artis* » *analyticæ praxis.*

» Les éloges qu'il lui donne, sont d'autant plus » remarquables, qu'on les lit à la tête de ce même » ouvrage d'Harriot, où Wallis a prétendu apper- » cevoir les découvertes les plus importantes qui » se soient faites dans l'analyse, quoiqu'il lui eût » été facile de les trouver presque toutes dans Viete, » à qui elles appartiennent en effet pour la plupart, » comme on le va voir.

» On peut entr'autres en compter sept de ce » genre.

» La première, c'est d'avoir introduit dans les » calculs les lettres de l'alphabeth, pour désigner » même les quantités connues. Wallis convient de » cet article, & il explique au *chap. xiv.* de son » traité d'*Algèbre*, l'utilité de cette pratique.

» La seconde, c'est d'avoir imaginé presque toutes » les transformations des équations, aussi bien que » les différens usages qu'on en peut faire, pour » rendre plus simples les équations proposées. On » peut consulter là-dessus son traité *de recognitione* » *Æquationum*, à la page 91 & suivantes, édition » de 1646, aussi bien que le commencement du » traité *de emendatione Æquationum*, page 127 & » suivantes.

» La troisième, c'est la méthode qu'il a donnée, » pour reconnoître, par la comparaison de deux » équations, qui ne différoient que par les signes, » quel rapport il y a entre chacun des coëfficiens » qui leur sont communs, & les racines de l'une » & de l'autre. Il appelle cette méthode *syncrisis*, » & il l'explique dans le traité *de recognitione*, page » 104 & suivantes.

» La quatrième, c'est l'usage qu'il fait des décou- » vertes précédentes, pour résoudre généralement » les équations du quatrième degré, & même celles » du troisième. *Voyez* le traité *de emendatione*, » pages 140 & 147.

» La cinquième, c'est la formation des équations » composées par leurs racines simples, lorsqu'elles » sont toutes positives, ou la détermination de » toutes les parties de chacun des coëfficiens de » ces équations, ce qui termine le livre *de emen-* » *datione*, page 158.

» La sixième & la plus considérable, c'est la ré- » solution numérique des équations, à l'imitation » des extractions de racines numériques, matière » qui fait elle seule l'objet d'un livre tout entier.

» Enfin on peut prendre pour une septième dé- » couverte, ce que Viete a enseigné de la méthode » pour construire géométriquement les équations, » & qu'on trouve expliquées *pages 229 & suiv.*

» Quoiqu'un si grand nombre d'inventions pro- » pres à Viete dans la seule Analyse, l'aient fait » regarder, avec raison, comme le père de cette » Science, nous sommes néanmoins obligés d'a- » vouer qu'il ne s'étoit attaché à reconnoître com- » bien il pouvoit y avoir dans les équations de » racines de chaque espèce, qu'autant que cette » recherche entroit dans le dessein qu'il s'étoit pro- » posé, d'assigner en nombre les valeurs ou exactes, » ou approchées de ces racines. Il ne considéra » donc point les racines réelles négatives, non » plus que les racines impossibles, que Bombelli » avoit introduites dans le calcul; & ce ne fut que » par des voies indirectes, qu'il vint à bout de » déterminer, lorsqu'il en eut besoin, le nombre » des racines réelles positives. L'illustre M. Halley » lui fait même avec fondement, quelques reproches » sur les règles qu'il donne pour cela.

» Ce que Viete avoit omis de faire au sujet du » nombre des racines, Harriot qui vint bientôt » après, le tenta inutilement dans son *Artis ana-* » *lyticæ praxis*. L'idée que l'on doit se former de » cet ouvrage, est précisément celle qu'en donne sa » préface; car pour celle qu'on pourroit en prendre » par la lecture du traité d'*Algèbre* de Wallis, elle » ne seroit point du tout juste. Non-seulement ce » livre ne comprend point, comme Wallis vouloit » l'insinuer, tout ce qui avoit été découvert de plus » intéressant dans l'analyse, lorsque Wallis a écrit; » on peut même dire qu'il mérite à peine d'être » regardé comme un ouvrage d'invention. Les abré- » gés que Harriot a imaginés dans l'*Algèbre*, se » réduisent à marquer les produits de différentes » lettres, en écrivant ces lettres immédiatement les » unes après les autres: (car nous ne nous arrête- » rons point à observer avec Wallis, qu'il a em- » ployé dans les calculs les lettres minuscules au » lieu des majuscules). Il n'a point simplifié les » expressions où une même lettre se trouvoit plu- » sieurs fois, c'est-à-dire les expressions des puis- » sances, en écrivant l'exposant à côté. On verra » bientôt que c'est à Descartes qu'on doit cet abrégé, » ainsi que les premiers élémens du calcul des puis- » sances; découverte qui en a été la suite naturelle, » & qui a été depuis d'un si grand usage.

» Quant à l'analyse, le seul pas qu'Harriot pa- » roisse proprement y avoir fait, c'est d'avoir em- » ployé dans la formation des équations du 3.e & » du 4.e degré, les racines négatives, & même des » produits de deux racines impossibles; ce que n'a- » voit point fait Viete dans son dernier chapitre » *de emendatione*: encore trouve-t-on ici une faute; » c'est que l'Auteur forme les équations du 4.e de- » gré, dont les quatre racines doivent être tout-à-la- » fois impossibles, par le produit de $bc+aa=0$, » & $df+aa=0$, ce qui n'est pas assez général, » les quatre racines ne devant pas être tout-à-la-fois

Digitized by Google

» ſuppoſées des imaginaires pures, mais tout au plus deux imaginaires pures, & deux mixtes imaginaires.»

M. l'Abbé du Gua fait encore à Harriot pluſieurs autres reproches qu'on peut lire dans ſon mémoire.

« Il n'eſt preſque aucune Science qui n'ait dû » au grand Deſcartes quelque degré de perfection ; » mais l'*Algèbre* & l'Analyſe lui ſont encore plus » redevables que tous les autres. Vraiſemblablement » il n'avoit point lu ce que Viete avoit découvert » dans ces deux ſciences, & il les pouſſa beaucoup » plus loin. Non-ſeulement il marque, ainſi que » Harriot, le produit de deux lettres, en les écri- » vant à la ſuite l'une de l'autre ; il ajoute à cela » l'expreſſion du produit de deux polynomes, en » ſe ſervant du ſigne de la multiplication, & en » tirant une ligne ſur chacun de ces polynomes en » particulier, ce qui ſoulage beaucoup l'imagina- » tion. C'eſt lui qui a introduit dans l'*Algèbre* les » expoſans, ce qui a donné les principes élémen- » taires de leurs calculs : c'eſt lui qui a imaginé le » premier des racines aux équations, dans les cas » mêmes où ces racines ſont impoſſibles ; de façon » que les imaginaires & les réelles rempliſſent le » nombre des dimenſions de la propoſée : c'eſt lui » qui a donné le premier des moyens de trouver » les limites des racines des équations, qu'on ne » peut réſoudre exactement : enfin il a beaucoup » ajouté aux affections géométriques de l'*Algèbre* » que Viete nous a laiſſées, en déterminant ce que » c'eſt que les lignes négatives ; c'eſt-à-dire celles » qui répondent aux racines des équations qu'il » nomme *fauſſes* ; & en enſeignant à multiplier & » à diviſer les lignes les unes par les autres. *V. le* » *commencement de ſa Géométrie.* Il forme, comme » Harriot, les équations par la multiplication de leurs » racines ſimples, & ſes découvertes dans l'analyſe » pure ſe réduiſent principalement à deux. La pre- » mière, d'avoir enſeigné combien il ſe trouve de » racines poſitives ou négatives dans les équations » qui n'ont point de racines imaginaires. *Voyez* » RACINE. La ſeconde, c'eſt l'emploi qu'il fait de » deux équations du ſecond degré à coëfficiens in- » déterminés, pour former par leur multiplication, » une équation qui puiſſe être comparée terme à » terme avec une propoſée quelconque du quatrième » degré, afin que ces comparaiſons différentes four- » niſſent la détermination de toutes les déterminées » qu'il avoit priſes d'abord, & que la propoſée ſe » trouve ainſi décompoſée en deux équations du » ſecond degré, faciles à réſoudre par les méthodes » qu'on avoit déjà pour cet effet. *Voyez ſa Géo-* » *métrie, page 89, édit. d'Amſt. An. 1649.* Cet » uſage des indéterminés, eſt ſi adroit & ſi élégant, » qu'il a fait regarder Deſcartes comme l'inventeur » de la méthode des indéterminés ; car c'eſt cette » méthode qu'on a depuis appellée & qu'on nomme » encore aujourd'hui proprement l'*Analyſe de Deſ-* » *cartes* ; quoiqu'il faille avouer que Ferrei, Tar- » taglia, Bombelli, Viete ſur-tout, & après lui » Harriot, en euſſent eu connoiſſance.

Pour l'Analyſe mixte, c'eſt-à-dire l'application » de l'Analyſe à la Géométrie, elle appartient preſ- » que entièrement à Deſcartes, puiſque c'eſt à lui » qu'on doit inconteſtablement les deux découvertes » qui en ſont comme la baſe. Je parle de la déter- » mination de la nature des courbes par les équations » à deux variables, (*page 26*), & de la conſtruction » générale des équations du 3.e & du 4.e degré, » (*page 95*). On peut y ajouter l'idée de déter- » miner la nature des courbes à double courbure » par deux équations variables, (*page 74*) ; la » méthode des tangentes, qui eſt comme le premier » pas qui ſe ſoit fait vers les infiniment petits, » (*page 46*) ; la détermination des courbes propres » à réfléchir ou à réunir par réfraction, en un » ſeul point, les rayons de lumière ; enfin l'ap- » plication de l'Analyſe & de la Géométrie à la » Phyſique, dont on n'avoit point vu juſqu'alors » d'auſſi grand exemple. Si on réunit toutes ces » différentes productions, quelle idée ne ſe formera- » t-on pas du grand homme de qui elles nous vien- » nent ! & que ſera-ce en comparaiſon de tout cela » que le peu qui reſtera à Harriot, lorſque des » découvertes que Wallis lui avoit attribuées ſans » fondement dans le chapitre 53 de ſon *Algèbre* » *hiſtorique & pratique*, on aura ôté, comme on le » doit, ce qui appartient à Viete ou à Deſcartes, » ſuivant l'énumération que nous en avons faite ?

» Outre la détermination du nombre des racines » vraies ou fauſſes, c'eſt-à-dire, poſitives ou néga- » tives, dans les équations de tous les degrés qui » n'ont point de racines imaginaires, Deſcartes a » mieux déterminé qu'on n'avoit fait juſqu'alors, » le nombre & l'eſpèce des racines des équations » quelconques du 3.e & du 4.e degré, ſoit au » moyen des remarques qu'il a faites ſur les for- » mules algébriques, ſoit en employant à cet uſage » différentes obſervations ſur ſes conſtructions géo- » métriques.

» Ce dernier ouvrage qu'il avoit néanmoins laiſſé » imparfait, a été perfectionné depuis peu-à-peu » par différens Auteurs, Debaune, par exemple ; » juſqu'à ce que l'illuſtre M. Halley y ait mis, pour » ainſi dire la dernière main, dans un beau mé- » moire inſéré dans les *Tranſactions philoſophiques*, » *n.° 190. art. 2. an. 1687*, & qui porte le titre » ſuivant : *De numero radicum in æquationibus ſo-* » *lidis ac biquadraticis, ſive tertiæ ac quartæ po-* » *teſtatis, eorumque limitibus, tractatulus.*

» Quoique Newton fût né dans un tems où l'ana- » lyſe paroiſſoit déjà preſque parfaite, cependant un » ſi grand génie ne pouvoit manquer de trouver à y » ajouter encore. Il a donné en effet ſucceſſivement » dans ſon Arithmétique univerſelle, 1.° une règle » très-élégante & très-belle pour connoître les cas » où les équations peuvent avoir des diviſeurs ra- » tionels, & pour déterminer dans ces cas, quels » polynomes peuvent être ces diviſeurs ; 2.° une » autre règle pour reconnoître dans un grand nombre » d'occaſions, combien il doit ſe trouver de racines

» imaginaires dans une équation quelconque : une » troiſieme, pour déterminer, d'une maniere nou- » velle, les limites des équations ; enfin une qua- » trième qui eſt peu connue, mais qui n'en eſt pas » moins belle, pour découvrir en quel cas les équa- » tions des degrés pairs peuvent ſe réſoudre en » d'autres degrés inférieurs, dont les coëfficiens ne » contiennent que de ſimples radicaux du premier » degré.

» A cela il faut joindre l'application des fractions » au calcul des expoſans ; l'expreſſion en ſuites in- » finies des puiſſances entières ou fractionnaires, » poſitives ou négatives d'un binome quelconque ; » l'excellente règle connue ſous le nom de *Règle* » *du parallélogramme*, & au moyen de laquelle » Newton aſſigne en ſuites infinies, toutes les ra- » cines d'une équation quelconque ; enfin la belle » méthode que cet Auteur a donnée pour interpoler » les ſéries, & qu'il appelle *methodus differentialis*.

» Quant à l'application de l'analyſe à la Géomé- » trie, Newton a fait voir combien il y étoit verſé, » non-ſeulement par les ſolutions élégantes de dif- » férens problèmes qu'on trouve ou dans ſon Arith- » métique univerſelle, ou dans ſes principes de la » Philoſophie naturelle ; mais principalement par » ſon excellent traité *des Lignes du troiſième ordre.* » *Voyez* COURBE. »

Voilà tout ce que nous dirons ſur le progrès de l'*Algèbre* : les élémens de cet art furent compilés & publiés par Kerſey en 1671 ; l'Arithmétique ſpécieuſe, & la nature des équations y ſont amplement expliquées & éclaircies par un grand nombre d'exemples différens : on y trouve toute la ſubſtance de Diophante. On y a ajouté pluſieurs choſes qui regardent la compoſition & la réſolution mathématique, tirée de Ghetaldus. La même choſe a été exécutée depuis par Preſtet en 1694, & par Ozanam en 1703. Mais ces Auteurs ne parlent point, ou ne parlent que fort brièvement de l'application de l'*Algèbre* à la Géométrie. Guiſnée y a ſuppléé dans un traité écrit en françois, qu'il a compoſé exprès ſur ce ſujet, & qui a été publié en 1705 : auſſi bien que le Marquis de l'Hopital, dans ſon *traité analytique des ſections coniques*, 1707. Il exiſte une multitude d'ouvrages où l'on peut s'inſtruire de l'*Algèbre*. Tels ſont *le traité de la Grandeur*, du P. Lamy ; l'*Analyſe démontrée*, du P. Regneau ; *la Science du calcul*, du même Auteur ; les élémens d'*Algèbre*, de Saunderſon, de Maclaurin, de Clairaut ; & dans ces derniers tems, l'*Algèbre* de M. l'Abbé Boſſut ; celle de M. Bezout ; celle de M. l'Abbé de la Caille, augmentée par M. l'Abbé Marie, *&c.*

On a appliqué auſſi l'*Algèbre* à la conſidération & au calcul des infinis ; ce qui a donné naiſſance à une nouvelle branche fort étendue du calcul algébrique : c'eſt ce que l'on appelle *la doctrine des fluxions*, ou *le calcul différentiel*. *Voyez* FLUXIONS & DIFFÉRENTIEL. On peut voir à l'*article* ANALYSE, les principaux Auteurs qui ont écrit ſur ce ſujet.

* Je me ſuis contenté dans cet article, de donner l'idée générale de l'*Algèbre*, telle à-peu-près qu'on la donne communément ; & j'y ai joint, d'après M. l'Abbé du Gua, l'hiſtoire de ſes progrès. Les ſavans trouveront à l'*article* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE, des réflexions plus profondes ſur cette Science ; & à l'*article* APPLICATION, des obſervations ſur l'*application de l'Algèbre à la Géométrie* (*O*).

ALGÉBRIQUE, adj. ce qui appartient à l'Algèbre. *Voyez* ALGÈBRE.

Ainſi l'on dit *caractères* ou *ſymboles algébriques*, *courbes algébriques*, *ſolutions algébriques*. *Voyez* CARACTÈRE, *&c.*

Courbe algébrique, c'eſt une courbe dans laquelle le rapport des abciſſes aux ordonnées, peut être déterminé par une équation *algébrique*. *V.* COURBE.

On les appelle auſſi *lignes* ou *courbes géométriques*. *Voyez* GÉOMÉTRIQUE.

Les courbes *algébriques* ſont oppoſées aux courbes *méchaniques* ou *tranſcendantes*. *Voyez* MÉCHANIQUE & TRANSCENDANTE (*O*).

ALGÉBRISTE, ſ. m. ſe dit d'une perſonne verſée dans l'Algèbre. *Voyez* ALGÈBRE (*O*).

ALGEDI, nom de l'étoile γ du Capricorne.

ALGENEB ou ALGENIB, (*Aſtr.*) ; c'eſt le nom d'une étoile de la ſeconde grandeur, ſituée dans la conſtellation de Pégaſe, & que les aſtronomes marquent par la lettre γ ; d'autres donnent ce nom à la ceinture de Perſée.

ALGOL ou *tête de Méduſe*, étoile fixe de la ſeconde grandeur, dans la conſtellation de Perſée. *Voyez* PERSÉE.

On avoit remarqué, dans le dernier ſiécle, que cette étoile changeoit de grandeur & de lumière ; mais, en 1783, M. Goodricke, gentilhomme d'Yorck, a reconnu que cette étoile, qui eſt ordinairement de ſeconde grandeur, n'eſt plus que de la 4.e pendant quelques heures ; & cela tous les trois jours ; la période de ces variations eſt de 69 heures ; elle emploie trois heures & demie à diminuer, & autant à recouvrer ſa lumière. Le 3 mai 1783, à 9 heures du ſoir, elle étoit la plus foible, & tous les 23 jours cette phaſe doit revenir vers la même heure ; ce ſera donc à minuit, le 1.er février 1784, le 24, *&c.* Cette étoile ne reſte à Paris, ſous l'horizon, que pendant une heure & 27 minutes. On peut expliquer ces variations par la figure aplatie de cette étoile, comme Maupertuis, par quelque grande tache à ſa ſurface, comme Riccioli, ou par l'interpoſition de quelque grande planète qui tourneroit autour de cette belle étoile : c'eſt l'opinion de M. Goodricke. (*De la Lande*).

ALGOMEIZA, nom de l'étoile Procyon.

ALGORAB, nom de l'étoile γ du Corbeau.

ALGORITHME, ſ. m. *terme Arabe*, employé par quelques auteurs, & ſingulièrement par les

Digitized by Google

Eſpagnols, pour ſignifier *la pratique de l'Algèbre*. *Voyez* ALGÈBRE.

Il ſe prend auſſi quelquefois pour l'*Arithmétique par chiffres*. *Voyez* ARITHMÉTIQUE.

L'*algorithme*, ſelon la force du mot, ſignifie proprement l'*art de ſupputer avec juſteſſe & facilité*: il comprend les règles de l'Arithmétique vulgaire. Ainſi, l'on dit l'*algorithme* des entiers, l'*algorithme* des fractions, l'*algorithme* des nombres ſourds, *&c.*

Le même mot ſe prend, en général, pour déſigner la methode & la notation de toute eſpèce de calcul. En ce ſens, on dit *l'algorithme du calcul intégral*, *l'algorithme du calcul exponentiel*, *l'algorithme du calcul des ſinus*, &c.

ALHABOR, nom de l'étoile Sirius.

ALHAIOTH, nom Arabe de la belle étoile de la Chèvre.

ALHATOD, autre nom de la belle étoile de la Chèvre.

ALIATH, (*Aſtr.*) c'eſt le nom que les Arabes donnoient à la première étoile de la queue de la grande ourſe, que nous marquons par la lettre grecque ε; elle eſt auſſi appellée quelquefois *Ris Alioth*, *Allioth*, *Mirach*, *Mizar*, ou *Mizar*, ſuivant Bayer, dans ſon *Uranométrie*. (*M.* DE LA LANDE).

ALIDADE ou ALHIDADE, règle qui ſe meut ſur le centre d'un quart de cercle, & qui porte une lunette pour meſurer les angles. *Voyez* MURAL (*D. L.*).

ALIDADE, ſ. f. (*Géom.*). On l'appelle ainſi l'index ou la règle mobile, qui, partant du centre d'un inſtrument aſtronomique ou géométrique, peut en parcourir tout le limbe pour montrer les degrés qui marquent les angles, avec leſquels on détermine les diſtances, les hauteurs, *&c.* Ce mot vient de l'arabe, où il a la même ſignification. En grec & en latin, on l'appelle ſouvent διοπτρα, *dioptra*, & encore *linea fiduciæ*, ligne de foi.

Cette pièce porte deux pinnules élevées perpendiculairement à chaque extrémité. *Voy.* PINNULE, DEMI-CERCLE, *&c.*

ALIEMINI, nom de la belle étoile du Grand-chien. *V.* SIRIUS.

ALIQUANTE, adj. f. (*Arith.*), du mot latin *aliquantus*. Les parties *aliquantes* d'un nombre, ou, en général, d'un tout, ſont celles qui ne ſont pas contenues un certain nombre de fois, juſte, dans ce tout. Par exemple, 5 eſt une partie *aliquante* de 12, parce que 5 eſt contenu plus de *deux fois*, & moins de *trois fois*, dans 12.

ALIQUOTE, adj. f. (*Arith.*), du mot latin *aliquotus*. Partie *aliquote* d'un tout, partie qui eſt contenue un certain nombre de fois juſte dans ce tout. Par exemple, 3 eſt une partie *aliquote* de 12, parce que 3 eſt contenu juſte quatre fois dans 12.

ALKAMELUZ, nom de l'étoile Arcturus.

ALLIAGE, ſ. m. (*Arith.*). On appelle, en général, *alliage*, un mélange que l'on fait d'un certain nombre de choſes de différentes valeurs, pour former un tout d'un même nombre de parties, égales entr'elles, & d'une valeur moyenne. La *règle d'alliage*, en Arithmétique, ſert à trouver, ou cette valeur moyenne de l'une des parties du mélange, quand on connoît la valeur & le nombre des choſes dont il eſt compoſé; ou le nombre des parties des choſes qui doivent être alliées, quand on connoît la valeur de chacune de ces parties, & celle du mélange. Le premier de ces problêmes eſt déterminé dans tous les cas; le ſecond eſt ſuſceptible de pluſieurs ſolutions, lorſqu'il entre plus de deux eſpèces de choſes dans le mélange, comme on le verra ci-deſſous.

QUESTION I. *Trouver la valeur de l'unité du mélange, lorſque l'on connoît le nombre & la valeur des choſes dont il doit être compoſé?*

Multipliez le nombre des choſes de chaque eſpèce, par la valeur de l'unité de chaque choſe; additionnez enſemble tous ces produits, & diviſez la ſomme par le nombre total des choſes alliées, le quotient vous donnera la valeur de l'unité du mélange. Par exemple, ſi on propoſe de mêler enſemble 300 bouteilles de vin, à 25 ſols la bouteille; 200 bouteilles à 20 ſols; 150 bouteilles à 15 ſols, & de trouver la valeur d'une bouteille du mélange, il faudra multiplier 25 ſols par 300, & le produit 7500 ſols ſera la valeur de toutes les bouteilles de la première eſpèce; de même, en multipliant 20 ſols par 200, le produit 4000 ſols ſera la valeur de toutes les bouteilles de la ſeconde eſpèce; & en multipliant 15 ſols par 150, le produit 2250 ſols ſera la valeur de toutes les bouteilles de la troiſième eſpèce. Donc, ſi l'on ajoute enſemble ces trois produits, la ſomme 13750 ſols eſt le prix de toutes les bouteilles, ou du mélange qui en réſulte. Donc, en diviſant cette ſomme par 650, nombre total des bouteilles, le quotient 21 ſols $\frac{2}{13}$ ſera évidemment le prix de la bouteille du mélange.

QUESTION II. *Deux quantités de différentes valeurs étant données, déterminer ce qu'il faut prendre de chacune pour former une quantité moyenne dont la valeur eſt donnée?*

Je prends, pour exemple, le problême de la couronne de Hieron, Roi de Syracuſe. Ce Prince, ſoupçonnant que ſa couronne n'étoit pas d'or pur, & qu'elle étoit formée d'un mélange d'or & d'argent, propoſe à Archimede de déterminer les quantités de ces deux matières, qui peuvent entrer dans le mélange. Archimède, inſtruit par les loix de l'*hydroſtatique* (*voyez* ce mot), que des corps d'un même *volume* (*voyez* ce mot), étant plongés dans l'eau, y perdent des parties égales de leurs poids, parvient à former une maſſe d'or pur, une maſſe d'argent pur, qui ont chacune le même volume que la couronne; & peſant enſuite hors de l'eau la maſſe d'or, la maſſe d'argent, & la couronne, il juge, par la comparaiſon des poids, ſi la couronne eſt d'or pur, ou d'ar-

Digitized by Google

gent pur, ou enfin un mélange d'or & d'argent. Supposons ce dernier cas. Supposons de plus que les poids de la masse d'or, de celle d'argent, & de la couronne, soient entr'eux en nombres ronds, comme les nombres 19, 10, 15. La question se réduit donc à former, avec les parties de deux corps égaux en volume, qui pèsent 19 & 10, un troisième corps, de même volume, qui pèse 15. Pour y parvenir, imaginons que les trois volumes égaux de nos trois corps sont partagés chacun en un même nombre de parties égales. Cela posé, l'excès du poids 19, sur le poids 15, étant 4, tandis que l'excès du poids 15, sur le poids 10, est 5, il est clair que, si l'on mettoit, dans le mélange, pareil nombre de parties du volume d'or & du volume d'argent, les premières y produiroient une augmentation de poids, exprimée par 4, tandis que les secondes y produiroient une diminution de poids, exprimée par 5. Or, pour que l'augmentation & la diminution se compensent mutuellement, on doit prendre sur les volumes composants plus ou moins de parties, selon que ces parties sont moins ou plus pesantes. Donc, si vous prenez en tout 9 parties sur les deux volumes composants, vous en devez prendre 4 sur celui d'argent, & 5 sur celui d'or. Donc, en représentant chacun de nos trois volumes égaux par 1, ou par la fraction $\frac{9}{9}$, le volume $\frac{9}{9}$ du mélange, ou de la couronne, sera composé des $\frac{4}{9}$ du volume d'argent, & des $\frac{5}{9}$ du volume d'or.

En raisonnant de la même manière, dans tous les cas pareils, on formera cette règle générale pour résoudre ces sortes de problèmes. Faites deux fractions qui aient pour dénominateur commun l'excès de la plus haute valeur sur la plus petite & dont la première ait pour numérateur l'excès de la plus haute valeur sur la moyenne, & l'autre, pour numérateur, l'excès de la valeur moyenne sur la plus petite. La première fraction sera la partie qu'il faut prendre de la plus petite quantité; & la seconde, la partie qu'il faut prendre de la plus grande quantité.

Cette règle peut se démontrer ainsi, en général, par le calcul algébrique. Soient A & B les poids des deux corps composants; M le poids du corps mixte; G le volume commun aux trois corps; x & y les parties qu'il faut prendre des volumes des corps composants, pour former le corps mixte. Il est clair d'abord qu'on aura $x + y = G$. D'un autre côté, le poids de x sera $\frac{Ax}{G}$, comme étant le quatrième d'une proportion (*Voyez* PROPORTION), dont les trois premiers sont G, x, A; & par une raison semblable, le poids de y sera $\frac{By}{G}$. Or la somme des deux poids $\frac{Ax}{G}$, $\frac{By}{G}$ doit être M. Ainsi, on aura $\frac{Ax+By}{G} = M$. Mettons dans cette équation, pour y, sa valeur $G-x$, que donne la première, nous aurons $Ax + BG - Bx = GM$; ce qui donne $x = G \times \left(\frac{M-B}{A-B}\right)$; & (à cause de $y = G - x$), $y = G \times \left(\frac{A-M}{A-B}\right)$. On voit que ces valeurs de x & y sont celles que prescrit la règle proposée.

Remarque. Si, dans ces sortes de questions, le mélange devoit être composé de plus de deux espèces de choses, il y auroit plusieurs manières de prendre ces choses pour former le mélange. Ainsi, dans le problème de la couronne du Roi Hieron, si l'on ne savoit pas, ou l'on ne supposoit pas que la couronne ne contient que de l'or & de l'argent; & si, outre ces deux métaux, elle contenoit, par exemple, du cuivre, alors les pesanteurs de l'or, de l'argent & du cuivre étant à-peu-près comme les nombres 19, 10, 8, il est clair qu'on pourra former successivement avec l'argent & le cuivre, une infinité de corps mixtes, chacun de même volume que chacune des trois matières proposées, & combiner ensuite chacun de ces mixtes avec l'or, pour former, des trois métaux, un mixte qui pèse 19 livres. On pourroit aussi former d'abord, de plusieurs manières, un mixte d'or & d'argent, pourvu que ce mixte pesât plus de 15 livres, puis le combiner avec le cuivre.

Dans ces sortes de cas, où le problème admet plusieurs solutions, il est *indéterminé*. Sur quoi, *Voyez* PROBLÈME (*L. B.*).

ALLONGÉ, adj. se dit généralement, en *Géométrie*, de ce qui est plus long que large. C'est en ce sens qu'on dit, *un exagone, un eptagone, un octogone*, &c. *allongé, un ovale fort allongé.*

Spheroide allongé, se dit d'un sphéroïde dont l'*axe* seroit plus grand que le diamètre du cercle perpendiculaire à cet axe, & également éloigné de ses extrémités.

Ainsi, on peut donner le nom de *sphéroïde allongé* à un sphéroïde qui est formé par la révolution d'une demi-ellipse autour de son grand axe. *Voyez* SPHÉROÏDE. Si le sphéroïde est formé par la révolution d'une demi-ellipse autour de son petit axe, ou, en général, si son axe est plus petit que le diamètre du cercle dont le plan est perpendiculaire au milieu de cet axe, il s'appelle alors *sphéroïde applati*. Cette dernière figure est à-peu-près celle de la terre que nous habitons, & peut-être de toutes les planètes, dans la plupart desquelles on observe que l'axe est plus petit que le diamètre de l'équateur. *Voyez* TERRE. Le mot *allongé* s'emploie aussi quelquefois en parlant des cycloïdes & des épicycloïdes, dont la base est plus grande que la circonférence du cercle générateur. *Voyez* CYCLOÏDE & EPICYCLOÏDE (*O*).

ALLUCHON, s. m. (*Méch.*): on appelle *aluchons* les *dents* d'une roue, lorsque ces dents ne forment pas corps avec elle, & sont chacune d'une pièce particulière appliquée ou fixée solidement à

Digitized by Google

la roue; ce qui a lieu dans les grandes machines, comme, par exemple, dans les roues de moulins. *Voyez* DENT & ROUE.

ALMAGESTE, nom du plus ancien livre d'Aſtronomie qui nous ſoit reſté, & qui fut compoſé par Ptolomée, vers l'an 140; ſon nom vient de Μέγιστος, qui ſignifie très-grand. Ce livre eſt intitulé en grec, Μεγάλη Συντάξις, grande compoſition; il fut traduit du grec en arabe, vers l'an 827, par l'ordre du caliſe Almamom, qui régnoit à Bagdad. L'Empereur Frédéric II le fit traduire en latin vers l'an 1230. Il fut imprimé, pour la première fois, à Veniſe en 1515, mais le texte grec ne fut imprimé qu'en 1538, à Bale. Georges de Trebizonde fit une traduction latine de l'*almageſte*, qui fut imprimée à Veniſe en 1537, à Bâle en 1541 & en 1551. Ce livre contient un Recueil précieux d'anciennes obſervations; ce ſont les ſeules qui nous ſoient parvenues; mais toutes les concluſions que l'auteur en avoit tirées ſont défectueuſes, & ont été rectifiées par les modernes, comme on le peut voir ſur-tout dans les Elémens d'Aſtronomie publiés par M. Caſſini, en 1740, & dans les Mémoires que j'ai donnés ſur la Théorie de Mercure dans le volume de l'Académie des Sciences, pour 1766. Riccioli a donné auſſi un grand ouvrage d'Aſtronomie intitulé, *Almageſtum novum*, en 2 volumes *in-folio*, à Bologne, 1651, qui eſt une collection immenſe & précieuſe de toute l'Aſtronomie hiſtorique & théorique, & dont les aſtronomes font un uſage continuel, ainſi que de l'*almageſte* de Ptolomée. (*D. L.*)

ALMANACH, ſ. m. (*Aſtron.*) *calendrier* ou *table*, où ſont marqués les jours de fêtes de l'année, le cours de la Lune pour chaque mois, *&c.* *Voyez* CALENDRIER, ANNÉE, JOUR, MOIS, LUNE, *&c.*

Les grammairiens ne ſont point d'accord ſur l'origine de ce mot: les uns le font venir de la particule arabe *al*, & de *manah*, compte: d'autres, du nombre deſquels eſt Scaliger, le dérivent de cette même prépoſition *al*, & du mot grec μὴνες, *le cours des mois*. Golius n'eſt pas de ce ſentiment: voici quel eſt le ſien. C'eſt, dit-il, l'uſage, dans tout l'Orient, que les ſujets faſſent des préſens à leurs princes au commencement de l'année: or le préſent que ſont les aſtronomes, ſont des *éphémérides* pour l'année commençante; & c'eſt de-là que ces éphémérides ont été nommées *almanha*, qui ſignifie *étrennes* ou *préſens* de la nouvelle année. *Voyez* EPHÉMÉRIDE. Enfin Verſtegan écrit *almon-ac*, & le fait venir du ſaxon. Nos ancêtres, dit-il, traçoient le cours des lunes pour toute l'année, ſur un bâton ou morceau de bois quarré, qu'ils appelloient *al monaght*, par contraction, pour *al-moon-held*, qui ſignifie en vieil anglois ou en vieux ſaxon, *contenant toutes les lunes*.

Nos *almanachs* modernes répondent à ce que les anciens Romains appelloient *faſtes*.

Le lecteur peut s'inſtruire de ce qu'il faut faire pour conſtruire un *almanach*, à l'*article* CALENDRIER.

Le roi de France Henri III, par une ordonnance de l'an 1579, défendit « à tous faiſeurs » d'*almanachs* d'avoir la témérité de faire des prédictions ſur les affaires civiles ou de l'état, ou » des particuliers, ſoit en termes exprès, ou en » termes couverts. » *Voyez* ASTROLOGUE. Notre ſiecle eſt trop éclairé pour qu'une pareille défenſe ſoit néceſſaire; & quoique nous voyons encore pluſieurs *almanachs* remplis de ces ſortes de prédictions, à peine le plus bas peuple y ajoute-t-il quelque foi.

La plupart de nos *almanachs* d'aujourd'hui contiennent non-ſeulement les jours & les fêtes de l'année, mais encore un très-grand nombre d'autres choſes.

Un des plus-connus en France, eſt l'*Almanach Royal*, vol. *in*-8°. Dans ſon origine, qui remonte à l'année 1679, cet *almanach* ou calendrier, avec quelques prédictions, ajoutées aux phaſes de la lune, renfermoit ſeulement le départ des courriers, le journal des fêtes du Palais, un extrait des principales foires du royaume, & les villes où l'on bat monnoie. Les premières lettres de privilège ſont datées du 16 mars 1679; il a ſubſiſté à-peu-près dans la même forme juſqu'en 1697. Louis XIV ayant eu la curioſité de le voir cette année, Laurent d'Houry eut l'honneur de le lui préſenter, & peu de tems après, il obtint un renouvellement de privilège, ſous le titre d'*Almanach Royal*, le 29 janvier 1699. Le but de l'auteur, dès cet inſtant, fut d'y ajouter peu-à-peu les naiſſances des Princes & les noms de toutes les perſonnes importantes dans le Clergé, l'Epée, la Robe, & la Finance; ce qu'il a exécuté en très-grande partie juſqu'à ſa mort, arrivée en 1725. Depuis ce tems, cet ouvrage a été continué, tant par la veuve d'Houry que par Le Breton, petit-fils d'Houry. Cet *almanach* a aujourd'hui 683 pages; les calculs en ſont tirés de mes Ephémérides.

L'*almanach* de Paris, qui ſert de baſe à tous les autres pour les calculs du calendrier, eſt la *connoiſſance des tems*, que l'Académie des Sciences publie chaque année depuis 1679; ce fut M. Picard, célèbre aſtronome du dernier ſiécle, qui en fut le premier auteur; elle a été continuée ſucceſſivement par M. Lefebvre, M. Lieutaud, M. Godin, M. Maraldi, enſuite par moi, actuellement par M. Jeaurat; elle s'imprime chaque année à l'Imprimerie Royale à Paris. Mais le plus utile de tous les *almanachs* de ce genre, eſt celui qu'on a publié en Angleterre ſous le nom de *Nautical Almanac*. *Voyez* EPHÉMÉRIDE.

Depuis 1750 ou environ, l'uſage des *almanachs* s'eſt prodigieuſement multiplié: en France, on a vu ſur-tout avec plaiſir l'*almanach* des Beaux Arts, aujourd'hui la France Littéraire, celui des Spectacles, celui des Curioſités de Paris, l'*almanach*

Digitized by Google

de Gotha, rempli de faits intéreſſans pour la Phyſique & l'Hiſtoire; il y a des *almanachs* Géographiques, Militaires, des *almanachs* Chantans, *&c.* Toutes les connoiſſances utiles & les choſes d'agrément ont été miſes en *almanachs*, & je crois que cet uſage a contribué à répandre le goût de la littérature. (*D. L.*)

ALMERZAMONNAGIED, nom de l'étoile qui eſt à l'épaule orientale d'Orion.

ALMICANTARATS ou ALMUCANTARATHS, (*Aſtron.*): ce ſont de petits cercles parallèles à l'horizon; c'eſt-à-dire, dont tous les points ſont à la même hauteur au deſſus de l'horizon: on les appelle auſſi cercles de hauteur, parallèles de hauteur. Quand un aſtre a, par exemple, vingt degrés de hauteur, tous les points qui ſont à cette même hauteur, en faiſant le tour du Ciel, parallèlement à l'horizon, forment l'*Almicantarat* de l'aſtre dont il s'agit; ce mot eſt yemi, par corruption, du Grec & de l'Arabe; car du mot Grec, κέντρον, centre. Les Arabes ont fait Mokenter, ſuivant la manière de former les participes, & au pluriel Mokenterat, ce qui déſigne des cercles dont les centres ſont ſur une même ligne verticale. (*Coſtard, Hiſtory of Aſtronomy. 1767, page 18.*)

Les paſſages de deux étoiles connues par un même *Almicantarat*, peuvent faire connoître l'heure qu'il eſt: ſi l'on a ces paſſages par deux *Almicantarats*, on peut trouver la hauteur du pôle, & la déclinaiſon de deux étoiles. F. C. Mayer a réſolu ce problème dans les mémoires de Pétersbourg, & Maupertuis, dans ſon *Aſtronomie nautique*, de même que pluſieurs autres queſtions de cette eſpèce, mais qui ne ſont d'aucun uſage dans l'aſtronomie. (*D. L.*)

ALMUCANTARAT. *Voyez* ALMICANTARAT.

ALMUCEDIE ou ALMUREDIN, nom de l'étoile ν à l'aile précédente de la vierge.

ALPHERAZ, nom Arabe de la belle étoile à l'aile de Pégaſe, marquée α & qu'on appelle auſſi *Markab*.

ALPHETA, *terme d'Aſtronomie*: c'eſt le nom d'une étoile fixe de la couronne ſeptentrionale, qu'on appelle autrement *lucida coronæ* ou *luiſante de la couronne*. *Voyez l'article* COURONNE (*O*).

ALPHONSINES, (*Aſtron.*): on appelle *Tables Alphonſines*, des tables aſtronomiques, rédigées ſous les ordres d'Alphonſe X, Roi de Caſtille, ſurnommé le Sage; il fut le premier qui voulut corriger les tables de Ptolomée: dès l'année 1240, & du vivant même de ſon père, il avoit attiré à Tolede les Aſtronomes les plus habiles de ſon tems, Chrétiens, Maures ou Juifs, dont les travaux procurèrent enfin les Tables *Alphonſines*, l'an 1252, la première année de ſon règne. On prétend qu'il employa ſur-tout Iſaac Hazan, (Riccioli Almag. *T.* 1. *page* 444); mais c'étoit une bien grande entrepriſe, & les connoiſſances de ce tems-là étoient inſuffiſantes; cependant ces tables ont été long-tems employées comme les meilleures que l'on eut, & la durée de l'année n'y eſt que de 28″ trop forte.

Alphonſe mourut en 1284; ſes tables furent imprimées, pour la première fois, en 1483, à Veniſe, par Radtolt, qui excelloit dans l'Imprimerie vers ce tems-là: cette édition comprend 24 feuillets; elle eſt extrêmement rare; il y a d'autres éditions de 1492, 1521, 1545, *&c.* (Weidler, *Hiſt. Aſtron. page* 280). (*M. DE LA LANDE.*)

ALRAMECH ou ARAMECH, nom de la belle étoile du bouvier *Arcturus*.

ALRUCCABAH, nom de l'étoile polaire.

ALTAIR, ATAIR, ou ALCAIR, nom de la belle étoile de l'aigle.

ALTERNATION, ſ. f. ſe dit quelquefois pour exprimer le changement d'ordre qu'on peut donner à pluſieurs choſes ou à pluſieurs perſonnes, en les plaçant ſucceſſivement les unes auprès des autres, ou les unes après les autres. Ainſi trois lettres *a*, *b*, *c*, peuvent ſubir une *alternation* en ſix façons différentes; *abc*, *acb*, *bac*, *bca*, *cba*, *cab*.

L'*alternation* eſt une des différentes eſpèces de combinaiſons. *Voyez* COMBINAISON. En voici la règle: pour trouver toutes les *alternations* poſſibles d'un nombre de choſes donné, par exemple, de cinq choſes, (comme de cinq lettres, de cinq perſonnes, *&c.*) prenez tous les nombres depuis l'unité juſqu'à cinq, & multipliez-les ſucceſſivement les uns par les autres, 1 par 2, puis par 3, puis par 4, puis par 5; le produit 120 ſera le nombre d'*alternations* cherché.

La raiſon de cette pratique eſt bien ſimple. Prenons, par exemple, deux lettres *a* & *b*, il eſt évident qu'il n'y a que deux *alternations* poſſibles, *ab*; *ba*; prenons une troiſième lettre *c*, il eſt évident que cette troiſième lettre peut être diſpoſée de trois manières différentes dans chacune des deux *alternations* précédentes; ſavoir, ou à la tête, ou au milieu, ou à la fin. Voilà donc pour trois lettres deux fois trois *alternations* ou ſix. Prenons une quatrième lettre, elle pourra de même occuper quatre places différentes dans chacune des ſix *alternations* de trois lettres, ce qui fait ſix fois 4 ou 24; de même cinq lettres feront 24 fois 5 ou 120, & ainſi de ſuite (*O*).

ALTERNE, adj. (*Géom.*). Lorſque deux droites *parallèles A B*, *E F*, (*géom. fig.* 9) ſont coupées par une droite quelconque *K L*, cette ſeconde forme, avec les parallèles, des *angles* intérieurs & extérieurs, que l'on appelle *alternes*, quand on les prend, en ſens contraire, deux à deux au dedans des parallèles, ou deux à deux, au dehors des parallèles. Ainſi les deux angles *B D H*, *E H D* ſe nomment *alternes internes*; de même les deux angles *A D H*, *F H D* ſont *alternes internes*. Les deux angles *A D L*, *F H K* ſont *alternes externes*; & de même les deux angles *B D L*, *F H K* ſont *alternes externes*. *Voyez* PARALLÈLE.

Si l'on a une proportion géométrique quelconque, $A : B :: C : D$, & qu'on faſſe changer de place aux deux termes moyens, on aura la proportion $A : C :: B : D$,

$A : C :: B : D$, qu'on appelle *proportion alterne*, relativement à la première. *Voyez* PROPORTION.

ALTIMETRIE, ſ. f. (*Géom.*): art de meſurer les hauteurs acceſſibles ou inacceſſibles; c'eſt une partie de la Géométrie pratique, ou de la Trigonométrie.

AMASSER, v. act. *en Hydraulique.* Pour *amaſſer* des eaux, il faut examiner ſi la ſource eſt découverte & peu profonde, ſi elle n'eſt point apparente, ou ſi elle eſt enfoncée dans les terres: on agira différemment ſuivant ces trois cas.

Lorſque la ſource eſt découverte, vous creuſez ſeulement pour l'*amaſſer*, un trou quarré, dont vous tirez les terres doucement, que vous ſoutiendrez par des pierres ſèches. Dans l'endroit de l'écoulement, vous creuſez une rigole dans les terres, ou une pierrée bâtie de blocailles ou pierres sèches, que vous couvrez de terre, à meſure que vous marchez. Si la ſource n'eſt pas apparente, on fera pluſieurs puits éloignés de trente à quarante pas, & joints par des tranchées, qui ramaſſeront toutes les eaux. Dans le cas où la ſource eſt enfoncée plus avant dans la terre, vous creuſerez juſqu'à l'eau un paſſage, en forme de voûte par-deſſous les terres, que vous retiendrez avec des planches & des étreſſillons. Lorſque vous aurez conſtruit pluſieurs de ces voûtes & des pierrées de communication, vous les conduirez dans une grande tranchée de recherche, dont les berges ſeront coupées en talus des deux côtés, en pratiquant des rameaux à droite & à gauche, en forme de pattes d'oie, pour ramaſſer le plus d'eau que vous pourrez. Toutes ces pierrées, tranchées & rameaux ſe rendront par une petite pente douce, dans une ſeule & grande pierrée, qui portera l'eau dans le regard de priſe, ou dans le réſervoir.

On pratique depuis ce regard de 50 toiſes en 50 toiſes, des puiſarts ou puits maçonnés, pour examiner ſi l'eau y coule, & en connoître la quantité. On marque le chemin de l'eau par des bornes, afin d'empêcher les plantations d'arbres dont les racines perceroient les tranchées, & feroient perdre les eaux (*K*).

AMBEZAS, ſe dit au *tricrac* de deux as qu'on amène en jouant les dés. *Voyez* AS, RAFLE & TRICTRAC.

AMBIGÈNE, adj. (*Géom.*): c'eſt le nom qu'on donne à une eſpèce d'*hyperbole*, qui a une de ſes branches infinies inſcrite, l'autre circonſcrite à ſon aſymptote. Telle eſt (*Pl. analy. fig. 38*) la *courbe BCED*, dont une branche *CB* eſt inſcrite à l'aſymtote *AG*, c'eſt-à-dire, tombe au-dedans; & l'autre branche *CED*, eſt circonſcrite à l'aſymptote *AF*, c'eſt-à-dire, tombe au dehors de cette aſymptote. Newton paroît être le premier qui ſe ſoit ſervi de ce terme, pour déſigner certaines courbes hyperboliques du troiſième ordre. (*O*).

AMBLYGONE, adj. (*Géom.*): on appelle triangle *amblygone*, ou plus ordinairement *triangle obtuſangle*, un triangle qui a un angle obtus. *Voyez* TRIANGLE & ANGLE.

AMIABLES, (*Arith.*): on entend par nombres *amiables*, ceux qui ſont réciproquement égaux à la ſomme totale des parties aliquotes l'un de l'autre: tels ſont les nombres 284 & 220; car les parties aliquotes du premier ſont 1, 2, 4, 71, 142, dont la ſomme eſt 220; & les parties aliquotes du ſecond ſont 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, dont la ſomme eſt 284. *Voyez* NOMBRE (*O*).

AMIS & ENNEMIS, *terme d'Aſtrologie*, par lequel on exprimoit autrefois la correſpondance des arcs qui indiquoient du bonheur ou du malheur: les ſignes amis, par exemple, étoient ceux qui employoient le même tems à s'élever dans le mouvement diurne de la ſphère; mais ceux qui ſont dans la partie d'été, commandent à ceux qui ſont dans la partie d'hiver; ceux qui ſont éloignés de 30 degrés ou de 150 ſont ennemis. *Voyez* le livre *de judeïis*, attribué à Ptolomée. (*D. L.*)

AMPHISCIENS, *terme d'Aſtronomie ou de Géographie*, par lequel on exprime les peuples qui voyent leurs ombres à midi, quelquefois vers un des poles, & quelquefois vers l'autre. Lucain obſerve avec raiſon, que dans la Zone tempérée boréale, on a toujours l'ombre à droite ou au nord, en regardant le couchant: au lieu qu'on a dans certains tems les ombres vers le midi, c'eſt-à-dire à gauche, en regardant le couchant, dès qu'on eſt dans la Zone Toride.

Ignotum vobis, Arabes, veniſſis in orbem;
Umbras mirati nemorum non ire ſiniſtras.
Pharſ. III. 247.

Il nous apprend auſſi qu'à Syene, ville d'Egypte, ſituée ſous le Tropique, l'ombre du ſoleil diſparoiſſoit à midi le jour du ſolſtice, & ne s'étendoit ni à droite, ni à gauche.

Umbras uſquàm flectente Syene. I. 587.

Les diverſes ſituations des ombres à midi, ont produit une ſubdiviſion géographique des habitans de la terre en Hétéroſciens, Periſciens, *Amphiſciens* ou *Aſciens*. Les Hétéroſciens ſont ceux dont les ombres méridiennes ſont toujours tournées du côté du même pole; tels ſont les habitans des Zones tempérées: ainſi, dans nos régions, l'ombre verticale ſe dirige toujours à midi vers le nord, parce qu'elle eſt toujours oppoſée au ſoleil qui eſt du côté du midi. Les Periſciens ſont ceux dont les ombres tournent en 24 heures, vers tous les points de l'horizon: ce ſont les habitans des Zones froides, pour qui le ſoleil ne ſe couche pas pendant un certain tems de l'année; lorſqu'il eſt du côté du midi, les ombres vont vers le nord; & lorſqu'il eſt du côté du nord, au-deſſous du pole, il rejette l'ombre vers le midi. Les *Amphiſciens* ſont ceux dont les ombres méridiennes ſont tantôt au nord, & tantôt au ſud; tels ſont les habitans de la Zone Torride: mais afin que cette définition comprît auſſi ceux qui habitoient ſous les Tropiques même, Varenius y ſubſtitue dans ſa Géographie, le mot Aſciens; cela veut dire ceux

pour qui l'ombre devient totalement nulle à un ou deux jours de l'année, le ſoleil étant alors au Zenit. On diviſa les Aſciens en deux parties : les *Aſciens-Amphiſciens*, pour qui l'ombre s'étend quelquefois vers le nord, & quelquefois vers le midi, & diſparoit deux fois l'année : les Aſciens-Hétéroſciens, dont les ombres ſont toujours du même côté, & diſparoiſſoient ſeulement une fois, c'eſt-à-dire le jour où le ſoleil arrive dans le Tropique, ſous lequel ces peuples ſont ſitués ; ces différens mots ſont formés de ἀμφὶ, *umbra*, avec les prépoſitions relatives à chaque ſignification, comme Ἀμφὶ, *ex utraque parte*. (*D. L.*)

AMPHORA, (*Aſtronom.*) : ce nom qui eſt latin, ſe donne quelquefois à la conſtellation du Verſeau. *Voyez* VERSEAU (*O*).

AMPLIFICATION, *en optique*, ſignifie l'augmentation du diamètre d'un objet vu dans un téleſcope, ou dans une lunette. L'amplification linéaire dans une lunette aſtronomique ſimple à deux verres, eſt égale au nombre de fois que le foyer de l'objectif contient le foyer de l'oculaire ; par exemple, un objectif de ſix pieds de foyer, combiné avec un oculaire de 2 pouces, groſſira la largeur d'un objet 36 fois, parce que 2 pouces ſont contenus 36 fois dans 6 pieds.

Les lunettes dont les Aſtronomes ſe ſervent actuellement plus ſouvent, groſſiſſent 100 ou 150 fois au plus. Short avoit fait un téleſcope de 12 pieds qu'il prétendoit groſſir 1000 fois ; mais perſonne n'étoit parvenu au point de les faire groſſir 6000 fois, comme M. Herſchel, qui donne ce réſultat dans les tranſactions philoſophiques de 1782 ; l'uſage d'un pareil téleſcope eſt infiniment difficile : un aſtre n'emploie que trois ſecondes de tems à traverſer le champ de téleſcope ; & il faut une adreſſe ſingulière, pour pouvoir ſe ſervir d'une ſemblable machine.

Pour meſurer le groſſiſſement d'une lunette ordinaire, on regarde un objet des deux yeux à-la fois, ayant un œil au téleſcope, tandis que l'autre œil voit l'objet directement & ſimplement : alors les images qu'apperçoivent les deux yeux, ſont différentes ; & comme on les voit l'une à côté de l'autre, il eſt aiſé de voir combien la petite image eſt contenue dans la grande. On rend cette opération plus facile, en traçant des lignes ſur un objet éloigné, pour examiner combien l'un des intervalles vus dans le téleſcope, couvre d'intervalles vus à l'œil nud.

L'amplification ſe dit auſſi de l'augmentation que les corps lumineux paroiſſent avoir, quand ils ſont comparés à des corps obſcurs ; ainſi la lune, deux ou trois jours avant ou après ſa conjonction, ſe voit à la vérité toute entière, mais la partie qui eſt éclairée par le ſoleil, paroît excéder & déborder le reſte de la circonférence, qui n'eſt éclairée que par la réflexion de la lumière de la terre. *Voyez* LUMIÈRE CENDRÉE.

Les Aſtronomes ſoupçonnent que le ſoleil, même dans les meilleures lunettes, eſt ſujet à une eſpèce d'amplification de quelques ſecondes, ou environné d'une couronne d'aberration, qui augmente ſon véritable diſque : il m'a paru que cette quantité devoit être de 6 ou 7 ſecondes ſur le diamètre du ſoleil, vu dans une lunette de 18 pieds, à en juger par les paſſages de Vénus ſur le ſoleil, où cet effet doit diſparoître. (*M. DE LA LANDE*).

AMPLITUDE, (*Aſtron.*) : c'eſt l'arc de l'horizon, compté depuis le vrai point d'orient ou d'occident, juſqu'à celui où un aſtre paroît ſe lever ou ſe coucher : les navigateurs s'en ſervent pour trouver la déclinaiſon de l'aiguille aimantée, ou la variation du compas. Pour cet effet, on a publié long-tems dans le livre de la *connoiſſance des tems*, des tables où l'*amplitude* eſt marquée pour chaque degré de la terre, & pour les différens degrés de la déclinaiſon que les aſtres peuvent avoir : on y voit, par exemple, qu'à 50° de latitude géographique, un aſtre qui auroit 6° de déclinaiſon ſeptentrionale, ſe leveroit à 10° d'*amplitude* ; ſi le navigateur, au même inſtant, voit l'aiguille de ſa bouſſole à 80° du ſoleil levant, il ſera sûr qu'elle eſt véritablement dirigée vers le nord, ou qu'elle n'a point de variation ou de déclinaiſon ; mais ſi l'aiguille n'eſt qu'à 70° degrés du ſoleil levant, c'eſt une preuve qu'elle eſt à 80° du vrai point d'orient, au lieu d'être à 90 degrés, comme le vrai point du nord ; c'eſt-à-dire qu'elle varie de dix degrés à l'orient : l'*amplitude* magnétique eſt alors de 20 degrés du point de l'eſt, marqué par la bouſſole. *Voyez* AMPLITUDE *dans le dictionnaire de marine*.

Les navigateurs cherchent quelquefois l'*amplitude* par une ſimple opération géographique ; mais les Aſtronomes qui veulent tenir compte de la réfraction, ſe ſervent du triangle *PZS*, (*Aſtr. fig. 40.*) dans lequel on connoit trois côtés ; ſavoir, *PZ*, qui eſt le complément de la latitude, *PS* qui eſt la ſomme ou la différence de 90 degrés, & de la déclinaiſon vraie de l'aſtre au moment donné ; *ZS* qui eſt de 90 degrés & 33′ à cauſe de la réfraction moins la parallaxe du ſoleil ; & l'on cherche l'angle *Z* ou *PZS* de ce même triangle. La différence entre cet angle *Z* & 90 degrés, ſera l'*amplitude* cherchée.

L'*amplitude* diffère de l'azimut, premièrement, parce que l'azimut ſe compte depuis le point du midi ; c'eſt le ſupplément de l'angle *PZS*, qui eſt compté depuis le nord : ainſi l'azimut d'un aſtre qui ſe lève, eſt la ſomme ou la différence de 90 degrés & de l'*amplitude*. Secondement, le mot d'*amplitude* s'applique ſeulement à l'aſtre qui eſt dans l'horizon, au lieu que l'azimut ſe dit également d'un aſtre qui eſt élevé, & qu'on rapporte à l'horizon par le moyen d'un arc de cercle vertical, paſſant par le zenit de l'obſervateur, & par l'aſtre dont il s'agit. (*M. DE LA LANDE*).

AMPLITUDE, ſ. f. (*Géom.*) : on appelle *amplitude* d'un arc de *parabole*, la ligne horizontale, compriſe entre le point d'où l'on ſuppoſe qu'un arc ou portion de parabole commence, & le point

Digitized by Google

où cette portion ſe termine. Ce terme eſt principalement en uſage dans le jet des bombes; & l'*amplitude* de la parabole s'appelle alors *amplitude du jet. Voyez* PARABOLE & PROJECTILE.

AN, *voyez* ANNÉE. On dit l'an de grace, pour dire l'année de Jéſus-Chriſt ou de l'Ere vulgaire; l'*an* de Rome, *&c.*; mais le mot d'année eſt plus uſité.

Jour de l'an. Chez les Romains, le premier & le dernier jour de l'*an* étoient conſacrés à Janus; & c'eſt par cette raiſon qu'on le préſentoit avec deux viſages.

C'eſt de ce peuple que vient la cérémonie de ſouhaiter la bonne année; cérémonie qui paroit très-ancienne. Non-ſeulement les Romains ſe rendoient des viſites, & ſe faiſoient réciproquement des complimens avant la fin du premier jour: mais ils ſe préſentoient auſſi des étrennes, *ſtrenæ*, & offroient aux Dieux des vœux pour la conſervation les uns des autres. Lucien en parle comme d'une coutume très-ancienne, même de ſon tems, & il en rapporte l'origine à Numa.

Ovide fait alluſion à la même cérémonie au commencement de ſes faſtes.

Poſtera lux oritur, linguiſque animiſque favete;
Nunc dicenda bono ſunt bona verba die.

Et Pline dit plus expreſſément, L. XXVIII. c. v. *primum anni incipientis diem lætis precationibus invicem fauſtum ominantur.*

ANABIBAZON, ſ. m. *terme d'Aſtronomie*; c'eſt le nom qu'on donne à la queue du dragon, ou au nœud méridional de la lune; c'eſt-à-dire, à l'endroit où elle coupe l'écliptique, pour paſſer de la latitude ſeptentrionale à la méridionale. C'eſt le nœud deſcendant oppoſé au nœud aſcendant de la lune. *Voyez* NŒUD.

ANACAMPTIQUE, adj. m. (*Acouſtique*), ſignifie la même choſe que *réfléchiſſant*, & ſe dit ſingulièrement des échos, qu'on dit être des ſons réfléchis. *Voyez* RÉFLEXION, ECHO, SON.

Et par analogie, quelques-uns appellent auſſi *anacamptique*, la ſcience qui a pour objet les rayons réfléchis, & qu'on appelle autrement *catoptrique*. *Voyez* CATOPTRIQUE & PHONIQUE.

ANACLASTIQUE, ſ. m. (*Opt.*), eſt la partie de l'optique qui a pour objet les réfractions: c'eſt la même choſe que ce qu'on appelle autrement *dioptrique*. Car le mot d'*anaclaſtique* s'emploie rarement. *Voyez* DIOPTRIQUE.

Ce mot ſe prend auſſi adjectivement: *point anaclaſtique*, eſt le point où un rayon de lumière ſe rompt; c'eſt-à-dire, le point où il rencontre la ſurface rompante. *Voyez* RÉFRACTION. Ce mot eſt formé des mots Grecs, ἀνά, de rechef, & κλάζω, *frango*, je romps.

Courbes anaclaſtiques, eſt le nom que M. de Mairan a donné aux courbes apparentes que forme le fond d'un vaſe plein d'eau, pour un œil placé dans l'air; ou le plafond d'une chambre, pour un œil placé dans un baſſin plein d'eau, au milieu de cette chambre; ou la voûte du Ciel, vue par réfraction, à travers l'atmoſphère. M. de Mairan détermine ces courbes d'après un principe d'optique adopté par pluſieurs Auteurs, & rejetté par d'autres, mais qu'on peut ne prendre, dans ſon mémoire, que pour un principe purement géométrique, auquel cas ſes recherches conſerveront tout le mérite qu'elles ont à cet égard. Barrow à la fin de ſon *Optique*, détermine ces mêmes courbes par un autre principe. *Voyez* ce que c'eſt que le principe de M. de Mairan, & celui de Barow, à l'*article* APPARENT. *Mém. ac.* 1740. (*O*).

ANALEMMATIQUE, *voyez* CADRAN.

ANALEMME, (*Aſtron.*): L'*analemme* eſt un planiſphère ou une projection orthographique de la ſphère ſur le plan du méridien, l'œil étant ſuppoſé à une diſtance infinie, & dans le point oriental ou occidental de l'horizon, comme dans la figure 23, où l'équateur & l'horizon ſont repréſentés par des lignes droites; ſi cette projection eſt faite ſur l'écolure des ſolſtices, l'ecliptique y ſera auſſi une ligne droite: c'eſt ainſi que l'*analemme* eſt exprimé dans Ozanam, Bion, *&c. V.* PLANISPHÈRE, PROJECTION. *Analemme* vient du verbe grec ἀναλαμβάνω, qui ſignifie hauteur, parce qu'il ſert à trouver quelle eſt la hauteur du ſoleil, à une heure quelconque, par une opération graphique. L'*analemme* donne auſſi le tems du lever & du coucher du ſoleil, pour un jour & pour une latitude quelconque, & l'heure du jour quand on connoît la hauteur. En effet, ſoit *P* le pole, *fig. aſtron.* 186, *QV* l'équateur, *QH* un arc égal à la déclinaiſon du ſoleil *HG* le rayon du parallèle diurne du ſoleil *HDE*; *IA* égal au ſinus de la hauteur du ſoleil; la perpendiculaire *AD* marquera ſur le point *D* du parallèle, un arc *DH* égal à l'angle horaire du ſoleil, ou ſa diſtance au méridien; & cette diſtance étant convertie en tems, ſera connoître l'heure qu'il eſt. *Voyez* PROJECTION, ASTROLABE.

L'inſtrument appellé *Trigone des ſignes*, s'appelle auſſi quelquefois *analemme*. *Voyez* TRIGONE DES SIGNES, CADRAN.

ANALYSE, ſ. f. eſt proprement la méthode de réſoudre les problèmes mathématiques, en les réduiſant à des équations. *Voyez* PROBLÈME & EQUATION.

L'*analyſe*, pour réſoudre tous les problèmes, emploie le ſecours de l'algèbre, ou le calcul des grandeurs en général: auſſi ces deux mots, *analyſe*, *algèbre*, ſont ſouvent regardés comme ſynonymes.

L'*analyſe* eſt l'inſtrument ou le moyen général par lequel on a fait depuis près de deux ſiécles, dans les Mathématiques, de ſi belles découvertes. Elle fournit les exemples les plus parfaits de la manière dont on doit employer l'art du raiſonnement, donne à l'eſprit une merveilleuſe promptitude pour découvrir des choſes inconnues, au moyen d'un petit nombre de données; & en employant des ſignes abrégés & faciles pour exprimer

Digitized by Google

les idées, elle préſente à l'entendement des choſes, qui autrement ſembleroient être hors de la ſphère. Par ce moyen, les démonſtrations géométriques peuvent être ſingulièrement abrégées : une longue ſuite d'argument, où l'eſprit ne pourroit, ſans le dernier effort d'attention, découvrir la liaiſon des idées, eſt convertie en des ſignes ſenſibles, & les diverſes opérations qui y ſont requiſes, ſont effectuées par la combinaiſon de ces ſignes. Mais ce qui eſt encore plus extraordinaire, c'eſt que, par le moyen de cet art, un grand nombre de vérités ſont ſouvent exprimées par une ſeule ligne; au lieu que, ſi on ſuivoit la manière ordinaire d'expliquer & de démontrer, ces vérités rempliroient des volumes entiers. Ainſi, par la ſeule étude d'une ligne de calcul, on peut apprendre en peu de tems des ſciences entières, qui autrement pourroient à peine être apprîſes en pluſieurs années. *Voy.* MATHÉMATIQUE, THÉORÈME, ALGÈBRE, *&c.*

L'*analyſe* eſt diviſée, par rapport à ſon objet, en *analyſe des quantités finies*, & *analyſe des quantités infinies.*

Analyſe des quantités finies, eſt ce que nous appellons autrement *Arithmétique ſpécieuſe* ou *Algèbre. Voyez* ALGÈBRE.

Analyſe des quantités infinies ou *des infinis*, appellée auſſi *la nouvelle Analyſe*, eſt celle qui calcule les rapports des quantités qu'on prend pour infinies, ou infiniment petites. Une de ſes principales branches eſt *la méthode des fluxions* ou *le calcul différentiel. V.* FLUXION, INFINIMENT PETIT, & DIFFÉRENTIEL.

Le grand avantage des mathématiciens modernes ſur les anciens, vient principalement de l'uſage qu'ils font de l'*analyſe*.

Les anciens auteurs d'*analyſe* ſont nommés par Pappus, dans la préface de ſon ſeptième livre des Collections Mathématiques; ſavoir, Euclide, en ſes *Data & Poriſmata*; Apollonius, *de Sectione Rationis*, & dans ſes *Coniques*; Ariſtæus, *de Locis ſolidis*; & Eratoſthenes, *de Medis proportionalibus.* Mais les anciens auteurs d'*Analyſe* étoient très-différens des modernes. *Voyez* ARITHMÉTIQUE.

L'algèbre appartient principalement à ceux-ci: on en peut voir l'hiſtoire, avec ſes divers auteurs, ſous l'*article* ALGÈBRE.

Les principaux auteurs ſur l'*Analyſe* des infinis, ſont Walis, dans ſon *Arithmétique des infinis*; Neuton, dans ſon *Analyſis per quantitatum ſeries, fluxiones & differentias*, & dans ſon excellent traité, qui a pour titre, *de Quadratură curvarum*: Leibnitz, *act. eruditor.* an. 1684. le marquis de l'Hôpital, en ſon *Analyſe des infiniment petits*, 1696. Carré, en ſa *méthode pour la meſure des ſurfaces, la dimenſion des ſolides*, &c. *par l'application du calcul integral*, 1700. G. Manfredi, dans ſon ouvrage *de conſtructione equationum differentialium primi gradûs*, 1707. Nic. Mercator, dans ſa *Logarithmotechnia*, 1668. Cheyne, dans ſa *Methodus fluxionum inverſa*, 1703. Craig, *Methodus figurarum lineis rectis & curvis comprehenſarum, quadraturas determinandi*, 1685, & *de quadraturis figurarum curvilinearum & locis*, &c. 1693. Dav. Gregory, dans ſon *Exercitatio geometrica, de dimenſione figurarum*, 1684, & Nieuwentijt, dans ſes *Conſiderationes circà analyſeos ad quantitates infinite parvas applicatæ, principia*, 1695.

L'*Analyſe* démontrée du P. Reynau de l'Oratoire, imprimée, pour la première fois, à Paris en 1708, en 2 volumes *in-4.°* eſt un livre auquel ceux qui veulent étudier cette ſcience, ne peuvent ſe diſpenſer d'avoir recours. Quoiqu'il s'y ſoit gliſſé quelques erreurs, c'eſt cependant juſqu'à préſent un des ouvrages les plus complets que nous ayons ſur l'*Analyſe*. Il ſeroit à ſouhaiter que quelque habile Géometre nous donnât ſur cette matière un traité encore plus exact & plus étendu à certains égards, & moins étendu à d'autres, que celui du P. Reynau. On pourroit abréger le premier volume, qui contient, ſur la théorie, des équations beaucoup de choſes aſſez inutiles, & augmenter ce qui concerne le calcul intégral, en ſe ſervant pour cela des différens ouvrages qui en ont été publiés, & des morceaux répandus dans les mémoires des Académies des Sciences de Paris, de Berlin, de Londres & de Pétersbourg, dans les actes de Leipſick, dans les ouvrages de MM. Bernoulli, Euler, Maclaurin, *&c. Voyez* CALCUL INTÉGRAL.

Cet article *analyſe* eſt deſtiné au commun des lecteurs, & c'eſt pour cela que nous l'avons fait aſſez court : on trouvera à l'*article* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE, un détail plus approfondi; & à l'*article* APPLICATION, on traitera de celle de l'*Analyſe* à la Géométrie. L'*article* ALGÈBRE contient l'hiſtoire de l'*Analyſe* (*O*).

§ ANALYSE, (*Mathématiques*). Le judicieux & profond écrivain, qui a compoſé l'*article* ANALYSE qui précède, s'eſt borné au ſens que les modernes donnent à ce mot; &, dans ce ſens, il a traité ce ſujet d'une manière digne de lui dans l'article cité, & dans les autres auxquels il renvoie. Cependant je ne crois pas inutile de dire quelque choſe de la méthode des anciens.

L'*analyſe*, dit *Pappus* dans la préface du ſeptième livre de ſes *Collections mathématiques*, eſt la méthode de parvenir, par des conſéquences néceſſaires depuis ce qu'on cherche, & qu'on regarde comme déjà trouvé, à une concluſion qui fourniſſe la réponſe à la queſtion propoſée, c'eſt-à-dire, à une propoſition connue, & miſe au nombre des principes.

Le but de l'*analyſe* eſt ou de découvrir la vérité, ou de trouver le moyen d'exécuter ce qu'on s'eſt propoſé. Conſidérée ſous le premier point de vue, l'*analyſe* s'appelle *théorétique*; elle ſuppoſe certaine la propoſition douteuſe, & en tire des conſéquences juſqu'à ce qu'elle parvienne à une concluſion manifeſtement vraie ou manifeſtement fauſſe. Dans

Digitized by Google

le premier cas, la propoſition priſe pour vraie, l'eſt réellement, & dans le ſecond cas, elle eſt fauſſe. Sous la ſeconde face, l'*analyſe* ſe nomme *problématique*; elle regarde comme fait ce qu'on doit faire, & tire de cette ſuppoſition des conſéquences juſqu'à ce qu'elle parvienne à une concluſion évidemment poſſible & exécutable, ou certainement impoſſible; dans le premier cas, le problême eſt poſſible; dans le ſecond, il eſt impoſſible; toujours il eſt réſolu, comme il eſt manifeſte.

Je me ſuis ſervi du mot *exécutable* pour rendre le συνθ des Grecs, parce que les anciens diſtinguoient, pour ce qui concerne les problêmes, ce que nous ſavons & pouvons exécuter de ce qui eſt poſſible en ſoi, mais que nous ne pouvons pas déterminer. Ainſi, la triſection de l'angle eſt poſſible en elle-même; elle eſt poſſible géométriquement, c'eſt-à-dire, par la ligne droite & le cercle: la quadrature indéfinie du cercle eſt poſſible en elle-même; mais nous ne la connoiſſons pas. Les anciens ne regardoient pas comme pleinement & géométriquement réſolu un problême qui étoit amené à la triſection de l'angle ou à la quadrature du cercle.

J'ai dit que la quadrature indéfinie du cercle eſt poſſible; j'ai voulu dire que l'impoſſibilité de trouver un eſpace terminé par des droites, & égal à la ſurface d'un ſegment de cercle quelconque, n'eſt pas démontrée. Au reſte, je ſais qu'il eſt démontré qu'on ne peut pas exprimer par nombres la vraie raiſon du diamètre à la circonférence. Ainſi, je regarde comme impoſſible la quadrature *arithmétique* du cercle, mais je crois très-poſſible la quadrature *géométrique*; nous en avons un exemple dans les *Lunules* d'Hippocrate. Revenons.

Les anciens n'avoient rien qui reſſemblât à notre calcul: ils pratiquoient leur *analyſe* à force de tête. Pour en diminuer la difficulté, ils avoient compoſé des livres qui contenoient la ſolution détaillée de quelques problêmes généraux, auxquels ils tâchoient de ramener les autres. La note de ces livres ſe trouve dans la première partie du préſent article. Ainſi, l'on regardoit comme réſolu un problême qui étoit réduit à celui de faire paſſer un cercle par deux points donnés, en ſorte qu'il touchât une droite donnée de poſition, parce que ce dernier problême étoit réſolu dans le traité *de Tactionibus* d'Appollonius.

Il ne nous reſte des écrits analytiques des anciens, que les *Data* d'Euclide, & le traité *de ſectione rationis* d'Apollonius. Nous devons ce dernier à l'étonnante patience & à la merveilleuſe ſagacité du célèbre Edmond Halley, qui le traduiſit de l'Arabe qu'il ignoroit. Feu M. Simſon, profeſſeur à Edinbourg, a fort bien reſtitué ces *lieux plans* d'Apollonius. Quelques autres traités ont été rétablis par d'autres auteurs, qui tous ſe ſont ſervis de l'algèbre, & ont fourni une tâche qui, de cette manière, n'étoit pas fort difficile. « Mais, dit » Halley, autre choſe eſt réſoudre en quelque façon » un problême, ce qu'ordinairement on peut exé» cuter de pluſieurs manières différentes; autre » choſe eſt le réſoudre par la méthode la plus élé» gante, en faiſant uſage de l'*analyſe* la plus courte » & la plus claire, & de la ſynthèſe ou conſtruction la plus convenable & la plus facile. » C'eſt ce que les anciens ont fait, *&c.* (*Verum perpendum eſt, aliud eſſe problema aliqualiter reſolutum dare, quod modis variis plerumque fieri poteſt, aliud methodo elegantiſſimâ idipſum efficere, analyſi breviſſimâ & ſimul perſpicuâ, ſyntheſi concinnâ & minimè operoſâ. Hoc veteres præſtiiſſe, argumento eſt* Apollonii *liber, quem in præſentarium tibi ſiſtimus.* Halley, *præf. ad Apoll. de ſect. rat. circa finem*).

Si nous en croyons cet homme illuſtre, qui certainement poſſédoit les calculs des modernes, la méthode des anciens diſpute à l'algèbre l'avantage de la facilité, & l'emporte de beaucoup ſur elle par l'évidence & l'élégance de ſes démonſtrations (*methodus hæc cum* algebra ſpecioſâ *facilitate contendit, evidentia verò & demonſtrationum elegantiâ eam longe ſuperare videtur.* Halley, *loc. cit. p. 4*). Je ne vais pas ſi loin. A mon avis, les découvertes étonnantes que les modernes ont faites dans la phyſique & dans les mathématiques, ſont uniquement dûes à leurs calculs. Pour s'élever au-deſſus des connoiſſances ordinaires, les anciens devoient péniblement entaſſer raiſonnement ſur raiſonnement, comme les géans entaſsèrent montagne ſur montagne pour eſcalader les cieux. Les modernes, comme Dédale, ſe ſont fait des ailes, avec leſquelles ils montent aiſément aux plus ſublimes régions auxquelles puiſſe s'élever l'entendement humain. Ceux qui ont perfectionné les calculs, & qui les perfectionnent journellement avec tant de peine & avec tant de ſagacité, méritent toute notre admiration & toute notre reconnoiſſance.

Les calculs ont deux avantages ſur la méthode des anciens. Ils ſoulagent infiniment l'attention par les ſymboles qu'ils emploient; & ils ne demandent que la connoiſſance d'un petit nombre de théorêmes pour réſoudre les problêmes les plus difficiles. Ils ſont pour les ſciences, ce que les métaux ſont pour le commerce; il repréſentent ſans embarras, & procurent ſans peine les vraies richeſſes. Il me ſemble cependant qu'on tireroit encore plus de parti des calculs, ſi l'on faiſoit plus d'uſage de quelques théorêmes que les anciens nous ont laiſſés. Tels ſont ſur-tout, à mon avis, ceux qui ſont contenus dans le livre des *Data* d'Euclide. Il ne renferme que quatre-vingt & quinze théorêmes, (Pappus, dans ſa préface, n'en compte que quatre-vingt-dix). De ces théorêmes, au moins quarante ſont connus au moindre géomètre. Il ſuffiroit de charger ſa mémoire de quarante ou quarante-cinq propoſitions de plus. Pour en voir l'utilité, conſidérons rapidement la nature de ces *Data*. Je tâcherai de me mettre à la portée de ceux même qui ne ſont pas géomètres.

Digitized by Google

Quand on commande, par exemple, une table à un menuiſier, ce n'eſt pas aſſez de dire qu'on veut une table; il faut fixer la matière, la figure, les dimenſions. Quand on propoſe un problème à un géomètre, il faut déterminer certaines choſes. Il ne ſuffit pas de dire qu'on veut un triangle; il faut déterminer ou la longueur de chaque côté de ce triangle, ou celle de deux côtés, & la grandeur de l'angle que ces deux côtés forment, ou la longueur d'un côté, & la grandeur des deux angles qui ſont ſur ce côté, *&c.*

Dans cet exemple, les côtés & les angles, en général toutes les choſes qui ſont déterminées par celui qui propoſe le problème, s'appellent des *données* ou des *data*, d'un mot latin que les géomètres François ont adopté. Je les appellerai des *données par convention.* Car chaque choſe qui eſt donnée de cette manière, eſt néceſſairement accompagnée d'autres données, qu'on ne découvre qu'avec quelque attention; par exemple, les trois côtés d'un triangle étant donnés de longueur, les angles, la ſurface du triangle, la perpendiculaire tirée du ſommet d'un angle ſur le côté oppoſé, *&c.* ſont auſſi donnés. C'eſt ainſi qu'ayant preſcrit au menuiſier la ſorte de bois & les dimenſions de ma table, je lui ai auſſi preſcrit le poids. J'appelle *données en conſéquence* les données de la ſeconde ſorte, pour les diſtinguer de celle de la première.

Euclide réduiſit, ſous certains chefs, tout ce qui peut être donné *par convention* en Géométrie, & fit voir les *données en conſéquence*, qui néceſſairement accompagnent chaque *donnée par convention.* C'eſt ce que contient ſon livre des *Data.* Les propoſitions qu'on y trouve ſervent d'abord à faire voir quelles conditions d'un problème ſont ſuperflues, parce qu'elles ſont néceſſairement renfermées dans les autres. En ſecond lieu, les mêmes propoſitions ſont utiles à réſoudre pluſieurs problèmes géométriques ſans peine & ſans calcul, & à ſimplifier le calcul néceſſaire à la ſolution de nombre d'autres.

Cet article n'eſt fait que pour les commençans; c'eſt pourquoi je donnerai un exemple ſimple & facile de la ſeconde utilité des *Data* d'Euclide, en réſolvant, par une ſeule propoſition de ce livre, les problèmes 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. de l'*Arithmétique univerſelle* de Newton. Quand je la commentai, je ne vis pas cette ſolution. Je n'avois pas aſſez préſens à l'eſprit les *data* que je n'avois lus que fort tard. Mon exemple doit engager les jeunes gens, qui ſe deſtinent aux mathématiques, à étudier ce livre de bonne heure, & à ſe le rendre familier.

La propoſition dont je fais uſage, eſt la 67 de ce traité. L'auteur la démontre en quatre manières différentes. Voici la troiſième avec un léger changement, néceſſaire pour faciliter la conſtruction des problèmes. La propoſition d'Euclide eſt:

Si un triangle a un angle donné, l'excès du quarré de la ſomme des deux côtés qui forment l'angle donné, ſur le quarré de la baſe, eſt au triangle en raiſon donnée.

Dans le triangle ABC (*Géom. fig. 106, 107, 108*), ſoit donné l'angle ABC; prolongez le côté AB, que pour épargner la multiplicité des cas & des figures, je ſuppoſe le plus grand des deux côtés qui forment l'angle donné; & prenez BD égale à BC; donc la droite AD eſt égale aux deux CB, BA enſemble. Du point C tirez ſur la droite AD la perpendiculaire CE.

Avant d'entamer la démonſtration, je remarquerai:

1.° Que, pour cette propoſition, j'ai fait trois figures: la première pour l'angle B aigu; la ſeconde pour l'angle B obtus; la troiſième pour le même angle droit, afin de démontrer tous les cas de cette propoſition importante.

2.° Que, comme cette propoſition ſe démontre par la comparaiſon des reſtangles & des quarrés, je me ſers des ſignes algébriques. Dans ces cas, le raiſonnement des anciens ne diffère du calcul des modernes, qu'en ce que le ſecond s'exprime d'une manière beaucoup plus courte que le premier. Les principales opérations de l'algèbre ſont démontrées dans le ſecond livre d'*Euclide*; & tout ce qu'on prouve par ce ſecond livre, eſt prouvé algébriquement, auſſi bien quand on ſe ſert des mots, que quand on ſe ſert des ſignes.

Démonſtration.

On ſait que $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + 2AB \times BD + \overline{BD}^2 = AB^2 + 2AB \times BC + \overline{BC}^2$, parce que l'on a fait BD égale à BC. On ſait auſſi que $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2 \pm 2AB \times BE$ (où il faut prendre le ſigne + pour la *fig. 106*, dans laquelle l'angle ABC eſt aigu; & le ſigne — pour la *fig. 107*, dans laquelle l'angle ABC eſt obtus); donc $\overline{AD}^2 = \overline{CA}^2 + 2AB(DB \pm BE)$, ou bien, $\overline{DA}^2 - \overline{AC}^2 = 2AB \times ED$, mais $2AB \times ED : 2AB \times EC = DE : EC$ & $2AB \times EC$ eſt égal à quatre fois la ſurface du triangle ABC: donc l'excès du quarré de la ſomme des deux côtés d'un triangle ſur le quarré du troiſième côté $(\overline{DA}^2 - \overline{AC}^2 = (AB + BC)^2 - AC)^2$ eſt à la ſurface du triangle ABC, comme DE à la quatrième partie de EC.

Cette raiſon eſt donnée lorſque l'angle ABC eſt donné, parce que, dans ce cas, l'angle ADC, qui en eſt la moitié, eſt auſſi donné; c'eſt pourquoi le triangle reſtangle CED eſt donné d'eſpèce, & la raiſon de DE à EC eſt donnée. C. Q. F. D.

J'ajoute qu'auſſi *l'excès du quarré de la baſe ſur le quarré de la différence des côtés qui forment l'angle donné, eſt au triangle en raiſon donnée.*

Prenez la partie BF égale au côté BC, & joignez la CF; donc AF eſt la différence des

côtés AB, BC. D'abord $\overline{AF}^2 + 2AB \times BF = \overline{AB}^2 + \overline{BF}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2 \pm 2AB \times BE$; donc $\overline{CA}^2 - \overline{AF}^2 = 2AB(FB \mp BE) = 2AB \times EF$; mais $2AB \times EF : 2AB \times EC = FE : EC$, & l'angle BFC, moitié de l'angle donné CBD, eſt donné; donc le triangle FEC, rectangle en E, eſt donné d'eſpèce; & la raiſon de FE à EC eſt donné, auſſi-bien que celle de FE, au quart de EC; & la dernière eſt la même que celle de l'excès du quarré de la baſe du triangle ſur le quarré de la différence des deux côtés qui forment l'angle donné, de $(CA)^2 - (AB - BC)^2$ à la ſurface du triangle; donc cette raiſon eſt donnée.

Cette démonſtration s'applique ſans peine à la *fig. 108.*

En termes trigonométriques, la première raiſon eſt celle de la cotangente de la moitié de l'angle donné au quart du rayon, & la ſeconde eſt celle de la tangente de la moitié de l'angle donné au quart du rayon. Parce que, ſi CE repréſente le rayon, ED repréſente la cotangente de l'angle CDE, moitié de l'angle donné CBA; mais FE repréſente la cotangente de l'angle EFC, moitié de CBD, ſupplément de l'angle donné.

Obſervez que l'angle DCF eſt droit, puiſque les angles CDF, DFC enſemble ſont un droit, étant la moitié des angles ABC, CBD qui enſemble valent deux droits. Ou bien parce que le demi-cercle décrit du centre B & de l'intervalle BD, paſſe par les points C & F, puiſque les droites BD, BC, BF ſont égales; donc $DE : EC = CE : EF$.

Nous avons vu que le premier excès eſt au quadruple de la ſurface du triangle, comme DE à EC; que le ſecond excès eſt au quadruple de la même ſurface, comme FE à EC; & que DE eſt à EC comme CE à EF. Il en réſulte que le quadruple de la ſurface d'un triangle eſt moyen proportionel entre l'excès du quarré de la ſomme de deux côtés ſur le quarré du troiſième côté, & l'excès du quarré du troiſième côté ſur le quarré de la différence des deux autres côtés. Nous montrerons dans la ſuite que ce corollaire renferme une propoſition trigonométrique importante, que les modernes démontrent d'une manière fort embarraſſée.

De cette propoſition réſulte auſſi que, ſi la raiſon de l'excès du quarré de la ſomme de deux côtés d'un triangle ſur le quarré du troiſième côté au triangle, ou celle de l'excès du quarré du troiſième côté ſur le quarré de la différence de deux côtés au même triangle eſt donnée, l'angle EDC, ou EFC, & par conſéquent l'angle ABC eſt donné.

C'eſt par cette propoſition qu'on réſout ſans peine les problèmes de *Neuton* rendus généraux. Ils ſe réduiſent à décrire un triangle, étant donnés:

1.° Un angle, le périmètre, & la perpendiculaire tirée de l'angle donné ſur le côté oppoſé. C'eſt le probl. IV de l'*Arithmétique univerſelle.*

2.° Un angle, le côté oppoſé à l'angle donné, & la ſomme des deux côtés qui forment l'angle donné & de la perpendiculaire tirée de l'angle donné ſur le côté oppoſé & donné. C'eſt le problème V.

3.° Un angle, la ſomme des côtés qui le forment, & la perpendiculaire tirée de l'angle donné ſur le côté oppoſé. C'eſt le probl. VI.

4.° Un angle, la ſomme des côtés qui le forment, & la ſomme de la baſe & de la perpendiculaire tirée de l'angle donné ſur le côté oppoſé. C'eſt le probl. VII.

5.° Un angle, la ſurface & le périmètre. C'eſt le problème VIII.

6.° La baſe, la perpendiculaire élevée ſur la baſe, & la ſomme des deux côtés. C'eſt le probl. IX.

7.° Un angle, la ſomme des côtés qui le forment & le côté oppoſé. C'eſt le probl. X.

1.° Soit donc $AB + BC + CA = a$; $CE = b$; $AB = x$; donc $BC + CA = a - x$, (juſqu'ici comme *Neuton*); $(BC + CA)^2 = a^2 - 2ax + x^2$; $(BC + CA)^2 - \overline{BA}^2 = a^2 - 2ax$; & $AB \times BC = bx$.

Mais, par la propoſition précédente, la raiſon de $a^2 - 2ax$ à $2bx$ eſt donnée. Soit donc $a^2 - 2ax : 2bx = e : b$; donc $a^2 - 2ax = 2ex$; $a^2 = 2ex + 2ax$; & $\frac{a^2}{2e+2a} = x$.

2.° Soit $AC + CB + CF = a$; $AB = b$; $CE = x$; par conſéquent $AC + CB = a - x$, comme dans *Neuton.* Mais $(AC + CB)^2 = a^2 - 2ax + x^2$; $(AC + CB)^2 - \overline{AB}^2 = a^2 - 2ax + x^2 - b^2$; $AB \times CE = bx$; & par la propoſition précedente, $a^2 - 2ax + x^2 - b^2 : 2bx = e : b$; donc $a^2 - 2ax + x^2 - 2b^2 = 2ex$; & $a^2 - b^2 = 2ax + 2ex - x^2$.

Ces deux concluſions s'accordent avec celles de *Neuton*, qui fait droit l'angle donné. Car, dans ce cas, la tangente de la moitié de l'angle droit eſt $= b$ dans ces deux problèmes.

3.° Soit $AC + CB = a$; $CE = b$; $AB = x$, comme *Neuton* dans la ſeconde ſolution. Ici $(AC + CB)^2 = a^2$; $(AC + CB)^2 - \overline{BE}^2 = a^2 - x^2$; $AB \times CE = bx$; & $a^2 - x^2 : 2bx = e : b$; par conſéquent $a^2 - x^2 = 2ex$, comme Neuton.

4.° Soit $AC + CB = a$; $AB + CE = b$; $AB = y$. Donc $(AC + CB)^2 - \overline{AB}^2 = a^2 - y^2$; $CE = b - y$; $CE \times AB = by - y^2$. Mais $a^2 - y^2 : 2by - 2y^2 = e : b$: donc $a^2 - y^2 = 2ey - \frac{2ey^2}{b}$.

Cette équation, quand l'angle eſt droit, & par conſéquent $e = b$, devient $a^2 = 2by - y^2$, équation

que Neuton auroit trouvé, ſi, au lieu d'exterminer y, il avoit exterminé x.

5.° Soit A l'angle donné, & $AB+CB+CA=a$; $AB\times CE=2b^2$; $BC=y$; donc $BA+AC=a-y$; $(BA+AC)^2=a^2-2ay+y^2$; $(BA+AC)^2-BC^2=a^2-2ay$; & $a^2-2ay:4b^2=e:b$; donc $a^2-2ay=4be$.

6.° Soit $CE=a$; $AB=2b$; $BC+CA=2e$; $BC-CA=2\zeta$; donc $(BC+CA)^2-AB^2=4e^2-4b^2$. La ſurface du triangle $=\frac{AB\times CE}{2}=ab$; $\overline{AB}^2-(BC-CA)^2=4b^2-4\zeta^2$. Mais par le théorème, $4e^2-4b^2:4ab=4ab:4b^2-4\zeta^2$; donc $\frac{a^2b^2}{e^2-b^2}=b^2-\zeta^2$; & $\zeta^2=b^2-\frac{a^2b^2}{e^2-b^2}$, comme Neuton.

7.° Enfin ſoit C l'angle donné; $AC+CB=2b$; $AB=a$; $CE=y$; $(AC+CB)^2-\overline{AB}^2=4b^2-a^2$; $AB\times CE=ay$; mais $4b^2-a^2:2ay=f:a$; donc $4b^2-a^2=2fy$.

Si, dans ce dernier problême, on avoit, comme Neuton, cherché la difference des côtés, on auroit trouvé la même équation que l'auteur. Car ſoit B l'angle donné; CE la perpendiculaire ſur AB; $BD=BC$; & $CA=a$; $AB+BC=2b$; $AB-BC=2x$. Il eſt clair que $(AB+BC)^2-\overline{CA}^2=4b^2-a^2$; & $\overline{CA}^2-(AB-BC)^2=a^2-4x^2$.

Or $4b^2-a^2$ eſt à quatre fois la ſurface du triangle en raiſon donnée de DE à EC. Soit $DE:EC=m:n$; donc quatre fois la ſurface du triangle eſt à $a^2-4x^2=$ comme m à n; donc $\frac{4b^2n-a^2n}{m}:a^2-4x^2=m:n$; & $\frac{4b^2n^2-a^2n^2}{m^2}=a^2-4x^2$; par conſéquent $x^2=\frac{a^2(m^2+n^2)-4b^2n^2}{4m^2}$.

Newton a fait $CB:BE=d:e$; & il a trouvé $x^2=\frac{n^2d-2b^2(d-e)}{2d+2e}$.

Cette équation & la précédente ſont les mêmes. Car, ſuivant notre auteur, $CB:BE=d:e$; donc $\overline{CB}^2:\overline{BE}^2=d^2:e^2$; & $\overline{CB}^2-\overline{BE}^2(CE)^2:\overline{BE}^2=d^2-e^2:e^2$, & auſſi $CB+BE(DE):EB=d+e:e$; & $\overline{BE}^2:\overline{ED}^2=e^2:(d+e)^2$; donc *ex æquo*, $CE^2:\overline{ED}^2=d^2-e^2:(d+e)^2=d-e:d+e$.

Nous avons fait $CE:ED=n:m$, c'eſt-à-dire, $\overline{CE}^2:\overline{ED}^2:=n^2:m^2$; c'eſt pourquoi $d=e:d+e=n^2:m^2$; & *componendo*, $2d:d+e=n^2+m^2:\frac{m^2}{2}$; ou $\frac{d-e}{d+e}=\frac{n^2}{m^2}$, & $\frac{2d}{d+e}=\frac{m^2+n^2}{m^2}$.

Donc $\frac{a^2(m^2+n^2)}{4m^2}-\frac{a^2d}{2d+2e}$; & $-\frac{b^2n^2}{m^2}=-\frac{2b^2(d-e)}{d+e}=\frac{2b^2(d-e)}{2d+2e}$, qui eſt préciſément l'équation de Neuton.

J'ai un peu étendu ces ſolutions en faveur des commençans, à qui cet article eſt deſtiné. Cependant je ne m'arrêterai pas à réſoudre les mêmes problêmes, en ſuppoſant données les différences au lieu des ſommes, *&c.* Je finirai en montrant, comme je l'ai promis, que le théorême fondamental de cet article renferme celui qu'on donne pour trouver la ſurface d'un triangle par les côtés; voici la règle. Prenez la moitié du périmètre du triangle, ce ſera la première quantité. De cette moitié de périmètre, ôtez ſucceſſivement les trois côtés du triangle, vous aurez trois autres quantités qui, avec la première, feront quatre quantités; tirez la racine quarrée du produit de ces quatre quantités, vous aurez la ſurface du triangle. Nous avons montré que quatre fois la ſurface d'un triangle eſt moyenne proportionnelle entre l'excès du quarré de la ſomme de deux côtés ſur le quarré de la baſe; & entre l'excès du quarré de la baſe ſur le quarré de la différence des côtés. Mais, par la cinquième propoſition du *II livre* d'Euclide, la différence de deux quarrés eſt égale à un rectangle, dont un côté eſt la ſomme, & l'autre eſt la différence des côtés des quarrés: donc les deux côtés du premier excès ſont l'un, le périmètre du triangle, & l'autre l'excès de la ſomme des deux côtés ſur la baſe; & les deux côtés de l'autre ſont l'un la ſomme de la baſe & de la différence des deux côtés, & l'autre l'excès de la baſe ſur la même différence, & prenant le quart des rectangles, ou la moitié de chacun des quatre facteurs, *&c.* (*J. D. C.*)

ANALYSTE, ſ. m. *en Mathématique*, ſe dit d'une perſonne verſée dans l'*analyſe* mathématique. *Voyez* ANALYSE.

ANALYTIQUE, adj. (*Math.*), qui appartient à l'*analyſe*, ou qui eſt de la nature de l'*analyſe*, ou qui ſe fait par la voie de l'*analyſe*. *V.* ANALYSE. Ainſi l'on dit *équation analytique*, *démonſtration analytique*, *recherches analytiques*, *table analytique*, *calcul analytique*, &c. *Voyez* MÉTHODE.

La *méthode analytique* eſt oppoſée à la *ſynthétique*. Dans la Philoſophie naturelle, auſſi bien que dans les Mathématiques, il faut commencer à applanir les difficultés par la *méthode analytique*, avant que d'en venir à la méthode ſynthétique. Or cette analyſe conſiſte à faire des expériences & des obſervations, à en tirer des conſéquences générales par la voie de l'induction, & ne point admettre d'objections contre ces conſéquences, que celles qui naiſſent des expériences ou d'autres vérités conſtantes. Et quand même les raiſonnemens qu'on fait ſur les expériences par la voie de l'induction, ne ſeroient pas des démonſtrations des conſéquences générales qu'on a tirées, c'eſt du moins la meilleure méthode de raiſonner ſur ces ſortes d'objets; le raiſonnement

raiſonnement ſera d'autant plus fort, que l'induction ſera plus générale. S'il ne ſe préſente point de phénomènes, qui fourniſſent d'exception, on peut tirer la conſéquence générale. Par cette voie *analytique*, on peut procéder des ſubſtances compoſées à leurs élémens, des mouvemens aux forces qui les produiſent, & en général des effets à leurs cauſes, & des cauſes particulières à de plus générales, juſqu'à ce que l'on ſoit parvenu à celle qui eſt la plus grande de toutes. Voilà ce que c'eſt que la méthode *analytique*, dit M. Neuton.

La méthode ſynthétique conſiſte à prendre comme principes, les cauſes déjà connues & conſtatées; à les faire ſervir à l'explication des phénomènes qui en proviennent, & à juſtifier cette explication par des preuves. *Voyez* SYNTHÈSE.

Méthode analytique, en Géométrie, eſt la méthode de réſoudre les problêmes, & de démontrer les théorêmes de Géométrie, en y employant l'analyſe ou l'algèbre. *Voyez* ALGÈBRE, ANALYSE & APPLICATION.

Cette méthode eſt oppoſée à la méthode appellée *ſynthétique*, qui démontre les théorêmes, & réſout les problêmes, en ſe ſervant des lignes mêmes qui compoſent les figures, ſans repréſenter ces lignes par des noms algébriques. La méthode ſynthétique étoit celle des anciens; l'*analytique* eſt dûe aux modernes. *Voyez les articles cités ci-deſſus; voyez auſſi* SYNTHÈSE (*O*).

ANAMORPHOSE, ſ. f. *en perſpective & en peinture*, ſe dit d'une projection monſtrueuſe, ou d'une repréſentation défigurée de quelque image, qui eſt faite ſur un plan ou ſur une ſurface courbe, & qui néanmoins, à un certain point de vue, paroît réguliere & faite avec de juſtes proportions. *Voyez* PROJECTION.

Pour faire une *anamorphoſe*, ou une projection monſtrueuſe ſur un plan, tracez le quarré *ABCD*, (*pl. de perſpective, fig. 19, n.° 1.*) d'une grandeur à volonté, & ſubdiviſez-le en aréoles ou en petits quarrés. Dans ce quarré ou cette eſpèce de réſeau que l'on appelle *prototype cràticulaire*, tracez au naturel l'image dont l'apparence doit être monſtrueuſe: tirez enſuite la ligne *a b*, (*fig. 19, n.° 2.*) égale à *A B*, & diviſez-la dans le même nombre de parties égales que le côté du prototype *A D*: au point du milieu *E*, élevez la perpendiculaire *E V*, & menez *V S* perpendiculaire à *E V*, en faiſant la ligne *EV* d'autant plus longue, & la ligne *VS* d'autant plus courte, que vous avez deſſein d'avoir une image plus difforme. De chaque point de diviſion, tirez au point *V* des lignes droites, & joignez les points *b*, *S*, par la ligne droite *b*, *S*. Par les points *c*, *e*, *f*, *g*, &c., tirez des lignes droites parallèles à *a b*: alors *a b c d* ſera l'eſpace où l'on doit tracer la projection monſtrueuſe; & c'eſt ce que l'on appelle *l'eclype craticulaire*.

Enfin dans chaque aréole ou petit trapèze de l'eſpace *a b c d*, deſſinez ce que vous voyez tracé dans l'aréole correſpondante du quarré *A B C D*; par ce moyen vous aurez une image difforme, qui paroîtra néanmoins dans ſes juſtes proportions, ſi l'œil eſt placé de maniére qu'il en ſoit éloigné de la longueur *E V*, & élevé au deſſus, à la hauteur de *V S*.

Le ſpectacle ſera beaucoup plus agréable, ſi l'image défigurée ne repréſente pas un pur chaos, mais quelqu'autre apparence: ainſi, l'on a vu une riviére avec des ſoldats, des chariots, *&c.*, marchant ſur l'une de ſes rives, repréſentée avec un tel artifice, que quand elle étoit regardée au point *S*, il ſembloit que ce fût le viſage d'un ſatyre: mais on ne peut donner facilement des règles pour cette partie, qui dépend principalement de l'induſtrie & de l'adreſſe de l'artiſte.

On peut auſſi faire méchaniquement une *anamorphoſe* de la maniére ſuivante: on percera de part en part le prototype à coups d'aiguille, dans ſon contour & dans pluſieurs autres points; enſuite on l'expoſera à la lumiére d'une bougie ou d'une lampe, & on marquera bien exactement les endroits où tombent ſur un plan, ou ſur une ſurface courbe, les rayons qui paſſent à travers ces petits trous; car ils donneront les points correſpondans de l'image difforme, par le moyen deſquels on peut achever la déformation.

Faire une anamorphoſe ſur la ſurface convexe d'un cône. Il paroît aſſez par le problême précédent, qu'il ne s'agit que de faire un eclype craticulaire ſur la ſurface d'un cône qui paroiſſe égal au prototype craticulaire, l'œil étant placé à une diſtance convenable, au deſſus du ſommet du cône.

C'eſt pourquoi, ſoit la baſe *A B C D* du cône, (*fig. 20.*) diviſée par des diamètres en un nombre quelconque de parties égales; ou, ce qui revient au même, ſoit diviſée la circonférence de cette baſe, en tel nombre qu'on voudra de parties égales, & ſoient tirées par les points de diviſion des lignes droites au centre. Soit auſſi diviſé un rayon en quelques parties égales; par chaque point de diviſion, décrivez des cercles concentriques; par ce moyen vous aurez tracé le prototype craticulaire *A*. Avec le double du diamètre *A B*, comme rayon, décrivez le quart de cercle *E G* (*fig. 21.*), afin que l'arc *E G* ſoit égal à la circonférence entière, & pliez ce quart de cercle, de maniére qu'il forme la ſurface d'un cône, dont la baſe ſoit le cercle *A B C D*; diviſez l'arc *E G* dans le même nombre de parties égales que le prototype craticulaire eſt diviſé, & tirez des rayons de chacun des points de diviſion; prolongez *G F* en *I*, juſqu'à ce que *F I = F G*: du centre *I*, & du rayon *I F*, décrivez le quart de cercle *F K H*, & du point *I* au point *D*, tirez la droite *I E*; diviſez l'arc *K F* dans le même nombre de parties égales que le rayon du prototype craticulaire; & du centre *I* par chaque point de diviſion, tirez des rayons qui rencontrent *E F* aux points 1, 2, 3, *&c.*; enfin du centre *F*, & des rayons *F 1*, *F 2*, *F 3*; décrivez des arcs concentriques: de cette maniére

vous aurez l'eclype craticulaire, dont les aréoles paroîtront égales entr'elles.

Ainſi, en tranſportant dans les aréoles de l'eclype craticulaire, ce qui eſt deſſiné dans chaque aréole du prototype craticulaire, vous aurez une image monſtrueuſe, qui paroîtra néanmoins dans ſes juſtes proportions, ſi l'œil eſt élevé au deſſus du ſommet du cône, d'une quantité égale à la diſtance de ce ſommet à la baſe.

Si l'on tire dans le prototype craticulaire, les cordes des quarts de cercle, & dans l'eclype craticulaire, les cordes de chacun de ſes quarts, toutes choſes d'ailleurs reſtant les mêmes, on aura l'eclype craticulaire dans une pyramide quadrangulaire.

Il ſera donc aiſé de deſſiner une image monſtrueuſe ſur toute pyramide, dont la baſe eſt un polygone régulier quelconque.

Comme l'illuſion eſt plus parfaite, quand on ne peut pas juger, par les objets contigus, de la diſtance des parties de l'image monſtrueuſe, il eſt mieux de ne regarder ces ſortes d'images, que par un petit trou.

On voit à Paris, dans le cloître des Minimes de la Place Royale, deux *anamorphoſes* tracées ſur deux des côtés du cloître; l'une repréſente la Magdelène, l'autre, S. Jean écrivant ſon évangile. Elles ſont telles, que quand on les regarde directement, on ne voit qu'une eſpèce de payſage, & quand on les regarde d'un certain point de vue, elles repréſentent des figures humaines très-diſtinctes. Ces deux figures ſont l'ouvrage du P. Niceron, Minime, qui a fait ſur ce même ſujet un traité latin, intitulé: *Thaumaturgus opticus*, Optique miraculeuſe, dans lequel il traite de pluſieurs phénomènes curieux d'optique, & donne fort au long les méthodes de tracer ces ſortes d'*anamorphoſes* ſur des ſurfaces quelconques. Le P. Emmanuel Maignan, Minime, a auſſi traité cette même matière, dans un ouvrage latin, intitulé: *Perſpectiva horaria*, imprimé à Rome en 1648. *Voyez la propoſition 77 de la catoptrique horaire de ce dernier ouvrage, page 438.*

Comme les miroirs cylindriques, coniques & pyramidaux, ont la propriété de rendre difformes les objets qu'on leur expoſe, & que par conſequent ils peuvent faire paroître naturels des objets difformes; on donne auſſi dans l'optique, des moyens de tracer ſur le papier des objets difformes, qui étant vus par ces ſortes de miroirs, paroiſſent de leur figure naturelle.

Par exemple, ſi on veut tracer une image difforme, qui paroiſſe de ſa figure naturelle, étant vue dans un miroir cylindrique; on commencera, (*fig. 14, perſpect.*) par décrire un cercle HBC, égal à la baſe du cylindre; enſuite ſuppoſant que O ſoit le point où tombe la perpendiculaire menée de l'œil; on tirera les tangentes OC & OB, on joindra les points d'attouchement C & B par la droite CB; on diviſera cette ligne CB en tant de parties égales qu'on voudra, & par les points de diviſion, on tirera des lignes au point O; on ſuppoſera que les rayons OH, OI ſe réfléchiſſent en F & en G, enſuite (*fig. 15, perſpect.*) ſur une droite indéfinie MQ, on élevera la perpendiculaire MP égale à la hauteur de l'œil; on fera MQ égale à OH de la *fig. 14*, & au point Q, on élevera la perpendiculaire QR égale à CB, & diviſée en autant de parties que CB; par les points de diviſion, on tirera des lignes au point P, qui étant prolongées juſqu'à la ligne MN, donneront les points I, III, &c. & les diſtances QI, III, IIIII, &c. qu'il faudra tranſporter dans la *fig. 14* de I en I, de I en II, de II en III, &c. de cette manière, les points F, G de la *fig. 14*, répondront au point N ou IV de la *fig. 15*. Par ces points FG, & par le point K, tel que $KH = IG$, on tracera un arc de cercle juſqu'en S & en T, c'eſt-à-dire, juſqu'à la rencontre des tangentes, OS, OT, & on fera de même pour les points III, II, &c. enſuite on deſſinera une figure quelconque dans un quarré dont les côtés ſoient égaux à CB ou QR, & ſoient diviſés en autant de parties qu'on a diviſé ces lignes, en ſorte que le quarré dont il s'agit, ſoit partagé lui-même en autant de petits quarrés. On deſſinera après cela dans la figure $SFGT$, une image difforme, dont les parties ſoient ſituées dans les parties de cette figure correſpondante aux parties du quarré. Cette image étant approchée d'un miroir cylindrique, dont HBC ſoit la baſe, & l'œil étant élevé au deſſus du point O, à une hauteur égale à MP, on verra dans le miroir cylindrique, la figure naturelle qui avoit été tracée dans le petit quarré.

On a auſſi des méthodes aſſez ſemblables à la précédente, pour tracer des images difformes, qui ſoient rétablies dans leur figure naturelle, par des miroirs coniques ou pyramidaux. On peut voir une idée de ces méthodes dans la *Catoptrique* de M. Wolf. Nous nous bornerons ici à ce qui regarde nos miroirs cylindriques, comme étant les plus communs. On trouve dans les actes de Léipſick de 1712, la deſcription d'une machine *anamorphotique* de M. Jacques Léopold, par le moyen de laquelle on peut décrire méchaniquement & aſſez exactement des images difformes qui ſoient rétablies dans leur état naturel par des miroirs cylindriques ou coniques.

On fait auſſi dans la dioptrique des *anamorphoſes*. Elles conſiſtent en des figures difformes, qui ſont tracées ſur un papier, & qui paroiſſent dans leur état naturel, lorſqu'on les regarde à travers un verre polyèdre, c'eſt-à-dire, à pluſieurs faces. Et voici de quelle manière elles ſe font.

Sur une table horizontale $ABCD$, on élève à angles droits (*fig. 11, Perſp.*) une planche $AFED$; on pratique dans chacune de ces deux planches ou tables, deux couliſſes, telles que l'appui BHC puiſſe ſe mouvoir entre les couliſſes de la table horizontale, & qu'on puiſſe faire couler un papier entre les couliſſes de la planche verticale; on adapte à l'appui BHC un tuyau IK, garni

en *I* d'un verre polyèdre, plan convexe, compoſé de 24 plans triangulaires, diſpoſés à-peu-près ſuivant la courbure d'une parabole. Le tuyau eſt percé en *K* d'un petit trou, qui doit être un peu au-delà du foyer du verre; on éloigne l'appui *BHC* de la planche verticale, & on l'en éloigne d'autant plus que l'image difforme doit être plus grande.

On met au-devant du trou *K* une lampe; on marque avec du crayon les aréoles ou points lumineux que ſa lumière forme ſur la planche *ADEF*; & pour ne point ſe tromper en les marquant, il faut avoir ſoin de regarder par le trou ſi en effet ces aréoles ne forment qu'une ſeule image.

On tracera enſuite dans chacune de ces aréoles des parties d'un objet, qui, étant vue par le trou *K*, ne paroîtront former qu'un ſeul tout; & on aura ſoin de regarder par le trou *K*, en faiſant cette opération, pour voir ſi toutes ces parties forment en effet une ſeule image. A l'égard des eſpaces intermédiaires, on les remplira de tout ce qu'on voudra; & pour rendre le phénomène plus curieux, on aura ſoin même d'y tracer des choſes toutes différentes de celles qu'on doit voir par le trou; alors regardant par le trou *K*, on ne verra qu'une image diſtincte, fort différente de celle qui paroiſſoit ſur le papier à la vue ſimple.

On voit à Paris, dans la bibliothèque des Minimes de la place Royale, deux *anamorphoſes* de cette eſpèce, elles ſont l'ouvrage du P. Niceron, dont nous avons déjà parlé: & on trouve auſſi, dans le *tome IV des Mémoires de l'Académie Impériale de Peterſbourg*, la deſcription d'une *anamorphoſe* ſemblable, faite par M. Lutman, membre de cette Académie, en l'honneur de Pierre II, empereur de Ruſſie: cet auteur expoſe la méthode qu'il a ſuivie pour cela, & fait des remarques utiles ſur cette matière. *Voyez, ſur cet article, la* CATOPTRIQUE *& la* DIOPTRIQUE *de M. Wolf, déjà citées* (*O*).

ANCIENNE GÉOMÉTRIE peut s'entendre de deux manières; ou de la Géométrie des *anciens*, juſqu'à Deſcartes, dans laquelle on ne faiſoit aucun uſage du calcul analytique; ou de la Géométrie depuis Deſcartes juſqu'à l'invention des calculs différentiel & intégral. *Voyez* ALGÈBRE, DIFFÉRENTIEL, INTÉGRAL, *&c. Voyez auſſi* GÉOMÉTRIE (*O*).

ANDROIDE, ſ. m. (*Méchan.*), automate ayant figure humaine, & qui, par le moyen de certains reſſorts, *&c.* bien diſpoſés, agit & fait d'autres fonctions extérieurement ſemblables à celles de l'homme. *Voyez* AUTOMATE. Ce mot eſt compoſé du grec ἀνὴρ, génitif ἀνδρὸς, *homme*, & de εἶδος, *forme*.

Albert le Grand avoit, dit-on, fait un *androïde*. Nous en avons vu un à Paris en 1738, dans le *Flûteur automate* de M. Vaucanſon, de l'Académie Royale des Sciences.

L'auteur publia cette année 1738, un Mémoire approuvé avec éloge par la même Académie: il y fait la deſcription de ſon *Flûteur*; que tout Paris a été voir en foule. Nous inſérerons ici la plus grande partie de ce Mémoire, qui nous a paru digne d'être conſervé.

La figure eſt de cinq pieds & demi de hauteur environ, aſſiſe ſur un bout de rocher, placée ſur un piédeſtal quarré, de quatre pieds & demi de haut ſur trois pieds & demi de large.

A la face antérieure du piédeſtal (le panneau étant ouvert), on voit à la droite un mouvement, qui, à la faveur de pluſieurs roues, fait tourner en-deſſous un axe d'acier de deux pieds ſix pouces de long, coudé en ſix endroits dans ſa longueur par égale diſtance, mais en ſens différens. A chaque coude ſont attachés des cordons qui aboutiſſent à l'extrémité des panneaux ſupérieurs de ſix ſoufflets de deux pieds & demi de long ſur ſix pouces de large, rangés dans le fond du piédeſtal, où leur panneau inférieur eſt attaché à demeure; de ſorte que, l'axe tournant, les ſix ſoufflets ſe hauſſent & s'abaiſſent ſucceſſivement les uns après les autres.

A la face poſtérieure, au-deſſus de chaque ſoufflet, eſt une double poulie, dont les diamètres ſont inégaux; ſavoir, l'un de trois pouces, & l'autre d'un pouce & demi; & cela pour donner plus de levée aux ſoufflets, parce que les cordons, qui y ſont attachés, vont ſe rouler ſur le plus grand diamètre de la poulie, & ceux qui ſont attachés à l'axe qui les tire, ſe roulent ſur le petit.

Sur le grand diamètre de trois de ces poulies du côté droit, ſe roulent auſſi trois cordons, qui, par le moyen de pluſieurs petites poulies, aboutiſſent aux panneaux ſupérieurs de trois ſoufflets placés ſur le haut du bâti, à la face antérieure & ſupérieure.

La tenſion qui ſe fait à chaque cordon, lorſqu'il commence à tirer le panneau du ſoufflet où il eſt attaché, fait mouvoir un levier placé au-deſſus, entre l'axe & les doubles poulies, dans la région moyenne & inférieure du bâti. Ce levier, par différens renvois, aboutit à la ſoupape, qui ſe trouve au-deſſous du panneau inférieur de chaque ſoufflet, & la ſoutient levée, afin que l'air y entre ſans aucune réſiſtance, tandis que le panneau ſupérieur, en s'élevant, en augmente la capacité. Par ce moyen, outre la force que l'on gagne, on évite le bruit que fait ordinairement cette ſoupape, cauſé par le tremblement que l'air occaſionne en entrant dans le ſoufflet: ainſi, les neuf ſoufflets ſont mûs ſans ſecouſſe, ſans bruit, & avec peu de force.

Ces neuf ſoufflets communiquent leur vent dans trois tuyaux différens & ſéparés. Chaque tuyau reçoit celui de trois ſoufflets; les trois qui ſont dans le bas du bâti à droite par la face antérieure, communiquent leur vent à un tuyau qui règne en devant ſur le montant du bâti du même côté, & ces trois-là ſont chargés d'un poids de quatre livres,

les trois qui ſont à gauche dans le même rang, donnent leur vent dans un ſemblable tuyau, qui règne pareillement ſur le montant du bâti du même côté, & ne ſont chargés chacun que d'un poids de deux livres : les trois qui ſont ſur la partie ſupérieure du bâti, donnent auſſi leur vent à un tuyau qui régne horizontalement ſous eux & en devant ; ceux-ci ne ſont chargés que du poids de leur ſimple panneau.

Ces tuyaux, par différens coudes, aboutiſſent à trois petits réſervoirs placés dans la poitrine de la figure. Là, par leur réunion, ils en forment un ſeul, qui, montant par le goſier, vient par ſon élargiſſement former dans la bouche une cavité, terminée par deux eſpèces de petites lèvres qui poſent ſur le trou de la flûte ; ces lèvres donnent plus ou moins d'ouverture, & ont un mouvement particulier pour s'avancer & ſe reculer. En-dedans de cette cavité, eſt une petite languette mobile, qui, par ſon jeu, peut ouvrir & fermer au vent le paſſage que lui laiſſent les lèvres de la figure.

Voilà par quel moyen le vent a été conduit juſqu'à la flûte. Voici ceux qui ont ſervi à le modifier.

A la face antérieure du bâti à gauche, eſt un autre mouvement qui, à la faveur de ſon rouage, fait tourner un cylindre de deux pieds & demi de long ſur ſoixante-quatre pouces de circonférence. Ce cylindre eſt diviſé en quinze parties égales d'un pouce & demi de diſtance. A la face poſtérieure & ſupérieure du bâti, eſt un clavier traînant ſur ce cylindre, compoſé de quinze leviers très-mobiles, dont les extrémités du côté du dedans ſont armées d'un petit bec d'acier, qui répond à chaque diviſion du cylindre. A l'autre extremité de ces leviers, ſont attachés des fils & chaînes d'acier, qui répondent aux différens réſervoirs de vent, aux doigts, aux lèvres & à la langue de la figure. Ceux qui répondent aux différens reſervoirs de vent, ſont au nombre de trois, & leurs chaînes montent perpendiculairement derrière le dos de la figure juſque dans la poitrine, où ils ſont placés, & aboutiſſent à une ſoupape particulière à chaque réſervoir : cette ſoupape étant ouverte, laiſſe paſſer le vent dans le tuyau de communication qui monte, comme on l'a déjà dit, par le goſier dans la bouche. Les leviers qui répondent aux doigts ſont au nombre de ſept, & leurs chaînes montent auſſi perpendiculairement juſqu'aux épaules, & là ſe coudent pour s'inſérer dans l'avant-bras juſqu'au coude, où elles ſe plient encore pour aller le long du bras juſqu'au poignet ; elles y ſont terminées chacune par une charnière qui ſe joint à un tenon que forme le bout du levier contenu dans la main, imitant l'os que les anatomiſtes appellent l'os *du métacarpe*, & qui, comme lui, forme une charnière avec l'os de la première phalange, de façon que, la chaîne étant tirée, le doigt puiſſe ſe lever. Quatre de ces chaînes s'inſèrent dans le bras droit, pour faire mouvoir les quatre doigts de cette main, & trois dans le bras gauche pour trois doigts, n'y ayant que trois trous qui répondent à cette main. Chaque bout de doigt eſt garni de peau, pour imiter la moleſſe du doigt naturel, afin de pouvoir boucher le trou exactement. Les leviers du clavier qui répondent au mouvement de la bouche, ſont au nombre de quatre : les fils d'acier qui y ſont attachés forment des renvois, pour parvenir dans le milieu du rocher en dedans ; & là ils tiennent à des chaînes qui montent perpendiculairement & parallèlement à l'épine du dos dans le corps de la figure ; & qui, paſſant par le cou, viennent dans la bouche s'attacher aux parties, qui ſont faire quatre différens mouvemens aux lèvres intérieures : l'un fait ouvrir ces lèvres pour donner une plus grande iſſue au vent ; l'autre la diminue en les rapprochant ; le troiſième les fait retirer en arrière, & le quatrième les fait avancer ſur le bord du trou.

Il ne reſte plus ſur le clavier qu'un levier, où eſt pareillement attachée une chaîne qui monte ainſi que les autres, & vient aboutir à la languette qui ſe trouve dans la cavité de la bouche derrière les lèvres, pour en boucher le trou, comme on l'a dit ci-deſſus.

Ces quinze leviers répondent aux quinze diviſions du cylindre par les bouts où ſont attachés les becs d'acier, & à un pouce & demi de diſtance les uns des autres. Le cylindre venant à tourner, les lames de cuivre placées ſur ſes lignes diviſées, rencontrent les becs d'acier, & les ſoutiennent levés plus ou moins long-tems, ſuivant que les lames ſont plus ou moins longues : &, comme l'extrémité de tous ces becs forme entr'eux une ligne droite, parallèle à l'axe du cylindre, coupant à angle droit toutes les lignes de diviſion, toutes les fois qu'on placera à chaque ligne une lame, & que toutes leurs extrémités formeront entr'elles une ligne également droite, & parallèle à celle que forment les becs des leviers, chaque extrémité de lame (le cylindre retournant) touchera & ſoulevera dans le même inſtant chaque bout de levier ; & l'autre extrémité des lames formant également une ligne droite, chacune laiſſera échapper ſon levier dans le même tems. On conçoit aiſément par-là comment tous les leviers peuvent agir & concourir tous à-la-fois à une même opération, s'il eſt néceſſaire. Quand il n'eſt beſoin de faire agir que quelques leviers, on ne place des lames qu'aux diviſions où répondent ceux qu'on veut faire mouvoir : on en détermine même le tems, en les plaçant plus ou moins éloignées de la ligne que forment les becs : on fait ceſſer auſſi leur action plutôt ou plus tard, en les mettant plus ou moins longues.

L'extrémité de l'axe du cylindre du côté droit, eſt terminée par une vis ſans fin à ſimples filets, diſtans entr'eux d'une ligne & demie, & au nombre de douze, ce qui comprend en tout l'eſpace d'un

Digitized by Google

pouce & demi de longueur, égal à celui des diviſions du cylindre.

Au-deſſus de cette vis, eſt une pièce de cuivre immobile, ſolidement attachée au bâti, à laquelle tient un pivot d'acier d'une ligne environ de diamètre, qui tombe dans une canelure de la vis, & lui ſert d'écrou, de façon que le cylindre eſt obligé, en tournant, de ſuivre la même direction que les filets de la vis, contenus par le pivot d'acier, qui eſt fixe. Ainſi, chaque point du cylindre décrira continuellement en tournant une ligne ſpirale, & fera par conſéquent un mouvement progreſſif de droite à gauche.

C'eſt par ce moyen que chaque diviſion du cylindre, déterminée d'abord ſous chaque bout de levier, changera de point à chaque tour qu'il fera, puiſqu'il s'en éloignera d'une ligne & demie, qui eſt la diſtance qu'ont les filets de la vis entre eux.

Les bouts des leviers attachés au clavier reſtant donc immobiles, & les points du cylindre auxquels ils répondent d'abord, s'éloignant à chaque inſtant de la perpendiculaire, en formant une ligne ſpirale, qui, par le mouvement progreſſif du cylindre, eſt toujours dirigée au même point, c'eſt-à-dire, à chaque bout de levier, il s'enſuit que chaque bout de levier trouve à chaque inſtant des points nouveaux ſur les lames du cylindre, qui ne ſe répètent jamais, puiſqu'elles forment entr'elles des lignes ſpirales qui forment douze tours ſur le cylindre, avant que le premier point de diviſion vienne ſous un autre levier, que celui ſous lequel il a été déterminé en premier lieu.

C'eſt dans cet eſpace d'un pouce & demi qu'on place toutes les lames, qui forment elles-mêmes les lignes ſpirales, pour faire agir le levier ſous qui elles doivent toujours paſſer pendant les douze tours que fait le cylindre. A meſure qu'une ligne change pour ſon levier, toutes les autres changent pour le leur; ainſi, chaque levier a douze lignes de lames, de 64 pouces de diamètre, qui paſſent ſous lui, & qui ſont entr'elles une ligne de 768 pouces de long. C'eſt ſur cette ligne que ſont placées toutes les lames ſuffiſantes pour l'action du levier durant tout le jeu.

Il ne reſte plus qu'à faire voir comment tous ces différens mouvemens ont ſervi à produire l'effet qu'on s'eſt propoſé dans cet automate, en les comparant avec ceux d'une perſonne vivante.

Eſt-il queſtion de lui faire tirer du ſon de ſa flûte, & de former le premier ton, qui eſt le *ré* d'en bas? On commence d'abord à diſpoſer l'embouchure; pour cet effet, on place ſur le cylindre une lame deſſous le levier qui répond aux parties de la bouche, ſervant à augmenter l'ouverture que font les lèvres. Secondement, on place une lame ſous le levier, qui ſert à faire reculer ces mêmes lèvres. Troiſièmement, on place une lame ſous le levier, qui ouvre la ſoupape du réſervoir du vent qui vient des petits ſoufflets qui ne ſont point chargés. On place, en dernier lieu, une lame ſous le levier, qui fait mouvoir la languette pour donner le coup de langue; de façon que, ces lames venant à toucher dans le même tems les quatre leviers qui ſervent à produire les ſuſdites opérations, la flûte ſonnera le *ré* d'en bas.

Par l'action du levier qui ſert à augmenter l'ouverture des lèvres, on imite l'action de l'homme vivant, qui eſt obligé de l'augmenter dans les tons bas. Par le levier, qui ſert à faire reculer les lèvres, on imite l'action de l'homme, qui les éloigne du trou de la flûte, en la tournant en dehors. Par le levier qui donne le vent provenant des ſoufflets qui ne ſont chargés que de leur ſimple panneau, on imite le vent foible que l'homme donne alors, vent qui n'eſt pareillement pouſſé hors de ſon réſervoir, que par une légère compreſſion des muſcles de la poitrine. Par le levier qui ſert à faire mouvoir la languette, en débouchant le trou que forment les lèvres pour laiſſer paſſer le vent, on imite le mouvement que fait auſſi la langue de l'homme, en ſe retirant du trou pour donner paſſage au vent, & par ce moyen lui faire articuler une telle note. Il réſultera donc de ces quatre opérations différentes, qu'en donnant un vent foible, & le faiſant paſſer par une iſſue large dans toute la grandeur du trou de la flûte, ſon retour produira des vibrations lentes, qui ſeront obligées de ſe continuer dans toutes les particules du corps de la flûte, puiſque tous les trous ſe trouveront bouchés, & par conſéquent la flûte donnera un ton bas; c'eſt ce qui ſe trouve confirmé par l'expérience.

Veut-on lui faire donner le ton au-deſſus, ſavoir, le *mi?* aux quatre premières opérations pour le *ré*, on en ajoute une cinquième; on place la lame ſous le levier, qui fait lever le troiſième doigt de la main droite, pour déboucher le troiſième trou de flûte, & on fait approcher tant-ſoit-peu les lèvres du trou de la flûte, en baiſſant un peu la lame du cylindre qui tenoit le levier élevé pour la première note, ſavoir, le *ré*: ainſi, donnant plutôt aux vibrations une iſſue en débouchant le premier trou du bout, la flûte doit ſonner un ton au-deſſus; ce qui eſt auſſi confirmé par l'expérience.

Toutes ces opérations ſe continuent à-peu-près les mêmes dans les tons de la première octave, où le même vent ſuffit pour les former tous; c'eſt la différente ouverture des trous, par la levée des doigts, qui les caractériſe: on eſt ſeulement obligé de placer ſur le cylindre des lames ſous les leviers, qui doivent lever les doigts pour former tel ou tel ton.

Pour avoir les tons de la ſeconde octave, il faut changer l'embouchure de ſituation, c'eſt-à-dire, placer une lame deſſous le levier, qui contribue à faire avancer les lèvres au-delà du diamètre du trou de la flûte, & imiter par-là l'action de l'homme vivant, qui, en pareil cas, tourne la flûte un peu

Digitized by Google

en-dedans. Secondement, il faut placer une lame ſous le levier, qui, en faiſant rapprocher les deux lèvres, diminue leur ouverture : opération que fait pareillement l'homme quand il ſerre les lèvres pour donner une moindre iſſue au vent. Troiſièmement, il faut placer une lame ſous le levier qui fait ouvrir la ſoupape du réſervoir, qui contient le vent provenant des ſoufflets chargés du poids de deux livres : vent qui ſe trouve pouſſé avec plus de force, & ſemblable à celui que l'homme vivant pouſſe par une plus forte compreſſion des muſcles pectoraux. De plus, on place des lames ſous les leviers néceſſaires, pour faire lever les doigts qu'il faut. Il s'enſuivra de toutes ces différentes opérations, qu'un vent envoyé avec plus de force, & paſſant par une iſſue plus petite, redoublera de viteſſe & produira par conſéquent les vibrations doubles; & ce ſera l'*octave*.

A meſure qu'on monte dans les tons ſupérieurs de cette ſeconde octave, il faut de plus en plus ſerrer les lèvres, pour que le vent, dans un même tems, augmente de viteſſe.

Dans les tons de la troiſième octave, les mêmes leviers, qui vont à la bouche, agiſſent comme dans ceux de la ſeconde, avec cette différence que les lames ſont un peu plus élevées, ce qui fait que les lèvres vont tout-à-fait ſur le bord du trou de la flûte, & que le trou qu'elles ferment devient extrêmement petit. On ajoute ſeulement une lame ſous le levier qui fait ouvrir la ſoupape, pour donner le vent qui vient des ſoufflets les plus chargés, ſavoir, du poids de quatre livres; par conſéquent le vent pouſſé avec une plus forte compreſſion, & trouvant une iſſue encore plus petite, augmentera de viteſſe en raiſon triple : on aura donc *la triple octave*.

Il ſe trouve des tons dans toutes ces différentes octaves plus difficiles à rendre les uns que les autres; on eſt pour lors obligé de les ajuſter, en plaçant les lèvres ſur une plus grande ou plus petite corde du trou de la flûte, en donnant un vent plus ou moins fort, ce que fait l'homme dans les mêmes tons où il eſt obligé de ménager ſon vent, & de tourner la flûte plus ou moins en-dedans ou en-dehors.

On conçoit facilement que toutes les lames placées ſur le cylindre, ſont plus ou moins longues, ſuivant le tems que doit avoir chaque note, & ſuivant la différente ſituation où doivent ſe trouver les doigts pour les former; ce qu'on ne détaillera point ici, pour ne point donner à cet article trop d'étendue. On fera remarquer ſeulement que, dans les enflemens de ſon, il a fallu, pendant le tems de la même note, ſubſtituer imperceptiblement un vent foible à un vent fort, & à un plus fort un plus foible, & varier conjointement les mouvemens des levres, c'eſt-à-dire, les mettre dans leur ſituation propre pour chaque vent.

Lorſqu'il a fallu faire le doux, c'eſt-à-dire, imiter un écho, on a été obligé de faire avancer les lèvres ſur le bord du trou de la flûte, & envoyer un vent ſuffiſant pour former un tel ton, mais dont le retour, par une iſſue auſſi petite qu'eſt celle de ſon entrée dans la flûte, ne peut frapper qu'une petite quantité d'air extérieur; ce qui produit, comme on l'a dit ci-deſſus, ce qu'on appelle *écho*.

Les différens airs de lenteur & de mouvement ont été meſurés ſur le cylindre, par le moyen d'un levier, dont une extrémité, armée d'une pointe, pouvoit, lorſqu'on frappoit deſſus, marquer ce même cylindre. A l'autre bras du levier, étoit un reſſort qui faiſoit promptement relever la pointe. On lâchoit le mouvement qui faiſoit tourner le cylindre avec une viteſſe déterminée pour tous les airs : dans le même tems, une perſonne jouoit ſur la flûte l'air qu'on vouloit meſurer; un autre battoit la meſure ſur le bout du levier, qui pointoit le cylindre, & la diſtance qui ſe trouvoit entre les points étoit la vraie meſure des airs qu'on vouloit noter; on ſubdiviſoit enſuite les intervalles en autant de parties que la meſure avoit de tems. (*O*).

* Combien de fineſſe dans tout ce détail! Que de délicateſſe dans toutes les parties de ce méchaniſme! Si cet article, au lieu d'être l'expoſition d'une machine exécutée, étoit le projet d'une machine à faire, combien de gens ne le traiteroient-ils pas de chimère? Quant à moi, il me ſemble qu'il faut avoir bien de la pénétration & un grand fonds de méchanique, pour concevoir la poſſibilité du mouvement des lèvres de l'automate, de la ponctuation du cylindre, & d'une infinité d'autres particularités de cette deſcription. Si quelqu'un nous propoſe donc jamais une machine moins compliquée, telle que ſeroit celle d'un harmonomètre, ou d'un cylindre diviſé par des lignes droites & des cercles dont les intervalles marqueroient les meſures, & percé ſur ces intervalles de petits trous, dans leſquels on pourroit inſérer des pointes mobiles, qui, s'appliquant à diſcrétion ſur telles touches d'un clavier que l'on voudroit, exécuteroit telle pièce de Muſique qu'on deſireroit à une ou pluſieurs parties; alors gardons-nous bien d'accuſer cette machine d'être impoſſible, & celui qui la propoſe d'ignorer la Muſique; nous riſquerions de nous tromper lourdement ſur l'un & ſur l'autre cas. (*M. Diderot*).

ANDROMEDE, (*Aſtr.*) conſtellation boréale, ſituée au nord des poiſſons & du belier; on l'appelle quelquefois en latin, *Perſea*, *mulier catenata*, *virgo devota* : les Arabes peignent à ſa place un phoca, ou veau marin, enchaîné avec l'un des poiſſons. On rapporte cette conſtellation à l'hiſtoire d'*Andromède*, que ſon père Cephée fut obligé de ſacrifier à un monſtre marin, pour garantir ſon royaume de la peſte, & qui fut délivrée par Perſée. Cette conſtellation contient 63 étoiles dans le grand catalogue Britannique : voici les plus remarquables « à la tête d'*Andromède*; cette étoile eſt commune

Digitized by Google

auſſi à la conſtellation de Pegaſe, elle eſt appellée *umbilicus Pegaſi*. La ſeconde eſt l'étoile β à la ceinture d'*Andromède*, appellée *mirach* ou *mizar*; la troiſième γ eſt ſur le pied auſtral d'*Andromède*: elle s'appelle *alamack*, quelquefois *alhamec*. Le coucher d'*Andromède*, lorſque le ſoleil eſt dans le ſigne du Belier, a donné lieu au 9e travail d'Hercule, contre les Amazones (*Aſtr. IV*, 490).

ANELAR ou ANHELAR, nom de l'étoile α des Gemeaux, tête de Caſtor. (*M. DE LA LANDE*).

ANÉMOMÈTRE, ſ. m. (*Hyd.*): machine qui ſert à eſtimer la force du vent. *Voyez* VENT. Il y a des *anémomètres* de différentes façons.

On trouve dans les *Tranſactions philoſophiques* la deſcription d'un *anémomètre*, qui conſiſte en une plaque mobile ſur le limbe gradué d'un quart de cercle. Le vent eſt ſuppoſé ſouffler perpendiculairement contre cette plaque mobile, & ſa force eſt indiquée par le nombre de degrés qu'il lui fait parcourir.

M. Wolf donne dans ſon *cours de Mathématiques* la conſtruction d'un autre *anémomètre*, qui ſe meut par le moyen des ailes *A*, *B*, *C*, *D*, (*Pneumat. fig. 17*). Ces ailes ſont aſſez reſſemblantes à celles d'un moulin à vent. En tournant, elles font mouvoir le rayon *KM*, de ſorte que le corps *L*, placé dans une rainure qu'on a pratiquée dans ce rayon, s'éloigne de plus en plus du centre du mouvement, & conſéquemment agit à chaque inſtant ſur ce rayon, & par ſon moyen ſur l'axe auquel il eſt attaché, avec une force qui va toujours en croiſſant; car le bas du levier, auquel ce corps eſt appliqué, s'alonge juſqu'à ce que le mouvement des ailes ſoit arrêté: alors le poids fait équilibre avec la force du vent; & cette force eſt marquée par une aiguille *MN*, fixée ſur l'axe, & faiſant un angle droit avec le rayon *KM*, laquelle tourne, par ſon extrémité *N*, ſur un quart de cercle diviſé en parties égales. La force eſt d'autant plus grande ou plus petite, que l'aiguille marque un plus grand ou un plus petit nombre de ces parties égales, ſoit en deſcendant, ſoit en montant. Cette machine ne paroît pas fort exacte.

M. d'Onſenbray a donné la deſcription d'un *anémomètre* de ſon invention, qu'il prétend marquer de lui-même ſur un papier, non-ſeulement les vents différens qui ont ſouffilé vingt-quatre heures, avec les heures auxquelles ils ont commencé & ceſſé de règner, mais encore les forces ou viteſſes de ces vents. *Voyez Mémoires de l'Académie des Sciences, ann. 1734, p. 169. Voyez* un plus long détail à l'*article* VENT (*O*).

ANÉMOSCOPE, ſ. m. (*Hyd.*): machine qui ſert à predire les changemens du vent.

On a prétendu que des hygroſcopes faits des boyaux d'un chat, &c. ſe trouvoient en effet très-bons *anémoſcopes* pour annoncer d'avance les variations du vent: mais ce fait mériteroit d'être vérifié. *Voyez* HYGROSCOPE.

L'*anémoſcope* en uſage parmi les anciens, paroît, ſuivant la deſcription qu'en donne *Vitruve*, avoir plus ſervi à montrer de quel côté venoit le vent, qu'à faire prévoir d'où il viendroit.

Otto de Guericke donne le nom d'*anémoſcope* à une machine de ſon invention, pour indiquer d'avance les changemens de tems. *Voyez* TEMS.

C'étoit un petit homme de bois, qui s'élevoit & retomboit dans un tube de verre, ſelon que l'atmoſphère étoit plus ou moins peſante.

M. Lonicrs a montré que cet *anémoſcope* n'étoit qu'une application du Baromètre ordinaire. *Voyez* BAROMÈTRE. *Voyez auſſi Merc. Gal. 1683. Act. Erud. 1684, page 26.* (*O*).

ANES, ſ. m. pl. (*Aſtr.*) ſont deux étoiles de la conſtellation du cancer ou de l'écreviſſe, marquées par les lettres γ & δ dans les catalogues, & qui ſont de quatrième & cinquième grandeur; on voit entre ces deux étoiles un amas appellé l'*étable* (*præſepe*), & que l'on nomme plus communément la *nébuleuſe du cancer*. Ces deux *ânes* repréſentent, ſuivant les poëtes, ceux qui, dans la guerre de Jupiter contre les géans, contribuèrent à ſa victoire, ou par leurs cris, ou parce qu'ils ſervirent à Vulcain & aux ſatyres qui venoient au ſecours de Jupiter. Quoi qu'il en ſoit, ce nom eſt ancien, car il ſe trouve dans l'*almageſte* de Ptolemée. (*M. DE LA LANDE*).

ANGLE, ſ. m. (*Géom.*). On appelle *angle* l'ouverture formée par deux lignes qui ſe rencontrent: tel eſt (*Géom. fig. 2, 3, 4*) l'*angle BAC*, formé par les deux lignes *BA*, *CA*, qui ſe rencontrent au point *A*.

On déſigne ordinairement un *angle* par la ſimple lettre placée à ſa *pointe* ou *ſommet A*, ou par trois lettres, & alors celle du milieu répond au ſommet.

Un *angle* eſt appellé *rectiligne*, lorſque ſes *côtés* ou *jambes BA*, *CA* ſont des lignes droites (*fig. 2*); *curviligne*, lorſque ſes jambes ſont des lignes courbes (*fig. 3*); *mixtiligne*, lorſqu'une jambe eſt droite, & l'autre courbe (*fig. 4*).

On doit bien prendre garde qu'un *angle* n'eſt pas l'eſpace compris entre ſes côtés, mais uniquement l'inclinaiſon que ces côtés ont, l'un par rapport à l'autre, à leur interſection *A*. Ainſi, la grandeur d'un *angle* ne dépend point de la longueur de ſes côtés; en ſorte que, ſi, par exemple, on prolonge les côtés *AB*, *AC* de l'*angle* rectiligne *BAC* (*fig. 2*), vers *D* & *E*, ces côtés, quoique devenus plus longs, conſerveront toujours, l'un à l'égard de l'autre, la même ſituation ou inclinaiſon, ou formeront toujours le même *angle*. Il en eſt de même pour les *angles* curvilignes ou mixtilignes: car, par exemple, l'*angle* curviligne *BAC* (*fig. 3*), eſt la même choſe que l'*angle* rectiligne *MAN*, formé par les deux droites *MA*, *NA*, qui touchent les courbes *BA*, *CA*, au ſommet *A*, & qui ont par conſéquent les mêmes directions que ces courbes à leur origine

Digitized by Google

A; il demeure donc toujours conſtant, quelles que ſoient les longueurs de ſes côtés *BA*, *CA*. On voit en même tems par-là que la meſure des *angles* curvilignes ou mixtilignes ſe réduit à celle des *angles* rectilignes, puiſque la queſtion, dans tous les cas, eſt de meſurer l'*angle* que forment deux lignes droites, qui ſe rencontrent en un point *A*.

Deux plans, ou, en général, deux ſurfaces qui ſe rencontrent, forment un *angle* qui ſe réduit pareillement à un *angle* rectiligne. *Voyez* PLAN.

On appelle, dans un ſens un peu impropre, *angle ſolide* l'eſpace formé autour d'un point par pluſieurs plans qui paſſent tous par ce point.

Tout angle rectiligne MCN (fig. 5), peut être meſuré par l'arc de cercle MN, décrit du ſommet C, pour centre, avec un rayon arbitraire, entre ſes côtés CM, CN.

En effet, nous pouvons concevoir que l'*angle MCN* eſt produit par la rotation du côté *CN*, qui tourne autour du point *C*, tandis que le côté *CM* demeure immobile. Suppoſons donc qu'au premier inſtant le côté *CN* étoit couché ſur le côté *CM*, & que le point *N* étoit confondu avec le point *M*: on voit qu'à meſure que le point *N* chemine, & décrit l'arc *MN*, il ſe forme ſucceſſivement autant de petits *angles MCm*, *mCm*, &c. qu'il y a de parties élémentaires *Mm*, *mm*, &c. dans l'arc *MN*. Or la ſomme de tous ces petits *angles*, n'eſt autre choſe que l'*angle* propoſé *MCN*; donc ce même *angle* eſt proportionnel au nombre de parties de l'arc *MN*, ou peut être meſuré par cet arc.

Nous avons pris à volonté le rayon *CM*, parce qu'il y a dans l'arc *MN* le même nombre de parties, relativement à la circonférence entière pour ce rayon, qu'il y en auroit dans l'arc *M′N′*, décrit avec le rayon *CM′*, relativement à la circonférence entière pour ce rayon. Ainſi, les *angles* égaux ont pour meſures des arcs égaux en nombre de parties des circonférences auxquelles ces arcs appartiennent. Si les rayons ſont égaux, non-ſeulement les arcs ſeront égaux en nombre de parties des circonférences, mais ces parties elles-mêmes ſeront égales en longueur.

Il y a, en général trois ſortes d'*angles*, l'*angle droit*, l'*angle aigu* & l'*angle obtus*.

L'*angle droit* eſt celui qui eſt formé par deux lignes perpendiculaires entr'elles (*Voyez* PERPENDICULAIRE). Ainſi, lorſqu'une droite *DE* (*fig. 6*) tombe ſur une autre *AB*, ſans pencher d'aucun côté, les *angles ACD*, *BCD*, *ACE*, *BCE* ſont droits. Il eſt évident que tous les *angles* droits ſont égaux entr'eux, & que tout *angle* droit a pour meſure un quart de circonférence.

L'*angle aigu* eſt moindre que l'*angle* droit, & au contraire l'*angle obtus* eſt plus grand que l'*angle droit*. Dans la *figure 7*, *BCO* eſt un *angle* aigu, & *ACO* eſt un *angle* obtus. L'arc qui meſure l'*angle* aigu eſt moindre qu'un quart de circonférence, & l'arc qui meſure l'*angle* obtus eſt plus grand qu'un quart de circonférence.

Les deux *angles BCO*, *OCA*, formés d'un même côté de la droite *AB*, s'appellent *angles de ſuite*. Ils valent enſemble deux *angles* droits, puiſque leur ſomme eſt évidemment égale à celle des deux *angles* droits *BCD*, *DCA*. On les appelle *ſupplémens* l'un de l'autre.

On voit pareillement que la ſomme d'un nombre quelconques d'*angles BCO*, *OCF*, *FCH*, *HCA*, formés d'un même côté de la droite *AB*, (*fig. 8*), vaut deux *angles* droits; & que la ſomme d'un nombre quelconque d'*angles BCO*, *OCF*, *FCH*, *HCA*, *ACR*, *RCK*, *KCB*, formés autour du point *C*, vaut quatre *angles* droits.

Deux *angles BCO*, *OCD* (*fig. 9*), qui, pris enſemble, valent un *angle* droit, s'appellent *complémens* l'un de l'autre.

Deux *angles BCD*, *ACQ* (*fig. 10*), formés par deux droites *BA*, *DQ*, qui ſe rencontrent en *C* (& qu'on appelle *angles oppoſés par le ſommet*), ſont égaux entr'eux, puiſque le premier joint à l'*angle DCA*, vaut deux *angles* droits, & que le ſecond joint au même *angle DCA*, vaut auſſi deux *angles* droits.

Le ſommet d'un *angle* peut être placé ailleurs qu'au centre d'un cercle; & on a ſouvent beſoin de meſurer l'*angle* par des arcs de la circonférence de ce cercle. C'eſt à quoi on parviendra par le moyen des propoſitions ſuivantes.

Un angle qui a ſon ſommet à la circonférence d'un cercle, & qui eſt formé par deux cordes, a pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés.

En effet, nous venons de voir qu'un *angle*, qui a ſon ſommet au centre du cercle, a pour meſure l'arc compris entre ſes côtés: il ſera donc démontré qu'un *angle*, qui a ſon ſommet à la circonférence, a pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés, ſi l'on démontre que cet arc eſt la moitié de celui que comprendroient les côtés de l'*angle*, s'il avoit ſon ſommet au centre. Or il peut arriver trois cas: ou l'un des côtés de l'*angle*, propoſé *BAD* (*fig. 11, 12, 13*), paſſe par le centre *C* (*fig. 11*); ou le centre eſt placé au-dedans de l'*angle* (*fig. 12*); ou le centre eſt placé hors de l'*angle* (*fig. 13*).

I.er Cas. (*fig. 11*). Menez le diamètre *MN* parallèle à la corde *AB*: les deux *angles BAD*, *NCD* ſont égaux (*Voyez* PARALLÈLE); donc l'arc *ND*, qui eſt la meſure de l'*angle NCD*, dont le ſommet eſt au centre *C* du cercle, eſt auſſi la meſure de l'*angle BAD*. Or l'arc *ND* eſt la moitié de l'arc *DB*, ou, ce qui revient au même, l'arc *ND* = l'arc *NB*; car les deux *angles NCD*, *MCA*, oppoſés par le ſommet, étant égaux, les arcs *ND*, *MA*, qui en ſont les meſures, ſont égaux; mais l'arc *MA* = l'arc *NB*, puiſque, ſi l'on mène le diamètre *KH* perpendiculaire aux deux parallèles *AB*, *MN*, & que l'on

l'on conçoive que le demi-cercle *KAMH* tournant autour de *KH*, vienne s'appliquer ſur le demi-cercle *KBNH*, le point *A* tombera ſur le point *B*, le point *M* ſur le point *N*, & l'arc *AM* ſur l'arc *BN*; donc l'arc *BN* = l'arc *ND*.

II.e & III.e Cas (*fig. 12 & 13*). Menez par le ſommet *A* de l'*angle* propoſé *BAD*, le diamètre *AO*: chacun des deux *angles BAO*, *DAO* a pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés (*cas 1*); & par conſéquent l'*angle BAD*, qui eſt la ſomme ou la différence de ces deux *angles*, a pour meſure la moitié de l'arc *BO*, plus ou moins la moitié de l'arc *BO*, c'eſt-à-dire, la moitié de l'arc *BO*.

Il ſuit de-là qu'un *angle* eſt droit, lorſqu'ayant ſon ſommet à la circonférence, il s'appuie ſur un diamètre, ou qu'il comprend entre ſes côtés une demi-circonférence; & qu'il eſt aigu ou obtus, ſelon que l'arc compris eſt moins ou plus grand qu'une demi-circonférence.

Un angle BAF (fig. 14), formé par une corde AB & par une droite AF, extérieure au cercle, a pour meſure la moitié de l'arc AEB, ſous-entendu par la corde AB, plus la moitié de l'arc AGD, ſous-entendu par la corde AD, prolongement de FA.

Car la ſomme des deux *angles* de ſuite *BAD*, *BAF*, étant égale à la ſomme de deux *angles* droits, a pour meſure la demi-circonférence. Or l'*angle BAD*, formé par les deux cordes *AB*, *AD*, a pour meſure la moitié de l'arc *BOD*. Donc l'*angle BAF* a pour meſure la moitié de la partie reſtante *BEAGD*, ou la moitié de l'arc *BEA*, plus la moitié de l'arc *AGD*.

Un angle BAD (fig. 15), qui a ſon ſommet en un point quelconque, au-dedans du cercle, a pour meſure la moitié de l'arc BOD, compris entre ſes côtés, plus la moitié de l'arc bod *compris entre les prolongemens Ab, Ad de ſes côtés.*

Menez, par le point *b*, la corde *bf* parallèle à *dD*, l'*angle BAD* ſera égal à l'*angle Bbf* (*Voy.* Parallèle); & par conſéquent ces deux *angles* auront la même meſure. Or l'*angle Bbf* a pour meſure la moitié de l'arc *Bof*, ou, ce qui revient au même, la moitié de l'arc *BOD*, plus la moitié de l'arc *Df*. Et comme les arcs *Df*, *db* ſont égaux, à cauſe des cordes parallèles *bf*, *dD*, nous pouvons dire que l'*angle Bbf* a pour meſure la moitié de l'arc *BOD*, plus la moitié de l'arc *bod*. Donc auſſi l'*angle BAD* a la même meſure.

Un angle BAD (fig. 16), qui a ſon ſommet hors du cercle, a pour meſure la moitié de l'arc concave BD, compris entre ſes côtés, moins la moitié de l'arc convexe HK, compris auſſi entre ſes côtés.

Menez, par le point *K*, la corde *KQ* parallèle à *AB*, les deux *angles BAD*, *QKD* ſont égaux, & par conſéquent ils auront la même meſure. Or l'*angle QKD* a pour meſure la moitié de l'arc *QD*, ou, ce qui revient au même, la moitié de l'arc *BD*, moins la moitié de l'arc *BQ*. Et comme l'arc *BQ* = l'arc *HK*, à cauſe des parallèles *AB*, *KQ*, il s'enſuit que la meſure de l'*angle QKD* eſt la moitié de l'arc *BD*, moins la moitié de l'arc *HK*. Donc l'*angle BAD* a cette même meſure.

Si on veut faire un angle qui ſoit égal à un angle donné ACB (fig. 17), ou qui en ſoit multiplié un certain nombre de fois.

1.° Du ſommet *C*, avec le rayon arbitraire *CA*, on décrira l'arc *AMB*, & on tirera la corde *AB*; du point *c* pour centre (*fig. 18*), avec le rayon *ca* = *CA*, on décrira l'arc *ambde*; du point *a* pour centre, avec un rayon *ab* égal à la corde *AB*, on décrira un arc de cercle qui coupe l'arc *ambd* au point *b*; on tirera la droite *cb*; & par-là l'*angle acb* = l'*angle* propoſé *ACB*.

2.° On fera de même chacun des *angles bcd*, *dce* égal à l'*angle ACB*. D'où l'on voit que l'*angle acd* ſera double de l'angle *ACB*; que l'*angle ace* en ſera triple, ainſi de ſuite.

Si on veut partager un angle ACB (fig. 19) en deux parties égales: du point *C*, pour centre, avec un rayon arbitraire *CA*, on décrira l'arc *AmB*; enſuite des points *A* & *B*, pour centres, on décrira, avec un même rayon, deux arcs de cercle qui ſe coupent au point *x*; on menera la droite *Cx*, & par-là l'*angle* propoſé *ACB* ſera partagé en deux *angles* égaux *ACm*, *mCB*, parce que la droite *Cx* eſt perpendiculaire ſur le milieu de la corde *AB*, & partage l'arc *AmB* en deux parties égales. (*V.* Perpendiculaire).

En opérant de la même manière, on peut partager chacun des *angles ACm*, *mCB*, en deux parties égales; de même chacun des *angles* réſultans peut être partagé en deux parties égales; chacun de ceux-ci en deux parties égales, ainſi de ſuite. D'où l'on voit que l'*angle* primitif *ACB* peut être partagé ſucceſſivement en un nombre de parties égales, exprimé par les termes de cette progreſſion géométrique ÷ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : &c.

Pour couper un *angle* en trois parties égales, *voyez* le mot Triſection (*L. B.*).

L'art de prendre la valeur des *angles* eſt une opération d'un grand uſage & d'une grande étendue dans l'arpentage, la Navigation, la Géographie, l'Aſtronomie, &c. *Voyez* Hauteur, Arpentage.

Les inſtrumens qui ſervent principalement à cette opération, ſont les *quarts de cercle*, les *théodolites* ou *planchettes rondes*, les *graphomètres*, &c. *Voyez* Cercle d'Arpenteur, Planchette, Graphomètre, &c.

Les *angles* dont il faut déterminer la meſure ou la quantité, ſont ſur le papier ou ſur le terrein. 1.° Quand ils ſont ſur le papier, il n'y a qu'à appliquer le centre d'un rapporteur ſur le ſommet de l'*angle O* (*Table d'Arpent. fig. 29*), de manière que le rayon *OB* ſoit couché ſur l'un des côtés

de cet *angle*; alors le degré que coupera l'autre côté *O P* ſur l'arc du rapporteur, donnera la quantité de l'*angle* propoſé. *Voyez* RAPPORTEUR. On peut auſſi déterminer la grandeur d'un *angle* par le moyen de la ligne des cordes. *Voyez* CORDE & COMPAS DE PROPORTION.

2.° Quand il s'agit de prendre des *angles* ſur le terrein, il faut placer un graphomètre ou un demi-cercle (*fig. 16*), de telle ſorte que le rayon *C G* de l'inſtrument réponde bien exactement à l'un des côtés de l'*angle*, & que le centre *C* ſoit verticalement au-deſſus du ſommet : on parvient à la première de ces opérations, en obſervant, par les pinnules *F*, *G*, quelque objet remarquable, placé à l'extrémité ou ſur l'un des points du côté de l'*angle*; & à la ſeconde, en laiſſant tomber un plomb du centre de l'inſtrument. Enſuite on fait aller & venir l'alidade juſqu'à ce que l'on apperçoive, par ſes pinnules, quelque marque placée ſur l'un des points de l'autre côté de l'*angle*: & alors le degré que l'alidade coupe ſur le limbe de l'inſtrument, fait connoître la quantité de l'*angle* que l'on ſe propoſoit de meſurer. *V.* DEMI-CERCLE.

L'on peut voir aux articles CERCLE D'ARPENTEUR, PLANCHETTE, BOUSSOLE, *&c.*, comment l'on prend des *angles* avec ces inſtrumens.

Que l'on conſulte auſſi les articles LEVER UN PLAN & RAPPORTER, pour ſavoir la manière de tracer un *angle* ſur le papier quand ſa grandeur eſt donnée. *Voyez* aux mots SPHÉRIQUE, EXTÉRIEUR, INTÉRIEUR, ALTERNES, *&c.*, ce qu'on entend par un *angle ſphérique*, un *angle extérieur*, un *angle intérieur*, des *angles alternes*, *&c.*

ANGLE (*Aſtr.*), ſe dit dans pluſieurs circonſtances différentes. Les *angles* ou les arcs dont ils ſont la meſure, ſe prennent les uns pour les autres, & l'*angle* ſous lequel nous voyons la diſtance de deux aſtres, eſt la même choſe que l'arc qui les ſépare.

ANGLE *d'élongation*, eſt la différence vue de la terre entre la longitude d'une planète & celle du ſoleil.

ANGLE *horaire*, eſt un *angle* ſphérique formé au pole du monde, où l'arc de l'équateur, compris entre le méridien & le cercle horaire ou cercle de déclinaiſon qui paſſe par un aſtre; c'eſt la diſtance au méridien; elle marque l'heure qu'il eſt quand il s'agit du ſoleil; & c'eſt la meſure directe du tems vrai, ainſi, lorſque le ſoleil eſt à 15° du méridien, il eſt toujours une heure, ſi c'eſt à l'occident, ou 11^h du matin, ſi c'eſt à l'orient, dans le triangle *P Z S* (*fig. 40*), dans lequel *P* repréſente le pole, *Z* le zénit, & *S* le ſoleil ou un aſtre quelconque; l'*angle* ou pole, ou l'*angle* horaire *P* ſert à trouver la diſtance au zénit *Z S*, & par conſéquent la hauteur de l'aſtre. *Voyez* ANGLE *horaire, dans le Dictionnaire de Marine, où M. Blondeau explique la manière de le calculer, par le moyen de la hauteur obſervée en mer.*

ANGLE *azimutal*. *Voyez* AZIMUT.

ANGLE *d'azimut* (*Aſtr.*); dans le calcul des éclipſes de ſoleil, eſt quelquefois l'*angle formé au* centre du ſoleil par le vertical & par la ligne qui joint les centres du ſoleil & de la lune; cet *angle* dépend en effet de la différence d'azimut entre les deux aſtres, & s'évanouit avec elle.

ANGLE *de commutation*, c'eſt la différence entre la longitude d'une planète vue du ſoleil, & la longitude de la terre vue du même point, l'une & l'autre comptées ſur l'écliptique, en partant de l'aſtre qui a le moins de mouvement pour aller à celui qui en a le plus. Copernic appelloit *commutation* ce qu'on appelle aujourd'hui *parallaxe annuelle* ou *parallaxe du grand orbe*, c'eſt-à-dire, la différence entre la longitude vue du ſoleil & la longitude vue de la terre, comptée dans l'écliptique.

ANGLE *de conjonction*, dans le calcul des éclipſes, eſt l'*angle* formé par le cercle de latitude & l'arc qui joint les centres du ſoleil & de la lune; cet *angle* dépend en effet de la diſtance à la conjonction, & il eſt nul dans la conjonction même, la ligne des centres coïncidant avec le cercle de latitude.

ANGLE *parallactique*, dans l'uſage de l'aſtronomie, ſe dit de l'*angle* formé par le vertical & par un cercle ou de déclinaiſon ou de latitude; ainſi, l'on en diſtingue de deux ſortes : l'*angle* parallactique du cercle de latitude ſert à trouver les parallaxes de longitude & de latitude, & par conſéquent à calculer les éclipſes; cette méthode eſt celle que j'ai adoptée de préférence, comme la plus exacte & la plus courte, & que j'ai expliquée fort au long dans le *X^e livre* de mon *Aſtronomie*.

ANGLE *de poſition*, dans l'Aſtronomie moderne, eſt l'*angle* formé au centre du ſoleil ou d'une étoile par le cercle de déclinaiſon & le cercle de latitude : cet *angle* dépend en effet de la poſition de l'aſtre, par rapport aux poles de l'écliptique & de l'équateur. La manière de le calculer pour le ſoleil, conſiſte à dire : le rayon eſt à la tangente de l'obliquité de l'écliptique 23° 28', comme le coſinus de la longitude du ſoleil eſt à la tangente de l'*angle* de poſition. Pour les étoiles, il faut dire : le coſinus de la latitude de l'étoile eſt au coſinus de l'aſcenſion droite, comme le ſinus de l'obliquité de l'écliptique eſt au ſinus de l'*angle* de poſition. J'ai donné, dans la *Connoiſſance des mouvemens céleſtes* pour 1766, une table générale de l'*angle* de poſition, & dans le *IVe livre* de mon *Aſtronomie*, une table particulière pour 157 étoiles principales, avec le changement pour dix ans.

ANGLE *oriental*, en Aſtrologie, ſe dit de l'horoſcope.

ANGLE *d'occident*, eſt la ſeptième maiſon.

ANGLES *du ciel* ou *maiſons angulaires*, en Aſtrologie, ſont les maiſons 1, 4, 7, 10.

ANGLE *au ſoleil*, ſe diſoit autrefois de l'anomalie vraie.

ANGLE *de la terre*, en Aſtrologie, eſt la quatrième maiſon, dans le plus bas du ciel.

Digitized by Google

ANGLE *horaire*, dans la Gnomonique, ſe dit quelquefois de l'*angle* formé au centre du cadran par une ligne horaire avec la méridienne. (*M. DE LA LANDE*).

ANGUINÉE, adj. f. *terme de Géométrie*; c'eſt le nom que M. Newton donne dans ſon énumération des lignes du troiſième ordre, aux hyperboles de cet ordre, qui, ayant des points d'inflexion, coupent leur aſymptote, & s'étendent vers des côtés oppoſés. *Voyez* ASYMPTOTE, INFLEXION. Telle eſt la courbe *DHGAFIC* (*fig. 40. Anal. n.° 2*), qui coupe ſon aſymptote *D A B* en *A*, & qui, ayant en *H* & en *I* des points d'inflexion, s'étend vers des côtés oppoſés; ſavoir, à la gauche de *A D* en en-haut, & à la droite de *A B* en en-bas.

Cette courbe s'appelle *anguinée* du mot *anguis*, ſerpent, parce qu'elle paroît ſerpenter autour de ſon aſymptote. *Voyez* SERPENTEMENT.

ANGULAIRE, adj. m. (*Géom.*) ſe dit de tout ce qui a des angles, ou ce qui a rapport aux angles. *Voyez* ANGLE.

La diſtance fait diſparoître les angles des polygones; l'œil appercevant le corps de l'objet, lorſqu'il n'appercevoit plus les inégalités que les angles faiſoient ſur ſa ſurface, on croit que cette ſurface eſt unie, & le corps de l'objet paroît rond. *Voyez* VISION.

Mouvement angulaire. C'eſt le mouvement d'un corps qui décrit un angle, ou qui ſe meut circulairement autour d'un point. Ainſi, les planètes ont un *mouvement angulaire* autour du ſoleil. Le *mouvement angulaire* d'un corps eſt d'autant plus grand, que ce corps décrit, dans un tems donné, un plus grand angle. Deux points mobiles *A*, *F* (*Méch. fig. 9*), dont l'un décrit l'arc *A B*, & l'autre l'arc *F G*, dans le même tems, ont le même *mouvement angulaire*, quoique le mouvement réel du point *A* ſoit beaucoup plus grand que le mouvement réel du point *F*; car l'eſpace *A B* eſt beaucoup plus grand que *F G*.

Le *mouvement angulaire* ſe dit auſſi d'une eſpèce de mouvement compoſé d'un mouvement rectiligne, & d'un mouvement circulaire, *&c.*

Tel eſt le mouvement d'une roue de carroſſe, ou d'une autre voiture. *Voyez* ROUE D'ARISTOTE (*O*).

ANN

ANNEAU *de ſaturne* (*Aſtron.*); c'eſt une bande circulaire large & mince, qui environne, à une certaine diſtance, le globe de ſaturne, & qui paroît être ſituée dans le plan de ſon équateur. Elle accompagne ſaturne dans ſa révolution, & reſte toujours parallèle à elle-même. Ce cercle, vu obliquement, paroît ſous une forme ovale ou elliptique (*fig. 160 d'Aſtron.*) & diſparoît totalement, quand il ne nous préſente que ſon épaiſſeur.

L'*anneau* de ſaturne eſt une des choſes les plus ſingulières qu'on ait découvertes par le moyen des lunettes d'approche. Galilée écrivoit, en 1612, qu'il avoit vu ſaturne compoſé de trois parties, *ſaturnum triformem*; mais, comme cela paroiſſoit fort extraordinaire, & qu'il le vit enſuite d'une forme tout-à-fait ronde, il ne ſuivit point cette recherche. Gaſſendi, en 1643, diſoit que ſaturne lui paroiſſoit accompagné de deux globes de même blancheur que ſaturne lui-même; Hévélius, dans ſa *Sélénographie*, publiée en 1647, diſoit formellement qu'il ne comprenoit rien à ces deux bras de ſaturne. En 1656, dans ſa Diſſertation *de ſaturni facie*, il diſtinguoit ſix phaſes différentes de ſaturne; il l'appelloit *monoſphæricum*, *triſphæricum*, *ſpherico-cuſpidatum*, *ſpherico-anſatum*, *elliptico-anſatum diminutum*, *elliptico-anſatum plenum*. Mais la ſeconde & même la troiſième phaſe étoient des illuſions optiques provenant du défaut de ſes lunettes. Perſonne avant Huygens ne comprit & n'expliqua la cauſe de ces apparences de ſaturne. Les uns crurent que c'étoit la figure particulière de la planète, vue plus ou moins obliquement; les autres deux gros ſatellites (*Veidler hiſtoria Aſtronomiæ, p. 500*). Mais depuis l'explication de Huygens, dans ſon *Syſtema ſaturnium*, 1659, il n'y a plus eu aucun doute. L'*anneau* eſt concentrique à ſaturne, également éloigné de ſa ſurface dans tous ſes points; il eſt ſoutenu par ſa peſanteur naturelle & ſimultanée de toutes ſes parties, tout ainſi qu'un pont, qui ſeroit aſſez vaſte pour environner toute la terre, ſe ſoutiendroit ſans piliers. La partie de l'*anneau* qui eſt la plus voiſine de ſaturne, eſt un peu plus lumineuſe que les parties éloignées. Domin. Caſſini obſerva que la largeur de l'*anneau* étoit diviſée, en deux parties égales, par un trait obſcur dont la courbure étoit la même que celle de l'*anneau*; mais Short, avec ſon grand téleſcope de douze pieds, m'aſſura, en 1763, qu'il y avoit diſtingué pluſieurs lignes noires concentriques à la circonférence de l'*anneau*, & qui donnent lieu de croire qu'il y a comme pluſieurs couches ou pluſieurs *anneaux* placés dans un même plan; mais Hadley n'en voyoit qu'un avec ſon téleſcope de 5 $\frac{1}{2}$ pieds de foyer (*Phil. tranſ. n.° 378, abrégé VI, 222*). Les lignes noires, repréſentées dans la *figure 160*, mais qui s'apperçoivent difficilement dans le ciel, diſtinguent les couches de l'*anneau*; elles ſe rapprochent & ſe confondent vers le milieu, en *C* & en *E*, parce que l'*anneau* y eſt trop étroit, à raiſon de l'obliquité de l'œil. Il y a auſſi une bande obſcure que l'on voit ſur le diſque de ſaturne, qui paroît être l'ombre de l'*anneau*. On voit encore quelquefois le bord de l'ombre de ſaturne, projetté ſur la partie de l'*anneau* qui eſt au-delà de ſaturne.

Le diamètre de l'*anneau* eſt à celui du globe de ſaturne comme 7 eſt à 3 ſuivant les meſures de Pound; le vide *A F* qui eſt entre le globe & l'an-

neau, eſt à-peu-près égal à la largeur *A B* de l'*anneau*, ainſi la largeur de la couronne eſt un tiers du diamètre de ſaturne. Le rayon de ſaturne dans ſes moyennes diſtances, étant de 9″; le diamètre intérieur de l'*anneau* ſera de 15″ & le diamètre extérieur 21″, le vide étant de 6″, & la largeur de la couronne également de 6″. A l'égard de la grandeur abſolue, le diamètre de ſaturne étant de 28601 lieues, celui de l'*anneau* eſt de 66737 lieues. (*Voyez* la table, à l'article *planète*, ainſi la largeur eſt de 9534 lieues.

L'*anneau* de ſaturne paroit être comme l'équateur de cette planète, incliné ſur ſon orbite de 30° & toujours parallele à lui-même pendant la révolution de ſaturne. Ce parallélisme produit ſes diverſes apparences dans la durée d'une révolution, comme celui de l'axe de la terre produit la diverſité des ſaiſons. L'*anneau* diſparoit quelquefois, comme on l'a obſervé en 1655, 1671, 1714, 1760 & 1773, & comme on l'obſervera encore en 1789, 1803, 1819, 1832, 1848, 1862, 1878 & 1891. Il y a trois cauſes qui peuvent occaſionner cette phaſe ronde.

Lorſque ſaturne eſt dans le 20.e degré de la vierge ou des poiſſons, le plan de ſon *anneau* qui eſt conſtamment dirigé vers ces points de l'écliptique, (conſidérée dans la région des étoiles à une diſtance infinie), ſe trouve en même-tems dirigé vers le ſoleil: il ne reçoit de lumière que ſur ſon épaiſſeur, qui n'eſt pas aſſez conſidérable pour être apperçue de ſi loin; ſaturne alors paroit rond & ſans *anneau*. Huygens le vit ainſi en 1655; (*ſyſtema ſaturnium*). M. Maraldi obſerva ſur-tout avec grand ſoin cette phaſe ronde, depuis le 13 octobre 1714, juſqu'au 30 février 1715. (*Mém. Acad. 1715, pag. 12; 1716, pag. 172*). Enfin nous l'avons obſervé depuis le 5 octobre 1773, juſqu'au 11 janvier 1774, & depuis le 3 avril juſqu'au premier juillet: il ſuffit que le ſoleil ſoit élevé ſur le plan de l'*anneau* d'un angle de trois minutes, pour qu'il paroiſſe éclairé; auſſi cet *anneau* ne diſparoit faute de lumière que pendant trois ou quatre jours avant le paſſage de ſaturne par les nœuds de l'*anneau*. (*Mém. 1774, pag. 91*).

Voici à-peu-près les tems où ſaturne ſe trouvant à 5ſ 20° ou 11ſ 20°, l'*anneau* doit être dirigé vers le ſoleil, ſuivant les calculs de M. Heinſius. Le 21 décembre 1671, 6 juin 1701, 31 janvier 1715, 20 novembre 1730, 15 juillet 1744, 5 mai 1760, 30 décembre 1773, 20 octobre 1789, 17 juin 1803, 6 avril 1819, &c.; mais au lieu du 30 décembre 1773, j'ai trouvé par obſervation le 11 janvier 1774. *Voyez* les circonſtances des autres diſparitions juſqu'en 1891 dans l'ouvrage de M. du Séjour, intitulé: *eſſai ſur les phénomènes relatifs aux diſparitions périodiques de l'anneau de ſaturne*, 1776, in-8.°, pag. 124 — 180.

Le lieu du nœud de l'*anneau* ſur l'orbite de ſaturne, étoit à 5ſ 20° 30′ vers le milieu du dernier ſiècle, ſuivant Huygens, de même que le nœud des quatre premiers ſatellites de ſaturne. Par les obſervations de 1685, le nœud de l'anneau parut à 5ſ 19° 55′, compté ſur l'orbite de ſaturne. M. Caſſini dans ſes élémens d'Aſtronomie, le place à 5ſ 22°; M. Maraldi à 5ſ 19° 48′, par les obſervations de 1715; cette poſition fut obſervée & diſcutée avec le plus grand ſoin; enfin j'ai trouvé pour 1774, 5ſ 20° 38′ ou 5ſ 17° 5′ ſur l'écliptique, ce qui ne differe de M. Maraldi qu'à raiſon de la préceſſion des équinoxes en 59 ans. Ainſi, le nœud de l'*anneau* paroit être ſenſiblement immobile.

On auroit pu croire cependant que les attractions du ſoleil, de jupiter & des ſatellites de ſaturne ſur un équateur auſſi mince, devoient cauſer un déplacement pareil à celui que la terre éprouve & qui fait la préceſſion des équinoxes; c'eſt ce qui me détermina en 1773 à rappeller l'attention des aſtronomes ſur ce phénomène par des avertiſſemens réitérés dans les papiers publics. Ces avis n'ont point été inutiles, ces obſervations furent faites en divers endroits, & elles réuſſirent très-bien. Je me tranſportai moi-même à Béziers au mois d'octobre 1773, pour obſerver ſous le plus beau ciel de la France, la premiere diſparition; & j'en ai rendu compte, ainſi que de toutes les autres obſervations qui nous ſont parvenues dans les *Mémoires de 1774*.

M. Meſſier a publié auſſi beaucoup d'obſervations dans les *Mémoires de Berlin* pour 1776.

L'*anneau* diſparoit lorſque ſon plan paſſe par notre œil, étant dirigé vers la terre; nous ne voyons alors que ſon épaiſſeur, qui eſt trop petite pour qu'on puiſſe l'appercevoir.

Heinſius dans ſa diſſertation, publiée à Leipzick en 1745, croyoit qu'il falloit que la terre fût élevée au moins d'un demi-degré ſur le plan de l'*anneau*, pour qu'on pût l'appercevoir avec une bonne lunette de 15 pieds, ce qui faiſoit dans certains cas plus de huit jours avant ou après le paſſage; mais par les obſervations de 1774, j'ai reconnu que l'*anneau* ne diſparoit que le jour même ou la terre paſſe par le plan de l'*anneau*. (*Mém. de l'Ac. 1774, pag. 91*). Le mouvement de la terre fait que ce paſſage eſt plus rapide que celui du ſoleil par le plan de l'*anneau*, & qu'il eſt plus aiſé d'obſerver la diſparition qui vient du paſſage de la terre, que celle qui vient du paſſage du ſoleil; d'ailleurs on peut avoir pour celui de la terre deux phaſes correſpondantes qui rendent la détermination plus exacte; voila pourquoi j'expliquerai bientôt la manière de trouver le nœud de l'*anneau* par les dernières obſervations. M. du Séjour croit que l'*anneau* n'a diſparu que lorſque la terre avoit déja une petite dépreſſion d'une ou deux minutes. (*p. 369*)

Il y a une troiſième cauſe qui peut faire diſparoître pour nous l'*anneau* de ſaturne; elle a lieu lorſque ſon plan paſſe entre nous & le ſoleil; car alors ſa ſurface éclairée n'eſt point tournée vers nous: tant que ſaturne eſt entre 11ſ 20° & 5ſ 20° de longitude, le ſoleil éclaire la ſurface méri-

Digitized by Google

dionale de l'*anneau*; ſi la terre eſt alors élevée ſur la ſurface ſeptentrionale, elle ne peut voir la lumière de l'*anneau*, & ce ſera un des tems de la phaſe ronde; ainſi, l'on peut voir diſparoître les anſes deux fois dans la même année, & les voir reparoître deux fois, comme on l'a véritablement obſervé (*Mém. Acad. 1716, 1774*)

Ces diſparitions étant bien obſervées, ſont connoître les poſitions du nœud de l'*anneau*. Soit *L M A* (*Planches d'Aſtronomie, Figure 163*), le globe de ſaturne, ſur lequel on imagine trois cercles pour repréſenter l'écliptique, l'orbite de ſaturne, & le cercle de l'*anneau*. La ligne *N M* repréſente l'orbite que le ſoleil paroît décrire en trente ans autour de ſaturne; cet orbite eſt exactement dans le même plan, & décrite avec les mêmes viteſſes que l'orbite de ſaturne vue du ſoleil. Le cercle *A T O S L* repréſente la trace du plan de l'*anneau* ſur la ſurface de ſaturne; enfin, le cercle *N O I* repréſente un plan qui paſſe par le centre de ſaturne, parallèlement à l'écliptique ou au plan de l'orbite terreſtre: ce plan *N O I* prolongé dans l'immenſité de la ſphere céleſte, paſſe ſur les mêmes étoiles & marque dans le ciel la même trace & les mêmes points que le plan de l'orbe terreſtre également prolongé. L'arc *N O I* appartient donc à un plan que l'on conçoit parallèle au plan de l'écliptique, faiſant en *N* un angle de 2° 30′ 20″ qui eſt l'inclinaiſon de l'orbite de Saturne, à 3ˢ 21° 31′ de longitude pour 1750. Suppoſons le nœud *S* de l'*anneau* & de l'orbite de ſaturne, à 5ˢ 20° 8′ pour l'année 1744, avec Heinſius, & le nœud *N* de ſaturne à 3ˢ 21° 55′, la diſtance *S N* ſera de 58° 13′; l'on connoit l'angle *N* & l'angle *S*, inclinaiſon de l'*anneau* ſur l'orbite de ſaturne, que les obſervations donnent de 30°, on pourra réſoudre le triangle *N S O*. L'on trouvera *N O*=54° 41′ 30″ ce qui, ajouté à la longitude du nœud *N*, donnera pour la longitude du nœud *O*, 5ˢ 17° 36′ 30″; c'eſt ce que MM. Maraldi & Heitſius appellent *la longitude du nœud de l'anneau ſur l'écliptique*. Mais quoique le cercle *N O I* repréſente l'écliptique, il ne faut pas imaginer que la terre ou le ſoleil décrive ce cercle réellement, c'eſt ſeulement un cercle parallèle dont les pôles étant prolongés dans l'immenſité de la ſphère étoilée, répondent aux mêmes points que les pôles de l'écliptique, ou de l'orbite de la terre. Mais cela n'empêche pas que cette écliptique ne ſerve à calculer les obſervations. Par exemple, la terre étant ſuppoſée en *T*, avec une latitude *T E* vue de ſaturne, égale à celle de ſaturne vue de la terre, le point *E* étant éloigné de ſix ſignes de la longitude géocentrique de ſaturne réduite à l'écliptique, telle qu'on l'obſerve de la terre, l'arc *T E* & l'angle *T O E* nous feront trouver *O E*, & par conſéquent la longitude du nœud *O* ſur l'écliptique. Dans la diſparition de l'*anneau*, obſervée au mois d'octobre 1714, le lieu de ſaturne dans l'écliptique, oppoſé au point *E*, étoit de 5ˢ 19° 15′ vu de la terre, ſuivant M. Maraldi. La latitude ſeptentrionale *E T* de la terre, égale à celle de ſaturne, étoit 1° 51′; & l'angle *O* de 31° 20′, d'où l'on conclut le côté *E O* = 3° 3′ & la longitude du nœud *O* ſur l'écliptique 5ˢ 16° 12′; je l'ai trouvé en 1774 5ˢ 17° 5′. Ces déterminations donnent auſſi un moyen de trouver le nœud *S* de l'*anneau* ſur l'orbite de ſaturne; car dans le triangle *S O N*, ſuppoſant l'angle *S* & l'angle *N* connus, de même que la diſtance *O N* du nœud *N* de l'orbite au nœud *O* de l'*anneau* ſur l'écliptique, on trouve *S N* qui, ajouté à la longitude du nœud *N* de l'orbite de ſaturne, donne celle du nœud *S* de l'*anneau* ſur l'orbite de ſaturne, que j'ai trouvé en 1774, 5ˢ 20° 38′. M. du Séjour dans un mémoire analytique lu à l'Académie en 1773 ſur cette matiere, faiſoit voir que dans un eſpace de 59 ans, il y avoit quatre diſpariiions de l'*anneau*, deux conſécutives qui ſont doubles, mais dont il peut arriver qu'une ſoit inviſible, & les deux autres qui ſont ſimples, c'eſt-à-dire, où l'*anneau* ne diſparoît qu'une fois, mais il a beaucoup plus approfondi cette matière dans l'ouvrage que j'ai cité, & il fait voir (*p. 186*), que cette periode ne fait pas une régle conſtante. En 1714 & en 1773, on a obſervé des phénoménes correſpondans & ſemblables, preſque dans les mêmes jours du mois. Le 13 octobre 1714 & le 5 octobre 1773, la terre approchant du plan de l'*anneau*, on ceſſa de le diſtinguer. Le 10 février 1715 & le 11 Janvier 1774, le ſoleil ayant paſſé au nord de l'*anneau*, on recommença de le voir. Le 23 mars 1715 & le 3 avril 1774, la terre revenant vers le plan de l'*anneau*, il diſparut pour la ſeconde fois. Le 12 Juillet 1715 & le premier Juillet 1774, la terre dépaſſa de nouveau le plan de l'*anneau* & on le revit pour la ſeconde fois. (*Mém. Acad. 1715, 1716, 1774*). En 1789, il y aura auſſi deux diſparitions & deux réapparitions, les 5 mai, 24 août, 16 octobre, & 30 Janvier 1790, (*M. du Séjour, p. 164*), en 1832 & 1833, l'on obſervera preſque la même choſe. (*pag. 171*).

Les différences des lunettes, & les inégalités de l'atmoſphere en divers climats, mettent quelques jours d'incertitude dans ces ſortes d'obſervations, mais avec les lunettes achromatiques, dont la plupart des aſtronomes ſe ſervent actuellement, & qui ſont à-peu-près égales, on a été d'accord à un ou deux jours près dans les obſervations de 1774; il n'y a que la diſparition du mois d'octobre 1773 ſur laquelle on a différé de quelques jours, parce que le tems étoit peu ſerein & ſaturne fort près de l'horizon. Dès le 5 octobre preſque tous les aſtronomes l'avoient perdu de vue, quoique ce ne dût être que le 9 ſuivant le calcul déduit des autres phaſes.

Dans la détermination du nœud de l'*anneau*, l'on ſuppoſe connue ſon inclinaiſon, parce qu'une petite incertitude ſur l'inclinaiſon n'empêcheroit pas qu'on ne déterminât fort bien le lieu du nœud. Paſſons actuellement à la recherche de cette inclinaiſon.

Digitized by Google

Lorſque ſaturne eſt le plus éloigné du nœud de l'*anneau*, & que la terre eſt la plus élevée au-deſſus du plan de l'*anneau*, il nous paroît ſous la forme d'une ellipſe, dont le petit axe eſt la moitié du grand, du moins en réduiſant les obſervations au centre du ſoleil; ainſi, en ſuppoſant l'*anneau* abſolument circulaire, il faut que ſon inclinaiſon ſoit de 30° ſur le plan de l'orbite de ſaturne, pour paroître ſous cette forme; par-là il eſt aiſé de calculer quelle doit être l'inclinaiſon de cet *anneau* ſur le plan de l'écliptique; car dans le triangle *N O S* on connoît l'angle *N*, la diſtance *N S* des nœuds, & l'angle *S* de 30°; on aura facilement l'angle *O* qui eſt de 31° 20′; mais nous n'obſervons jamais l'*anneau* d'une ſi grande ouverture, à cauſe de la latitude de ſaturne.

Il eſt aiſé de déduire de ces principes la figure de l'*anneau* pour un tems donné, car elle ne dépend que de l'élévation de la terre ſur le plan de cet *anneau*. Soit *B* le lieu de la terre oppoſé à la longitude géocentrique de ſaturne, *B F* la latitude de la terre vue de ſaturne, égale à la latitude de ſaturne vue de la terre, mais de dénomination contraire, *O F* la différence entre la longitude de la terre vue de ſaturne, & celle du nœud de l'*anneau* ſur l'écliptique; dans le triangle *F B O*, l'on cherchera *B O*, & l'angle *O*, la ſomme ou la différence de *B O F* & de l'angle *S O F*, inclinaiſon de l'*anneau* ſur l'écliptique, 31°20′, donnera l'angle *S O B* ou *G O B*; dans le triangle *B O G*, l'on connoît l'hypothenuſe *O B*, & l'angle *B O S*, l'on cherchera *B G* qui eſt la latitude de la terre, par rapport à l'*anneau*, vue de ſaturne, ou l'élévation de la terre au-deſſus de l'*anneau*.

Par le moyen de l'élévation de notre œil ſur le plan de l'*anneau*, on trouve la figure de l'*anneau*, ou le rapport des axes de ſon ellipſe apparente pour un tems quelconque; car le grand axe eſt toujours au petit, comme le rayon eſt au ſinus de l'élévation ou de l'obliquité de l'œil.

L'élévation du ſoleil au-deſſus du plan de l'*anneau* eſt plus aiſée à calculer. Suppoſons le ſoleil en *C* ſur l'orbite qu'il paroît décrire autour de ſaturne, l'arc *C D* perpendiculaire ſur l'*anneau L S A*, *C D* eſt la latitude du ſoleil, par rapport à l'*anneau* qui ſe trouve par le ſimple triangle *C S D* dans lequel on connoît la diſtance héliocentrique *C S* de ſaturne au nœud *S* de l'*anneau*, meſurée ſur l'orbite de ſaturne *M C S N*, & l'angle *S* 30°, cet arc *C D* eſt l'inclinaiſon du rayon ſolaire ſur le plan de l'*anneau*, ou l'élévation du ſoleil, par rapport à ce plan. De-là on pourroit conclure les tems où l'angle de cette inclinaiſon eſt aſſez petit, pour que le ſoleil ne puiſſe plus éclairer ſenſiblement une des ſurfaces de l'*anneau*, & nous le rendre viſible. On peut auſſi par les mêmes principes réduire les obſervations qu'on en fait ſur la terre à celles qui auroient lieu pour un obſervateur ſitué dans le ſoleil.

J'ai dit que l'*anneau* eſt comme un plan ou un corps très-mince; en effet, dès qu'il eſt dirigé vers nous, & que ſon plan paſſe par notre œil, nous ne diſtinguons rien; nous le perdons de vue, parce qu'il n'y a pour lors que ſon épaiſſeur qui ſe préſente à nous, & elle eſt trop petite pour être diſtinguée; il eſt vrai qu'alors on voit l'ombre de l'*anneau* ſur le diſque de ſaturne, parce que le ſoleil l'éclaire obliquement & qu'il y a par conſéquent une ombre plus large que celle de l'épaiſſeur de l'*anneau*. Quand l'*anneau* eſt dirigé vers le ſoleil & que ſon épaiſſeur ſeule eſt éclairée, il diſparoît également; ce qui prouve que cette épaiſſeur eſt fort petite, c'eſt-à-dire, inſenſible pour nous; car elle pourroit être encore aſſez grande, ſans que nous puſſions la diſtinguer, le diametre réel de l'*anneau* étant de 66737 lieues, & un quart de ſeconde étant inſenſible ſur une planete auſſi peu éclairée.

L'*anneau* eſt ſi mince que les anſes diſparoiſſent, le jour même que la terre eſt dans le plan de l'*anneau*, & reparoiſſent dès que la terre a dépaſſé le plan. M. Maraldi s'en étoit aſſuré en 1715; & j'ai trouvé le même réſultat par la diſparition du 3 avril 1774 & la réapparition du premier Juillet. En effet, le 3 avril la latitude géocentrique de ſaturne, ou celle de la terre *E T*, étoit de 2° 27′ 5″ ſi l'on diviſe la tangente de cet arc par celle de l'inclinaiſon de l'*anneau* ſur l'écliptique, ou de l'angle *E O T* 31° 20′ l'on a le ſinus de la diſtance *E O* de la terre au nœud, ſur l'écliptique; = 4° 1′ 20″ & cette diſtance retranchée du lieu de la terre ou de ſaturne, en *E*, 11° 21° 7′ 38″ donne le lieu du nœud *O* ſur l'écliptique 11° 17° 6′ 18″.

Dans la réapparition du premier juillet, la latitude 2° 12′ 23″ donne pour la diſtance au nœud 3° 37′ 16″ & comme la longitude de ſaturne étoit 11° 20° 41′ 41″ le lieu du nœud ſe trouve 11° 17° 4′ 25″. La différence 1′ 53″ entre ces deux réſultats ne dépend que de quelques heures de différence dans les obſervations; ainſi, il eſt évident que c'eſt le jour même du paſſage de la terre dans le plan de l'*anneau* que nous le voyons diſparoître ou reparoître. Le ſegment *A B*, *fig.* 160, de 88° 50′ qui eſt entièrement illuminé, & dont la corde entière a 29° 4, paroît 12 heures après le paſſage de la terre dans le plan de l'*anneau* comme ſi il avoit 36 lieues; ainſi, l'épaiſſeur de l'*anneau* peut n'être que de cette quantité, ou ſeulement de 18 lieues ſi l'on voit les anſes détachées douze heures avant que nous ſoyons dans le plan de l'*anneau*. (*Mém. 1774, pag. 93*).

L'*anneau* de ſaturne paroît n'être pas exactement plan, car Maraldi obſerva qu'une des anſes diſparoiſſoit avant l'autre, & Heinſius aſſure que le 29 novembre 1743, l'anſe orientale étoit plus courte que l'autre; ce qui ſemble annoncer qu'il y a un peu de courbure dans l'*anneau*.

Le 9 octobre 1714, les anſes étoient de moitié plus courtes qu'à l'ordinaire; (*Mém. 1715, p. 12*). la partie orientale paroiſſoit plus large que l'occidentale. Le 12 octobre ſaturne parut avec une ſeule anſe du côté de l'occident, cela pourroit donner lieu de croire que depuis le 9 juſqu'au 12, la rota-

Digitized by Google

tion de ſaturne avoit pu faire paſſer de l'orient à l'occident cette partie de l'*anneau* qui étoit la plus viſible, la moins inclinée ou la moins approchante de notre rayon viſuel.

Le 6 octobre 1773, on ne voyoit à Cadix que l'anſe occidentale. Le 11 janvier 1774, M. Meſſier voyoit les anſes détachées, & l'anſe orientale plus longue. Le premier juillet, il remarqua ſur l'*anneau* qui étoit encore extrêmement mince, des points lumineux plus gros que le filet de lumière qui formoit les anſes. Ces obſervations faites ſur des objets imperceptibles, ne ſont ni faciles à faire, ni d'une certitude abſolument ſatisfaiſante; mais elles indiquent cependant qu'il y a un peu de courbure dans le plan de l'*anneau*; car s'il étoit dans un ſeul plan, ſes parties droites & gauches diſparoîtroient en même-tems, & le ſegment extérieur qui eſt d'une lumière pleine ne diſparoîtroit pas le premier, comme cela arrive quelquefois.

On trouve des conjectures & des réflexions ingénieuſes ſur la cauſe & la formation de l'*anneau* de ſaturne, dans Manpertuis; *Diſcours ſur les figures des aſtres*, imprimé en 1732, & en 1742.

ANNEAU *ſolaire* ou *horaire*, eſt une eſpèce de petit cadran portatif, qui conſiſte en un *anneau* ou cercle de cuivre d'environ deux pouces de diamètre, & d'un tiers de pouce de largeur.

Dans un endroit du contour de l'*anneau*, il y a un trou par lequel on fait paſſer un rayon du ſoleil, qui fait une petite marque lumineuſe à la circonférence concave du demi-cercle oppoſé; & le point ſur lequel tombe cette petite marque, donne l'heure du jour que l'on cherche.

Mais un inſtrument ainſi diſpoſé n'eſt bon que dans le tems des équinoxes; pour qu'il puiſſe ſervir tout le long de l'année, il faut que le trou puiſſe changer de place, & que les lignes du zodiaque ou les jours du mois ſoient marqués ſur la convexité de l'*anneau*; au moyen de quoi le cadran peut donner l'heure pour tel jour de l'année qu'on veut.

Pour s'en ſervir, il ne faut que mettre le trou ſur le jour du mois ou ſur le degré du zodiaque que le ſoleil occupe ce jour-là, enſuite ſuſpendre le cadran à l'ordinaire vis-à-vis du ſoleil; le rayon qui paſſera par le trou, marquera l'heure ſur le point oppoſé où il tombera.

ANNEAU *aſtronomique* ou *univerſel*, eſt un inſtrument compoſé de deux ou trois cercles, qui ſert à trouver l'heure du jour en quelqu'endroit que ce ſoit de la terre, au lieu que l'*anneau* ſolaire dont nous venons de parler eſt borné à une certaine latitude. L'*anneau* aſtronomique eſt repréſenté dans les *planches d'Aſtronomie*, *fig.* 248. dans ſa conſtruction la plus ſimple. C'eſt une eſpèce de cadran équinoxial portatif, & qui s'oriente à-peu-près de la façon que nous l'expliquerons en indiquant la conſtruction du cadran équinoxial. *Voyez* CADRAN.

L'*anneau* aſtronomique eſt une imitation des armilles d'Eratoſthène, qui étoient à Alexandrie 250 ans avant J. C. & les armilles portatives ont été employées très-anciennement. Gemma-Friſon, dans ſon uſage de l'*anneau* aſtronomique, imprimé en 1544, dit que ce n'eſt pas du tout ſon invention, mais qu'il en a rendu l'uſage plus étendu.

On fait des *anneaux* aſtronomiques depuis deux pouces de diamètre juſqu'à ſix: il conſiſte en deux *anneaux* ou cercles minces, qui ſont larges & épais à proportion de la grandeur de l'inſtrument. Le cercle extérieur *A* repréſente le méridien du lieu où l'on eſt; il contient deux diviſions de 90^d chacune, diamétralement oppoſées, & qui ſervent, l'une pour l'hémiſphère boréal, l'autre pour l'hémiſphère auſtral. L'*anneau* intérieur repréſente l'équateur, & tourne exactement en dedans du premier par le moyen de deux pivots qui ſont en *E* & en *F* dans chaque cercle. Au dedans des deux cercles eſt une petite règle *A P*, ou lame mince, qui tourne auſſi ſur deux pivots avec un curſeur marqué *C*, qui peut gliſſer le long du milieu de la règle. Dans ce curſeur eſt un petit trou pour laiſſer paſſer les rayons du ſoleil.

On regarde l'axe de la règle *A P* comme l'axe du monde, & ſes extrémités comme les deux poles. On y marque d'un côté les ſignes du zodiaque, de l'autre les jours du mois: ſur le méridien eſt une pièce de ſuſpenſion qui peut gliſſer ſur la circonférence, & à laquelle on attache un petit pendant *G*, qui porte une boucle *H* pour tenir l'inſtrument ſuſpendu.

Uſage de cet inſtrument. Mettez le milieu du pendant, au degré de latitude ou de hauteur du pole du lieu où vous êtes, ſur la circonférence *A M P*, par exemple, à 48^d 50′ pour Paris; mettez le trou du curſeur au degré du ſigne, ou au jour du mois ſur la règle *D D*; ouvrez enſuite l'inſtrument, de ſorte que les deux *anneaux* faſſent un angle droit entr'eux, & ſuſpendez-le par la boucle *H*, de manière que l'axe de la règle qui repréſente celui de l'inſtrument puiſſe être parallèle à l'axe du monde; enſuite tournez le côté plat de la règle vers le ſoleil, juſqu'à ce que le rayon qui paſſera par le petit trou tombe exactement ſur la ligne circulaire qui eſt tracée au milieu de la circonférence concave *D B* de l'*anneau* intérieur: le rayon ſolaire marquera l'heure qu'il eſt ſur cette circonférence concave. En effet on éloigne l'alidade de l'équateur, par exemple, de 23° ½ ſi c'eſt au ſolſtice, dans cet état le ſoleil paſſant par l'alidade raſera l'équateur dès que cet équateur eſt bien placé, puiſqu'on a fait d'avance l'angle égal à celui du rayon ſolaire ſur le plan de l'équateur, & qu'une ligne détermine un plan quand l'inclinaiſon de ce plan eſt donnée.

Pour diviſer la règle *D D* ſuivant les ſignes ou les jours, on met dans le milieu *N* les équinoxes 21 de mars & 21 de ſeptembre, & ſur un rayon *F N* on forme des angles égaux aux déclinaiſons du ſoleil, au commencement de chaque ſigne, ou au commencement chaque mois, en ſorte que les por-

tions de la règle, à partir du milieu, ſuivent le progrès des tangentes des déclinaiſons du ſoleil.

Il faut remarquer que l'heure de 12 ou de midi n'eſt point donnée par le cadran, par la raiſon que le cercle extérieur étant dans le plan du méridien, il empêche les rayons du ſoleil de tomber ſur le cercle intérieur. D'ailleurs le ſoleil changeant peu de hauteur aux environs du midi, la ſituation de l'*anneau* eſt mal déterminée. L'*anneau*, tel que nous venons de le décrire, ne donnera point non plus l'heure quand le ſoleil ſera dans l'équateur, parce qu'alors ſes rayons ſeront paralléles au plan du cercle intérieur; mais on y remédie par une autre conſtruction.

En effet, il y a encore une eſpèce d'*anneau aſtronomique*, auquel on ajoute un cercle horaire tournant autour des poles *A P*, & portant une alidade: ainſi, au lieu de deux cercles, il en a trois; mais il faut que l'inſtrument ſoit plus grand, celui-ci marque lorſque le ſoleil eſt dans l'équateur, & il eſt beaucoup plus juſte. On ne ſe ſert plus guere de ces inſtrumens, l'uſage des montres ayant rendu inutiles tous ces cadrans qui ne donnent pas l'heure avec une certaine juſteſſe, mais l'*anneau aſtronomique* eſt excellent pour porter dans les campagnes où l'on n'a point de méridiens & de cadrans ſolaires.

On fait des *anneaux aſtronomiques* de ſix pouces qui coûtent cent écus, *voy. fig.* 249, où l'on diſtingue facilement toutes les minutes d'heures; la hauteur du pole de deux en deux minutes, & les minutes de la déclinaiſon du ſoleil par le moyen d'un vernier qui occupe 60° ſur le cercle horaire.

L'équateur y eſt maintenu perpendiculairement au méridien par une rainure dans laquelle entre une pointe fixée dans le cercle horaire qui tourne autour des poles.

La piéce de ſuſpenſion eſt formée comme la lampe de Cardan, afin que l'inſtrument prenne ſon à-plomb dans tous les ſens, & on l'arrête avec une vis ſur la hauteur du pole du lieu où l'on obſerve

L'alidade, qui ſe meut ſur le plan du cercle horaire, a un verre objectif au lieu d'un trou de pinule, & l'image du ſoleil qui ſe peint ſur la pinule oppoſée, ſert à prendre des hauteurs correſpondantes, qu'on peut avoir facilement à 2′ prés, comme l'a éprouvé M. le cardinal de Luynes.

Dans les *anneaux* où il y a un cercle horaire portant l'alidade des déclinaiſons, le rayon ſolaire ne peut enfiler l'alidade que quand le cercle horaire eſt dirigé à la diſtance actuelle du ſoleil au méridien; ainſi, il y a deux tatonemens à faire pour avoir le rayon ſolaire dans l'alidade.

On le ſentira mieux dans le cas le plus ſimple qui eſt celui de l'équinoxe; je ſuppoſe que le ſoleil eſt dans l'équateur, & que je veux diriger vers le ſoleil l'alidade qui tourne dans le plan de l'équateur de l'*anneau*, il ne ſuffira pas de tourner ce plan vers le ſoleil, il faudra encore tourner l'alidade à la hauteur du ſoleil, ou à la diſtance du méridien.

Anneau aſtronomique en terme de marine, eſt un inſtrument fort ſimple dont on ſe ſert en mer pour prendre ſimplement la hauteur du ſoleil: c'eſt un cercle de métal où il y a un trou éloigné de 45 degrés de la ſuſpenſion, & à la partie oppoſée du cercle, des diviſions qui marquent les hauteurs du ſoleil de degré en degré, lorſque le rayon ſolaire paſſant par le petit trou tombe ſur les diviſions oppoſées. (*D. L.*)

ANNEAU (*Meſure de bois*), c'eſt un cercle de fer qui a ſix piés & demi de circonférence, que l'on nomme auſſi *moule*, & dont le patron prototype eſt à l'hôtel-de-ville. C'eſt ſur ce patron que tous ceux dont on ſe ſert ſont étalonnés & marqués aux armes de la ville. Trois moules ou *anneaux* remplis, plus douze bûches, doivent faire la charge d'une charrette. Le tout fait ordinairement depuis cinquante-deux juſqu'à ſoixante-deux bûches, qui ſont nommées par cette raiſon *bois de compte*. Toutes les bûches qui ſont au-deſſous de dix-ſept à dix-huit pouces de groſſeur, doivent être rejetées du moule & renvoyées au bois de corde: mais il y a encore tant d'inégalité entre les plus groſſes, que ſouvent ce nombre ne ſe trouve pas complet. Il y en a quelquefois de ſi groſſes, ſur-tout dans le bois qui vient de Montargis, que les quarante-ſept ou quarante-huit bûches rempliſſent les trois *anneaux*, & ſont la voie. *Voyez* VOIE.

Le bois qui vient par la riviere d'Andelle, & qui en porte le nom, n'ayant que deux piés & demi de longueur, quand il s'en rencontre d'aſſez gros pour être de moule ou de compte, on en donne quatre *anneaux* & ſeize bûches pour la voie.

ANNÉE, ſ. f. (*Aſtron.*) eſt le tems que le ſoleil emploie à faire le tour du zodiaque pour ramener les ſaiſons, ſa véritable durée eſt de 365 jours, 5 heures, 48 minutes, 48 ſecondes; mais le nom d'*année* a été donné à toutes ſortes de périodes, ſervant à meſurer le tems, *année* ſolaire, *année* lunaire, *année* de ſaturne, de jupiter, &c. *Voyez* RÉVOLUTION & PÉRIODE.

Il paroît que les jours furent d'abord la ſeule manière de compter; du moins on explique d'une manière ſatisfaiſante les 450 mille *années* dont ſe vantoient les babyloniens ſuivant Ciceron & Diodore; cela s'accorde avec les *années* dont parloit Caliſthènes ſuivant Simplicius. *Voyez M. Bailly, hiſt. de l'Aſtron. p. 373.*

Le mois lunaire étant très-remarquable pour tous les yeux, fut la première période ou la première *année* chez preſque tous les peuples du monde. *Voyez Diodore, l. 1, p. 30, édition 1745; Varron, ſuivant Lactance, inſt. l. 2, c. 13; Pline, l. vij, ch. 49; Plutarque dans la vie de Numa, p. 72, édit. 1624; Eudoxe ſuivant Platon dans ſon Timée, p. 31 de l'édition de 1602; Stobée Eclogæ phyſ. p. 21, édit.*

Digitized by Google

édit. de 1609 ; Geminus, p. 34, édition du P. Petau, 1630 ; Suidas au mot Ηλιος, *tom. II, p. 54, édition de Cambridge, 1605.*

Dans la ſuite, on vit qu'il y avoit douze mois lunaires ou douze changemens des phaſes de la lune d'un hiver à l'autre, & on forma l'*année* lunaire. Ces variétés du cours de la lune étant plus fréquentes & par conſéquent mieux connues aux hommes que celles de toutes les autres planètes, les romains réglèrent leurs *années* par la lune juſques au tems de Jules Céſar. *Voy.* CALENDRIER, LUNE.

Les juifs avoient auſſi leur mois lunaire. Quelques rabins diſent que le mois lunaire ne commençoit pas au premier moment où la lune paroiſſoit, mais qu'il y avoit une loi qui obligeoit la première perſonne qui la verroit paroître d'en aller avertir le ſanhedrin : ſur quoi le préſident du ſanhedrin prononçoit ſolemnellement que le mois étoit commencé, & on en donnoit avis au peuple par des feux qu'on allumoit au haut des montagnes ; les arabes ne comptent encore leur *année* que quand ils ont vu paroître la lune.

On diſtingua auſſi les tems par ſaiſons, & voilà pourquoi l'on trouve des *années* de trois mois, de quatre mois, de ſix mois ; *Diodore, ibid. Pline, ibid. Cenſorinus, ch. 19 ; S. Auguſtin, de civitate Dei, l. 12, c. 10 :* mais il réfute ceux qui prétendent que la diviſion de quatre mois étoit ſur-tout naturelle en Egypte, où l'inondation faiſoit abandonner les terres pendant quatre mois, où il y avoit quatre mois de fécondation & quatre mois ſans culture. Le P. Kircher prétend même qu'outre l'*année* ſolaire quelques provinces d'Egypte avoient des *années* lunaires, & que dans les *années* les plus reculées, quelques-uns des peuples de ces provinces prenoient une ſeule révolution de la lune pour une *année ;* que d'autres trouvant cet intervalle trop court, faiſoient l'*année* de deux mois, d'autres de trois, &c. *Œdip. Egypt. tom. II, p. 252.*

Un auteur de ces derniers tems aſſure que Varron a attribué à toutes les nations ce que nous venons d'attribuer aux égyptiens, & il ajoute que Lactance le relève à ce ſujet.

Nous ne ſavons pas ſur quels endroits de Varron & de Lactance cet auteur ſe fonde ; tout ce que nous pouvons aſſurer, c'eſt que Lactance, *divin. inſtit. lib. II. cap. xiij.* en parlant de l'opinion de Varron ſuppoſe qu'il parle ſeulement des égyptiens.

Au reſte Saint-Auguſtin, *de civit. Dei, lib. XV, cap. xiv*, fait voir que les *années* des patriarches rapportées dans l'Ecriture, ſont les mêmes que les nôtres ; & qu'il n'eſt pas vrai, comme beaucoup de gens ſe le ſont imaginés, que dix de ces *années* n'en valoient qu'une d'à-préſent.

Les habitans de l'île de Taïti, découverte depuis quelques *années*, comptent par lunes de 29 jours, & 13 lunes font une *année ;* ils déſignent chaque mois par un nom propre, & les 13 mois par un nom collectif, mais dont ils ne ſe ſervent qu'en parlant des myſtères de leur religion. Le jour eſt diviſé en 12 parties, dont ſix pour la nuit, ce qui eſt une ſuite naturelle des 12 lunes qui ſe trouvent dans une *année* ſolaire ; cependant ils comptent par 10 dans l'uſage de la numération ordinaire. *Hydrographie de la mer du ſud, par M. de Freville, 1774, tom. I, pag. 451.*

Indépendamment de la variété des ſaiſons qui ſuivoient la période du ſoleil, les peuples Paſteurs virent bientôt que les étoiles ſe levoient & ſe couchoient deux heures plutôt à chaque mois, & qu'au bout d'environ 12 mois, elles paroiſſoient & diſparoiſſoient à la même heure ; ils comprirent alors que le ſoleil tournoit en douze lunes ou en douze mois, & parcouroit tout le ciel. Alors on examina les étoiles, dont il s'approchoit ſucceſſivement ; l'on en forma douze grandes diviſions, qui formèrent les douze ſignes du zodiaque. Cette invention parut une découverte admirable, & on la chanta avec enthouſiaſme. On en fit les douze travaux du dieu Hercule, les voyages de Bacchus, tels qu'ils ſont dans le poëme des Dyoniſiaques, de Nonnus, & une quantité d'autres fables, ainſi que l'a fait voir M. Dupuis, profeſſeur de rhétorique en l'Univerſité de Paris, dans le Journal des Savans de 1779, & dans un mémoire qui fait partie du quatrième volume de mon *Aſtronomie.* Chaque ſigne ſe partageoit en trois parties, qu'on appelloit Decans, parce qu'elles contenoient environ dix jours ; les dix doigts de la main déterminèrent de toute ancienneté la diviſion par dix, & voilà peut-être pourquoi l'on fit d'abord les *années* de 360 jours.

Il eſt conſtant, par le témoignage des anciens, que les *années* comptées en Egypte, depuis l'origine de la monarchie, n'étoient pas de 12 mois ; mais que l'*année* fut augmentée par pluſieurs rois. *Voyez Diodore de Sic. liv. 1, pag. 22, editi Hanov. 1604 ; Pline, l. 7, c. 48 ; Plut. in Numa. Cenſorinus, corrigé par Saumaiſe ; in Solin. S. Auguſt. de civ. Dei, l. 12, c. 11, & l. 15, c. 12 ; Riccioli chron. ref. p. 31.*

Il y a des auteurs qui penſent que du tems de Moyſe l'*année* n'avoit encore que 360 jours ; ils ſe fondent ſur le calcul que donne la Geneſe de la durée du déluge, où il paroît que l'*année* dont l'hiſtorien fait uſage, eſt de douze mois, chacun de 30 jours ; il ne dit rien qui puiſſe faire ſupprimer qu'on connût alors la néceſſité d'ajouter quelques jours aux 360 que donnent douze mois de 30 jours chacun pour égaler la durée de l'*année* civile à la révolution du ſoleil. En effet, dit M. Goguet, on voit, *Gen. ch. 7, v. 11 & 24, & ch. 8, v. 3 & 4, ſelon l'hébreu*, que le déluge commença le 17ᵉ jour du ſecond mois, l'an 600 de Noé ; que les eaux s'accrurent & ſe ſoutinrent enſuite au même degré d'élévation pendant 150 jous conſécutifs, juſqu'au dix-ſeptième du ſeptième mois. Ainſi les cinq mois de l'*année* valoient 150

jours : ces mois étoient donc de 30 jours chacun, & l'*année* entière de 360 jours.

On ajoute à cela le témoignage des auteurs, qui disent que la plupart des nations de l'antiquité, même les plus éclairées, n'ont connu pendant bien des siècles d'autre *année* que celle de 360 jours. *Voyez* la dissert. de M. Allin, insérée dans la théorie de la terre de Wiston, *l. 2, p. 144, édit. de Londres, 1737.*

On croit sur-tout que l'*année* des égyptiens étoit autrefois de 360 jours : on peut voir à ce sujet *Plutarque de Isside, Diodore de Sicile, Scaliger, Kircher, Golius sur Alfragan, M. Goguet, origine des loix, des arts & des sciences, tom. 1, p. 220, 230, t. 2, p. 254, in-4.°*

L'enceinte de Babylone avoit 360 stades; elle avoit été bâtie en un an, un stade chaque jour. Les prêtres astronomes de Memphis étoient au nombre de 360, & chacun observoit un jour de l'*année* : enfin la division du cercle en 360°, en fournit une indication bien ancienne; mais ne pourroit-on pas dire que les 360 jours formoient douze mois, & que les cinq derniers jours additionels ou épagomènes, étant hors de rang, on n'en tenoit pas compte dans certaines circonstances, quoiqu'on les connût très-bien. Ne voit-on pas que même du tems de Ptolemée, cent ans après l'ère vulgaire, on comptoit tous les mois de 30 jours, quoique l'*année* en eût 365 ? J'ai peine à concevoir qu'on ait été long-tems à se tromper de cinq jours sur la durée de l'*année*, aussi-tôt qu'on eut observé les levers héliaques des différentes étoiles, du moins les égyptiens faisoient monter jusqu'à une antiquité fabuleuse l'origine de l'*année* de 365 jours; c'étoit mercure qui avoit joué aux dez avec la lune; *Plutarque, t. 2, p. 355, édition de Paris, 1624; Diodore, l. 1, p. 17, édition de 1745.*

Le Syncelle (*p. 123, édit. de Paris, 1612*), dit qu'un roi d'Egypte, nommé Aseth, avoit réglé l'*année* égyptienne à 365 jours, & qu'avant lui elle n'avoit eu que 360 jours; mais on ne peut savoir en quel tems vivoit Aseth.

Neuton, dans sa chronologie, prétend que l'*année* de 365 jours fut établie en Egypte sous le regne d'Amenophis, 884 ans avant la naissance de J. C., 72 ans après la mort de Sesostris; que c'étoit en mémoire de cet établissement que l'on avoit placé dans le *Memnonium* un cercle d'or de 365 coudées de tour, dont chacune répondoit à un jour de l'*année*, & pour tous les jours étoient marqués les levers des étoiles, suivant Diodore, de Sicile, *l. 1, p. 30.*

Mais Freret, qui a si bien réfuté le système chronologique de Neuton, soutient que Osimandès ou Osimandias, roi de Thèbes, dont le tombeau étoit environné par le cercle dont il s'agit, étoit plus ancien que Sesostris. (*Défense de la chronologie, pag. 387*) Il fait Sesostris contemporain de Moyse 1550 ans avant J. C. (*Ib. p. 247.*)

M. Goguet (*t. 2, p. 255*), estime qu'Osimandès vivoit vers le tems de la guerre de Troye, 1284 ans avant J. C. Il y a donc apparence qu'à cette époque on avoit déjà fait l'*année* de 365 jours; mais on fut ensuite bien long-tems avant de penser à y ajouter un quart de jour, & avant de reconnoître l'erreur de six heures : c'est ce que je vais discuter en faisant voir que plusieurs auteurs se sont trompés sur l'époque de cette découverte.

Le Syncelle nous dit que l'ancienne chronique égyptienne comptoit 36525 ans depuis le règne du soleil jusqu'à celui d'Alexandre. Les égyptiens attribuoient à mercure 36525 traités, & il est sûr qu'ils attachoient quelques significations cachées à ce nombre. (*Freret, p. 230*) M. Dupuis pense que cela signifioit 365 & un quart, exprimés en décimales, & cela supposeroit la connoissance du quart de jour; mais on ne peut pas savoir à quelle époque remontoit la fable des 36525 ans. Le Syncelle dit que ce nombre marquoit les *années* de la révolution des étoiles par rapport aux équinoxes; mais, comme cet auteur étoit fort ignorant en Astronomie, il n'est pas étonnant qu'il se soit trompé sur cet article; quoi qu'il en soit, ce nombre mystérieux ne prouve pas qu'on connût le quart de jour, ou le cycle caniculaire, seulement 600 ans avant J. C.

Le cycle caniculaire de 1460 ans, ou la période Sothiaque, qui ramenoit les levers d'étoiles aux mêmes saisons de l'*année*, indique bien la connoissance du quart de jour; mais ce cycle ne me paroît pas avoir été connu dans la haute antiquité.

M. de la Nauze, qui a donné une histoire du calendrier égyptien dans les mémoires de l'Académie royale des inscriptions & belles-lettres (*tom. xiv, pag. 334*), fixe cette découverte à l'*année* 1322, qui est celle où le lever de Sirius concouroit avec le premier jour du mois thot, & qui fut la première *année* du cycle caniculaire ou de la période Sothiaque, dont les *années* sont employées par Censorinus; mais il a déjà été réfuté par M. Dupuy, de l'Académie des inscriptions, dans le tome xxix de la même Académie.

M. Freret (*défense de la chronologie, p. 400*), est du même avis que M. de la Nauze. Il va même plus loin; & trouvant des indices du cycle précédent qui avoit dû commencer 2782 ans avant J. C., il pense que le cycle qui avoit commencé l'an 1322 n'étoit pas le plus ancien, ni celui au commencement duquel on avoit établi l'usage de l'*année* vague de 365 jours. Mais de ce que Manethon, Censorinus, Clement d'Alexandrie se servent de ce cycle, il ne s'ensuit pas qu'on le connût déjà 1322 ans avant J. C.; & quant aux inductions que M. Freret tire des livres de Moyse, elles prouveroient tout au plus que l'usage de l'*année* de 365 jours avoit lieu au tems de Moyse, né selon lui l'an 1589. Les juifs avoient une *année* civile ancienne, qui commençoit en automne comme celle des égyptiens, & une *année*

Digitized by Google

religieuſe depuis l'exode ; celle-ci commençoit à la nouvelle lune, qui précédoit l'équinoxe du printems. Mais les équinoxes, les ſolſtices, le lever de ſirius, étoient des choſes aſſez faciles à obſerver pour qu'on en ait fait des époques. Cela ne prouve pas qu'on connût déjà la durée de l'*année* à quelques heures près, & qu'on connût la différence de l'*année* vague de 365 jours & de l'*année* ſydérale de 365 jours & un quart.

L'*année* vague étoit l'*année* religieuſe qui ſervoit à régler les fêtes & les ſacrifices. L'*année* civile régloit la culture des terres & le paiement des impôts. (*Vettius valens Anthol. liv. 1.*) Le commencement en étoit marqué par le lever héliaque de ſothis ou ſirius. (*Porphirius de antro nympharum, Bainbrigius de anno caniculari, ch. 4, pag. 26, M. Freret, pag. 393.*) Mais on ignore à quelle époque la différence de ces deux *années* a été connue. Les auteurs, d'après leſquels on fait remonter auſſi haut la découverte du cycle caniculaire, ſont des auteurs de deux ou trois cens ans avant Jeſus-Chriſt, qui s'en ſervoient dans leurs calculs, qui ne diſent point qu'on s'en fût ſervi à l'époque à laquelle ils remontent par le calcul. Suivant M. Dupuy dans les mémoires de l'Académie des inſcriptions, *tom. xxix, p. 114*, il eſt douteux que même au tems d'Hérodote, 450 ans avant J. C., on connût d'autre *année* que celle de 365 jours, & qu'on sût en Egypte la différence de l'*année* fixe à l'*année* vague, qui eſt d'environ ſix heures. On voit dans Hérodote, *l. 2*, que Solon donnoit 30 jours à chaque mois, & qu'il croyoit qu'en intercalant un mois tous les deux ans, on aſſignoit des limites au retour des ſaiſons. Cependant il y avoit neuf jours & trois quart de trop dans cette méthode, connue ſous le nom de Trieteride. On voit auſſi dans Hérodote qu'il ignoroit le quart de jour, dont l'*année* ſurpaſſe l'*année* vague. (*l. 2, p. 57, édit. Henr. St. 1570*). Ce n'eſt que Geminus qui vivoit du tems de Cicéron, & Cenſorinus l'an 238, qui parlent du cycle caniculaire de 1461 *années* vagues. Les égyptiens croyoient qu'elles faiſoient 1460 *années*, tant tropiques que ſydérales, & que cette période devoit ramener le commencement de leur *année* civile au lever de la canicule, où ils avoient fixé le commencement de leur *année* tropique, ſuivant Cenſorinus ; mais il y avoit une erreur de 36 ans ou de 47 pour cette grande *année* ſothiaque ; 36 ans pour les levers des étoiles, 47 pour les ſaiſons. L'*année* tropique avoit environ 20 jours d'avance ſur l'année ſydérale à la fin de leur prétendue période caniculaire de 1461 *années* égyptiennes, civiles ou vagues ; car en diviſant 365 jours par $5^h\ 48'\ 48''$ & par $6^h\ 9'\ 10''$, on trouve 1506,9 & 1423,7 pour les deux périodes ; c'eſt-à-dire, 47 ans de plus pour l'une, & 36 de moins pour l'autre : ainſi, dans le tems même où l'on faiſoit uſage du cycle caniculaire, on en connoiſſoit fort mal la durée, ce qui n'annonce pas une haute antiquité pour la découverte du quart de jour. Geminus (*p. 19*), cite Eratoſthène comme ayant donné raiſon du cycle de 1460 ans : on connoiſſoit donc alors le quart de jour ; ainſi, c'eſt vers le tems de Platon, 80 ans après Hérodote, ou 370 ans avant J. C. qu'on a été certain de cette différence. M. Freret dans ſa défenſe de la chronologie, *p. 247 & 400*, entreprend de prouver que 2780 ans avant l'ère vulgaire, les égyptiens connoiſſoient déjà la période ſothiaque. M. Bailly, dans ſon Hiſtoire de l'Aſtronomie, dit auſſi que Manéthon donne lieu de croire que la période ſothiaque remontoit à 2782 ans, & il regarde l'obſervation du quart de jour comme prouvant dans les obſervations la plus haute antiquité ; mais c'eſt parce que Manéthon, 280 ans avant J. C. s'en étoit ſervi pour calculer ſon hiſtoire d'Egypte ; c'eſt comme ſi l'on vouloit prouver que Jules Céſar avoit reformé le calendrier il y a 6000 ans, parce que nous comptons les *années* de la création du monde ſur le calendrier Julien. Il n'y a pour le quart de jour aucune autorité, puiſque les auteurs les plus anciens & les plus inſtruits, comme Platon & Hérodote, n'en parlent point.

Ainſi, du tems même de Platon, on ne connoiſſoit ni le quart du jour, ni la période caniculaire. Avant le tems d'Hipparque, il étoit très-difficile de déterminer la durée de l'année, parce qu'on n'obſervoit point les équinoxes, mais ſeulement les ſolſtices qui ſont très-difficiles à obſerver exactement. Pour le prouver, je remarque 1.° que Ptolemée ne put trouver d'équinoxes plus anciens que ceux d'Hipparque pour les comparer avec les ſiens. 2.° Que Hipparque, dans un paſſage cité par Ptolemée, ſe ſert d'un ſolſtice plus ancien. 3.° Que Ptolemée lui-même ſe ſert d'un ſolſtice. 4.° Que l'uſage des gnomons étoit beaucoup plus ancien que celui des armilles, parce qu'il étoit plus naturel & plus ſimple ; or, les gnomons donnoient facilement & directement les ſolſtices ; ainſi il eſt évident qu'on a dû ſe borner long-tems à l'obſervation des ſolſtices, mais ils n'étoient pas ſuſceptibles de préciſion.

Voilà pourquoi l'on ignora juſqu'au tems d'Hipparque, la diminution de quelques minutes qu'il y avoit à faire au quart de jour. Il paroît donc qu'environ 300 ans avant l'ère chrétienne, on croyoit l'*année* de 365 jours & un quart. Meton la crut même un peu plus grande ; nous ignorons ſur quel fondement. Ce furent les obſervations faites à Alexandrie qui commencèrent à donner le goût de la préciſion, & Hipparque vers l'an 130 avant l'ère vulgaire, s'apperçut qu'il y avoit quelque choſe à ôter du quart de jour ; ainſi, la plus ancienne détermination que l'on ait de la durée de l'*année* eſt celle d'Hipparque, rapportée dans l'almageſte de Ptolemée. (*Lib. 3, c. 2*). Dans un livre fait exprès ſur la grandeur de l'année, Hipparque comparoit un ſolſtice obſervé par Ariſtarque 280 ans avant l'ère vulgaire avec celui qu'il avoit obſervé lui-même après une intervalle de 145 ans, & il

Digitized by Google

trouva qu'il étoit arrivé douze heures plutôt que ne l'avoit exigé le quart de jour. Dans un autre livre ſur les mois & les jours intercalaires, il parloit de la durée de l'*année* qui étoit, ſuivant Meton & Euctemon, de $365\frac{1}{4}$ jours & quelques choſes de plus, & il diſoit : « nous avons trouvé le » même nombre qu'eux pour les mois ſolaires, » contenus dans 19 ans : mais nous avons trouvé » que l'année anticipoit de la trois-centième partie » d'un jour. Suivant Meton, il manque cinq jours » en 300 ans ; ſuivant Calippus c'eſt un jour ſeu- » lement. J'ai écrit (ajoute Hipparque) ſur la durée » de l'*année*, un livre où je demontre que l'*année* » ſolaire, c'eſt-à-dire le tems dans lequel le ſoleil » revient au ſolſtice ou à l'équinoxe, ne contient » pas 365 jours & un quart, comme l'eſtiment » les mathématiciens, mais qu'il s'en faut la trois- » centième partie d'un jour. » Ptolemée ajoute ; ſi nous partageons un jour en 300 parties, nous trouverons 12 parties ſexageſimales ſecondes, qui étant ôtées de 365 jours, & 15 parties premières, il reſtera pour la durée de l'année 365. 14. 48.

Cette même quantité réduite en heures, minutes, ſecondes, ſuivant notre manière de compter, fait 365 jours 5^h 55′ 12″ ; ainſi, Hipparque diminua l'année de 4′ 48″, mais il y avoit encore 6′ 24″ d'erreur dans ſa détermination. Cependant Ptolemée dit que c'eſt auſſi à très-peu-près ce qu'il a trouvé par beaucoup d'obſervations ; mais il paroit que Ptolemée ſe ſervoit des obſervations d'Hipparque & de ſes réſultats, en ſorte que la détermination précédente tire toute ſa valeur de l'autorité d'Hipparque. On voit que la raiſon pour laquelle Ptolemée admit la durée de l'*année* d'après Hipparque, eſt qu'elle étoit commenſurable avec le cycle lunaire de Meton ; mais, comme celui-ci étoit trop long, l'année ſe trouva auſſi trop longue de ſix minutes. Ptolemée rempli de reſpect & d'admiration pour Hipparque, & ſe défiant de lui-même, comme le dit Boulliaud, (*Aſtron. philol.*, *p. 73*), ne crut pas pouvoir mieux faire que de s'en tenir aux déterminations d'Hipparque : mais pourquoi faire ſemblant de les avoir trouvées par ſes propres obſervations ; c'eſt un reproche qu'on lui fera dans tous les tems, comme d'avoir changé les tems des obſervations pour les faire accorder avec ſes hypothèſes.

On ne connut pendant pluſieurs ſiècles d'autre Aſtronomie que celle de Ptolemée, ni d'autre détermination de l'*année* que celle dont nous venons de parler. Mais enfin les Arabes furent à portée de reconnoître l'erreur, lorſqu'ils comparèrent leurs obſervations avec celles d'Hipparque ; auſſi dans Albategnius, qui vivoit en 880, on ne trouve plus que 365 jours 5^h 46′ 24″ ; & dans les tables alphonſines 5^h 49′ 16″, ce qui approche beaucoup de ce que nous trouvons actuellement ; c'eſt celle-ci qui fut adoptée par Copernic & par les réformateurs du calendrier ſous Grégoire XIII, en 1582. (*Voyez* Clavius, *Romani calendarii explicatio*, *p. 65*, *édit. 1612*, in-folio). Mais, comme il n'y a pas une demi-minute de trop, le calendrier grégorien n'en n'eſt pas moins très-exact relativement aux uſages de la ſociété, c'eſt-à-dire propre à ramener les ſaiſons aux mêmes jours des mois.

Dans le livre de Copernic qui parut en 1543, la durée moyenne de l'*année* eſt de 365 j 5^h 49′ 16″.

Tycho, dans ſes progymnaſmes, *p. 53*, 365 j 5^h 48′ 45″ $\frac{1}{2}$.

Kepler dans ſes Tables rudolphines, 365 j 5^h 48′ 57″ $\frac{1}{2}$.

Boulliaud, dans ſon Aſtronomie philolaïque, 365 j 5^h 49′ 4″ $\frac{1}{2}$.

Riccioli, dans ſon Almageſte, *tom. 1*, *p. 139*, 365 j 5^h 48′ 40″. dans ſon Aſtronomie réformée, 48″.

Flamſteed & Neuton ont ſuppoſé la longueur de l'*année* 365 j 5^h 48′ 57″ $\frac{1}{2}$.

M. le Monnier, Inſtitut. Aſtronom. *p. 469*, 365 j 5^h 48′ 57″.

M. Halley, dans ſes Tables aſtronomiques, 365 j 5^h 48′ 54″, 8.

M. Caſſini, dans ſes tables, 365 j 5^h 48′ 52″ 4.

M. Mayer, (*Mem. de Gottingen*, *tom. III*). 365 j 5^h 48′ 51″.

M. de la Caille, dans ſes tables (*Mém. Acad. 1757*, *p. 140*), 365 j 5^h 48′ 49″.

Enfin dans un grand Mémoire qui a remporté le prix de l'Académie de Copenhague en 1781, & qui ſera imprimé dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, j'ai diſcuté avec le plus grand ſoin les neuf équinoxes obſervés par Hipparque, qui m'ont donné 48″ ; les 22 équinoxes obſervés par Tycho-Brahé qui m'ont donné 46″ ; enfin 50 obſervations de Flamſteed, faites en 1689, 1690 & 1691, 56 obſervations de Mayer, & 56 obſervations faites par M. Dagelet à l'école militaire en 1780, elles m'ont donné 50″ ; ainſi, le milieu eſt encore 48″, ce qui prouve inconteſtablement que la durée de l'*année* ſolaire eſt réellement de 365 j 5^h 48′ 48″.

Ainſi, les obſervations d'Hipparque faites il y a près de deux mille ans, celles de Tycho-Brahé faites il y a deux cens ans, & celles du dernier ſiècle s'accordent également ſur la durée de l'*année ſolaire*. Il n'y a que les obſervations de Ptolemée qui s'en écartent, mais il eſt prouvé qu'elles ſont défectueuſes ou ſuppoſées, & qu'il faut les rejetter.

Dans le tems où l'on admettoit les obſervations de Ptolemée, on étoit tenté de croire que la durée de l'*année* étoit devenue plus petite, c'eſt-à-dire, que la terre accéléroit ſon mouvement autour du ſoleil ; M. Euler, dans ſes tables du ſoleil, admettoit cette diminution de l'année. Cette accélération de la terre donnoit déjà lieu à une funeſte conſéquence pour l'humanité, en nous annonçant preſque & le tems & la manière dont elle doit finir : en effet, ſi la terre accélere ainſi ſon mouvement, c'eſt une preuve certaine qu'elle éprouve une réſiſtance de la part de l'ether ou

Digitized by Google

de la matière ſubtile qui remplit l'univers, ne fût-ce que celle de la lumière. L'idée la plus naturelle que l'on puiſſe ſe former de cette réſiſtance, c'eſt qu'elle diminue la vîteſſe de projection; or la force centripète dans une orbite donnée eſt comme le quarré de la vîteſſe; donc ſi la vîteſſe diminue, la force centrale prévaudra; la planète ſe rapprochera du centre; ſon orbite deviendra moindre; elle ſera donc parcourue dans un tems plus court, parce que les durées des révolutions diminuent comme les racines quarrées des cubes des diſtances, ainſi on obſervera une accélération continuelle dans ſon mouvement.

Cette cauſe ayant commencé d'agir une fois, elle agiroit toujours; la diſtance de la terre au ſoleil ne ceſſeroit de diminuer, parce que la vîteſſe éprouveroit toujours une nouvelle réſiſtance, l'effet deviendroit même de plus en plus conſidérable, à meſure que la terre approcheroit du centre, parce que la denſité de la lumière & la force centrale augmentent l'une & l'autre, comme le quarré de la diſtance diminue. C'eſt ainſi que la terre deſcendroit par dégrés juſqu'au ſoleil pour y être abſorbée & détruite. Il ſeroit peut-être même poſſible de calculer le tems de ce grand événement: auſſitôt que l'on reconnoîtroit par les obſervations le retardement qu'a éprouvé la terre depuis environ deux mille ans; & l'on verroit un jour les planètes inférieures, mercure & venus, diſparoître ſucceſſivement à nos yeux, ſe perdre dans le ſoleil & nous marquer le tems de notre fin; mais j'écarterai bientôt de ſi triſtes préſages en faiſant voir qu'il falloit rejetter les obſervations de Ptolemée, & qu'il n'y avoit aucune preuve d'accélération dans le mouvement de la terre. (*Mém. de l'Ac. 1757, p. 413*).

L'*année ſolaire* dont nous venons de voir la durée exacte par les obſervations aſtronomiques eſt l'*année tropique* ou le tems qui s'écoule entre deux équinoxes de printems ou d'automne; on la nomme *année tropique*, parce qu'il faut que cet intervalle de tems s'écoule pour que chaque ſaiſon ſe rétabliſſe dans le même ordre qu'auparavant: cette *année* eſt de 365 jours 5 heures 48 minutes 48 ſecondes.

L'*année ſydérale* eſt l'eſpace de tems que le ſoleil met à faire ſa révolution apparente autour de la terre, & à revenir à la même étoile, ou plutôt, c'eſt le tems que la terre met à revenir au même point du ciel. Ce tems eſt de 365 jours 6 heures 9 minutes 11 ſecondes & demi. La raiſon de la différence entre l'*année ſolaire tropique* & l'*année ſydérale*, vient de ce que l'équinoxe, ou la ſection de l'écliptique & de l'équateur retrograde de 50 ſecondes & un quart par an, le ſoleil, après qu'il eſt parti d'un équinoxe, doit paroître rencontrer ce même équinoxe l'*année* ſuivante dans un point un peu en-deça de celui où il l'a quitté; & par conſéquent le ſoleil n'aura pas encore achevé ſa révolution entière lorſqu'il ſera de retour aux mêmes points des équinoxes.

ANNÉE *civile* eſt celle que l'on compoſe d'un nombre de jours à-peu-près égal à celui de l'*année* ſolaire; elle eſt chez nous de 365 jours, & quelquefois de 366.

L'*année* civile des Egyptiens étoit de 365 jours, comme nous l'avons expliqué; c'étoit une *année* vague diviſée en 12 mois, dont voici les noms: *thoth*, *phaophi*, *athyr*, *kiak*, *tybi*, *mechir*, *phamenoth*, *pharmouthi*, *pakon*, *payni*, *epiphi*, *meſori*, & cinq jours épagomènes. Ptolemée, dans ſon *Almageſte*, compte des *années* égyptiennes depuis l'ere de Nabonaſſar, qui ſe rapporte au 26 février 746 avant J. C., ſuivant la méthode des Aſtronomes, ou 747, ſuivant la méthode des Chronologiſtes; en ſorte que le premier du mois thoth avançoit d'un jour tous les 4 ans, & l'*année* 748 de Nabonaſſar tombe au 23 août de l'année zéro de notre ere, ou de celle qui ſépare les années avant J. C. des années après J. C.

Lorſque les Egyptiens furent ſubjugués par les Romains, ils reçurent l'*année Julienne*, dont nous parlerons bientôt, mais avec quelqu'altération; car ils retinrent leurs anciens noms de mois avec les cinq jours épagomènes, & ils placèrent le jour intercalé tous les quatre ans, entre le 28 & le 29 d'août.

Le commencement de leur *année* répondoit au 29 août de l'*année Julienne*. Leur *année* réformée de cette maniere, s'appelloit *annus Actiacus*, à cauſe qu'elle avoit été inſtituée après la bataille d'Actium, 32 ans avant J. C.

L'*année Ethiopique* eſt une *année* ſolaire qui s'accorde parfaitement avec l'Actiaque, excepté dans les noms des mois. Son commencement répond à celui de l'*année* Egyptienne, c'eſt-à-dire, ſuivant quelques Auteurs, au 29 d'avril de l'*année* Julienne; mais je crois que c'eſt plutôt au 29 d'août.

Les mois de cette *année* ſont, 1°. *maſcaram*, 2.° *tykympt*, 3.° *hydar*, 4.° *tyshas*, 5.° *tyr*, 6.° *jacatil*, 7.° *magabit*, 8.° *mijaria*, 9.° *giribal*, 10.° *ſyne*, 11.° *hamle*, 12.° *hahaſe*, & il y a de plus cinq jours intercalaires.

L'*Année Grecque* étoit lunaire, & compoſée de douze mois, qui étoient d'abord tous de 30 jours, & qui furent enſuite alternativement de 30 & de 29 jours; les mois commençoient avec la premiere apparence de la nouvelle lune, & à chaque 3°, 5°, 8°, 11°, 14°, 16°, & 17° *année* du cycle de 19 ans, on ajoutoit un mois emboliſmique de trente jours, afin que les nouvelles & pleines lunes revinſſent aux mêmes termes ou ſaiſons de l'*année*. *Voyez* CYCLE LUNAIRE.

L'*année Greeque* commençoit à la premiere pleine lune d'après le ſolſtice d'été. L'ordre de leurs mois étoit, 1.° *hecatombæon*, de 29 jours; 2.° *metageitnion*, de 30 jours; 3.° *boédromion*, de 29 jours; 4.° *mæmacterion*, de 30 jours; 5.° *pyanepſion*, de 29 jours; 6.° *poſideon*, de 30 jours; 7.° *gamelion*, de 29 jours; 8.° *anthefterion*, de 30 jours; 9.° *elaphebolion*, de 29 jours; 10.° *munichion*, de

Digitized by Google

30 jours; 11.° *thargelion*, de 29 jours; 12.° *ſciropharion*, de 30 jours.

Cette *année* étoit particuliérement nommée l'*année Attique*; & le mois intercalaire ou emboliſmique ſe plaçoit après *poſideon*, ou le ſixième mois, il étoit appellé *poſideon* 2, ou ſecond *poſideon*.

Les Macédoniens avoient donné d'autres noms à leurs mois, ainſi que les Syro-Macédoniens, les Smyrniens, les Tyriens, les peuples de Chypre, les Paphiens, les Bithiniens, *&c.*

L'ancienne *année Macédonienne* étoit une *année* lunaire, qui ne différoit de la Grecque que par le nom & l'ordre des mois. Le premier mois Macédonien répondoit au mois mæmaclérion, ou quatrieme mois attique: voici l'ordre, la durée & les noms de ces mois Macédoniens: 1°. *panemus*, de 29 jours; 2°. *Lous* de 30 jours; 3°. *gorpiæus*, de 29 jours; 4°. *hyperberetæus*, de 30 jours; 5°. *dius*, de 29 jours; 6°. *apellæus* de 30 jours; 7°. *audynæus*, de 29 jours; 8°. *peritius*, de 30 jours; 9°. *dyſtrus*, de 29 jours; 10°. *xanticus*, de 30 jours; 11°. *artemiſius*, de 29 jours; 12°. *dæſius*, de 30 jours.

La nouvelle *année Macédonienne* eſt une *année* ſolaire, dont le commencement eſt fixé au premier de Janvier de l'*année* Julienne, avec laquelle elle s'accorde parfaitement.

L'*année des Juifs* étoit une *année* lunaire compoſée ordinairement de 12 mois alternativement de 30 & de 29 jours. On la faiſoit répondre à l'*année* ſolaire, en ajoutant à la fin 11 & quelfois 12 jours, ou en inſérant un mois emboliſmique.

Voici les noms & la durée de ces mois: 1.° *niſan* ou *abib*, 30 jours; 2.° *jiar* ou *zius*, 29; 3.° *ſiban* ou *ſivan*, 30; 4.° *thamuz* ou *tamuz*, 29; 5.° *ab*, 30; 6.° *elul*, 29; 7.° *tiſri* ou *ethanim*, 30; 8.° *marcheſvan* ou *bul*, 29; 9.° *ciſleu*, 30; 10.° *thebeth*, 29; 11.° *ſabat* ou *ſchebeth*, 30; 12.° *adar*, dans les *années* emboliſmiques, 30 jours; *adar* dans les *années* communes étoit de 29.

L'*année Juive moderne* eſt pareillement une *année* lunaire de 12 mois dans les *années* communes, & de 13 dans les *années* emboliſmiques, leſquelles ſont la 3°, la 6°, 8°, 11°, 14°, 17° & 19° du cycle de 19 ans. Le commencement de cette *année* civile des Juifs eſt fixé à la nouvelle lune la plus voiſine de l'équinoxe d'automne. En 1779, elle a commencé le 11 ſeptembre; en 1780 le 7 ſeptembre.

Les noms des mois & leur durée ſont, 1.° *tiſri*, 30 jours; 2.° *marcheſvan*, 29; 3.° *ciſleu*, 30; 4.° *Tebeth*, 29; 5°. *ſchebeth*, 30; 6°. *adar*, 29; 7°. *veadar*, dans les *années* emboliſmiques, 30; 8°. *niſan*, 30; 9°. *jiar*, 29; 10°. *ſivan*, 29; 11°. *thamuz*, 29; 12°. *ab*, 30; 13°. *elul*, 29.

Selon les Juifs, l'*année* de la création du monde eſt la 959° de la période julienne, commençant au 7° d'octobre; & comme l'année de la naiſſance de J. C. eſt la 4714° de la période julienne, il s'enſuit que J. C. eſt né l'an 3761 de l'ere des Juifs: c'eſt pourquoi ſi on ajoute 3761 à une *année* quelconque de l'ere chrétienne, on aura l'*année* Juive correſpondante qui doit commencer en automne; bien entendu qu'on regarde l'*année* Juive comme une *année* ſolaire: & elle peut être regardée comme telle en effet, à cauſe des années emboliſmiques, qui remettent à-peu-près de trois en trois ans le commencement de l'*année* Juive avec celui de l'*année* ſolaire.

L'*année Sabbatique*, chez les anciens Juifs, ſe diſoit de chaque ſeptieme *année*. Durant cette *année*, les Juifs laiſſoient toujours repoſer leurs terres.

Chaque ſeptième *année Sabbatique*, c'eſt-à-dire chaque 49° *année*, étoit appellée l'*année du Jubilé*, & étoit célébrée avec une grande ſolemnité.

ANNÉE *des anciens Romains*. Le *Calendrier romain*, qui eſt l'origine du nôtre, remonte à Romulus. Ce légiſlateur, plus verſé dans la guerre que dans les matieres aſtronomiques, ne diviſa l'*année* qu'en dix mois, qui étoient alternativement de trente-un & de trente jours: elle commençoit le premier de Mars; ainſi, les Romains ſuppoſoient qu'au moyen de cette diſtribution, l'*année* recommençoit toujours au printems, s'imaginant que le ſoleil parcouroit toutes les ſaiſons dans l'eſpace de trois cens quatre jours; il s'en falloit ſoixante-un jours que cette *année* ne s'accordât avec la vraie *année* ſolaire. *Macrobe, ſaturn. l. 1: Solinus, memorab., page 1.*

Le premier mois, celui de mars, contenoit 31 jours; le ſecond, celui d'avril, 30; 3.° Mai, 31; 4.° juin, 30; 5.° quintilis ou juillet, 31; 6.° ſextilis (août), 30; 7.° ſeptembre, 30; 8.° octobre, 31; 9.° novembre, 39; 10.° décembre, 30: le tout faiſant 304 jours. Ainſi, cette *année* ſe trouvoit moindre de 50 jours que l'*année lunaire* réelle, & de 61 que l'*année ſolaire*.

De-là il réſultoit que le commencement de l'*année* de Romulus étoit vague, & ne répondoit à aucune ſaiſon fixe. Lorſqu'on appercevoit l'inconvénient d'une telle variation, l'on ajoutoit à l'*année* le nombre de jours néceſſaires, pour que le premier mois répondît à-peu-près au même état du ciel: mais ces jours ajoutés n'étoient point partagés en mois. *Macrobe, lib. 1, cap. 12.*

Le *calendrier de Romulus* fut réformé par Numa. Voici de quelle maniere Dom Clément, ſavant Bénédictin, auteur de la derniere édition de l'Art de vérifier les dates, explique cette réformation dans un manuſcrit qu'il a bien voulu me confier. Numa voulant mettre l'*année Romaine* dans un ordre plus conforme aux révolutions des aſtres, prit pour modele l'année dont ſe ſervoient la plupart des peuples de la Grèce, cependant il n'en ſuivit pas exactement les proportions.

Pour la diſtribuer en douze mois comme celle des Grecs, il ôta un jour de chacun des ſix mois

pairs de l'*année* de Romulus, & les joignant aux cinquante-un jours qu'il avoit à ajouter, il les diviſa en deux nouveaux mois : janvier compoſé de 29 jours, & février de 28. Par cette diſtribution, non-ſeulement l'*année*, mais tous ſes mois furent impairs, ce qu'on croyoit d'un préſage heureux ; ſi on excepte le mois de février, qui étant deſtiné à des cérémonies lugubres, avoit un jour de moins, & contenoit le nombre funeſte. (*Cenſorin.*, *c.* 20 ; *Macrob.*, *liv.* 1, *c.* 12 ; *Plut.* in Numa, *p.* 72 ; *Ovid.*, *liv.* 1 *Faſt.*, *v.* 43).

Le mois de janvier fut le premier mois de l'*année*, & ce mois a conſervé la place que Numa lui aſſigna ; mais le mois de février deſtiné aux purifications, & conſacré aux Dieux Manes, avoit été renvoyé par Numa à la fin des autres, & terminoit l'*année*.

Mais quelque conformité qu'eût cette *année* avec les révolutions de la lune, elle ne pouvoit ſuivre le cours du ſoleil & l'ordre des ſaiſons. Les Grecs avoient remédié avec juſteſſe à cet inconvénient ; & comme leur *année* réduite à 354 jours, étoit de onze jours ſix heures plus courte que la révolution tropique du ſoleil, & qu'à cauſe de la fraction de ſix heures, il n'étoit pas poſſible de faire chaque *année* une juſte intercalation ; ils avoient établi que tous les huit ans on ajouteroit les 90 jours réſultans des onze jours ſix heures qui manquoient à chacune de ces huit *années* lunaires. (*Macrob.*, *c.* 12, *Solin.*, *c.* 1), & leur *année* lunaire par les mois, devenoit ſolaire par l'emboliſme ; c'eſt le nom qu'ils donnoient à l'intercalation.

Numa ſentit auſſi la néceſſité d'intercaler avec préciſion & avec ordre ; mais oubliant que, par préjugé pour le nombre pair, il avoit formé ſon *année* d'un jour de plus que celle des Grecs, il donna à ſes intercalations le même nombre de jours que ce peuple leur avoit aſſigné, & elles ne différèrent de l'emboliſme que par l'arrangement. Il régla que l'intercalation ſe feroit tous les deux ans. La premiere *année* de ſon calendrier fut une *année* commune de 355 jours ; la deuxieme une *année* intercalaire ſimple de 377 jours ; la troiſième une *année* commune de 355 jours ; la quatrième une *année* intercalaire double de 378 jours, & ainſi ſucceſſivement. Par ce moyen, l'*année romaine* moyenne étoit d'un jour plus longue que l'*année ſolaire*. (*Macrob.*, ibid. *Cenſorin.*, *c.* 20. *Plutar.* in Numa, *p.* 72). Il ſuit de cette premiere inſtitution de Numa que chaque *année Romaine* avançant d'un jour ſur l'*année aſtronomique*, elle devoit enfin s'écarter de l'ordre des ſaiſons, & faire ſucceſſivement paſſer à l'été & à l'automne les mois affectés dans le principe au printems & à l'hiver.

Nous venons de dire que les *années Romaines* étoient alternativement communes & intercalaires : l'*année* commune étoit compoſée de douze mois, & contenoit 355 jours, qui faiſoient en quelque ſorte la conſtitution fixe. L'*année* intercalaire ſimple contenoit 22 jours de plus, & l'*année* intercalaire double 23 jours de plus ; par conſéquent elle avoit un treizième mois nommé *intercalarius* par les Latins, & *merkedonius* par Plutarque.

Enfin, l'endroit que Numa déſigna pour mettre l'intercalation fut entre le 23 & le 24 de février, c'eſt-à-dire après la fête des *terminales* & avant le *régifuge* ; & quand on intercaloit, on ôtoit au mois de février les cinq derniers jours, & on les ajoutoit au mois intercalaire. (*Varo*, *de L. Lat.*, *lib.* 5, *p.* 32. *Macrob.*, *c.* 12). C'eſt dans ce ſens que le Juriſconſulte *Celſus* (*in leg.* 98, §. 2 de verb. ſignif.), dit que le mois intercalaire étoit compoſé de 28 jours : il les contenoit en effet quand l'intercalation étoit double.

On trouve dans Tite-Live (*liv.* 1, *chap* 19), que Numa, dès les premiers jours de ſon règne, ſe hâta de faire ſes inſtitutions politiques & religieuſes, & que la premiere de toutes fut la réformation du Calendrier. Plutarque (*Quæſt. Rom.*, *p.* 268) & Ovide (*liv.* 1, *f. v.* 160), diſent que Numa, en réformant le calendrier, mit le commencement de l'année au ſolſtice d'hiver, & comme les anciens plaçoient les points cardinaux au 8e degré des ſignes, & que le ſoleil au tems de Numa entroit dans le capricorne du 29 au 30 décembre, en remontant ſuivant le calendrier julien ; il ſuit de-là que la 1re année du calendrier de Numa doit être rapportée au 6 janvier julien de l'an 41 de Rome avant J. C. 713 ; mais elle s'en ſépara bientôt, par la raiſon que l'*année romaine* moyenne avançoit d'un jour ſur l'*année tropique*, & elle s'éloignoit tous les jours du ſolſtice juſqu'au moment que ce prince l'arrêta par les nouvelles meſures dont nous allons parler.

Numa s'étant apperçu de ce vice & de la progreſſion ſucceſſive de ſon *année* ſur le cours du ſoleil, voulut y remédier : pour cet effet, il diviſa les tems en périodes de 24 *années*, il ordonna, (*Macrob.* ; *lib.* 1. *Saturn.*, *c.* 13), que dans les huit dernières *années* de chaque période, au lieu d'intercaler 90 jours, on n'en intercaleroit que 66, & il crut par ce moyen remédier au défaut de ſon calendrier.

L'époque de ce changement dans l'ordre des intercalations eſt de l'an 76 de Rome, avant J. C. 678, 37e du regne de Numa ; cette *année* auroit dû recevoir une intercalation de 23 jours, mais elle n'en eut qu'une de 22 ; & l'an 80, qui devoit également avoir une intercalation de 23 jours, n'en eut point. Ainſi il ne ſupprima, dans l'eſpace de 40 ans qu'il y eut depuis l'établiſſement de ſon calendrier juſqu'à la fin de l'an 80 de Rome, que 24 jours, au lieu qu'il auroit dû en ſupprimer 40, attendu que l'*année romaine* moyenne, comme nous l'avons déjà remarqué, avançoit d'un jour chaque *année* ſur le cours du ſoleil ; par conſéquent il laiſſa ſeize jours de trop, puiſque l'an 81 de Rome, le 1er janvier romain concourut

Digitized by Google

avec le 22 janvier julien, au lieu de concourir avec le 6 de ce mois; & cette année 81 eſt la première d'un cycle; mais comme on trouve en remontant que l'an 57 de Rome, avant J. C. 697, a commencé auſſi le 22 janvier julien, c'eſt cette *année* 57 où nous plaçons le premier cycle, & qui eſt le point fixe d'où partit chaque nouveau cycle, & où l'*année* revint à la fin de chaque révolution de 24 *années*.

D'après cette dernière diſpoſition du calendrier de Numa, à commencer de l'an 57 de Rome, qui eſt celle où commence la première *année* du 1.er cycle, les 2.e, 6.e, 10.e, 14.e, 18.e, 20.e & 22.e *années* devoient recevoir une intercalation de 22 jours; & l'intercalation de 23 jours devoit s'ajouter à la 4.e, 8.e, 12.e & 16.e *années* de chaque cycle. Par cette méthode Numa parvint à remettre tous les 24 ans ſon *année* au point où elle étoit quand la période avoit commencé; & ſans qu'il parût réformer ſes principes, ni renverſer totalement le premier ordre, il eut l'art de le corriger.

Le calendrier étant deſtiné à régler les jours de fêtes & de ſacrifices, on le regarda comme faiſant partie du culte, & l'on en confia la garde aux pontifes. Ils étoient chargés de le rédiger, & ils le firent ſervir à l'accroiſſement de leur pouvoir; le calendrier étoit caché avec le plus grand ſoin; & aucun citoyen ne ſachant quel jour la religion permettoit de plaider, & même de tenir les comices, il devoit recourir, pour toutes ſes affaires, aux miniſtres de la religion, & attendre qu'il leur plût de l'éclairer & de régler ſes démarches. Les pontifes ſuivirent les principes établis par Numa pour les intercalations, juſqu'au commencement de la république; mais, dans la ſuite, ils dérogèrent aux règles établies par ce prince, & s'arrogèrent le pouvoir de ſupprimer ou d'ajouter l'intercalation à leur volonté: ce qu'ils firent, pour la première fois, l'an de Rome 257, avant J. C. 497; & cette manière arbitraire de placer les intercalations, eſt la vraie cauſe de la confuſion qui ſe trouve dans l'ancien calendrier romain. Car ce déſordre étoit parvenu dans les derniers tems de la république à tel point, que les mois deſtinés à concourir avec l'hiver, arrivoient dans l'automne, &c. ce que les pontifes auroient évité, s'ils euſſent ſuivi exactement la dernière méthode preſcrite par l'établiſſement des Cycles, puiſqu'on n'auroit eu qu'à retrancher 12 jours de l'*année romaine*, pour la remettre au point d'où Jules-Céſar vouloit la faire commencer l'an 47 avant J. C. comme on le verra ci-après.

Les mois de Numa étoient, 1.° janvier, 29 jours; 2.° mars, 31; 3.° avril, 29; 4.° mai, 31; 5.° juin, 29; 6.° quintilis, 31; 7.° ſextilis, 29; 8.° ſeptembre, 29; 9.° Octobre, 31; 10.° novembre, 29; 11.° décembre, 29; & 12.° février, 28. Cette diſpoſition des mois ne ſubſiſta qu'environ trois ſiècles; l'an 304 de Rome, avant J. C. 450, les Décemvirs déplacèrent le mois de *février*, qu'ils mirent immédiatement après le mois de janvier de l'année ſuivante 305. Ainſi, ce mois, qui, dans l'ordre établi par Numa, étoit le dernier de l'année, devint le ſecond. Suivant Tuditanus, cité par Macrobe (*l. 1, ch. 13*), les Décemvirs, dans la deuxième année de leur magiſtrature, donnèrent une loi ſur les intercalations; & il y a lieu de croire qu'en dérangeant le mois de février, ils furent obligés de régler, par une loi, que les intercalations, qui devoient être miſes par les loix de Numa à la fin de l'*année*, continueroient d'être attachées à ce mois, quoiqu'il ceſſât d'être le dernier de l'*année romaine*. Par cette innovation, les Décemvirs prolongeoient leur magiſtrature: ayant été inſtallés ſuivant Denis d'Halicarnaſſe & Tite-Live aux Ides de Mai, le mois de février de l'*année* de leur inſtallation (304) ſe trouvoit de droit dans l'*année* de leur décemvirat. Mais, employant le mois de février l'*année* ſuivante (305) plutôt qu'il n'étoit d'uſage, & lui faiſant quitter la dernière place qu'il occupoit dans l'*année*, pour le mettre à la ſuite du mois de janvier, ils donnoient à leur adminiſtration une *année* de 14 mois (compris l'intercalaire), faiſant 406 jours, & ſe ménageoient plus de tems pour faire réuſſir leurs projets. Il n'y a que cet intérêt des Décemvirs qui ait pu les porter à déplacer ce mois. Cette confuſion du calendrier romain ne fut levée que du tems de Jules-Céſar; nous parlerons ci-après du calendrier julien.

L'*année ſyrienne* eſt une *année* ſolaire, dont le commencement eſt fixé au commencement du mois d'octobre de l'*année* julienne, & qui ne diffère d'ailleurs de l'*année* julienne que par le nom des mois, la durée étant la même. Les noms de ſes mois ſont, 1.° *tiſhrin* répondant au mois d'octobre & contenant 31 jours, 2.° le ſecond *tiſhrin*, contenant ainſi que novembre 30 jours, 3.° *canun* 31, 4.° le ſecond *canun* 31, 5.° *ſhabat* 28, 6.° *adar* 31, 7.° *niſan* 30, 8.° *achar* 31, 9.° *haziram* 30, 10.° *tamuz* 31, 11.° *ab* 31, 12.° *elul* 30.

L'*année perſienne* eſt une *année* ſolaire de 365 jours, & compoſée de douze mois de 30 jours chacun, avec cinq jours intercalaires ajoutés à la fin. Voici le nom des mois de cette *année*, 1.° *atrudiamech*, 2.° *ardihaſehtmeh*, 3.° *eardimeh*, 4.° *thirmeh*, 5.° *merdedmeh*, 6.° *ſchahariremeh*, 7.° *meharmeh*, 8.° *abenmeh*, 9.° *adarmeh*, 10.° *dimeh*, 11.° *behenmeh*, 12.° *aſſiremeh*. Cette *année* eſt appellée *année jezdegerdique*. Cette *année* des perſes eſt donc la même que l'*année* égyptienne ou *année* de Nabonaſſar, & elle fut employée depuis la mort de Jezdegerde, le dernier de rois de Perſe, lequel fut tué par les ſarraſins; l'*année perſienne* étoit alors de 365 jours, ſans qu'on ſe ſoucîât d'y admettre aucune intercalation; & il paroit que plus anciennement, après 120 *années* écoulées, le premier jour de l'an, qui avoit rétrogradé très-ſenſiblement, étoit remis au même lieu qu'auparavant, en ajoutant un mois de plus à l'*année*, qui devenoit pour lors de

de 13 mois. Mais l'*année* dont tous les auteurs qui ont écrit en Arabe ou en Perſan, ont fait uſage dans leurs tables aſtronomiques, eſt ſemblable aux *années* égyptiennes, leſquelles ſont toutes égales, étant de 365 jours ſans intercalation. *Inſt. aſtr. de M. le Monnier.*

Golius, dans ſes *notes ſur Alfergan*, *pag. 27 & ſuiv.* eſt entré dans un grand détail ſur la forme ancienne & nouvelle de l'*année* perſienne, laquelle a été ſuivie de la plupart des auteurs orientaux. Il nous apprend que ſous le ſultan Gelaluddaulé Melicxa, ou Gelaleddan, vers le milieu du onzième ſiècle, on entreprit de corriger la grandeur de l'*année*, & d'établir une nouvelle epoque; il fut donc réglé que de quatre ans en quatre ans, on ajouteroit un jour à l'*année* commune, laquelle ſeroit par conſéquent de 366 jours. Mais parce qu'on avoit reconnu que l'*année* ſolaire n'étoit pas exactement de 365 jours 6 heures, il fut décidé qu'alternativement (après 7 ou 8 intercalations) on intercaleroit la cinquième, & non pas la quatrième *année*; d'où il paroît que ces peuples connoiſſoient déjà fort exactement la grandeur de l'*année*, puiſque ſelon cette forme, l'*année* perſienne ſeroit de 365 jours 5 heures 49 minutes 31 ſecondes, ce qui diffère peu de l'*année grégorienne*, que les européens ou occidentaux n'ont employée dans leur calendrier que plus de 500 ans après les aſiatiques ou orientaux.

Ainſi, le calendrier gélaléen eſt une correction du calendrier perſan jezdegerdique. Le commencement de l'ère gelaléenne fut fixé à l'entrée du ſoleil dans le bélier, la 467e *année* de l'hégire, & de J. C. 1075. L'*année* arabique 467, commença au 27 août 1074. *Mémoires de l'Académie des Inſcriptions, tom. 1, pag. 17.*

L'*année* arabe ou turque eſt une *année* lunaire, compoſée de 12 mois, qui ſont alternativement de 30 & de 29 jours; quelquefois auſſi elle contient 13 mois. Voici les noms de ces mois. 1.° *muharram* de 30 jours, 2.° *ſaphar* 29, 3.° *rabia* 30, 4.° *ſecond rabia* 29, 5.° *jomada* 30, 6.° *ſecond jomada* 29, 7.° *rajab* 30, 8.° *ſhaaban* 29, 9.° *ſamadan* 30, 10.° *ſhawal* 29, 11.° *dulkaadah* 30, 12.° *dulheggia* 29, & de 30 dans les *années* hyperhémères ou emboliſmiques. On ajoute un jour intercalaire à chaque 2.e 5.e 7.e 10.e 13.e 15.e 18.e 21.e 24.e 26.e 29.e *année* d'un cycle de 30 ans, & les *années* ſont emboliſmiques ou de 355 jours; les autres communes, ou de 354 jours.

L'ère des mahométans commence au vendredi 6 juillet de l'an 622 de J. C. qui eſt la première *année* de l'hégire; d'où il s'enſuit que ſi d'une *année* quelconque de l'ère chrétienne on ôte 621, le reſte ſera le nombre des *années* de J. C. écoulées depuis le commencement de l'ère mahométane. Or l'*année* julienne eſt de 365 jours 6 heures, & les *années* de l'hégire, qui ſont des *années* lunaires, ſont de 354 jours 8 heures 48'; d'où il s'enſuit que chaque *année* de l'hégire anticipe ſur l'*année* julienne de 10 jours 21 heures 12'; & par conſéquent en 33 ans, de 359 jours 3 heures 36', c'eſt-à-dire d'une *année*, plus 4 jours 18 heures 48': donc ſi on diviſe par 33 le nombre trouvé des *années* juliennes écoulées depuis l'ère mahométane; & qu'on ajoute le quotient à ce nombre d'*années*, on aura le nombre des *années* mahométanes: on n'a point d'égard au reſte de la diviſion. Ce calcul ne nous apprend pas quel jour l'*année* a commencé; mais ce détail ſeroit trop long. *Voyez* Gravius *Epochæ celebriores*, 1650.

Il faut remarquer que le ſurplus des 4 jours 18 heures 48', iroit former auſſi une *année* au bout de pluſieurs ſiècles, c'eſt-à-dire au bout d'environ 72 fois 33 ans. Mais les mahométans ne ſe piquent pas d'une ſi grande exactitude; ils ne ſont pas même bien d'accord entr'eux ſur le commencement de l'*année*. Il y a dans Gravius une table des *années* de l'hégire rapportées à notre calendrier; il y en a une dans *l'Art de vérifier les dates*, qui fait commencer les *années* de l'hégire un jour plus tard. M. Cardone m'a fait voir un calendrier turc d'accord avec la première table, & ſuivant des lettres de M. Fonton, premier interprète du roi à Conſtantinople l'*année* 1195 de l'hégire a commencé le 28 décembre 1780, ce qui s'accorde avec la ſeconde table. Peut-être que la table de Gravius eſt dreſſée ſuivant l'uſage des aſtronomes arabes, qui comptent depuis le coucher du ſoleil qui a précédé le jour civil, tandis que l'autre eſt dreſſée ſur l'uſage civil. Il y en a même qui font commencer l'*année* encore un jour plutôt, par exemple, le 26 décembre 1780. Au contraire, il y a des parties de l'Arabie où l'on ne commence l'*année* que quand on a vu la lune; ce qui retarde ſouvent de deux jours. *Voyez* Niebuhr, deſcription de l'Arabie, *tom. 1, 1774, pag. 104.*

L'*année* lunaire eſt compoſée de douze mois lunaires: mais il y a deux eſpèces de mois ou de révolutions lunaires; ſavoir, la révolution périodique, qui eſt de 27 jours 7 heures 43 minutes 4 ſecondes; c'eſt à-peu-près le tems que la lune emploie à faire ſa révolution autour de la terre par rapport aux points équinoxiaux: 2.° le mois ſynodique, qui eſt le tems que cette planète emploie à retourner vers le ſoleil à chaque conjonction; ce tems, qui eſt l'intervalle de deux nouvelles lunes, eſt de 29 jours 12 heures 44 minutes 3 ſecondes. *Voyez* SYNODIQUE, LUNE. Ce mois ſynodique, marqué par les phaſes de la lune, eſt le ſeul dont on ſe ſerve pour meſurer les *années* lunaires: or comme ce mois eſt d'environ 29 jours & demi, on a été obligé de ſuppoſer les mois lunaires civils de 29 jours & de 30 alternativement; ainſi, le mois ſynodique étant de deux eſpèces, aſtronomique & civil, il a fallu diſtinguer auſſi deux eſpèces d'*années* lunaires, l'une aſtronomique, l'autre civile.

L'*année* aſtronomique lunaire eſt compoſée de douze mois ſynodiques lunaires, & contient par conſéquent 354 jours 8 heures 48 minutes 35 ſecondes.

L'*année* lunaire civile, eſt ou commune ou emboliſmique.

L'*année* lunaire commune eſt de douze mois lunaires civils, c'eſt-à-dire, de 354 jours.

L'*année* emboliſmique ou intercalaire eſt de treize mois lunaires civils, & de 384 jours.

Années juliennes, ce ſont celles dont on s'eſt ſervi dans toute l'Europe depuis le tems de Jules-Céſar. Nous avons dit que les pontifes auxquels Numa avoit confié le ſoin du calendrier, avoient mis un grand déſordre dans la conſtitution de l'*année*: Jules-Céſar, en qualité de ſouverain pontife & de dictateur voulut y remédier. Dans cette vue, il s'adreſſa à Soſigènes, habile aſtronome: celui-ci chercha le moyen de rendre la diſtribution du tems dans le calendrier telle, que les mêmes ſaiſons revinſſent au même jour du mois; & comme le cours annuel du ſoleil s'achève en 365 jours 6 heures, il fit l'*année* de ce même nombre de jours, & il en ajouta un tous les quatre ans. L'*année* de cette correction du calendrier fut une *année* de confuſion; car on fut obligé, afin d'ôter une erreur de 67 jours, dont le commencement de l'*année* s'étoit écarté du ſolſtice d'hiver, d'ajouter deux mois outre l'intercalation de 23 jours, qui ſe trouvoit avoir lieu cette même *année* dans l'ancien calendrier; de manière que cette *année* fut compoſée de quinze mois, faiſant 445 jours (ou ſuivant d'autres 443). Cette réformation ſe fit l'an de Rome 707, quarante-ſept ans avant J. C. Mais on ne compte ordinairement que de l'an 444; l'équinoxe arriva le 25 ſeptembre. *Voyez* Scaliger & Petrus, *liv. 4, ch. 1, & liv. 10, chap. 61.*

Ce calendrier romain, que l'on appelle auſſi calendrier julien, du nom de Jules-Céſar, étoit donc diſpoſé par périodes de quatre *années*. Les trois premières *années*, qu'on appelle *années* communes, ont 365 jours; & la quatrième, nommée *biſſextile*, en a 366, à cauſe des ſix heures qui, dans l'eſpace de quatre ans, compoſent un jour. On plaça le jour entier, formé par ces quatre fractions, après le vingt-quatrième de février, qui étoit le ſixième des calendes de mars.

Or comme ce jour ainſi répété étoit appellé en conſéquence *bis ſexto calendas*, l'*année* où ce jour étoit ajouté, fut auſſi appellé *bis ſextus*, d'où eſt venu *biſſextile*.

Le jour intercalaire n'eſt plus aujourd'hui regardé comme la répétition du 24 février, ſi ce n'eſt pour les fêtes de l'égliſe; mais il eſt ajouté à la fin de ce mois, & en eſt le vingt-neuvième.

Les mois de l'*année* julienne étoient diſpoſés ainſi: 1.° janvier 31 jours, 2.° février 28, 3.° mars 31, 4.° avril 30, 5.° mai 31, 6.° juin 30, 7.° juillet 31, 8.° août 31, 9.° ſeptembre 30, 10.° octobre 31, 11.° novembre 30, 12.° décembre 31; & dans toutes les *années biſſextiles* le mois de février avoit comme à préſent 29 jours: on trouvera les mois romains plus en détail au mot CALENDRIER.

Cette alternative de mois de 30 & de 31 jours ne ſuffit pas pour que les 12 ſignes du zodiaque ſoient d'accord avec les douze mois; car pour que le ſoleil employât un mois à parcourir chaque ſigne, il faudroit que les trois premiers mois & les trois derniers fuſſent de 30 jours, & les autres de 31; dans les *années* communes on en ôteroit un du mois de janvier ou de décembre, qui ſont les plus voiſins du périgée du ſoleil, où ſa viteſſe eſt la plus grande.

L'*année julienne* ſuppoſoit l'*année aſtronomique* de 365 jours 6 heures; & elle ſurpaſſoit par conſéquent la *vraie année ſolaire* d'environ 11 minutes, ce qui a occaſionné la correction grégorienne.

L'*année grégorienne* n'eſt autre que l'*année julienne*, corrigée par la ſuppreſſion de trois *biſſextiles* en quatre ſiècles.

La raiſon de cette correction, fut que l'*année julienne* avoit été ſuppoſée de 365 jours 6 heures, au lieu que la véritable *année ſolaire* eſt de 365 jours 5 heures 48′ 48″, ce qui produiſoit une anticipation de près d'un jour tous les cent ans, ou du moins de trois quarts de jour.

Or quoique cette erreur de 11 minutes qui ſe trouve dans l'*année julienne* ſoit fort petite, cependant elle étoit devenue ſi conſidérable en s'accumulant depuis le tems de Jules-Céſar, qu'elle avoit monté à 10 jours, ce qui avoit conſidérablement dérangé l'équinoxe. Car du tems du concile de Nicée, lorſqu'il fut queſtion de fixer les tems auquel on doit célébrer la Pâque, l'équinoxe du printems ſe trouvoit au 21 de mars. Mais cet équinoxe ayant continuellement anticipé, on s'eſt apperçu l'an 1582, lorſqu'on propoſa de réformer le calendrier de Jules-Céſar, que le ſoleil entroit déjà dans l'équateur dès le 11 mars; c'eſt-à-dire, 10 jours plutôt que du tems du concile de Nicée. Pour remédier à cet inconvénient, qui devoit aller enſuite encore plus loin, le pape Grégoire XIII. fit venir les plus habiles aſtronomes de ſon tems, & concerta avec eux la correction qu'il falloit faire, afin que l'équinoxe tombât au même jour que dans le tems du concile de Nicée; & comme il s'étoit gliſſé une erreur de dix jours depuis ce tems-là, on retrancha ces dix jours de l'*année* 1582, dans laquelle on fit cette correction; & au lieu du 5 d'octobre de cette *année*, on compta tout de ſuite le 15.

La France, l'Eſpagne, les pays catholiques d'Allemagne, & l'Italie, en un mot tous les pays qui ſont ſous l'obéiſſance de l'égliſe, reçurent cette réforme dès ſon origine: mais les proteſtans la rejettèrent d'abord.

En l'an 1700 l'erreur des dix jours avoit augmenté encore & étoit devenue de onze; c'eſt ce qui détermina les proteſtans d'Allemagne à accepter la réformation grégorienne & à compter ſur le nouveau ſtyle, auſſi-bien que les danois & les hollandois. En Angleterre même on l'a adopté au mois de ſeptembre 1752. Les Ruſſes ſont les ſeuls qui aient conſervé le calendrier julien, ou le vieux ſtyle, & comptent onze jours de plus. Les *années* 1700, 1800, 1900, ſont communes; l'*année* 2000

Digitized by Google

ſera biſſextile, de même que 2400, 2800, & ainſi de ſuite en ajoutant toujours 4; ainſi, il n'y a que les *années* ſéculaires dont le nombre du ſiècle eſt diviſible par 4 qui ſoient biſſextiles; comme dans le cours d'un ſiècle il n'y a que les *années* diviſibles par 4 qui ſoient biſſextiles, 1784, 1788, 1792, &c.

Suivant cette règle, on ſupprime trois biſſextiles ſur quatre ſiècles, ou en 36 ſiècles 27 biſſextiles; il ſeroit plus exact d'en ſupprimer 28, pour s'accorder avec la vraie durée de l'*année ſolaire*; mais la différence eſt inſenſible.

Commencement de l'année. Le jour de l'an, ou le jour auquel l'*année* commence, a toujours été très-différent chez les différentes nations.

Les françois, ſous les rois de la race mérovingienne, commençoient l'*année* du jour de la revue des troupes, qui étoit le premier de mars; ſous les rois Carlovingiens, ils commencèrent l'*année* le jour de Noël; & ſous les Capétiens, le jour de Pâques; de ſorte que le commencement de l'*année* varioit alors depuis le 22 mars juſqu'au 25 avril. L'*année eccléſiaſtique* en France commence au premier dimanche de l'Avent.

Quant à l'*année* civile, Charles IX. ordonna en 1564, qu'on la feroit commencer à l'avenir au premier de janvier.

A Rome, il y a deux manières de compter les *années*; l'une commence à la Nativité de Notre-Seigneur; & c'eſt celle que les Notaires ſuivent, datant *à Nativitate*; l'autre commence au 25 mars, jour de l'Incarnation, & c'eſt de cette façon que ſont datées les bulles, *anno Incarnationis.*

En 1746, l'*année civile* à Piſe, commençoit encore au 25 mars; l'Empereur ordonna le changement par un édit, dont l'extrait eſt gravé ſur un marbre en lettres d'or, ſur la rive gauche de l'arno. Cet uſage remontoit aux Etruſques, de qui les Romains l'avoient emprunté.

L'année civile ou *légale*, en Angleterre, commence le jour de l'Annonciation, c'eſt-à-dire le 25 mars; quoique l'*année chronologique* commence le jour de la Circonciſion, c'eſt-à-dire le premier jour de janvier, ainſi que l'*année* des autres nations de l'Europe. Guillaume le Conquérant ayant été couronné le premier de janvier, donna occaſion aux Anglois de commencer à compter l'*année* de ce jour-là pour l'hiſtoire; mais, pour certaines affaires civiles, ils ont encore retenu leur ancienne manière, qui étoit de commencer l'*année le* 25 mars.

Dans la partie de l'*année* qui eſt entre ces deux termes, on met ordinairement les deux dates à-la-fois, les deux derniers chiffres étant écrits l'un ſur l'autre à la manière des fractions; par exemple, $172\frac{5}{6}$ eſt la date pour le tems entre le premier janvier 1725 & le 25 mars de la même *année*. Depuis Guillaume le Conquérant, les patentes des Rois, les chartres, &c. ſont ordinairement datées de l'*année* du règne du Roi.

L'égliſe d'Angleterre commence l'*année* au premier dimanche de l'Avent.

Les Juifs, ainſi que la plupart des autres nations de l'Orient, ont une *année* civile qui commence avec la nouvelle lune de Septembre, & une *année* eccléſiaſtique qui commence avec la nouvelle lune de Mars.

Les Grecs commencent l'*année* le premier ſeptembre, & datent du commencement du monde.

Les Mahométans commencent l'*année* au moment où le ſoleil entre dans le bélier.

Les Perſans, dans le mois qui répond à notre mois de juin.

Les Chinois, à la nouvelle lune, après que le ſoleil eſt entré dans les poiſſons. La plupart des Indiens commencent leur *année* avec la première lune du mois de mars. Les Brames avec la nouvelle lune d'Avril, auquel jour ils célèbrent une fête appellée *Samwat faradi pauduga*, c'eſt-à-dire, la fête du nouvel an.

Les Mexicains, ſuivant d'Acoſta, commençoient l'*année* le 23 de février; tems où la verdure commençoit à paroître. Leur *année* étoit compoſée de dix-huit mois de vingt jours chacun, & ils employoient les cinq jours qui reſtoient après ces dix-huit mois, aux plaiſirs, ſans qu'il fût permis de vaquer à aucune affaire, pas même au ſervice des temples. Alvarez rapporte la même choſe des Abyſſins, qui commençoient l'*année* le 26 d'août, & avoient cinq jours oiſifs à la fin de l'*année*, qui étoient nommés *pagomen*; mais cela n'eſt point exact; on peut voir dans Ludolf ce qui regarde les Abyſſins.

Grande année; *année* platonique eſt une expreſſion à laquelle on a attaché différentes ſignifications. C'étoit une opinion générale qu'il y avoit une *grande année* qui renfermoit en elle le principe & la fin de tous les êtres, leur changement & leur renouvellement: cette idée phyſique, morale ou ſuperſtitieuſe fut mêlée avec des idées aſtronomiques, & forma cette *grande année* appellée platonique; mais Platon ne parle qu'en général de la période inconnue qui ramèneroit les aſtres dans les mêmes circonſtances; c'eſt ce qu'on doit appeller la *grande année* platonique. Voici ce qu'il en dit dans ſon Timée.

Eſt tamen intellectu facile, quod perfectus numerus temporis perfectum tum demum compleat annum cùm octo ambitus confectis ſuis curſibus, quos orbis ille ſemper idem ſimiliterque procedens metitur, ad idem ſe caput retulerunt.

Cette *grande année* platonique a lieu, ſuivant Cicéron, *de nat. deor. l.* 2. lorſque le ſoleil, la lune & les cinq planètes reviennent à la même ſituation. Quelques-uns diſoient que tout ce qui arrive dans le monde recommenceroit dans le même ordre; (*Clavius in ſph. c.* 1), on croit que c'eſt celle dont parle Virgile, *Egl. 4. v. 5 & 36.*

Magnus ab integro ſæclorum naſcitur ordo, v. 5.
Atque iterum ad Trojam magnus mittetur Achilles, v. 36.

D'autres penſent que *magnus* ſignifie ſeulement illuſtre, & que la ſuite n'eſt qu'une manière de dire que le ſiècle d'or renaîtroit après la paix qui venoit d'être conclue à Pouzol, 40 ans avant Jeſus-Chriſt, entre Octave & le fils de Pompée. Mais il ſeroit poſſible que Virgile, d'après les traditions anciennes, eût voulu dire que les événemens fabuleux recommenceroient dans le même ordre, puiſque ces événemens, tels que le ſiecle d'or, les voyages des Argonautes, les travaux d'Hercule, &c., ne ſont que des allégories tirées des ſituations des étoiles, & doivent par conſéquent recommencer quand ces ſituations ſe trouvant les mêmes, produiront les mêmes phénomènes au bout de 25750 ans, ainſi que M. Dupuis l'a fait voir aſſez au long dans un Mémoire ſur l'origine des conſtellations & de la fable, inſéré dans le quatrième volume de mon *Aſtronomie*.

Mais ce mot de *grande année* a été pris en différens ſens. Les uns l'ont entendu de la période de 600 ans qui ramène la lune & le ſoleil au même point du ciel; c'eſt la période lunifolaire dont M. Caſſini a parlé dans ſon Traité de l'origine de l'Aſtronomie, & dans ſes Règles de l'Aſtronomie indienne. M. de Mairan a donné une diſſertation à ce ſujet à la ſuite de ſes lettres au P. Parennin; il eſt vrai que 7421 mois lunaires & 600 années tropiques font preſque le même intervalle, cependant les 100 *années* ſont 28 ½ heures de moins.

On a auſſi appellé la *grande année* la période caniculaire de 1460 ans, dans laquelle les *années* égyptiennes revenoient avec les *années* ſolaires; mais du moins on ſe trompe en citant Platon à ce ſujet, il ne connut jamais cette période, ni même celle de la préceſſion des équinoxes, qui eſt de 25750 ans ſuivant mes derniers calculs. D'autres ont fait la *grande année* de neuf mille ans, de 12, de 15, de 24, de 36, de 49, de 100, de 300, de 470 mille ans, & même de 1753 mille & de 6 570 000 ans. *Voyez* Joſeph Scaliger canon. iſagog. *p.* 252. Ricciolichronol. réform., *p.* 8. Hevelii prodromus, *p.* 86. Et M. de la Nauze, Mémoires de l'Académie des inſcriptions. *Tom. XXIII.*

La durée de 4 320 000 ans que les Indiens donnent à la durée du monde, n'eſt qu'un nombre allégorique, exprimant les douze ſignes par douze mille, répétés 360 fois, ce qui forme la révolution de l'année; & la fable de la vache aux quatre jambes vient du taureau qui étoit le premier ſigne du printems. M. Dupuis. *Mercure du 14 juin 1783.* (*M.* de la Lande).

ANNUEL (*Aſtron.*) ſe dit de tout ce qui revient chaque année ou qui dure une année. On appelle mouvement *annuel* de la terre, celui par lequel elle décrit ſon orbite autour du ſoleil, comme nous le prouverons au mot Syſtême de Copernic.

Le *mouvement annuel* d'une planète ſignifie ſon mouvement en 365 jours, quelquefois auſſi ſon mouvement propre ou de révolution autour du ſoleil.

L'*argument annuel* dans les tables de la lune, eſt la diſtance du ſoleil à l'apogée de la lune, ainſi appellée, parce que l'inégalité qui en dépend eſt liée avec le mouvement *annuel* du ſoleil.

Equations annuelles de la lune, de ſon apogée & de ſon nœud; ce ſont les inégalités que l'attraction du ſoleil produit à raiſon de l'excentricité de ſon orbite ou du changement de ſes diſtances: l'équation *annuelle* de la lune fut indiquée par Tycho-Brahé, déterminée plus exactement par Horoccius, d'après les obſervations; enfin Newton reconnut qu'elle étoit une ſuite de la Théorie de l'attraction, & il conclut qu'il y avoit une équation ſemblable pour l'apogée & une pour le nœud, dont le ſoleil augmente le mouvement, lorſqu'étant plus près de la terre, il agit ſur la lune avec plus de force. L'action du ſoleil, en dilatant l'orbite de la lune, retarde ſon mouvement, & c'eſt ce qui produit l'équation *annuelle*. La plus grande équation *annuelle* de la lune eſt, dans Newton, de 11′ 51″ pour la lune, 20′ 0″ pour l'apogée & 9′ 30″ ſeulement pour le nœud dont le mouvement eſt plus lent que celui de l'apogée; elles ſont dans les nouvelles tables de Mayer de 11′ 16″, 23′ 12″ & 8′ 50″. *Voyez* Lune. (*D. L.*)

Parallaxe annuelle. *Voyez* Parallaxe.

ANNUITÉ, ſ. f. (*Alg*). ſe dit d'une rente qui n'eſt payée que pendant un certain nombre d'années: de ſorte qu'au bout de ce tems, le débiteur ſe trouve avoir acquitté ſon emprunt avec les intérêts, en donnant tous les ans une même ſomme.

Les *annuités* ſont extrêmement avantageuſes au commerce dans les pays où elles ſont en uſage; le débiteur trouve dans cette manière d'emprunter, la facilité de s'acquitter inſenſiblement & ſans ſe gêner, ſi le créancier a des dettes à payer avant l'échéance des *annuités*, & il s'en ſert comme de l'argent en déduiſant les intérêts à proportion du tems qu'il y a à attendre juſqu'à l'échéance.

Les *annuités* ſont fort en uſage en Angleterre, & l'état s'en ſert très-avantageuſement, lorſqu'il a des emprunts conſidérables à faire: peut-être un jour nous en ſerviront-nous en France. Les coupons de la lotterie royale de 1744 étoient des *annuités*, dont chaque coupon perdant après le tirage de la lotterie, doit produire 65 liv. par an, pendant dix ans, au bout deſquels le billet ſera rembourſé.

M. de Parcieux, des Académies-Royales des ſciences de Paris & de Berlin, a inſéré à la fin de ſon *eſſai ſur les probabilités de la durée de la vie humaine*, imprimé à Paris en 1746, une table fort utile par laquelle on voit la ſomme que l'on doit prêter pour recevoir 100 livres à la fin de chaque année, de manière qu'on ſoit rembourſé entièrement au bout de tel nombre d'années qu'on voudra juſqu'à cent ans c'eſt-à-dire, la valeur des *annuités* qui rapporteroient 100 livres pendant un certain nombre d'années. Voici une partie de cette table, qui peut être très-commode dans le calcul des *annuités*.

Digitized by Google

TABLE des ſommes qu'on doit prêter pour recevoir 100 liv. à la fin de chaque année, de manière qu'on ſoit rembourſé entièrement au bout de tel nombre d'années qu'on voudra juſqu'à cent ans.

LES INTERETS comptés ſur le pied du den. 20.

Ans.	Liv.	S.	D.	Ans.	Liv.	S.	D.
1	95	4	9	51	1813	17	8
2	185	18	10	52	1841	15	6
3	272	6	6	53	1849	6	1
4	354	11	11	54	1856	9	7
5	432	19	0	55	1863	6	3
6	507	11	5	56	1869	16	4
7	578	12	9	57	1876	0	4
8	646	6	5	58	1881	18	9
9	710	15	8	59	1887	10	9
10	772	3	5	60	1891	17	10
11	830	12	9	61	1897	19	9
12	886	6	5	62	1902	16	10
13	939	7	4	63	1907	9	4
14	989	17	2	64	1911	17	4
15	1037	19	3	65	1916	1	4
16	1083	15	5	66	1920	1	3
17	1127	8	0	67	1923	17	4
18	1168	16	0	68	1927	9	9
19	1208	10	6	69	1930	19	8
20	1246	4	1	70	1934	4	6
21	1282	2	1	71	1937	7	1
22	1316	5	10	72	1940	6	9
23	1348	16	11	73	1943	3	6
24	1379	17	0	74	1945	17	7
25	1409	7	8	75	1948	9	11
26	1437	10	1	76	1950	18	1
27	1464	5	9	77	1953	4	10
28	1489	15	11	78	1955	9	4
29	1514	1	10	79	1957	11	8
30	1537	4	6	80	1959	12	0
31	1559	5	3	81	1961	10	5
32	1580	5	0	82	1963	7	0
33	1600	4	8	83	1965	1	11
34	1619	5	5	84	1966	15	1
35	1637	7	11	85	1968	6	9
36	1654	13	3	86	1969	16	10
37	1671	2	1	87	1971	5	6
38	1686	15	4	88	1972	12	10
39	1710	13	7	89	1973	18	10
40	1715	17	8	90	1975	3	7
41	1729	8	2	91	1976	7	2
42	1741	5	10	92	1977	9	8
43	1754	11	3	93	1978	11	1
44	1765	5	0	94	1979	11	5
45	1777	7	6	95	1980	10	10
46	1787	19	6	96	1976	9	4
47	1798	1	5	97	1982	6	11
48	1807	13	2	98	1983	3	8
49	1816	16	10	99	1983	19	8
50	1825	11	2	100	1984	14	10

Si l'on veut ſavoir la méthode ſur laquelle cette table eſt formée, la voici. Suppoſons qu'on emprunte une ſomme, que j'appelle a, & que, les intérêts étant comptés ſur le pied du denier 20, ou, en général, du denier $\frac{1}{m}$, on rende chaque année une ſomme b, & voyons ce qui en arrivera.

En premier lieu, puiſque les intérêts ſont comptés ſur le pied du denier $\frac{1}{m}$, il s'enſuit que celui qui a emprunté la ſomme a, devra, à la fin de la première année, cette ſomme, plus le denier $\frac{1}{m}$ a de cette ſomme, c'eſt-à-dire, qu'il devra $a + \frac{1}{m} a$ ou $a \times \left(\frac{m+1}{m}\right)$. Or, par la ſuppoſition, il rend, à la fin de la première année, la ſomme b; donc, au commencement de la ſeconde année, il n'emprunte plus réellement que la ſomme $a\left(\frac{m+1}{m}\right) - b$.

A la fin de la ſeconde année, il devra donc $\left[a\left(\frac{m+1}{m}\right) - b\right] \times \left(\frac{m+1}{m}\right)$ ou $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - b\left(\frac{m+1}{m}\right)$; &, comme à la fin de cette ſeconde année, il rend encore b, il s'enſuit qu'au commencement de la troiſième année, il n'emprunte plus que $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - b\left(\frac{m+1}{m}\right) - b$.

A la fin de la troiſième année, il devra donc $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^3 - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - b\left(\frac{m+1}{m}\right)$, dont il faut encore retrancher b, pour ſavoir ce qu'il emprunte réellement au commencement de la quatrième année.

En continuant à raiſonner toujours de la même manière, on voit qu'à la fin de la $n.^e$ année, ou au commencement de l'année ſuivante, il doit réellement $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^n - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-1} - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-2} \ldots - b$.

D'où il s'enſuit que, ſi le paiement doit ſe faire en un nombre n d'années, il n'y a qu'à faire la quantité précédente égale à zéro; puiſqu'au bout de ce tems, par la ſuppoſition, le débiteur ſe ſera entièrement acquitté, & qu'ainſi ſa dette ſera nulle, ou zéro, à la fin de la $n.^e$ année.

Or, dans cette dernière quantité, tous les termes qui ſont multipliés par b, forment une progreſſion géométrique, dont $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-1}$ eſt le premier terme; $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-2}$ le ſecond, & 1 le dernier. D'où il s'enſuit (*voyez* PROGRESSION) que la ſomme de cette progreſſion eſt $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{2n-2} - \left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-2}$ diviſé par $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-1} - \left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-2}$, c'eſt-à-dire, $\left(\frac{m+1}{m}\right)^n - 1$ diviſé par $\left(\frac{m+1}{m}\right) - 1$.

Ainſi, par cette équation générale, $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^n - b \times \frac{\left[\left(\frac{m+1}{m}\right)^n - 1\right]}{\frac{m+1}{m} - 1} = 0$, ou $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n+1} - a\left(\frac{m+1}{m}\right)^n - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^n + b = 0$, on peut trouver:

1.° La ſomme a, qu'il faut prêter pour recevoir la ſomme b chaque année, pendant un nombre d'années n, les intérêts étant comptés ſur le pied du denier $\frac{1}{m}$, c'eſt-à-dire, qu'on trouvera a, en ſuppoſant que b, n, $\frac{1}{m}$, ſoient donnés.

2.° On trouvera de même b, en ſuppoſant que a, n, $\frac{1}{m}$, ſoient données.

3.° Si a, b, n, ſont données, on peut trouver $\frac{1}{m}$; mais le calcul eſt plus difficile, parce que, dans les deux cas précédens, l'équation n'étoit que du premier degré, au lieu que, dans celui-ci, l'équation qu'il faut réſoudre, eſt d'un degré d'autant plus élevé que n eſt plus grand. *V.* EQUATION.

4.° Enfin, ſi a, b, & $\frac{1}{m}$ ſont données, on peut trouver n, par le moyen des logarithmes. Pour cela, on écrira ainſi l'équation, $b = \left(\frac{m+1}{m}\right)^n \times \left(b + a - a\left[\frac{m+1}{m}\right]\right)$; d'où l'on tire $n = \frac{\log. b - \log.\left[b + a - a\left(\frac{m+1}{m}\right)\right]}{\log.\left(\frac{m+1}{m}\right)}$. *Voyez* EQUATION, INTÉRÊT.

M. de Parcieux, dans l'ouvrage que nous venons de citer, donne une table beaucoup plus étendue, & l'applique au calcul de la loterie royale de 1744.

Nous joindrons à cet article la table ſuivante, qui y a rapport, & qui eſt encore tirée de M. de Parcieux.

DISTRIBUTION d'un emprunt de 6000000 livres, diviſé en 12000 actions ou billets de 500 liv. chacun, pour acquitter intérêts & capital en dix ans, en payant tous les ans la même ſomme ou à-peu-près, tant pour les intérêts, que pour le rembourſement d'une partie des actions ou billets.

ANN.	ACTIONS exiſtantes pendant chaque année.	Intérêts dûs à la fin de chaque année.	ACTIONS qu'on rembourſe tous les ans.	Prix des actions qu'on rembourſe tous les ans.	TOTAL de chaque année.
On compte les intérêts ſur le pied du denier vingt.					
		Livres.		*Livres.*	
1	12000	300000	914	477000	777300
2	11046	276150	1002	501000	777150
3	10044	251100	1052	526000	777100
4	8992	224800	1104	552000	776800
5	7888	197200	1160	580000	777200
6	6728	168200	1218	609000	777200
7	5510	137750	1279	639500	777250
8	4231	105775	1342	671000	776775
9	2889	72225	1410	705000	777225
10	1479	35975	1479	739500	776475

Voici l'explication & l'uſage de cette table.

Suppoſons qu'une compagnie de negocians, ou ſi l'on veut, l'état, veuille emprunter 6000000 livres en 12000 actions de 500 livres chacune, dont on paie l'intérêt au denier vingt, cette compagnie rendra donc 300000 livres chaque année; ſavoir 25 livres pour chaque billet. Suppoſons outre cela que cette compagnie ſe propoſe de rembourſer chaque année une partie des billets, il eſt évident qu'elle devra donner chaque année plus de 300000 livres. Suppoſons enfin qu'elle veuille donner chaque année à-peu-près la même ſomme, tant pour les intérêts que pour le rembourſement d'une partie des billets, en ſorte que tout ſoit rembourſé au bout de dix ans; on demande combien il faudra rembourſer de billets par an.

On trouve d'abord, par la première table ci-deſſus, que ſi l'on veut rembourſer 6000000 livres en dix ans, en dix paiemens égaux ſur le pié du denier vingt, il faut 777000 livres par an: ainſi comme les intérêts de 6000000 livres au bout d'un an ſont 300000 livres, il s'enſuit qu'il reſte 477000 livres qui ſervent à rembourſer 954 billets. Le débiteur ne doit donc plus que 11046 billets dont les intérêts dûs à la fin de la ſeconde année ſont 276150 livres, qui étant ôtées des 777000 livres que le débiteur paie à la fin de chaque année, reſte 500850 livres qui fourniſſent preſque de quoi rembourſer 1002 billets, *&c.* Pour les rembourſer exactement, il faut 777150 livres, au lieu de 777000.

Par ce moyen on peut faire l'emprunt par claſſes. La première ſera de 954 billets rembourſables à la fin de la première année, le débiteur payant 777000 livres; 1002 à la fin de la ſeconde, le débiteur payant 777150 livres; 1052 pour être rembourſés à la fin de la troiſième année, le débiteur payant 777100 livres, *&c.*, ainſi de ſuite.

Cette ſorte d'emprunt pourroit être commode & avantageuſe en certaines occaſions, tant pour le débiteur que pour le créancier. *Voyez* l'ouvrage cité, *pag. 32 & ſuivantes.*

M. d'Alembert ajoute les réflexions ſuivantes, qui tendent à éclaircir la Théorie des *annuités.*

Soit a une ſomme prêtée, n le denier auquel eſt prêtée cette ſomme, m l'*annuité* ou la ſomme conſtante qu'on rend chaque année, k le nombre des années au bout deſquelles la dette eſt acquittée, il eſt clair,

1°. Que la première année étant échue & payée, la dette n'eſt plus que $a(1+n) - m$:

2.° Qu'à la fin de la ſeconde année, la dette eſt $a(1+n)^2 - m(1+n) - m$:

3.° Qu'à la fin de la troiſième année, la dette eſt $a(1+n)^3 - m(1+n)^2 - m(1+n) - m$; & ainſi de ſuite.

D'où il s'enſuit qu'à la fin de la 4e année, la dette eſt $a(1+k)^n - m(1+k)^{n-1} - m(1+k)^{n-2} \ldots m$; or cette quantité doit être $= o$, donc $m = a(1+n)^k$ diviſé par $(1+n)^{-1} \ldots + 1 = a(1+n)^k$ diviſé par la ſomme

d'une progreſſion géométrique, dont 1 eſt le premier terme, k le nombre des termes, & $1+n$ le ſecond terme, ce qui donne $a(1+n)^k$ diviſé par $\frac{(1+n)^k-1}{n} = \frac{an(1+n)^k}{(1+n)^k-1}$.

Le dénominateur de cette fraction eſt $kn + n^2\frac{(k-1\cdot k)}{2} + \frac{n^3}{2\cdot3} \times (k\cdot k-1\cdot k-2\cdot)$ &c. & lorſque k eſt très-petit, $kn - \frac{kn^2}{2} + \frac{2\cdot k n^3}{2\cdot3}$ &c. Donc alors la fraction précédente ou la valeur de m devient $\frac{an(1+n)^k}{k(1-\frac{n}{2}+\frac{n^2}{3}\text{ \&c.})} = (\text{en ſuppoſant } k=0)$, $\frac{an}{0} = \infty$; ce qui donne une très-fauſſe valeur de m, puiſqu'il eſt évident que, lorſque $k=0$, on a $m=0$.

La ſolution de cette difficulté, c'eſt que, lorſque k eſt une fraction, la formule des *annuites* $a(1+n)^k - m(1+n)^{k-1} \ldots - m$, n'eſt plus la même que lorſque k eſt un nombre entier, & devient même très-fautive.

Si on fait le paiement par demi-années, on aura $m = \frac{an(1+n)^{\frac{k}{2}}}{(1+n)^{\frac{k}{2}}-1}$, & ſi $k=2$, on aura $m = \frac{an(1+n)}{n} = a(1+n)$, qui eſt la ſomme qu'on doit payer au bout d'un an; mais on remarquera que deux fois la valeur de m, c'eſt-à-dire, $\frac{2an(1+n)^{\frac{k}{2}}}{(1+n)^{\frac{k}{2}}-1}$, n'eſt pas $=$ (en faiſant $k=1$) à la ſomme $a(1+n)$.

ANNULAIRE, adj. *éclipſe annulaire* (*Aſtron.*). On appelle ainſi une éclipſe de ſoleil dans laquelle la lune paroiſſant plus petite que le ſoleil, n'en couvre que le milieu, en ſorte que la lumière du ſoleil déborde tout-autour de la lune; telle a été l'éclipſe du premier avril 1764, qu'on a obſervée en Eſpagne, en France, en Angleterre, comme on le voyoit ſur la grande carte de cette éclipſe publiée par madame le Paute. Le diamètre de la lune eſt de 29′ 25″ dans ſon apogée, & de 33′ 37″ dans ſon périgée; le diamètre du ſoleil eſt de 31′ 31″ dans ſon apogée, & de 32′ 36″ dans ſon périgée: d'où il eſt aiſé de conclure qu'il doit y avoir un grand nombre d'éclipſes où le diamètre de la lune ne ſuffira pas pour couvrir celui du ſoleil. Dans la table des 59 éclipſes de ſoleil viſibles à Paris, que M. du Vancel a donnée, & qui s'étend depuis 1769 juſqu'en 1900; il n'y en a aucune de totale pour Paris; mais il y en a une *annulaire*, annoncée pour le 8 octobre 1847. *Mém. préſentés à l'académie des Sciences, tome V, page 575.* Les éclipſes de 1737 & 1748 ont été *annulaires* en Ecoſſe, & M. le Monnier s'y tranſporta pour obſerver celle de 1748, & pour pouvoir meſurer le diamètre de la lune, lorſqu'il paroîtroit en entier ſur le ſoleil. Indépendamment des phénomènes optiques auxquels ces obſervations donnent lieu, & qu'on peut voir dans l'*Averiſſement* de M. Deliſle ſur l'éclipſe de 1748; cette éclipſe a ſervi à prouver, ainſi que celle de 1764, que le diamètre de la lune ne paroît pas ſenſiblement plus petit lorſqu'il eſt ſur le ſoleil, que lorſque la lune eſt pleine & lumineuſe, quoique M. de la Hire le prétendît. Mais M. du Séjour, qui a fait ſur les obſervations de 1764 une multitude immenſe de calculs & de recherches, en a déduit une *inflexion* de 3 à 4 ſecondes, qui équivaut, pour la durée d'une éclipſe à une diminution de 6 ou 8 ſecondes dans le diamètre de la lune (*Mém. de l'acad. 1767.*) Il trouve auſſi que la plus grande durée poſſible d'une éclipſe *annulaire* eſt de 12′ 24″ (*Mém. de l'acad. 1777*), quoique la plus grande durée d'une éclipſe totale ne puiſſe pas aller au-delà de 7′ 58″, parce le diamètre apparent de la lune eſt plus ſouvent au deſſous qu'au deſſus de la valeur du diamètre ſolaire. (*M. DE LA LANDE*).

ANNULAIRES (*voûtes*), (*Méch.*). Ce ſont celles dont la figure imite les anneaux en tout ou en partie; telles ſont les voûtes ſur noyau, & dont le plan eſt circulaire ou elliptique. *Voyez* VOUTE.

On doit conſidérer ces voûtes comme des voûtes cylindriques dont l'axe ſeroit courbé circulairement: les joints de lits des claveaux étant prolongés, doivent paſſer par l'axe, & les joints ſont des portions de ſurfaces coniques. Les joints de tête doivent être perpendiculaires à l'axe; & en liaiſon entr'eux, comme doivent l'être ceux de toute bonne eſpèce de maçonnerie. *V.* LIAISON. (*D*).

ANO

ANOMALIE (*Aſtron.*). C'eſt la diſtance d'une planete à ſon apſide ou au ſommet du grand axe de ſon orbite. Ce mot nous vient du mot grec Ἀνώμαλος, *inæqualis*, parce que la diſtance d'une planete à ſon apſide eſt en effet ce qui règle ſon inégalité, & ce qui ſert à la calculer dans les différens points de ſon orbite. Pour le ſoleil & la lune, l'*anomalie* eſt la diſtance par rapport à l'apogée; dans les cinq planetes principales, c'eſt la diſtance à l'aphélie: on diſtingue trois ſortes d'*anomalies*.

L'*anomalie* vraie eſt l'angle formé au foyer de l'éliple par le rayon recteur, qui va du ſoleil à la planete, & par la ligne des apſides ou le grand axe de l'ellipſe. Soit S le ſoleil (*fig. d'Aſtronom. 83*) M le lieu de la planète dans ſon orbite AMP, A l'aphélie, P le périhélie, l'*anomalie* vraie eſt l'angle ASM.

L'*anomalie* excentrique eſt l'angle ACN formé au centre C de l'ellipſe par le grand axe & par le rayon CN d'un cercle circonſcrit, mené à l'ex-

Digitized by Google

trémité de l'ordonnée RMN, qui paſſe par le lieu vrai M de la planete.

L'*anomalie* moyenne eſt une diſtance à l'aphélie ſuppoſée uniforme & proportionnelle au tems; c'eſt celle qui augmente uniformément & également depuis l'aphélie juſqu'au périhélie : ainſi une planette qui emploiroit ſix mois à aller de l'aphélie au périhélie, auroit à la fin du premier mois 30 degrés d'*anomalie* moyenne, 60 degrés à la fin du ſecond mois, & ainſi des autres.

Kepler ayant trouvé que les planetes décrivoient des ellipſes avec des aires proportionnelles au tems (*Voyez* AIRES), ſentit bien que pour déterminer le vrai lieu d'une planete pour un tems donné, il falloit trouver l'*anomalie* vraie par le moyen de l'*anomalie* moyenne, c'eſt ce qu'on appelle *Problême de Kepler*. Lorſqu'on connoit la durée de la révolution de la planette, par exemple, celle de mercure, qui eſt de 86 jours; & qu'on demande le lieu de mercure au bout de deux jours, c'eſt-à-dire, au bout de la 43e partie de ſa révolution, on ſait dès-lors que l'aire du ſecteur compris entre l'aphélie & le rayon vecteur, eſt la 43e partie de la ſurface de l'ellipſe : cette portion du tems ou cette portion de l'ellipſe eſt proprement l'*anomalie* moyenne, que l'on peut exprimer auſſi en degrés, en prenant la 43e partie de 360 degrés ou du cercle entier; car nous pouvons appeller indifféremment *anomalie* moyenne une portion du tems, une portion de l'ellipſe, une portion de la circonférence du cercle. C'eſt toujours une fraction qui eſt donnée, quand on cherche le lieu d'une planete; mais, c'eſt en degrés que nous prenons les *anomalies* pour ſuivre la forme uſitée dans les tables aſtronomiques, où toutes les *anomalies* & toutes les équations s'expriment en degrés, minutes & ſecondes. On peut imaginer une planete qui décrive le cercle ANP dans le même tems, & le point X où elle ſe trouvera marquera l'*anomalie* moyenne AX. Ainſi l'on connoît pour un tems quelconque l'*anomalie* AX, ou la ſurface AMS d'un ſecteur elliptique, & il s'agit de trouver l'*anomalie* vraie ou l'angle de ce ſecteur. Kepler ſentit bien la difficulté de ce problême, qui eſt égale dans le cercle & dans l'ellipſe; il ſe contenta d'inviter les géomètres à en chercher la ſolution, ſans eſpérer qu'on la pût trouver d'une maniere directe, parce qu'elle ſuppoſe connu le rapport entre les arcs & leurs ſinus, qui n'eſt donné que par approximation. Ce fameux problême a toujours été appellé depuis *Problême de Kepler*, parce qu'en effet il le propoſa le premier, & en donna même une ſolution approchée dans ſon bel ouvrage *de Stella martis*.

On a des ſolutions du problême de Kepler données par Wallis & Newton, par le moyen de la cycloide alongée; Mais elles ſont inutiles dans la pratique. La Hire en a donné une dans les *Mémoires de l'académie des ſciences* en 1710. Keill, dans les *Tranſ. philoſophiques* de 1713; M. Caſſini dans les *Mémoires* de 1719; Herman dans le premier volume des *Mémoires de Petersbourg*; Machin dans les *Tranſactions* de 1737; Simpſon dans ſes *Eſſays on ſeveral curious and uſeful ſubjects*, Londres 1740, page 41; il y en a une ſolution analytique dans le XXIe livre de mon *Aſtronomie*.

Mais la ſolution inverſe, qui conſiſte à trouver l'*anomalie* moyenne par le moyen de l'*anomalie* vraie, étant beaucoup plus ſimple & pouvant ſuffire dans tous les cas, nous nous contenterons de la démontrer.

Dans une ellipſe AMP à laquelle on a circonſcrit un cercle ANP, CX étant la ligne de l'*anomalie* moyenne, M le vrai lieu de la planete, RMN l'ordonnée qui paſſe par le lieu de la planete; le ſecteur circulaire $ANSA$ eſt toujours égal au ſecteur circulaire ACX de l'*anomalie* moyenne. En effet, ſoit T le tems entier de la révolution entière de la planete, t le tems qu'elle a employé à aller de A en M, on aura par la règle des aires proportionnelles au tems, t eſt à T comme le ſecteur AMS eſt à la ſurface de l'ellipſe; de même puiſque ACX eſt l'*anomalie* moyenne, on aura t eſt à T, comme ACX eſt à la ſurface du cercle; donc AMS eſt à ACX comme la ſurface de l'ellipſe, eſt à la ſurface du cercle Mais par la propriété de l'ellipſe AMS eſt à ANS, comme la ſurface de l'ellipſe eſt à la ſurface du cercle. Nous avons donc deux proportions qui ont trois termes communs; ſavoir AMS, la ſurface de l'ellipſe & la ſurface du cercle; le terme qui paroît différent eſt donc néceſſairement le même; donc ACX & ANS ſont égaux entr'eux.

La racine carrée de la diſtance périhélie, eſt à la racine carrée de la diſtance aphélie, comme la tangente de la moitié de l'*anomalie* vraie, eſt à la tangente de la moitié de l'*anomalie* excentrique. En effet, c'eſt une propriété des triangles rectangles comme RSM, que la tangente de la moitié de l'angle RSM, eſt égal au côté oppoſé RM, diviſé par la ſomme des deux autres côtés SR, SM; ainſi, dans les triangles rectangles MSR & NCR, on a cette proportion : tang. $\frac{1}{2} MSR$: tang. $\frac{1}{2} NCR$ :: $\frac{RM}{SR+SM}$: $\frac{RN}{CR+CN}$; ſi l'on met à la place du rapport RM à RN, celui de CD à CA, qui lui eſt égal par la propriété de l'ellipſe, & à la place de $SR+SM$ ſa valeur $PR \cdot \frac{SA}{CA}$, tirée auſſi des propriétés de l'ellipſe, & enfin PR à la place de $CR+CN$, on changera la proportion en celle-ci : tang. $\frac{1}{2} MSR$: tang. $\frac{1}{2} NCR$ :: $\frac{CD \cdot CA}{PR \cdot SA}$: $\frac{CA}{PR}$ :: CD : SA; & nommant a le demi-axe CA de l'ellipſe, & e l'excentricité CS, on aura T. $\frac{1}{2} MSR$: tang. $\frac{1}{2} NCR$ :: CD : SA :: $\sqrt{aa-ee}$: $a+e$; on diviſera les deux derniers termes par $\sqrt{a+e}$, & l'on aura tang. $\frac{1}{2} MSR$: tang. $\frac{1}{2} NCR$ :: $\sqrt{a-e}$

Digitized by Google

$\sqrt{a-e} : \sqrt{a+e} :: \sqrt{PS} : \sqrt{SA}$: donc la tangente de la moitié de l'*anomalie* vraie ASM, eſt à la tangente de la moitié de l'*anomalie* excentrique ACN, comme la racine carrée de la diſtance périhélie PS eſt à celle de la diſtance aphélie AS. Cette proportion ſuffit pour trouver l'*anomalie* excentrique AN, au moyen de l'*anomalie* vraie ASM; la ſuivante ſera trouver l'*anomalie* moyenne par le moyen de l'excentrique.

La différence entre l'*anomalie* excentrique & l'*anomalie* moyenne eſt égale au produit de l'excentricité, par le ſinus de l'*anomalie* excentrique. En effet, puiſque le ſecteur circulaire $ANSA$ eſt égal au ſecteur de l'*anomalie* moyenne ACX; ſi l'on ôte de tous deux la partie commune ACN, on aura le ſecteur NCX égal au triangle CNS. La ſurface du ſecteur circulaire NCX eſt égale au produit de CN par la moitié de l'arc NX; la ſurface du triangle CNS eſt égal au produit de CN par la moitié de la hauteur ST, qui eſt une perpendiculaire abaiſſée du foyer S ſur la baſe NC prolongée au-delà du centre C. Ainſi, les deux ſurfaces étant égales, & ayant un des produiſans CN qui eſt commun à toutes deux, les autres produiſans ſont auſſi égaux; donc l'arc NX eſt égal à la ligne droite ST; mais dans le triangle STC, rectangle en T, l'on a $ST = CS$ ſin. TCS, par les règles de la Trigonométrie rectiligne; donc auſſi $NX = CS$ ſin. $TCS = CS$ ſin. ACN; donc la différence NX entre l'*anomalie* excentrique AN & l'*anomalie* moyenne AX eſt égale au produit de l'excentricité CS par le ſinus de l'*anomalie* excentrique ACN; C. Q. F. D.

C'eſt en minutes & ſecondes qu'on a coutume d'exprimer toutes les *anomalies* des planetes; ainſi, pour trouver la différence en ſecondes entre l'*anomalie* moyenne & l'*anomalie* excentrique, il faut que l'excentricité ſoit auſſi exprimée en ſecondes. Si cette excentricité eſt exprimée en parties de même eſpèce que la diſtance moyenne, on dira la diſtance moyenne eſt à l'excentricité, comme le nombre de ſecondes qui contient le rayon d'un cercle, 206264, 8, ou environ 57° eſt au nombre de ſecondes que l'excentricité contient.

Le rayon vecteur ou la diſtance d'une planete au ſoleil eſt facile à calculer, lorſqu'on connoît l'*anomalie* vraie & l'*anomalie* excentrique; il ſuffit de faire cette proportion: le ſinus de l'*anomalie* vraie eſt au ſinus de l'*anomalie* excentrique, comme la moitié du petit axe eſt au rayon vecteur. Car ayant tiré la ligne NQ (*fig. 83*) parallèle au rayon vecteur MS, on a par les triangles ſemblables cette proportion $SM : QN :: RM : RN :: CD : CK$ ou CN; donc $SM : CD :: QN : CN$ :: ſin. QCN : ſin. CQN :: ſin. RCN : ſin. RSM; donc ſin. ASM : ſin. NCR :: $CD : SM$.

Pour donner auſſi une idée de la maniere de réſoudre directement par approximation le problème de Kepler, je choiſirai la méthode de M. Caſſini (*Elémens d'Aſtronomie*). Dans le cercle ANB *figure 84*, circonſcrit à l'orbite AMB d'une planète, on a vu que l'arc AX étant pris pour *anomalie* moyenne, la différence NX entre l'*anomalie* moyenne & l'*anomalie* excentrique ACN eſt égale à la perpendiculaire ST: ſi du point X on tire une ligne HY parallèle à NCT ou perpendiculaire ſur ST, la petite ligne SY ſera la différence entre l'arc NX égal à ST, & YT, qui eſt égal au ſinus de cet arc XN. Cette différence entre l'arc & le ſinus n'excède pas une demi-ſeconde, lorſque l'arc NX ne va pas au-delà d'un degré & demi; on peut alors la négliger entièrement & conſidérer les lignes NC, XS, comme parallèles entr'elles. Dans ce cas, l'angle CXS eſt égal à l'angle NCX; dans le triangle SCX, on connoît deux côtés & l'angle compris; ſavoir, l'excentricité SC, le rayon du cercle, c'eſt-à-dire CX, égal à la diſtance moyenne ou au demi-axe de l'ellipſe, & l'angle compris SCX, qui eſt le ſupplément de l'*anomalie* moyenne donnée ACX; on trouvera donc l'angle CXS égal à NCX, qui retranché de l'*anomalie* moyenne ACX, donnera l'*anomalie* excentrique ACN, dont le ſupplément eſt NCS; dans le triangle NCS, on connoît encore les deux côtés SC, CN, & l'angle compris NCS on trouvera donc l'angle NSP. On cherchera auſſi SN pour parvenir à trouver la diſtance; enfin l'on dira ſuivant la propriété de l'ellipſe, PN eſt à PM, ou le grand axe eſt au petit axe comme la tangente de ce dernier angle NSP eſt à la tangente de l'*anomalie* vraie MSP. On pourroit auſſi à la place des deux dernières opérations, employer la règle que nous avons démontrée ci-deſſus pour l'*anomalie* excentrique.

Si l'angle CXS ou l'arc NX, qui en diffère très-peu, eſt aſſez grand pour que ſon ſinus égal à TY ſoit ſenſiblement moindre que l'arc ou que NX; c'eſt-à-dire, ſi cet angle paſſe, 1.° 30′ on prendra la différence de l'arc au ſinus en décimales du rayon CA, & M. Caſſini en a fait une table; ainſi, on aura SY: alors on cherchera auſſi le côté de SX du triangle CSX: dans le triangle YSX rectangle en Y, on connoîtra SX & SY en parties du rayon CA, qui eſt toujours pris pour l'unité, on trouvera l'angle SXY, qui retranché de SXC, donnera YXC égal à l'angle NCX, dont on avoit beſoin dans le calcul précédent, pour le retrancher de l'*anomalie* moyenne; le reſte du calcul ſera le même.

La diſtance de la planète au ſoleil eſt aiſée à trouver en même tems que l'*anomalie* vraie; car dans les triangles PSN, PSM, en prenant SP pour rayon, les côtés SN & SM ſeront comme les ſécantes des angles PSN, PSM, ou ce qui revient au même, en raiſon inverſe des coſinus, donc le coſinus de l'*anomalie* vraie eſt au coſinus de l'angle PSN comme le côté SN trouvé ci-devant eſt au rayon vecteur SM.

ANOMALIE *de commutation*, ſuivant Kepler, étoit l'angle formé entre les rayons menés à une planète & à la terre, & partans du centre d'égalité ou du centre du mouvement moyen de la planète. *De ſtellâ martis, page 128.*

Les anciens appelloient *anomalia orbis* la diſtance d'une planète au ſommet de ſon épicycle; c'étoit dans Copernic *anomalia commutationis*, *anomalia ſecundæ inæqualitatis*; mais *anomalia excentrici* étoit le mouvement du centre de l'épicycle compté depuis l'apogée de l'excentrique; & comme la lune avoit d'autres inégalités, il y avoit d'autres *anomalies* qui, ſuivant Kepler, s'appelloient *ſoluta*, *menſtrua temporanea*, *menſtrua perpetua*; c'étoient les argumens des trois grandes inégalités de la lune.

ANOMALIE *égalée*, ſuivant quelques auteurs, eſt l'angle formé au centre de l'ellipſe par le grand axe de l'orbite & la ligne menée au vrai lieu de la planète. Ozanam.

ANOMALIE *complette de l'orbe*, ſuivant quelques auteurs, eſt pour la lune ce que nous avons appellé *anomalie* vraie.

ANOMALIE *de l'obliquité du zodiaque, anomalie* des équinoxes, dans l'ancienne Aſtronomie étoient les inégalités qu'on admettoit dans ces deux élémens. On les appelloit auſſi *libration premiere*, & *libration ſeconde*, & *trepidation*. (*D. L.*)

ANOMALISTIQUE, adj. (*Aſtron.*) ſe dit de la révolution d'une planète, par rapport à ſon apſide, ſoit apogée, ſoit aphélie, ou du retour au même point de ſon ellipſe. Si les orbites des planètes étoient fixes, & qu'elles répondiſſent toujours aux mêmes étoiles, la révolution *anomaliſtique* ſeroit égale à la révolution ſydérale; mais toutes les planètes ont un mouvement progreſſif dans leurs apſides; ainſi, il faut plus de tems pour atteindre l'aphélie qui s'eſt avancé dans l'intervalle que pour revenir à la même étoile. Par exemple la révolution tropique du ſoleil, par rapport aux équinoxes eſt de 365ʲ 5ʰ 48′ 48″ l'année ſydérale, ou le retour aux étoiles eſt de 365ʲ 6ʰ 9′ 10″ ½; enfin la révolution *anomaliſtique* eſt de 364ʲ 6ʰ 15′ 22″, parce que l'apogée du ſoleil avance chaque année de 65″ ½ par rapport aux équinoxes, & le ſoleil ne peut atteindre ſon apogée qu'après avoir parcouru les 65″ ½ de plus que la révolution de l'année qui le ramène aux équinoxes. Pour trouver la durée d'une révolution *anomaliſtique*, on peut faire cette proportion, le mouvement total d'une planète, pendant un ſiècle, moins le mouvement de ſon aphélie, eſt à la durée d'un ſiècle, ou 3,155,760,000″ comme 360° ſont à la durée de la révolution *anomaliſtique*. (*M. DE LA LANDE*).

A N S

ANSE *de panier*, ſ. f. (*Géom.*): c'eſt une courbe *AVDHB* (*pl. Géom. fig. 31*), compoſée de pluſieurs arcs de cercle qui ſont tous concaves d'un même côté, & qui pris enſemble, valent 180 dégrés; elle reſſemble à une demi-ellipſe qui s'appuye ſur ſon grand ou ſur ſon petit axe, ſelon qu'elle eſt ſurbaiſſée ou ſurmontée. Dans la pratique de l'Architecture, on ſubſtitue ſouvent l'*anſe de panier* à l'ellipſe pour former des ceintres de berceaux, parce qu'il eſt toujours plus facile de tracer des arcs de cercle que des arcs de l'ellipſe. (*Voyez* ELLIPSE.)

Le nombre des arcs qui compoſent une *anſe de panier* eſt toujours impair, & celui *FDH* du milieu eſt coupé en deux parties égales par la montée *CD*.

Ordinairement l'*anſe de panier* eſt formée avec trois arcs de cercle; cependant ſi elle devoit être fort ſurbaiſſée, par exemple, ſi la montée *CD* devoit être moindre que le quart du diamètre *AB*, il faudroit la compoſer de cinq arcs de cercle, ou de ſept, ou de neuf, &c; en augmentant toujours ainſi le nombre des arcs de cercle à meſure qu'elle ſeroit plus ſurbaiſſée. En effet, ſi dans ces ſortes de cas on employoit ſeulement trois arcs de cercle, les arcs extrêmes *AF*, *BH* auroient des courbures trop différentes de l'arc du milieu, & l'*anſe* ſeroit d'une figure déſagréable.

Nous allons traiter d'abord des *anſes de panier* à trois arcs, ou, comme on dit, *à trois centres*; puis nous parlerons des *anſes de panier* à cinq centres, & ce que nous en dirons s'appliquera facilement aux cas où il y auroit un plus grand nombre de centres.

Des anſes de panier à trois centres.

I. Soient (*fig. 31*) *AB* le diamètre d'une *anſe de panier*, & *CD* perpendiculaire ſur le milieu de *AB*, ſa *montée*. Nous ſuppoſons que la courbe eſt *ſurbaiſſée*; ſi elle étoit *ſurmontée*, on réſoudroit le problème en regardant *CD* comme le demi-diamètre, & *AC* comme la montée. Soient les arcs égaux *AF* & *BH* les arcs extrêmes, *FDH* l'arc moyen. Les centres *K* & *M* des arcs extrêmes doivent être placés ſur le diamètre *AB*, afin que la courbe tombe perpendiculairement ſur ce diamètre, comme l'ellipſe, & le centre *E* de l'arc moyen doit être placé ſur la montée *DC* prolongée, afin que la courbe ſoit perpendiculaire en *D* ſur la montée, de même que l'ellipſe coupe perpendiculairement ſon petit axe. De plus, le centre *E*, le centre *K*, le point *F* de raccordement des deux arcs *AF*, *FDH*, doivent être en ligne droite, ainſi que le centre *E*, le centre *M*, le point *H* de raccordement des deux arcs *BH*, *FHD*, afin que les trois arcs qui forment la courbe ſe touchent ſimplement en ſe raccordant, & ne ſe coupent point. Cela poſé, nommons *AC*, *a*; *CD*, *b*; *AK*, *x*; *ED*, *y*. On aura $CK=a-x$; $EC=y-b$; $EK=y-x$. Or, par la nature de la courbe, on doit avoir $ED=EF=EH$, $KF=KA=MH=MB$. Donc (à cauſe du triangle rectangle *ECK*) on aura $(y-x)^2=(a-x)^2+(y-b)^2$; d'où l'on tire $2ax+2by-2xy=aa+bb$: équation entre les quantités données, & les deux rayons *x* & *y*,

par laquelle on voit que connoiſſant l'un de ces rayons, on connoîtra auſſi l'autre, & le nombre de dégrés des trois arcs AF, BH, FDH.

II. La meilleure forme de l'*anſe de pannier* eſt celle où la courbure des arcs AF, DFH eſt la moins inégale qu'il eſt poſſible. Il faut donc faire en ſorte que le rapport géométrique de la différence des deux rayons y & x à l'un d'eux, c'eſt-à-dire, $\frac{y-x}{x}$, ou $\frac{y-x}{y}$, ſoit un *minimum*. Or cette condition donne $x\,dy - y\,dx = o$. Mettant, dans cette équation, à la place de y & de dy, leurs valeurs que donne l'équation $y = \frac{aa+bb-2ax}{2b-2x}$, réſultante de l'article précédent, on trouvera $-2a\,dx\,(bx-xx) - (b\,dx - 2x\,dx) \times (aa+bb-2ax) = o$; d'où l'on tire d'abord facilement $x = \frac{aa+bb \pm (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$; puis (en mettant pour x cette valeur dans l'expreſſion de y), $y = \frac{aa+bb \mp (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

On voit qu'à cauſe du double ſigne $\pm$, les rayons x & y ont chacun deux valeurs; ce qui fait deux cas.

III. Cas. I. Ayant tiré par les points A & D (*fig.* 32), la droite indéfinie ADT, portés CD en CX, & faites $DT = AX$: enſuite ſur le milieu Z de la droite AT, élevez la perpendiculaire indéfinie ZKF, qui déterminera, ſur le diamètre AB, le centre K de l'arc extrême qui doit paſſer par le point A, & ſur la montée ou ſon prolongement, le centre E de l'arc moyen; en ſorte que, ſi, après avoir pris $BM = AK$, vous menez les droites indéfinies KEF, MEH, & que du point E pour centre, avec le rayon ED, vous décriviez l'arc FDH, & que des points K & M pour centres, avec les rayons KF, MH, vous décriviez les arcs FVA, HNB: la courbe entière $AVFDHNB$ ſera celle qui ſatisfait aux deux premières valeurs de x & y; c'eſt-à-dire, qu'on aura AK ou $BM = \frac{aa+bb+(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$, $ED = \frac{aa+bb-(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

Car, 1.° par conſtruction, $AT = \sqrt{(aa+bb)} + a - b$, $AZ = \frac{\sqrt{(aa+bb)} + a - b}{2}$; & (à cauſe des triangles ſemblables ACD, AZK), on a $AC : AD :: AZ : AK = \frac{aa+bb+(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$.

2.° Les triangles ſemblables ACD, ECK donnent $CD : CA :: CK : CE = \frac{aa-bb-(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$; donc $ED = \frac{aa+bb-(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

Il eſt viſible que, la courbe que nous venons de tracer ne peut pas être l'*anſe de pannier* demandée, puiſqu'elle ne reſſemble pas à une demi-ellipſe, & que les arcs dont elle eſt compoſée ſe raccordent au-deſſous du diamètre. Mais cette courbe ſatisfait au problème où l'on demanderoit de tracer une courbe avec trois arcs de cercle, qui paſſent par les points A, B, D, qui ſe touchent, & dont la courbure ſoit la moins inégale qu'il eſt poſſible, ſans impoſer d'ailleurs la condition que tous les arcs ſoient concaves d'un même côté du diamètre.

IV. Cas. II. Menez, comme ci-deſſus, la droite AD (*fig.* 33), & faites $CX = CD$; mais, au lieu de porter AX ſur le prolongement de AD, portez AX ſur la droite DA même, de D en T. Sur le milieu Z de AT, élevez la perpendiculaire indéfinie ZKE, qui déterminera ſur le diamètre AB le centre K de l'arc extrême AF, & ſur le prolongement de la montée le centre E de l'arc moyen FDH. Prenez $BM = AK$; & ayant tiré par les points E & M la droite indéfinie EMH, du point E pour centre, avec le rayon ED, décrivez l'arc FDH; du point K pour centre, avec le rayon KF, décrivez l'arc FA; & du point M pour centre, avec le rayon MH, décrivez l'arc HB: la courbe entière $AFDHB$ ſera l'*anſe de pannier* demandée.

Car, 1.° $AT = \sqrt{(aa+bb)} - (a-b)$; & (à cauſe des triangles ſemblables ACD, AZK) on a $AC : AD :: AZ : AK = \frac{aa+bb-(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$.

2.° Les triangles ſemblables ACD, ECK donnent $CD : AC :: CK : CE = \frac{aa-bb+(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$; donc $ED = \frac{aa+bb+(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

La conſtruction géométrique de l'*anſe de pannier* que nous venons de donner, eſt fort ſimple & très-facile à exécuter dans la pratique. Mais ſi on vouloit déterminer par le calcul les rayons AK, ED, & les angles AKF, FEH, la choſe ſeroit fort aiſée. En effet, dans le triangle rectangle ACD, AC & CD étant donnés, l'hypothenuſe AD eſt auſſi donnée; donc AT eſt connue; & comme AZ eſt la moitié de AT, la ſimilitude des deux triangles rectangles ACD, AZK fera connoître AK. Retranchant AK de AC, on aura la droite CK par le moyen de laquelle & des deux triangles rectangles, ſemblables ACD, KCE, on connoîtra CE: ajoutant CD à CE, on aura ED: ainſi les rayons AK, ED ſeront connus. De plus, on pourra déterminer les angles AKF, FEH par les règles de la Trigonométrie (*voyez* ce mot), puiſque dans le triangle KEM on connoît les trois côtés.

Digitized by Google

Des anſes de pannier à cinq centres.

I. Soient (*fig. 34.*) AB le diamètre, & CD perpendiculaire ſur le milieu de AB, la montée; ſuppoſons que l'*anſe de pannier* ſoit conſtruite & compoſée de cinq arcs des cercles AF, FG, GDH, HI, IB. Il faut, 1.° que les centres S & T des arcs extrêmes égaux AF, BI, ſoient placés ſur le diamètre AB, afin que ces arcs tombent perpendiculairement ſur ce diamètre; 2.° que le centre O de l'arc moyen GDH ſoit placé ſur le prolongement de la montée, afin que cet arc coupe perpendiculairement la montée; 3.° que la montée CD diviſe l'arc moyen GDH en deux arcs égaux DG, DH, ce qui rend égaux les arcs GF, HI, puiſque les arcs AF, BI ont été ſuppoſés égaux; 4.° que les centres S, K des deux arcs conſécutifs AF, FG, & leur point F de raccordement, ſoient placés ſur une même ligne droite, afin que ces arcs, en ſe raccordant, ne faſſent que ſe toucher ſans ſe couper; 5.° par la même raiſon, les centres T, L & le point I de raccordement des arcs BI, IH doivent être placés ſur une même ligne droite; 6.° & 7.° de même, les trois points O, K, G doivent être placés ſur une même ligne droite, & les trois points O, L, H ſur une même ligne droite.

II. Cela poſé, on voit facilement que le diamètre AB & la montée CD étant donnés, on peut ſatisfaire aux conditions précédentes d'une infinité de manières. Le problème reſte même indéterminé, en ſe donnant (outre le diamètre & la montée) les centres S & T des arcs extrêmes & les angles ASF, BTI; car les centres K & L peuvent occuper pluſieurs places ſur les droites données SM, TM, ce qui fait varier en même-tems la poſition du point O. Mais ſi, par exemple, connoiſſant toujours AB, CD, AS, & l'angle ASF, on connoiſſoit de plus la poſition du point K, c'eſt-à-dire, la perpendiculaire KN ſur AB, ou la partie CN, ou quelqu'autre ligne relative à celles-là (on doit entendre la même choſe pour l'autre moitié de l'*anſe de pannier*): alors le problème ſeroit déterminé, & on trouveroit ainſi le rayon moyen OD.

III. Soient $AC=a$; $CD=b$; $AS=c$; l'angle $ASF=\theta$, pour le rayon 1; KF ou $KG=p$; l'inconnue OG ou $OD=q$. On aura d'abord $KN=KS\ \text{ſin.}\theta=(p-c)\ \text{ſin.}\theta$; $SN=(p-c)\ Cof.\theta$; KZ ou $CN=a-c-(p-c)\ Cof.\theta$; $OZ=OC-KN=q-b-(p-c)\ \text{ſin.}\theta$; $OK=OG-KG=q-p$. Enſuite le triangle rectangle OZK donne $(OK)^2=(KZ)^2+(ZO)^2$, c'eſt-à-dire, en termes analytiques, $(q-p)^2=(a-c-(p-c)\ Cof.\theta)^2+(q-b-(p-c)\ \text{ſin.}\theta)^2$; d'où l'on tire (*A*) $q=\frac{2ac+2pc-aa-bb-2cc+2(a-c)(p-c)\ Cof.\theta-2b(p-c)\ \text{ſin.}\theta}{2(p-(p-c)\ \text{ſin.}\theta)-2b}$.

IV. Dans la pratique, on ſuppoſe ordinairement que les quantités a, b, c étant données, l'angle ASF ſoit de 60 degrés, & que les deux angles FKG, GOD ſoient chacun de 15 degrés. Alors on a $Cof.\theta=\frac{1}{2}$; $\text{ſin.}\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$. L'équation (*A*) a toujours lieu, &, dans le cas préſent, il faudra y mettre pour $Cof.\theta$ & $\text{ſin.}\theta$ leurs valeurs; mais les deux rayons p & q ſont inconnus. Pour former entr'eux une ſeconde équation, on obſervera que chacun des angles OKM, KOM étant de 15 degrés, le triangle MKO eſt iſoſcèle. De plus, on a $SN=\frac{KS}{2}=\frac{p-c}{2}$; $MS=2CS$; $KM=2KZ=2(a-c)-(p-c)=2a-c-p$; $MZ=\frac{KM\cdot\sqrt{3}}{2}$.

Maintenant le triangle obtuſangle MKO donne $\overline{OK}^2=\overline{OM}^2+\overline{KM}^2+2MO\times MZ$, c'eſt-à-dire, ici $\overline{OK}^2=\overline{KM}^2\times(2+\sqrt{3})$, ou bien $OK=KM\cdot\sqrt{(2+\sqrt{3})}$. Ainſi, en termes analytiques, on aura l'équation (*B*), $q-p=(2a-c-p)\times\sqrt{2+\sqrt{3}}$. En combinant cette équation avec l'équation (*A*), on déterminera les deux inconnues p & q.

V. Si, connoiſſant les quantités a, b, c, θ, on vouloit déterminer les rayons p & q par la condition que la courbure des arcs FG, GDH fût la moins inégale qu'il eſt poſſible, il faudroit faire $\frac{q-p}{p}$, ou $\frac{q-p}{q}=$ *minimum*; ce qui donneroit $p\,dq-q\,dp=0$. Enſuite on mettroit dans cette équation, pour q & dq, leurs valeurs réſultantes de l'équation (*A*); ce qui donneroit une équation d'où l'on tireroit la valeur de p. Connoiſſant p, l'on connoîtroit q par l'équation (*A*).

Je me contente d'indiquer ces calculs, qui n'ont de difficulté qu'un peu de longueur. (*L. B.*)

ANSES, ſ. pl. f. *en Aſtronomie*; ce ſont les parties ſenſiblement éminentes de l'anneau de ſaturne, qu'on apperçoit lorſque cet anneau commence à s'ouvrir, c'eſt-à-dire, lorſque ſa partie antérieure & ſa partie poſtérieure commencent à ſe diſtinguer; à la vue elles ont la forme de deux *anſes* attachées à cette planète. *Voyez* ANNEAU. (*O*)

ANTARCTIQUE, adj. m. (*Aſtronom.*). *Pole antarctique*, ou *pole méridional*, eſt l'extrémité méridionale de l'axe de la terre, & l'un des points autour deſquels la terre tourne. *Voyez* POLE, &c. Ce mot eſt compoſé de la prépoſition ἀντι, *contra*, vis-à-vis, & de ἄρκτος, *urſa*, ourſe. *Voyez l'article* OURSE.

Les étoiles voiſines du pole *antarctique* ne paroiſſent jamais ſur notre horizon. Ainſi à Paris, dont la latitude eſt de 48 degrés 50 minutes, on ne voit jamais aucune des étoiles qui ſont éloignées du pole *antarctique* de moins de 48 degrés 50 minutes: car ces étoiles demeurent toujours

Digitized by Google

au-deſſous de l'horizon de Paris. *Voyez* ETOILE, HORIZON, *&c.*

Cercle *antarctique*, ou cercle polaire *antarctique*; c'eſt un des petits cercles de la ſphère; il eſt parallele à l'équateur, & éloigné du pole méridional de 23 degrés 28 minutes. *Voy.* CERCLE.

L'épithète d'*antarctique* lui vient de ſon oppoſition à un autre cercle, qui eſt auſſi parallèle à l'équateur & à la diſtance de 23 degrés 28 minutes du pole ſeptentrional. On l'appelle *cercle arctique polaire*. *Voyez* ARCTIQUE. La partie de la ſurface du globe terreſtre, compriſe entre le pole *antarctique* & le cercle polaire *antarctique*, eſt appellée *zone glacée méridionale*. *Voyez* ZONE. (*O*)

ANTARES (*Aſtron.*); nom d'une étoile de la première grandeur, ſituée vers le cœur du ſcorpion; en grec Ἀντάρης. On la voit dans le méridien au commencement de juillet à 9^h du ſoir, & vers 15° de hauteur à Paris; ſa longitude, en 1750, étoit de 8^s 6° 16′ 28″, & ſa latitude 4° 32′ 12″ auſtrale. (*D. L.*)

ANTECANIS. V. PROCYON.

ANTÉCEDENT, ſ. m. (*Analyſe*); c'eſt le nom qu'on donne au premier des deux termes qui compoſent un rapport. *Voyez* RAPPORT. *Voyez* auſſi CONSÉQUENT. Ainſi, en général, dans le rapport de *a* à *b*, *a* eſt l'*antécédent*.

ANTECEDENTIA, terme d'Aſtronomie. On dit en Aſtronomie qu'une planète ſe meut *in antecedentia* ou *precedentia* lorſqu'elle paroit aller vers l'occident contre l'ordre des ſignes, comme du taureau dans le bélier. *Voyez* PLANÈTE; SIGNE, *&c.* Au contraire, lorſqu'elle ſe meut du côté de l'orient, en ſuivant l'ordre des ſignes, comme du bélier dans le taureau, on dit qu'elle ſe meut *in conſequentia*. (*O*)

ANTICHTONES (*Aſtron.*), peuples qui habitent dans les hémiſphères oppoſés de la terre, mais à des latitudes égales; l'un a l'été tandis que l'autre a l'hiver. Ce mot vient de ἀντὶ *contra*, & χθὼν *terra*. C'eſt pourquoi Macrobe appelle auſſi *antichtones* les habitans qu'il ſuppoſe dans la lune comme étant une terre oppoſée à la nôtre. Ce nom a été quelquefois donné aux antipodes, quelquefois aux antiſciens; mais il eſt peu uſité, & la ſignification n'en eſt pas aſſez déterminée. (*D. L.*)

ANTILOGARITHME, ſ. m. (*Analyſe*), ſe dit quelquefois du complément du logarithme d'un ſinus d'une tangente, d'une ſécante: c'eſt-à-dire, de la différence de ce logarithme à celui du ſinus total. *Voyez* LOGARITHME & COMPLÉMENT.

ANTINOUS, conſtellation boréale qu'on réunit ordinairement avec l'aigle; Ptolemée n'en fait point une conſtellation, il dit ſeulement, *les étoiles informes autour de l'aigle, dans leſquelles eſt Antinous Proclus*, auteur du cinquième ſiecle n'en parle pas non plus. *Voyez* M. Bailly, *tom.* 2, *p.* 199. Cette conſtellation eſt appellée dans les auteurs *puer Adrianæus* ou *Bithynicus*, *novus Ægypti Deus*, *puer Troicus*, *Phrygius*, *puer Aquilæ*, *Jovis cynædus* ou *Catamitus* (Favori) *Pincerna* ou *Pocillator*, *Ganymedes*. C'étoit, ſelon l'opinion commune, un jeune-homme d'une très-grande beauté, né à Claudiopolis en Bithynie, qui ſe noya dans le Nil l'an 131 (*Spart. Dion. liv. lxix*); d'autres diſent qu'il ſacrifia ſa vie pour ſauver celle d'Adrien: cet empereur pleura ſa perte amérement, & honora ſa mémoire au point de lui faire élever des autels comme à une nouvelle divinité. Goltzius, dans ſon Tréſor des antiquités, rapporte une inſcription grecque trouvée à Rome dans le champ de Mars, où étoit le temple d'Iſis: *Antinoo eumdem cum diis Ægyptiis tronum occupanti.* Ce fut à l'honneur d'*Antinous* que l'empereur Adrien fit frapper des monnoies, & bâtir en Egypte une ville ſous le nom d'Antinoïa, qui fut enſuite appellée *Adrianopolis*: il étoit également adoré en Arcadie. On peut voir au ſujet du culte d'*Antinous* Pauſanias, Dion, Spartianus, Athanaſe, Théophile, Euſebe, Athenagore, Tertulien, & le Dictionnaire de Bayle. M. Bailly, *hiſt. de l'Aſtron. II.* 19, reproche vivement à Ptolemée d'avoir nommé *Antinous* par une lâche flatterie. On a prétendu cependant que l'*Antinous* céleſte étoit un des amans de Pénélope, dont Properce fait mention.

Penelopem quoque neglecto clamore mariti
Nubere laſcivo cogeret Antinoo. L. iv. eleg. 5.

Enfin d'autres ont cru que l'*Antinous* céleſte étoit le même que Ganymede, fils de Tros, roi des troyens, qui fut aimé par Jupiter; ce qui l'a fait ſurnommer *puer Troicus*; mais il y a plus d'apparence que c'eſt au verſeau que cette dernière fable a rapport. Au reſte Ptolemée nomme *Antinous*, mais il n'en fait pas une conſtellation, & ce ſont les étoiles η, θ, ι, κ, λ de la conſtellation de l'aigle, qui ſont repréſentées dans nos cartes céleſtes comme placées ſur la figure d'*Antinous*. (*D. L.*)

ANTIPARALLÈLES (*Lignes*). (*Géom.*). Soient deux lignes droites tirées comme on voudra dans le même plan, & que nous appellerons *A* & *B*; ſoient deux autres lignes qui coupent les lignes *A* & *B*, & que nous appellerons *C* & *D*: ſi l'angle de la ligne *C* avec la ligne *A* ou la ligne *B* eſt égal à l'angle de la ligne *D* avec la ligne *B* ou la ligne *A*, les lignes *C* & *D* ſont appellées *antiparallèles*; elles ſeroient parallèles ſi l'angle de *C* avec *A* ou *B* étoit égal à l'angle de *D* avec *A* ou *B*.

La ſection d'un cone oblique, faite par un plan *antiparallele* à la baſe, eſt un cercle. *Voy.* CONE, (*O*).

ANTIPODES (*Aſtr. géogr.*), lieux de la terre qui ſont diamétralement oppoſés. Ce mot vient du grec; il eſt compoſé ἀντὶ *contra*, & de ποὺς, ποδὸς, pied. Ceux qui ſont ſur des parallèles à l'équateur, également éloignés de ce cercle, les uns du côté du midi, les autres du côté du nord, qui ont le même méridien, & qui ſont ſous ce méridien à la diſtance les uns des autres de 180 degrés,

ou de la moitié de ce méridien, ſont *antipodes*, c'eſt-à-dire, ont les pieds diamétralement oppoſés. Les *antipodes* ont à-peu-près le même degré de chaud & de froid; ils ont les jours & les nuits également longs, mais dans des tems oppoſés; il eſt midi pour les uns quand il eſt minuit pour les autres; & lorſque les uns ont les jours les plus longs, les autres ont les jours les plus courts.

Platon paſſe pour avoir imaginé le premier la poſſibilité des *antipodes*, & pour être l'inventeur de ce nom; mais les premiers philoſophes qui ont conſidéré que la terre étoit ronde, ont dû ſentir la néceſſité des *antipodes*: au contraire, ceux qui ont eu la préſomption de raiſonner ſur ce qu'ils n'entendoient pas, ont nié l'exiſtence des *antipodes*. Par exemple, Lactance diſſerte fort au long pour prouver qu'il ne peut pas y avoir des *antipodes*, parce qu'ils auroient la tête en bas, *Inſtitutionum divinarum*, *l. 3*, *cap. 24*. Il traite de folie & d'impiété l'idée de la rondeur de la terre, & dit que le contraire eſt aſſez prouvé par les phyſiciens & par les écrivains ſacrés. On a peine à concevoir une pareille ignorance dans le précepteur du fils de Conſtantin; & un évêque, nommé *Virgilius*, fut dépoſé pour avoir ſoutenu les *antipodes*.

On trouve encore de tems en tems même dans la bonne compagnie, des perſonnes qui ne peuvent ſe familiariſer avec l'idée de ces habitans, dont les pieds ſont tournés vers les nôtres; il ſemble au premier abord que les uns ou les autres doivent avoir la tête en bas, c'eſt-à-dire, être placés dans une ſituation renverſée & contre l'état naturel. Mais, pour rectifier ſes idées là-deſſus, on n'a qu'à examiner pourquoi nous ſommes debout ſur la ſurface du globe, nos pieds tournés vers la terre & la tête élevée vers le ciel; pourquoi nous retombons ſans ceſſe à cette première ſituation, dès qu'un effort ou un mouvement étranger nous en a détournés. Cette force avec laquelle tous les corps deſcendent vers la terre, ſoit qu'on l'appelle peſanteur, gravité ou attraction, quoique ſa cauſe nous ſoit inconnue, ſe manifeſte dans tous les points de notre globe; par-tout les corps graves tendent vers le centre de la terre, par un effort conſtant & inaltérable; par-tout on dit que ce qui tombe vers la terre deſcend, & qu'on monte en s'en éloignant. Ainſi le corps *A* (*planch. d'Aſtr. fig. 35*), attiré par le centre *C* du globe terreſtre ſuivant la ligne *A B C*, ou le corps *E*, attiré dans un ſens contraire, ſuivant la ligne *E D C*, tombent & deſcendent tous deux vers la terre, parce que leur tendance ou leur direction naturelle eſt de s'approcher du centre *C*. Un habitant placé en *B* verra tomber la pluie vers lui de *A* en *B*, & celui qui eſt aux *antipodes* en *D*, verra venir la pluie ſur la terre de *E* en *D*; ce ſont à la vérité des directions différentes, mais elles ſont également naturelles, parce que le centre *C* de la terre eſt le terme commun, le point de réunion & de tendance de la pluie & de tous les autres corps graves.

J'ai oui des commençans demander pourquoi ſi le corps *A* deſcend de *A* en *B* l'autre ne deſcend pas pareillement de *D* en *E*; ils ne s'étoient pas encore accoutumés à obſerver que le corps *A* ne deſcend vers *B* que parce qu'il eſt forcé de ſe rapprocher de la terre *C*, au lieu que le corps *E* n'a plus rien du côté de *F* qui puiſſe le déterminer à ſe mouvoir, aucune force, aucune loi, aucun objet, aucune cauſe de mouvement; il n'a de rapport qu'avec la terre: c'eſt-là qu'eſt ſa propenſion naturelle, la cauſe & le terme de ſon mouvement; & en allant de *E* vers *D*, il obéit à la même force, à la même cauſe; il ſe meut de la même manière, par la même raiſon, & il ſuit la même loi que le corps *A* en deſcendant vers *B*: ainſi, l'on peut dire que deux corps tombent l'un & l'autre, quoiqu'ils aillent en deux ſens oppoſés; enfin c'eſt tomber que de ſe rapprocher de la terre.

Les voyageurs qui ont fait le tour du monde, & ils ſont en grand nombre, ont été ſouvent à nos *antipodes*. Ceux de Paris ſont dans la mer du ſud, près de la nouvelle Zelande, dont le capitaine Cook nous a donné la deſcription. Les *antipodes* de l'Eſpagne ſont ſur l'île même où M. Marion fut tué en 1772; & dans le planiſphère auſtral fait par M. le duc de Croy & M. Robert de Vaugondy (*à Paris chez Fortin*, *1773*), on trouve marqués les *antipodes* des principaux lieux de l'Europe. (*De la Lande*).

ANTITHÈSE, ſ. f. (*Algèbre*). Quelques auteurs appellent *antithèſe* l'opération par laquelle on tranſpoſe d'un membre à l'autre d'une équation un terme de cette équation; ce qui ſe fait en effaçant ce terme dans le membre où il ſe trouve, & le plaçant dans l'autre membre avec un ſigne contraire à celui qu'il avoit. Ainſi, de l'équation $x + b = a$, on tire par *antithèſe* $x = a - b$.

A O U

AOUT, ſ. m. (*Aſtron.*) ſixième mois de l'année de Romulus, le huitième de celle de Numa & de notre année moderne. Il étoit appellé *ſextilis*, à cauſe du rang qu'il occupoit dans l'année de Romulus; & ce nom lui avoit été conſervé dans l'année de Numa. *Voyez* année. Auguſte lui donna ſon nom, *Auguſtus*, qu'il conſerve encore, & d'où les François ont fait *Août* par corruption. Ce mois, & celui de juillet, dont le nom vient de Jules Céſar, ſont les deux ſeuls qui aient conſervé les noms que les Empereurs leur ont donnés: le mois d'avril s'étoit appellé pendant quelque tems *Neroneus*, le mois de mai, *Claudius*, &c.

Le ſoleil pendant ce mois parcourt ou paroît parcourir la plus grande partie du ſigne du zodiaque, appellé *le lion*; & vers le 23 de ce mois

Digitized by Google

il entre au ſigne de la vierge : mais, à proprement parler, c'eſt la terre qui parcourt réellement le ſigne du verſeau, oppoſé à celui du Lion. Les mois d'*août* & de juillet ſont ordinairement les plus chauds de l'année, quoique le ſoleil commence à s'éloigner de notre zénit dès le 21 juin, parce que la terre échauffée plus long tems, conſerve plus de chaleur.

Les Anglois appellent le premier jour d'*août*, qui eſt la fête de S. Pierre ès liens, *Lammas-day*, comme qui diroit *fête à l'agneau* ; cela paroît venir d'une coutume qui s'obſervoit autrefois dans la province d'Yorck : tous ceux qui tenoient quelque terre de l'égliſe cathédrale, étoient obligés ce jour-là d'amener dans l'égliſe à la grand-meſſe un agneau vivant pour offrande. (*O*).

APHELIE, ſ. m. C'eſt, *en Aſtronomie*, le point de l'orbite de la terre ou d'une planète, où la diſtance de cette planète au ſoleil eſt la plus grande qu'il eſt poſſible. *Voyez* ORBITE.

Aphélie eſt compoſé de ἀπὸ, *longè*, & de ἥλιος, *ſol* ; ainſi, lorſqu'une planète eſt en *A*, *Planch. d'Aſtron. fig 85.* comme la diſtance au ſoleil *S* eſt alors la plus grande qu'il eſt poſſible, on dit qu'elle eſt à ſon *aphélie*. *Voyez* PLANETE, SOLEIL, *&c.*

Dans le ſyſtème de Ptolemée, ou dans la ſuppoſition que le ſoleil ſe meut autour de la terre, l'*aphélie* devient l'*apogée*. *Voyez* APOGÉE. L'*aphélie* eſt le point diamétralement oppoſé au périhélie. *Voyez* PÉRIHÉLIE. Les *aphélies* des planètes ne ſont point en repos ; car l'action mutuelle qu'elles exercent les unes ſur les autres, fait que ces points de leurs orbes ſont dans un mouvement continuel, lequel eſt plus ou moins ſenſible. Ce mouvement ſe fait *in conſequentia*, ou ſelon l'ordre des ſignes ; & en ſuppoſant qu'il ſoit produit par l'action d'une planète fort éloignée, comme jupiter ou ſaturne, ſur pluſieurs planètes inférieures, il eſt ſelon Newton en raiſon ſeſquiplicquée des diſtances de ces planètes au ſoleil, c'eſt-à-dire comme les racines carrées des cubes de ces diſtances. *Princip. l. III, pr. 14.* Suivant cette régle, l'*aphélie* de mars étant ſuppoſé ſe mouvoir de 35′ relativement aux étoiles fixes, dans l'eſpace de 100 ans ; les *aphélies* de la terre, de vénus & de mercure, ſeroient dans le même tems & dans le même intervalle de tems, 18 minutes 36 ſecondes, 11 minutes 27 ſecondes & 4 minutes 29 ſecondes. Mais, pour calculer ces mouvemens avec une certaine préciſion, il faudroit calculer l'action de chaque planète ſur toutes les autres, car il eſt prouvé que tous les *aphélies* ont un mouvement cauſé par l'attraction des autres planètes, ainſi que l'apogée de la lune a un mouvement cauſé par l'attraction du ſoleil : on peut voir le calcul de ce mouvement de l'*aphélie*, produit par les attractions étrangères, dans le XXIIe livre de mon Aſtronomie, & dans les pièces de M. Euler, ſur les inégalités de ſaturne, de jupiter & de la terre, dans la pièce de Clairaut ſur les inégalités de la lune, & dans les *recherches* de M. d'Alembert.

Ce qu'il y a de plus néceſſaire à expliquer ici au ſujet de l'*aphélie* des planètes, eſt la manière d'en déterminer la poſition & le mouvement, par des obſervations aſtronomiques. La méthode la plus ſimple eſt celle que Kepler tiroit de la nature du mouvement elliptique, (*De ſtella Martis, p. 208.*) Le point de l'*aphélie A* (*Aſtr. fig. 86*) eſt celui où la planète a la plus petite viteſſe, & le périphélie *P* eſt le point de la plus grande viteſſe ; le grand axe *A P* de l'ellipſe ſépare deux portions de l'orbite qui ſont égales, ſemblables, & parcourues en tems égaux, & avec les mêmes dégrés de viteſſe ; mais ſi l'on tire, par le foyer de l'ellipſe, une autre ligne comme *D S E* qui ne paſſe point en *A* & en *P*, elle partagera l'ellipſe en deux parties *D A E*, *D B P E*, qui ne ſeront ni égales, ni parcourues en tems égaux. La partie *D A E*, où ſe trouve l'*aphélie*, exigera plus de tems que l'autre, ou plus de la moitié de la révolution ; ainſi, l'on peut choiſir deux obſervations d'une planète, où les longitudes obſervées réduites au ſoleil aient été diamétralement oppoſées entr'elles ; & ſi les tems de ces obſervations ſont éloignés auſſi d'une demi-révolution de la planète, on ſaura, par-là même, qu'elles ont été faites dans les abſides ; plus l'intervalle approchera de la demi-révolution juſte, plus les poſitions obſervées approcheront d'être celles des abſides, ou de l'*aphélie* & du périhélie. Cette méthode réuſſit très-bien pour trouver l'apogée du ſoleil. (*Mém. de l'Acad. 1757, pag. 141.*)

Pour les planètes dont les oppoſitions ſont rares, il eſt difficile d'avoir deux longitudes vues du ſoleil diamétralement oppoſées ; on eſt obligé de ſuppoſer connues l'excentricité & la plus grande équation, & l'on trouve la ſituation de l'*aphélie* par une autre conſidération. L'on prend deux obſervations faites aux environs du point *A*, & du point *F* qui eſt vers les moyennes diſtances, on a le mouvement vrai, ou l'angle *A S F*, mais par la durée connue de la révolution, on ſait toujours quel eſt le mouvement moyen pour un intervalle de tems donné ; la différence du mouvement vrai au mouvement moyen doit être d'accord avec l'équation de l'orbite calculée, en ſuppoſant qu'on connoiſſe bien le lieu *A* de l'*Aphélie* ; mais ſi l'on ſe trompe ſur le lieu de l'*Aphélie*, il y aura une erreur dans l'équation calculée vers le point *A*, ou l'équation change rapidement ; il n'y en aura preſque point vers la moyenne diſtance *F*, où l'équation ne varie pas ſenſiblement, étant à ſon maximum ; ainſi, le mouvement total calculé de *A* en *F*, ne pourra être conforme au mouvement obſervé, que quand on aura employé dans le calcul un lieu de l'*aphélie A* exactement connu ; alors on changera d'hypothèſe juſqu'à ce que l'on ait accordé le calcul avec l'obſervation, & l'on reconnoîtra ainſi la vraie ſituation de l'*aphélie*.

La troiſième méthode pour déterminer l'*aphélie* eſt celle que j'ai employée pour mercure, & qui m'a très-bien réuſſi ; elle conſiſte à obſerver la plus

Digitized by Google

grande digreſſion de la planète vers ſes moyennes diſtances. Suppoſons que la terre T voit la planète F par un rayon viſuel TF qui touche l'orbite en F & qui marque la plus grande digreſſion STF; pour peu que vous changiez la ſituation AP de la ligne des apſides, le rayon SF changera de ſituation & ſortira de l'angle STF du côté du point G, en ſorte que l'angle d'élongation augmentera & deviendra STG, le calcul ne s'accordera plus avec l'obſervation que je ſuppoſe faite ſur la ligne TF; ainſi, l'élongation obſervée nous apprend quelle ſituation il faut donner au point A de l'*aphélie* pour que le calcul s'accorde avec l'obſervation; donc en faiſant différentes hypothèſes, on trouvera quel eſt le vrai lieu de l'*aphélie*. (*Mém. de l'Acad. 1766, pag. 498.*)

Enfin il y a une quatrième méthode plus générale pour déterminer l'*aphélie* d'une planète; elle conſiſte à employer trois obſervations rapportées au ſoleil, pour déterminer à-la-fois les trois principaux élémens d'une orbite, c'eſt-à-dire, l'*aphélie*, l'excentricité & l'époque du moyen mouvement; pourvu que ces obſervations ſoient réparties vers les apſides & les moyennes diſtances; j'en ai donné le calcul appliqué à un exemple dans les *Mémoires de l'Académie pour 1755*; les principes ſont d'ailleurs les mêmes que ceux dont je viens de faire uſage: il s'agit de convertir les anomalies vraies en anomalies moyennes, dans différentes hypothèſes d'*aphélies* & d'excentricités, juſqu'à ce qu'on ait trouvé deux différences d'anomalies moyennes, exactement d'accord avec les intervalles des obſervations.

On trouvera au mot planète le réſultat des calculs que j'ai faits ſur toutes les planètes, en conſtruiſant mes tables, pour avoir le lieu de l'*aphélie* en 1750, avec l'augmentation pour cent ans; ce changement ne ſeroit que de 1° 25′ 45″ comme celui de la préceſſion des équinoxes, ſi les *aphélies* étoient auſſi fixes que les étoiles, & qu'ils n'euſſent d'autre changement en longitude que celui qui vient de la rétrogradation du point équinoxial, d'où l'on compte ces longitudes; ainſi, l'excès de ces mouvemens ſur celui de la préceſſion, eſt le déplacement réel des *aphélies*, en un ſiècle, ou le mouvement abſolu, que j'ai mis dans la dernière colonne. Au reſte ces quantités ſont peu ſenſibles, & par conſéquent n'ont pu être déterminées avec une bien grande exactitude. (*M. de la Lande*).

APHELLAN, nom de la belle étoile des gémeaux, marquée α.

APIS, taureau ſacré des Egyptiens, emblême du taureau céleſte ou équinoxial, qui étoit conſacré dans les religions de tous les peuples anciens comme l'emblême du renouvellement de la nature, au printems.

APIS, conſtellation; *Voyez* ABEILLE.

APOCATASTASIS, (*Aſtron.*) ſignifie révolution; *Voyez* GRANDE ANNÉE.

APOGÉE, (*Aſtron.*) vient de deux mots grecs ἀπὸ, *longe*, γῆ, *terra*, & ſignifie le point dans lequel une planète eſt la plus éloignée de la terre. Le ſoleil & la lune ont ſur-tout un *apogée* qui eſt le ſommet du grand axe des orbites, qu'ils décrivent ou paroiſſent décrire autour de la terre, car, quoique la terre tourne réellement autour du ſoleil, on dit ſouvent, pour ſe conformer à l'ancien uſage, que le ſoleil eſt *apogée* lorſque la terre eſt aphélie, & les apparences ſont abſolument les mêmes quant au mouvement annuel; la manière de déterminer le lieu de l'*apogée* d'une planète, eſt exactement la même que pour déterminer le lieu de l'aphélie pour le ſoleil & les planètes ſupérieures. *Voyez* APHÉLIE. Le lieu de l'*apogée* du ſoleil, au commencement de 1750, étoit à 3° 8° 38′ 4″ ſuivant les tables de la Caille, & ſon mouvement, par rapport aux équinoxes, eſt de 1° 49′ 10″ par ſiècle. La cauſe de ce mouvement eſt l'attraction des planètes, ſur-tout de vénus & de jupiter, comme on le peut voir dans la pièce de M. Euler *ſur les inégalités de la terre*, qui a remporté le prix de l'Académie des Sciences, en 1756; elle eſt dans le huitième volume des pièces couronnées, imprimé en 1771. On peut voir auſſi les *recherches* de M. d'Alembert ſur différens points importans du ſyſtême du monde; le Mémoire de M. Clairaut ſur l'orbite apparente du ſoleil qui eſt dans les Mémoires de l'Académie, pour 1754, & la ſeconde édition de mon Aſtronomie.

L'apogée de la lune, en 1750, étoit à 5° 21° 2′ 32″ ½ & ſon mouvement dans l'eſpace d'une année commune eſt de 1° 10° 39′ 50″; ſuivant la table de Mayer, la révolution de l'*apogée*, par rapport aux étoiles fixes, eſt de 8 ans 311 jours ou 3231 jours 8 ♄ 34′ 57″ ½. Outre le mouvement progreſſif de l'*apogée* de la lune, les aſtronomes ont conſidéré long-tems l'orbite de la lune comme étant ſujette à un balancement dans ſon *apogée*, joint à une variation dans l'excentricité. Horoccius fut le premier auteur de cette hypothèſe ingénieuſe que Newton adopta dans ſon fameux livre des Principes, & ſur laquelle ſont fondées les tables de la lune de Halley & celles de Flamſteed, que M. le Monnier a données dans ſes inſtitutions aſtronomiques. M. Euler eſt le premier qui ait ſubſtitué à cette hypothèſe une équation beaucoup plus commode, & que l'on appelle évection: la quantité eſt de 1° 20′ 34″. Pour rendre raiſon de l'hypothèſe d'Horoccius dans les principes de l'attraction, il faut conſidérer que le mouvement de l'*apogée* de la lune vient de ce que la force centrale de la lune vers la terre eſt diminuée, & le mouvement doit être le plus grand quand la ligne des ſyzigies concourt avec la ligne des apſides, ou lorſque le ſoleil répond à l'*apogée* ou au périgée de la lune. Quand il eſt dans les quadratures, le mouvement de l'*apogée* eſt au contraire le plus lent, parce que la diminution totale de la force centrale eſt la plus petite; quand le ſoleil eſt à

45°

45°. des apſides, le mouvement vrai de l'*apogée* eſt égal au mouvement moyen; mais ſon vrai lieu eſt alors le plus différent du lieu moyen, & l'équation eſt la plus-forte parce qu'elle eſt le réſultat de tous les dégrés de viteſſe que l'*apogée* a reçus juſques-là: cette équation dans les tables de Halley montoit à 12° 18′.

Il y a auſſi une inégalité dans le lieu de l'*apogée* qui provient des diſtances du ſoleil à la terre & qui eſt de 23′ 12″ additive quand le ſoleil eſt à 3 ſignes d'anomalie, c'eſt une *équation annuelle*.

Le mouvement de l'*apogée* de la lune eſt difficile à calculer par la théorie de l'attraction. Clairaut, en 1747, avoit cru que la théorie ne donnoit que la moitié du mouvement qui s'obſerve; il annonça ſolemnellement ce réſultat dans l'aſſemblée publique de l'Académie, du 15 novembre 1747, & il fit imprimer ſon Mémoire dans le volume de 1745, *pag. 336*; mais le volume n'étoit pas encore achevé d'imprimer qu'il lut à l'Académie, le 17 mai 1749, une eſpèce de rétractation qui ſe trouve dans le même volume, *pag. 557*, & plus en détail dans les Mémoires de 1748, *pag. 433*. La première théorie détaillée où l'on ait vu que la loi de l'attraction ſatisfaiſoit exactement au mouvement de l'*apogée*, eſt la pièce de Clairaut, qui remporta le prix de de l'Académie de Pétersbourg propoſé en 1750. M. Euler, qui en étoit juge, m'a raconté qu'il avoit trouvé la choſe ſi extraordinaire, qu'il n'avoit pu en être perſuadé que quand il fut parvenu au même réſultat par une méthode qui lui étoit particulière; il vit alors que des termes que tous les géomètres avoient cru abſolument négligeables dans la théorie de la lune, influoient beaucoup ſur l'*apogée*. Clairaut lui-même n'y étoit parvenu qu'en cherchant par un calcul très-rigoureux la valeur d'un terme qu'il falloit ajouter, ſuivant lui, à l'expreſſion générale de l'attraction neutonienne pour trouver une autre loi d'attraction, propre à repréſenter le mouvement de l'*apogée*. Cette queſtion ne fait aujourd'hui aucune difficulté, & M. d'Alembert a démontré de ſon côté que l'attraction du ſoleil en raiſon inverſe du carré de la diſtance explique parfaitement la révolution de l'*apogée* de la lune, telle qu'elle ſe trouve par les obſervations. (*DE LA LANDE*).

APOJOVE, (*Aſtron.*) nom que quelques aſtronomes ont donné à l'apſide ſupérieure de l'orbite du quatrième ſatellite de Jupiter, ou au point de ſon plus grand éloignement, quoique ce terme ſoit compoſé d'un mot grec & d'un mot latin.

APOLLONIEN, adj. m. On déſigne quelquefois l'hyperbole & la parabole ordinaire, par les noms d'*hyperbole* & de *paraboles Apolloniennes*, ou d'*Apollonius*, pour les diſtinguer de quelques autres courbes d'un genre plus élevé, & auxquelles on a auſſi donné le nom d'*hyperbole* & de *parabole*. Ainſi $a\,x = y\,y$ déſigne la parabole *apollonienne*; $a\,a = x\,y$ déſigne l'hyperbole *apollonienne*: mais $a\,a\,x = y^3$ déſigne une parabole du 3ᵉ dégré; $a^1 = x\,y\,y$ déſigne une hyperbole du même dégré. *Voyez* PARABOLE & HYPERBOLE. On appelle la parabole & l'hyperbole ordinaires, *parabole & hyperbole d'Apollonius*, parce que nous avons de cet ancien géometre un traité des ſections coniques fort étendu. Ce mathématicien qu'on appelle *Apollonius Pergæus*, parce qu'il étoit de Perge en Pamphilie, vivoit environ 200 ans avant Jeſus-Chriſt. Il ramaſſa ſur les ſections coniques, tout ce qu'avoient fait avant lui Ariſtée, Eudoxe de Cnide, Menœchme, Euclide, Conon, Traſidée, Nicotele: ce fut lui qui donna aux trois ſections coniques les noms de *parabole*, d'*ellipſe* & d'*hyperbole*, qui non-ſeulement les diſtinguent, mais encore les caractériſent. *Voyez leurs articles*. Il avoit fait huit livres qui parvinrent entiers juſqu'au tems de Pappus d'Alexandrie, qui vivoit ſous Théodoſe; on ne put retrouver que les quatre premiers livres, juſqu'en 1658, que le fameux Borelli trouva dans la bibliotheque de Florence un manuſcrit arabe qui contenoit, outre ces quatre premiers, les trois ſuivans: aidé d'un profeſſeur d'arabe, qui ne ſavoit point de Géométrie, il traduiſit ces livres, & les donna au public. *Voyez l'éloge de M. Viviani*, par M. de Fontenelle, *Hiſt. acad. 1703*.

Il ſemble que le huitième livre d'Apollonius ait été retrouvé depuis, car on lit dans l'éloge de M. Halley, par M. de Mairan (*Hiſt. acad. 1742*), que M. Halley donna en 1717 une traduction latine des huit livres d'Apollonius. Mais ce huitième livre d'Apollonius, qui ſe trouve dans l'édition donnée par M. Halley, n'eſt point de cet ancien géometre de même que les ſept autres; il a été rétabli par l'éditeur ſur les indications de Pappus. *Voyez* l'*Hiſt. des Mathem.* de Montucla. *Tom. I, pag. 282*. (*O*)

APOMECOMÉTRIE, ſ. f. (*Géom.*) eſt l'art ou la manière de meſurer la diſtance des objets éloignés. *Voyez* DISTANCE. Ce mot vient des mots grecs ἀπὸ, μῆκος, *longueur*, & μετρέω, *meſurer*. (*O*)

APORON ou APORISME, ſignifie chez quelques anciens *géometres* un problème difficile à réſoudre, mais dont il n'eſt pas certain que la ſolution ſoit impoſſible. *Voyez* PROBLÈME.

Ce mot vient du grec ἄπορος, qui ſignifie *quelque choſe de très-difficile*, & même d'*impraticable*; il eſt formé d'ἀ privatif, & de πόρος, *paſſage*. Tel eſt le problème de la quadrature du cercle. *Voyez* QUADRATURE, *&c.*

Lorſque l'on propoſoit une queſtion à quelque philoſophe Grec, ſur-tout de la ſecte des académiciens, s'il n'en pouvoit donner la ſolution, ſa réponſe étoit ἄπορον, *je ne la conçois pas, je ne ſuis pas capable de l'éclaircir*. (*O*).

APOTELESMA, (*Aſtron.*) ſignifie prédiction; dans Sextus Empiricus, il ſignifie *effectio*, ce qui a été fait, achevé, décidé. (*M. DE LA LANDE*).

APOTHEME, ſ. m. dans la *Géométrie élémentaire*, eſt la perpendiculaire menée du centre d'un polygone régulier ſur un de ſes côtés.

Ce mot vient du grec ἀπὸ, *ab*, de, & τομὴ, *ſio*,

pono, je poſe; apparemment comme qui diroit *ligne tirée depuis le centre juſques ſur le côté.* (*O*)

APOTOME, ſ. m. mot employé par quelques auteurs, pour déſigner la différence de deux quantités incommenſurables. Tel eſt l'excès de la racine quarrée de 2 ſur 1. *Voyez* INCOMMENSURABLE.

Ce mot eſt dérivé du verbe grec ἀποτέμνω, *abſcindo*, je retranche: un *apotome* en Géométrie, eſt l'excès d'une ligne donnée ſur une autre ligne qui lui eſt incommenſurable. Tel eſt l'excès de la diagonale d'un quarré ſur le côté. (*O*)

A P P

APPAREIL, ſ. m. (*Hydrod.*): quelquefois on appelle ainſi le piſton d'une pompe.

APPARENCE, ſ. f. (*perſpective*): repréſentation ou projection d'une figure, d'un corps ou d'un objet quelconque, ſur le plan du tableau. *Voyez* PERSPECTIVE & PROJECTION.

On ſe ſert du terme d'*apparence directe*, pour marquer la vue d'un objet par des rayons directs, c'eſt-à-dire, par des rayons qui viennent de l'objet ſans avoir été ni réfléchis ni rompus. *Voy.* DIRECT & RAYON; *Voyez auſſi* OPTIQUE & VISION.

APPARENT, adj. (*perſp.*): lieu *apparent*. Le lieu *apparent* d'un objet, en Optique, eſt celui où on le voit. Comme la diſtance *apparente* d'un objet eſt ſouvent fort différente de ſa diſtance réelle, le lieu *apparent* eſt ſouvent fort différent du lieu *vrai*. Le lieu *apparent* ſe trouve principalement du lieu où l'on voit un objet, en l'obſervant à-travers un ou pluſieurs verres, ou par le moyen d'un ou pluſieurs miroirs. *Voyez* DIOPTRIQUE, MIROIR, *&c.*

Nous diſons que le lieu *apparent* eſt différent du lieu *vrai*; car lorſque la réfraction que ſouffrent à-travers un verre les principaux rayons que chaque point d'un objet fort proche envoie à nos yeux, a rendu ces rayons moins divergens; ou lorſque par un effet contraire, les rayons qui viennent d'un objet fort éloigné ſont rendus par la réfraction auſſi divergens que s'ils venoient d'un plus proche; alors il eſt néceſſaire que l'objet paroiſſe à l'œil avoir changé de lieu: or le lieu que l'objet paroît occuper, après ce changement produit par la divergence ou la convergence des rayons, eſt ce qu'on appelle *ſon lieu apparent*. Il en eſt de même dans des miroirs. *Voyez* VISION.

Les Opticiens ſont fort partagés ſur le lieu *apparent* d'un objet vu par un miroir, ou par un verre. La plupart avoient cru, juſqu'à ces derniers tems, que l'objet paroiſſoit dans le point où le rayon réfléchi ou rompu paſſant par le centre de l'œil, rencontroit la perpendiculaire menée de l'objet ſur la ſurface du miroir ou du verre. C'eſt le principe que le pere Tacquet a employé dans ſa Catoptrique, pour expliquer les phénomenes des miroirs convexes & concaves; c'eſt auſſi celui dont M. de Mairan s'eſt ſervi pour trouver la courbe *apparente* du fond d'un baſſin plein d'eau, dans un *Mémoire* imprimé parmi ceux de l'académie de 1740. Mais le pere Tacquet convient lui-même, à la fin de ſa Catoptrique, que le principe dont il s'eſt ſervi n'eſt pas général, & qu'il eſt contredit par l'expérience. A l'égard de M. de Mairan, il paroît donner ce principe comme un principe de Géométrie plutôt que d'Optique; & il convient que Neuton, Barrow, & les plus célèbres auteurs ne l'ont pas entièrement admis. Ceux-ci, pour déterminer le lieu *apparent* de l'objet, imaginent d'abord que l'objet envoie ſur la ſurface du verre ou du miroir, deux rayons fort proches l'un de l'autre, leſquels après avoir ſouffert une ou pluſieurs réfractions ou réflexions, entrent dans l'œil. Ces rayons rompus ou réfléchis, étant prolongés, concourent en un point, & ils entrent par conſéquent dans l'œil comme s'ils venoient de ce point; d'où il s'enſuit, ſelon Neuton & Barrow, que le lieu *apparent* de l'objet eſt au point de concours des rayons rompus ou réfléchis qui entrent dans l'œil, & ce point eſt aiſé à déterminer par la Géométrie. Voyez l'*optique* de Neuton, & les *leçons optiques* de Barrow. Ce dernier auteur rapporte même une expérience qui paroît ſans replique, & par laquelle il eſt démontré que l'image *apparente* d'un fil à plomb enfoncé dans l'eau, eſt courbe; d'où il réſulte que le lieu *apparent* d'un objet vû par réfraction n'eſt point dans l'endroit où le rayon rompu coupe la perpendiculaire menée de l'objet ſur la ſurface rompante. Mais il faut avouer auſſi que Barrow, à la fin de ces *leçons d'optique*, fait mention d'une expérience qui paroît contraire à ſon principe ſur le lieu *apparent* de l'image: il ajoute que cette expérience eſt auſſi contraire à l'opinion du pere Tacquet, qu'à la ſienne: malgré cela Barrow n'en eſt pas moins attaché à ſon principe ſur le lieu *apparent* de l'objet, qui lui paroît évident & très-ſimple; & il croit que, dans le cas particulier où ce principe ſemble ne pas avoir lieu, on n'en doit attribuer la cauſe qu'au peu de lumieres que nous avons ſur la viſion directe. A l'égard de M. Neuton, quoiqu'il ſuive le principe de Barrow ſur le lieu *apparent* de l'image, il paroît regarder la ſolution de ce problême comme une des plus difficiles de l'optique: *Puncti illius*, dit-il, *accurata determinatio problematis ſolutu difficillimum præbebit, niſi hypotheſi alicui ſaltem verisimili, ſi non accuratè veræ, nitatur aſſertio. Lec. opt. ſchol. Prop. VIII. pag. 80. Voyez* MIROIR & DIOPTRIQUE.

Quoi qu'il en ſoit, voici des principes dont tous les Opticiens conviennent.

Si un objet eſt placé à une diſtance d'un verre convexe, moindre que celle de ſon foyer, on pourra déterminer ſon lieu *apparent*: s'il eſt placé au foyer, ſon lieu *apparent* ne pourra être déterminé; on le verra ſeulement dans ce dernier cas extrêmement éloigné, ou plutôt on le verra très-confuſément.

Digitized by Google

Le lieu *apparent* ne pourra point encore ſe déterminer, ſi l'objet eſt placé au-delà du foyer d'un verre convexe : cependant ſi l'objet eſt plus éloigné du verre convexe que le foyer, & que l'œil ſoit placé au-delà de la baſe diſtincte, ſon lieu *apparent* ſera dans la baſe diſtincte. On appelle *baſe diſtincte* un plan qui paſſe par le point de concours des rayons rompus. *Voyez* LENTILLE.

De même ſi un objet eſt placé à une diſtance d'un miroir concave, moindre que celle de ſon foyer, on peut déterminer ſon lieu *apparent* : s'il eſt placé au foyer, il paroîtra infiniment éloigné, ou plutôt il paroîtra confuſément, ſon lieu *apparent* ne pouvant être déterminé.

Si l'objet eſt plus éloigné du miroir que le foyer, & que l'œil ſoit placé au-delà de la baſe diſtincte, le lieu *apparent* ſera dans la baſe diſtincte. *Voyez* MIROIR, CONCAVE & CATOPTRIQUE.

On peut toujours déterminer le lieu *apparent* de l'objet dans un miroir convexe. (*O*).

APPARENT, *apparens*, adj. m. *en Aſtronomie hauteur apparente*, eſt celle qu'on obſerve, & qui eſt affectée par la *réfraction* & le *parallaxe*.

Conjonction apparente. Il y a *conjonction apparente* de deux planètes lorſque leurs longitudes *apparentes*, vues de la ſurface de la terre, ſont les mêmes. La *conjonction apparente* eſt diſtinguée de la *conjonction vraie*, où le centre de la terre eſt dans un même plan perpendiculaire à l'écliptique avec les centres des deux planètes. *Voyez* CONJONCTION.

Horizon apparent ou *ſenſible* ; c'eſt le grand cercle qui termine notre vue, ou celui qui eſt formé par la rencontre *apparente* du ciel & de la terre.

Cet horizon ſépare la partie viſible ou ſupérieure du ciel d'avec la partie inférieure qui nous eſt inviſible, à cauſe de la rondeur de la terre. L'*horizon apparent* diffère de l'*horizon rationel* qui lui eſt parallèle, mais qui paſſe par le centre de la terre. *Voyez* HORIZON. On peut concevoir un cône dont le ſommet ſeroit dans notre œil, & dont la baſe ſeroit le plan circulaire qui termine notre vue : ce plan eſt l'*horizon apparent* ou *ſenſible*. *Voyez* ABAISSEMENT.

Le diamètre *apparent* du ſoleil, de la lune ou d'une planète, eſt la quantité de l'angle ſous lequel un obſervateur placé ſur la ſurface de la terre, apperçoit ce diamètre : on le diſtingue du diamètre réel qui ſe compte en lieues ou en toiſes.

Les diamètres *apparens* des corps céleſtes ne ſont pas toujours les mêmes. Le diamètre *apparent* du ſoleil n'eſt jamais plus petit que 31′ 31″ au commencement de juillet, & jamais plus grand que quand il eſt dans ſon périgée au commencement de janvier ; il eſt alors de 32′ 36″ : on trouvera les autres diamètres au mot PLANÈTE.

Quand les objets ſont fort éloignés de l'œil, leurs diamètres *apparens*, c'eſt-à-dire, les grandeurs dont on les voit, ſont proportionnels aux angles ſous leſquels ils ſont vus ; ainſi, quoique le ſoleil & la lune ſoient fort différens l'un de l'autre pour la grandeur réelle, cependant leur diamètre *apparent* eſt à-peu-près le même, parce qu'on les voit à-peu-près ſous le même angle. La raiſon de cela eſt que quand deux corps ſont fort éloignés, quelque différence qu'il y ait entre leurs diſtances réelles, cette différence n'eſt point apperçue par nos yeux, & nous les jugeons l'un & l'autre à la même diſtance *apparente* ; d'où il s'enſuit que la grandeur dont on les voit eſt alors proportionnelle à l'angle optique ou viſuel. Par conſéquent ſi deux objets ſont fort éloignés, & que leurs grandeurs réelles ſoient comme leurs diſtances réelles, ces objets paroîtront de la même grandeur, parce qu'ils ſeront vus ſous des angles égaux.

Il y a une différence très-ſenſible entre les *grandeurs apparentes* ou diamètres *apparens* du ſoleil & de la lune vers l'horizon, & leurs diamètres *apparens* lorſqu'ils ſont fort élevés au méridien. Ce phénomène a beaucoup exercé les philoſophes ; le P. Malebranche eſt celui qui paroît l'avoir expliqué de la manière la plus vraiſemblable, & nous donnerons ſon explication au mot DIAMÈTRE.

La différence eſt encore plus ſinguliere quand on regarde dans une lunette ; ſouvent une perſonne y juge la planète grande comme une aſſiette, & l'autre comme une pièce de ſix ſous ; il ne peut en effet y avoir de règle, parce qu'il n'y a point de terme de comparaiſon, & l'on eſtime la grandeur *apparente* au hazard, ſuivant le rapport qui s'établit involontairement entre l'impreſſion qu'on éprouve alors dans l'œil, & celle qu'on a coutume d'éprouver en regardant des objets familiers.

La grandeur *apparente* peut donc changer, quoique l'angle du diamètre *apparent* ne change pas ; ainſi, quoique l'angle optique ſoit la meſure de la *grandeur apparente*, ſuivant les auteurs d'Optique, d'autres opticiens prétendent avec beaucoup de fondement que la *grandeur apparente* d'un objet ou plutôt le jugement que nous en portons, ne dépend pas ſeulement de l'angle ſous lequel il eſt vu ; & pour le prouver, ils diſent qu'un géant de ſix piés vu à ſix piés de diſtance, & un nain d'un pié vu à un pié de diſtance, ſont vus l'un & l'autre ſous le même angle, & que cependant le géant paroît beaucoup plus grand ; d'où ils concluent que tout le reſte étant d'ailleurs égal, la *grandeur apparente* d'un objet dépend beaucoup de ſa diſtance *apparente*, c'eſt-à-dire, de l'éloignement auquel il nous paroît être. *Voyez* ANGLE, DIAMÈTRE.

Ainſi, quand on dit que l'angle optique eſt la meſure de la *grandeur apparente*, on doit reſtreindre cette propoſition aux cas où la diſtance *apparente* eſt ſuppoſée la même ; ou bien l'on doit entendre par le mot de *grandeur apparente* de l'objet, non pas la grandeur ſous laquelle il paroît

véritablement, mais la grandeur de l'image qu'il forme au fond de l'œil. Cette image eſt en effet proportionnelle à l'angle ſous lequel on voit l'objet; & en ce ſens on peut dire que la *grandeur apparente* d'un objet eſt d'autant de degrés que l'angle optique ſous lequel on voit cet objet en contient. *Voyez* VISION.

Diſtance apparente eſt celle que l'on obſerve en degrés, minutes & ſecondes entre deux aſtres, avant qu'on l'ait dégagée de la réfraction qui la fait paroître trop petite, & de la parallaxe qui change auſſi ces diſtances, c'eſt-à-dire, ces arcs *apparens* compris entre deux aſtres que l'on obſerve. *Voyez* LONGITUDE.

Tems apparent eſt la même choſe que *tems vrai*; il diffère du tems moyen à raiſon de l'*équation du tems*. (*M.* DE LA LANDE.)

APPLATI, adj. m. On appelle *ſphéroïde applati* un ſphéroïde dont l'axe eſt plus petit que le diamètre de l'équateur. *Voyez* SPHÉROÏDE.

APPLICATION, c'eſt l'action d'appliquer une choſe à une autre, en les approchant, ou en les mettant l'une auprès de l'autre.

On définit le mouvement, l'*application* ſucceſſive d'un corps aux différentes parties de l'eſpace. *Voy.* MOUVEMENT.

On entend quelquefois en Géométrie par *application*, ce que nous appellons en Arithmétique *diviſion*. Ce mot eſt plus d'uſage en latin qu'en françois: *applicare 6 ad 3*, eſt la même choſe que *diviſer 6 par 3*. *Voyez* DIVISION.

Application, ſe dit encore de l'action de poſer ou d'appliquer l'une ſur l'autre deux figures planes égales ou inégales.

C'eſt par l'*application* ou ſuperpoſition qu'on démontre pluſieurs propoſitions fondamentales de la Géométrie élémentaire; par exemple, que deux triangles qui ont une même baſe & les mêmes angles à la baſe, ſont égaux en tout; que le diamètre d'un cercle le diviſe en deux parties parfaitement égales; qu'un quarré eſt partagé par ſa diagonale en deux triangles égaux & ſemblables, *&c.* *Voyez* SUPERPOSITION.

APPLICATION d'une ſcience à une autre, en général ſe dit de l'uſage qu'on fait des principes & des vérités qui appartiennent à l'une pour perfectionner & augmenter l'autre.

En général, il n'eſt point de ſcience ou d'art qui ne tienne en partie à quelqu'autre. Le diſcours préliminaire qui eſt à la tête de l'Encyclopédie, & une multitude d'articles de ce Dictionnaire en fourniſſent la preuve.

APPLICATION *de l'Algèbre ou de l'Analyſe à la Géométrie*. L'Algèbre étant, comme nous l'avons dit à ſon article, le calcul des grandeurs en général, & l'Analyſe l'uſage de l'Algèbre pour découvrir les quantités inconnues; il étoit naturel qu'après avoir découvert l'Algèbre & l'Analyſe, on ſongeât à appliquer ces deux ſciences à la Géométrie, puiſque les lignes, les ſurfaces, & les ſolides dont la Géométrie s'occupe, ſont des grandeurs meſurables & comparables entr'elles, & dont on peut par conſéquent aſſigner les rapports. *Voyez* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE. Cependant juſqu'à M. Deſcartes, perſonne n'y avoit penſé, quoique l'Algèbre eût déjà fait d'aſſez grands progrès, ſur-tout entre les mains de Viete. *Voyez* ALGÈBRE. C'eſt dans la Géométrie de M. Deſcartes que l'on trouve pour la première fois l'*application* de l'Algèbre à la Géométrie, ainſi que des méthodes excellentes pour perfectionner l'Algèbre même: ce grand génie a rendu par-là un ſervice immortel aux Mathématiques, & a donné la clé des plus grandes des découvertes qu'on pût eſpérer de faire dans cette ſcience.

Il a le premier appris à exprimer par des équations la nature des courbes, à réſoudre par le ſecours de ces mêmes courbes, les problêmes de Géométrie; enfin à démontrer ſouvent les théorèmes de Géométrie par le ſecours du calcul algébrique, lorſqu'il ſeroit trop pénible de les démontrer autrement en ſe ſervant des méthodes ordinaires. On verra aux articles CONSTRUCTION, EQUATION, COURBE, en quoi conſiſte cette *application* de l'Algèbre à la Géométrie. Nous ignorons ſi les anciens avoient quelque ſecours ſemblable dans leurs recherches; s'ils n'en ont pas eu on ne peut que les admirer d'avoir été ſi loin ſans ce ſecours. Nous avons le traité d'Archimede ſur les ſpirales, & ſes propres démonſtrations; il eſt difficile de ſavoir ſi ces démonſtrations expoſent préciſément la méthode par laquelle il eſt parvenu à découvrir les propriétés des ſpirales; ou ſi, après avoir trouvé ces propriétés par quelque méthode particulière, il a eu deſſein de cacher cette méthode par des démonſtrations embarraſſées. Mais s'il n'a point en effet ſuivi d'autre méthode que celle qui eſt contenue dans ces démonſtrations mêmes, il eſt étonnant qu'il ne ſe ſoit pas égaré; & on ne peut donner une plus grande preuve de la profondeur & de l'étendue de ſon génie: car Bouillaud avoue qu'il n'a pas entendu les démonſtrations d'Archimede, & Viete les a injuſtement accuſées de paralogiſme.

Quoi qu'il en ſoit, ces mêmes démonſtrations qui ont coûté tant de peine à Bouillaud & à Viete, & peut-être tant à Archimede, peuvent aujourd'hui être extrêmement facilitées par l'*application* de l'Algèbre à la Géométrie. On en peut dire autant de tous les ouvrages géométriques des anciens, que preſque perſonne ne lit, par la facilité que donne l'Algèbre de réduire leurs démonſtrations à quelque lignes de calcul.

Cependant M. Newton, qui connoiſſoit mieux qu'un autre tous les avantages de l'Analyſe dans la Géométrie, ſe plaint en pluſieurs endroits de ſes ouvrages, de ce que la lecture des anciens géomètres eſt abandonnée.

En effet, on regarde communément la méthode dont les anciens ſe ſont ſervis dans leurs livres

Digitized by Google

de Géométrie, comme plus rigoureuſe que celle de l'Analyſe; & c'eſt principalement ſur cela que ſont fondées les plaintes de M. Neuton, qui craignoit que par l'uſage trop fréquent de l'Analyſe, la Géométrie ne perdît cette rigueur qui caractériſe ſes démonſtrations. On ne peut nier que ce grand homme ne fût fondé, au moins en partie, à recommander juſqu'à un certain point la lecture des anciens géomètres. Leurs démonſtrations étant plus difficiles, exercent davantage l'eſprit, l'accoutument à une *application* plus grande, lui donnent plus d'étendue, & le forment à la patience & à l'opiniâtreté, ſi néceſſaires pour les découvertes. Mais il ne faut rien outrer; & ſi on s'en tenoit à la ſeule méthode des anciens, il n'y a pas d'apparence que, même avec le plus grand génie, on pût faire dans la Géométrie de grandes découvertes, ou du moins en auſſi grand nombre qu'avec le ſecours de l'Analyſe. A l'égard de l'avantage qu'on veut donner aux démonſtrations faites à la manière des anciens d'être plus rigoureuſes que les démonſtrations analytiques, je doute que cette prétention ſoit bien fondée. J'ouvre les *principes* de Neuton; je vois que tout y eſt démontré à la manière des anciens; mais en même tems je vois clairement que Neuton a trouvé ſes théorèmes par une autre méthode que celle par laquelle il les démontre, & que ſes démonſtrations ne ſont proprement que des calculs analytiques qu'il a traduits, & déguiſés en ſubſtituant le nom des lignes à leur valeur algébrique. Si on prétend que les démonſtrations de Neuton ſont rigoureuſes, ce qui eſt vrai; pourquoi les traductions de ces démonſtrations en langage algébrique, ne ſeroient-elles pas rigoureuſes auſſi? Que j'appelle une ligne, AB, ou que je la déſigne par l'expreſſion algébrique a, quelle différence en peut-il réſulter pour la certitude de la démonſtration? A la vérité la dernière dénomination a cela de particulier que quand j'aurai déſigné toutes les lignes par des caractères algébriques, je pourrai faire ſur ces caractères beaucoup d'opérations, ſans ſonger aux lignes ni à la figure; mais cela même eſt un avantage; l'eſprit eſt ſoulagé, il n'a pas trop de toutes ſes forces pour réſoudre certains problèmes, & l'Analyſe les épargne autant qu'il eſt poſſible. Il ſuffit de ſavoir que les principes du calcul ſont certains; la main calcule en toute ſûreté, & arrive preſque machinalement à un réſultat qui donne le théorème ou le problème que l'on cherchoit, & auquel ſans cela l'on ne ſeroit point parvenu, ou l'on ne ſeroit arrivé qu'avec beaucoup de peine. Il ne tiendra qu'à l'analyſte de donner à ſa démonſtration ou à ſa ſolution la rigueur prétendue qu'on croit lui manquer; il lui ſuffira pour cela de traduire la démonſtration dans le langage des anciens, comme Neuton a fait les ſiennes. Qu'on ſe contente donc de dire que l'uſage trop fréquent & trop facile de l'Analyſe peut rendre l'eſprit pareſſeux, & on aura raiſon, pourvu que l'on convienne en même tems de la néceſſité abſolue de l'Analyſe pour un grand nombre de recherches; mais je doute fort que cet uſage rende les démonſtrations mathématiques moins rigoureuſes. On peut regarder la méthode des anciens comme une route difficile, tortueuſe, embarraſſée, dans laquelle le géomètre guide ſes lecteurs: l'analyſte placé à un point de vue plus élevé, voit, pour ainſi dire, cette route d'un coup-d'œil; il ne tient qu'à lui d'en parcourir tous les ſentiers, d'y conduire les autres, & de les y arrêter auſſi long-tems qu'il le veut.

Au reſte, il y a des cas où l'uſage de l'Analyſe, loin d'abréger les démonſtrations, les rendroit au contraire plus embarraſſées. De ce nombre ſont entr'autres pluſieurs problèmes ou théorèmes, où il s'agit de comparer des angles entr'eux. Ces angles ne ſont exprimables analytiquement que par leurs ſinus, & l'expreſſion des ſinus des angles eſt ſouvent compliquée; ce qui rend les conſtructions & les démonſtrations difficiles en ſe ſervant de l'Analyſe. Au reſte, c'eſt aux grands géomètres à ſavoir quand ils doivent faire uſage de la méthode des anciens, ou lui préférer l'Analyſe. Il ſeroit difficile de donner ſur cela des règles exactes & générales.

APPLICATION *de la Géométrie à l'Algèbre.* Quoiqu'il ſoit beaucoup plus ordinaire & plus commode d'appliquer l'Algèbre à la Géométrie, que la Géométrie à l'Algèbre, cependant cette dernière *application* a lieu en certains cas. Comme on repréſente les lignes géométriques par des lettres, on peut quelquefois repréſenter par des lignes les grandeurs numériques que des lettres expriment, & il peut même dans quelques occaſions en réſulter plus de facilité pour la démonſtration de certains théorèmes, ou la réſolution de certains problèmes. Pour en donner un exemple ſimple, je ſuppoſe que je veuille prendre le quarré de $a+b$; je puis par le calcul algébrique démontrer que ce quarré contient le quarré de a, plus celui de b, plus deux fois le produit de a par b. Mais je puis auſſi démontrer cette propoſition en me ſervant de la Géométrie. Pour cela, je n'ai qu'à faire un quarré, dont je partagerai la baſe & la hauteur chacune en deux parties, dont j'appellerai l'une a & l'autre b; enſuite tirant par les points de diviſion les lignes parallèles aux côtés du quarré, je diviſerai ce quarré en quatre ſurfaces, dont on verra au premier coup-d'œil que l'une ſera le quarré de a, une autre celui de b, & les deux autres ſeront chacune un rectangle formé de a & de b; d'où il s'enſuit que le quarré du binome $a+b$ contient le quarré de chacune des deux parties, plus deux fois le produit de la première par la ſeconde. Cet exemple, très-ſimple & à la portée de tout le monde, peut ſervir à faire voir comment on applique la Géométrie à l'Algèbre, c'eſt-à-dire, comment on peut

Digitized by Google

ſe ſervir quelquefois de la Géométrie pour démontrer les théorèmes d'Algèbre.

Au reſte, l'*application* de la Géométrie à l'Algèbre n'eſt pas ſi néceſſaire dans l'exemple que nous venons de rapporter, que dans pluſieurs autres, trop compliqués pour que nous en faſſions ici une énumération fort étendue. Nous nous contenterons de dire que la conſidération, par exemple, des courbes de genre parabolique, & du cours de ces courbes par rapport à leur axe, eſt ſouvent utile pour démontrer aiſément pluſieurs théorèmes ſur les équations & ſur leurs racines. *Voyez* entr'autres l'uſage que M. l'abbé de Gua a fait de ces ſortes de courbes, *Mém. acad.* 1741, pour démontrer la fameuſe règle de Deſcartes ſur le nombre des racines des équations. *Voyez* PARABOLIQUE, CONSTRUCTION, *&c.*

On peut même quelquefois appliquer la Géométrie à l'Arithmétique, c'eſt-à-dire, ſe ſervir de la Géométrie pour démontrer plus aiſément ſans Analyſe & d'une manière générale certains théorèmes d'Arithmétique; par exemple, que la ſuite des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, *&c.* ajoutés ſucceſſivement, donne la ſuite des quarrés 1, 4, 9, 16, 25, *&c.*

Pour cela, faites un triangle rectangle *A B E* (*Méchan. fig.* 65) dont un côté ſoit horizontal & l'autre vertical (je les déſigne par *horizontal* & *vertical*, pour fixer l'imagination): divitez le côté vertical *A B* en tant de parties égales que vous voudrez, & par les points de diviſion 1, 2, 3, 4, *&c.* menez les parallèles 1*f*, 2*g*, *&c.* à *B E*, vous aurez d'abord le petit triangle *A* 1*f*, enſuite le trapeze 1*f g* 2, qui vaudra trois fois ce triangle; puis un troiſième trapeze 2*g h* 3, qui vaudra cinq fois ce triangle: de ſorte que les eſpaces terminés par les parallèles 1*f*, 2*g*, *&c.* ſeront repréſentés par les nombres ſuivans, 1, 3, 5, 7, *&c.* en commençant par le triangle *A* 1*f*, & déſignant ce triangle par 1.

Or les ſommes de ces eſpaces ſeront les triangles *A* 1*f*, *A* 2*g*, *A* 3*h*, *&c.* qui ſont comme les quarrés des côtés *A* 1, *A* 2, *A* 3, c'eſt-à-dire, comme 1, 4, 9, *&c.* Donc la ſomme des nombres impairs donne la ſuite des nombres quarrés. On peut ſans doute démontrer cette propoſition algébriquement; mais la démonſtration précédente peut ſatisfaire ceux qui ignorent l'Algèbre. *Voy.* ACCÉLÉRATION.

APPLICATION *de la Géométrie & de l'Algèbre à la Méchanique.* Elle eſt fondée ſur les mêmes principes que l'*application* de l'Algèbre à la Géométrie. Elle conſiſte principalement à repréſenter par des équations les courbes que décrivent les corps dans leur mouvement, à déterminer l'équation entre les eſpaces que les corps décrivent (lorſqu'ils ſont animés par des forces quelconques), & le tems qu'ils emploient à parcourir ces eſpaces, *&c.* On ne peut à la vérité comparer enſemble deux choſes d'une nature différente, telles que l'eſpace & le tems; mais on peut comparer le rapport des parties du tems avec celui des parties de l'eſpace parcouru. Le tems par ſa nature coule uniformément, & la méchanique ſuppoſe cette uniformité. Du reſte, ſans connoître le tems en lui-même, & ſans en avoir de meſure préciſe, nous ne pouvons repréſenter plus clairement le rapport de ſes parties, que par celui des parties d'une ligne droite indéfinie. Or l'analogie qu'il y a entre le rapport des parties d'une telle ligne, & celui des parties de l'eſpace parcouru par un corps qui ſe meut d'une manière quelconque, peut toujours être exprimé par une équation. On peut donc imaginer une courbe, dont les abſciſſes repréſentent les portions du tems écoulé depuis le commencement du mouvement; les ordonnées correſpondantes déſignant les eſpaces parcourus durant ces portions de tems. L'équation de cette courbe exprimera, non le rapport des tems aux eſpaces, mais, ſi on peut parler ainſi, le rapport du rapport que les parties de tems ont à leur unité, à celui que les parties de l'eſpace parcouru ont à la leur; car l'équation d'une courbe peut être conſidérée ou comme exprimant le rapport des ordonnées aux abſciſſes, ou comme l'équation entre le rapport que les ordonnées ont à leur unité, & celui que les abſciſſes correſpondantes ont à la leur.

Il eſt donc évident que, par l'*application* ſeule de la Géométrie & du calcul, on peut, ſans le ſecours d'aucun autre principe, trouver les propriétés générales du mouvement varié ſuivant une loi quelconque. On peut voir à l'*article* ACCÉLÉRÉ, un exemple de l'*application* de la Géométrie à la Méchanique; les tems de la deſcente d'un corps peſant y ſont repréſentés par les abſciſſes d'un triangle, les viteſſes par les ordonnées (*voyez* ABSCISSE & ORDONNÉE), & les eſpaces parcourus par l'aire des parties du triangle. *Voyez* TRAJECTOIRE, MOUVEMENT, TEMS, *&c.*

APPLICATION *de la Méchanique à la Géométrie.* Elle conſiſte principalement dans l'uſage qu'on fait quelquefois du centre de gravité des figures pour déterminer les ſolides qu'elles forment. *Voyez* CENTRE DE GRAVITÉ.

APPLICATION *de la Géométrie & de l'Aſtronomie à la Géographie.* Elle conſiſte en trois choſes. 1.° A déterminer par les opérations géométriques & aſtronomiques la figure du globe que nous habitons. *Voy.* FIGURE DE LA TERRE, DEGRÉ, *&c.* 2.° A trouver par l'obſervation des longitudes & des latitudes la poſition des lieux. *Voyez* LONGITUDE & LATITUDE. 3.° A déterminer par des opérations géométriques la poſition des lieux peu éloignés l'un de l'autre. *Voy.* CARTE.

L'Aſtronomie & la Géométrie ſont auſſi d'un

grand uſage dans la navigation. *Voyez* NAVIGATION, &c.

APPLICATION *de la Géométrie & de l'Analyſe à la Phyſique.* C'eſt à M. Neuton qu'on la doit comme on doit à M. Deſcartes l'*application* de l'Algèbre à la Géométrie. Elle eſt fondée ſur les mêmes principes que l'*application* de l'Algèbre à la Géométrie. La plupart des propriétés des corps ont entr'elles des rapports plus ou moins marqués que nous pouvons comparer, & c'eſt à quoi nous parvenons par la Géométrie & par l'Analyſe ou Algèbre. C'eſt ſur cette *application* que ſont fondées toutes les ſciences phyſicomathématiques. Une ſeule obſervation ou expérience donne ſouvent toute une ſcience. Suppoſez, comme on le ſait par l'expérience, que les rayons de lumière ſe réfléchiſſent en faiſant l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion, vous aurez toute la Catoptrique. *Voy.* CATOPTRIQUE. Cette expérience une fois admiſe, la Catoptrique devient une ſcience purement géométrique, puiſqu'elle ſe réduit à comparer des angles & des lignes données de poſition. Il en eſt de même d'une infinité d'autres. En général, c'eſt par le ſecours de la Géométrie & de l'Analyſe que l'on parvient à déterminer la quantité d'un effet qui dépend d'un autre effet mieux connu. Donc cette ſcience nous eſt preſque toujours néceſſaire dans la comparaiſon & l'examen des faits que l'expérience nous découvre. Il faut avouer cependant que les différens ſujets de Phyſique ne ſont pas également ſuſceptibles de l'*application* de la Géométrie. Pluſieurs expériences, telles que celles de l'aimant, de l'électricité, & une infinité d'autres, ne donnent aucune priſe au calcul; en ce cas il faut s'abſtenir de l'y appliquer. Les géomètres tombent quelquefois dans ce défaut, en ſubſtituant des hypothèſes aux expériences, & calculant en conſéquence; mais ces calculs ne doivent avoir de force qu'autant que les hypothèſes ſur leſquelles ils ſont appuyés, ſont conformes à la nature, & il faut pour cela que les obſervations les confirment, ce qui par malheur n'arrive pas toujours. D'ailleurs quand les hypothèſes ſeroient vraies, elles ne ſont pas toujours ſuffiſantes. S'il y a dans dans un effet un grand nombre de circonſtances dûes à pluſieurs cauſes qui agiſſent à-la-fois, & qu'on ſe contente de conſidérer quelques-unes de ces cauſes, parce qu'étant plus ſimples, leur effet peut être calculé plus aiſément: on pourra bien par cette méthode avoir l'effet partiel de ces cauſes; mais cet effet ſera fort différent de l'effet total qui réſulte de la réunion de toutes les cauſes.

APPLICATION *de la Méthode géométrique à la Métaphyſique.* On a quelquefois abuſé de la Géométrie dans la Phyſique, en appliquant le calcul des propriétés des corps à des hypothèſes arbitraires. Dans les ſciences qui ne peuvent par leur nature être ſoumiſes à aucun calcul, on a abuſé de la méthode des géomètres, parce qu'on ne pouvoit abuſer que de la méthode. Pluſieurs ouvrages métaphyſiques, qui ne contiennent ſouvent rien moins que des verités certaines, ont été exécutés à la manière des géometres; & on y voit à toutes les pages les grands mots d'*axiome*, de *théorème*, de *corollaire*, &c.

Les auteurs de ces ouvrages ſe ſont apparemment imaginés que de tels mots faiſoient par quelque vertu ſecrette l'eſſence d'une démonſtration, & qu'en écrivant à la fin d'une propoſition, *ce qu'il falloit démontrer*, ils rendroient démontré ce qui ne l'étoit pas. Mais ce n'eſt point à cette méthode que la Géométrie doit ſa certitude, c'eſt à l'évidence & à la ſimplicité de ſon objet; & comme un livre de Géométrie pourroit être très-bon en s'écartant de la forme ordinaire, un livre de Métaphyſique ou de Morale peut ſouvent être mauvais en ſuivant la méthode des Géomètres. Il faut même ſe défier de ces ſortes d'ouvrages; car la plupart des prétendue démonſtrations n'y ſont fondées que ſur l'abus des mots. Ceux qui ont réfléchi ſur cette matière, ſavent combien l'abus des mots eſt facile & ordinaire, ſur-tout dans les matières métaphyſiques. C'eſt en quoi on peut dire que les Scolaſtiques ont excellé. On ne ſauroit trop regretter qu'ils n'aient pas fait de leur ſagacité un meilleur uſage.

APPLICATION *de la Métaphyſique à la Géométrie.* On abuſe quelquefois de la Métaphyſique en Géométrie, comme on abuſe de la méthode des Géomètres en Métaphyſique. Ce n'eſt pas que la Géométrie n'ait, comme toutes les autres ſciences une métaphyſique qui lui eſt propre; cette métaphyſique eſt même certaine & inconteſtable, puiſque les propoſitions géométriques qui en réſultent, ſont d'une évidence à laquelle on ne ſauroit ſe refuſer. Mais, comme la certitude des Mathématiques vient de la ſimplicité de ſon objet, la métaphyſique n'en ſauroit être trop ſimple & trop lumineuſe: elle doit toujours ſe réduire à des notions claires, préciſes & ſans aucune obſcurité. En effet, comment les conſéquences pourroient-elles être certaines & évidentes, ſi les principes ne l'étoient pas? Cependant quelques auteurs ont cru pouvoir introduire dans la Géométrie une métaphyſique ſouvent aſſez obſcure, & qui pis eſt, démontrer par cette métaphyſique des vérités dont on étoit déjà certain par d'autres principes. C'étoit le moyen de rendre ces vérités douteuſes, ſi elles avoient pu le devenir. La Géométrie nouvelle a principalement donné occaſion à cette mauvaiſe méthode. On a cru que les infiniment petits qu'elle conſidère étoient des quantités réelles; on a voulu admettre des infinis plus grands les uns que les autres; on a reconnu des infiniment petits de différens ordres, en regardant tout cela comme des réalités; au lieu de chercher à réduire ces ſuppoſitions & ces calculs à des notions ſimples. *Voyez* DIFFÉRENTIEL, INFINI, & INFINIMENT PETIT.

Un autre abus de la Métaphyſique en Géo-

métrie, conſiſte à vouloir ſe borner dans certains cas à la Métaphyſique pour des démonſtrations géométriques. En ſuppoſant même que les principes métaphyſiques dont on part ſoient certains & évidens, il n'y a guère de propoſitions géométriques qu'on puiſſe démontrer rigoureuſement avec ce ſeul ſecours; preſque toutes demandent, pour ainſi dire, la toiſe & le calcul. Cette manière de démontrer eſt bien matérielle, ſi l'on veut: mais enfin c'eſt preſque toujours la ſeule qui ſoit sûre; c'eſt la plume à la main, & non pas avec des raiſonnemens métaphyſiques, qu'on peut faire des combinaiſons & des calculs exacts.

Au reſte, cette dernière métaphyſique dont nous parlons, eſt bonne juſqu'à un certain point, pourvu qu'on ne s'y borne pas: elle fait entrevoir les principes des découvertes; elle nous fournit des vues; elle nous met dans le chemin: mais nous ne ſommes bien sûrs d'y être, ſi on peut s'exprimer de la ſorte, qu'après nous être aidés du bâton du calcul, pour connoître les objets que nous n'entrevoyons auparavant que confuſément.

Il ſemble que les grands Géomètres devroient être toujours excellens Métaphyſiciens, au moins ſur les objets de leur ſcience: cela n'eſt pourtant pas toujours. Quelques Géomètres reſſemblent à des perſonnes qui auroient le ſens de la vue contraire à celui du toucher; mais cela ne prouve que mieux combien le calcul eſt néceſſaire pour les vérités géométriques. Au reſte, je crois qu'on peut du moins aſſurer qu'un Géomètre, qui eſt mauvais Métaphyſicien ſur les objets dont il s'occupe, ſera à coup sûr Métaphyſicien déteſtable ſur le reſte. Ainſi, la Géométrie, qui meſure les corps, peut ſervir en certains cas à meſurer les eſprits même.

APPLICATION *d'une choſe à une autre*, en général ſe dit, *en matière de Science* ou *d'Art*, pour déſigner l'uſage dont la première eſt pour connoître ou perfectionner la ſeconde. Ainſi, l'*application* de la cycloïde aux pendules, ſignifie l'uſage qu'on a fait de la cycloïde pour perfectionner les pendules. *Voyez* PENDULE, CYCLOÏDE, *&c.*, & ainſi d'une infinité d'autres exemples. (*O*).

APPLICATION, *terme d'Aſtrologie*, qui exprimoit le rapport d'un degré précédent à un degré ſuivant, quant aux influences. *Ptol. de judiciis, l. 1 in fine.* (*D. L.*).

APPLIQUÉE, ſ. f. en *Géométrie*, c'eſt en général une ligne droite terminée par un courbe dont elle coupe le diamètre; ou en général, c'eſt une ligne droite qui ſe termine par une de ſes extrémités à une courbe, & par qui l'autre extrémité ſe termine encore à la courbe même, ou à une ligne droite tracée ſur le plan de cette courbe. Ainſi, (*Sect. con. fig. 26*) *E M*, *M M*, ſont des *appliquées* à la courbe *M A M*. *Voyez* COURBE, DIAMÈTRE, *&c.*

Le terme *appliquée* eſt ſynonyme à *ordonnée*. *V.* ORDONNÉE (*O*).

APPLIQUER, ſignifie, en *Mathématiques*, tranſporter une ligne donnée, ſoit dans un cercle, ſoit dans une autre figure curviligne ou rectiligne, en ſorte que les deux extrémités de cette ligne ſoient dans le périmètre de la figure.

Appliquer ſignifie auſſi *diviſer*, ſur-tout dans les Auteurs Latins. Ils ont accoutumé de dire *duc A B in C D*, *menez A B ſur C D*; pour *multipliez A B par C D*, ou faites un pallélogramme rectangle de ces deux lignes; & *applica A B ad C D*, *appliquez A B à C D*, pour *diviſez A B par C D*, ce qu'on exprime ainſi $\frac{AB}{CD}$. On entend encore par *appliquer*, tracer l'une ſur l'autre des figures différentes; mais dont les aires ſont égales.

APPOLLON (*Aſtronom.*), nom que quelques Auteurs ont donné à l'étoile des gémeaux, appellée auſſi *caſtor*, c'eſt la précédente & la plus belle des deux; elle eſt marquée α (*D. L.*).

APPROCHE, ſ. f. (*Méchan.*). *La courbe aux approches égales*, *acceſſus æquabilis*, demandée aux Géomètres par M. Leibnitz, eſt fameuſe par la difficulté qu'ils eurent à en trouver l'équation. Voici la queſtion.

Trouver une courbe le long de laquelle un corps deſcendant par l'action ſeule de la peſanteur, approche également de l'horizon en des tems égaux, c'eſt-à-dire, trouver la courbe *A M P* (*Mech. fig. 41*), qui ſoit telle que ſi un corps peſant ſe meut le long de la concavité *A M P* de cette courbe, & qu'on tire à volonté les lignes horizontales *Q M*, *R N*, *S O*, *T P*, &c. également diſtantes l'une de l'autre, il parcourt en tems égaux les arcs *M N*, *N O*, *O P*, &c. terminés par ces lignes.

MM. Bernoulli, Varignon & d'autres ont trouvé que c'étoit la ſeconde parabole cubique, placée de manière que ſon ſommet *A* fût ſa partie ſupérieure. On doit de plus remarquer que le corps qui la doit décrire, pour s'approcher également de l'horizon en tems égaux, ne peut pas la décrire dès le commencement de ſa chûte. Il faut qu'il tombe d'abord en ligne droite d'une certaine hauteur *V A*, que la nature de cette parabole détermine; & ce n'eſt qu'avec la viteſſe acquiſe par cette chûte qu'il peut commencer à s'approcher également de l'horizon en tems égaux.

M. Varignon a généraliſé la queſtion à ſon ordinaire, en cherchant la courbe qu'un corps doit décrire *dans le vuide* pour s'approcher également du point donné en tems égaux, la loi de la peſanteur étant ſuppoſée quelconque.

M. de Maupertuis a auſſi réſolu le même problême, pour le cas où le corps ſe mouvroit dans un milieu réſiſtant comme le quarré de la viteſſe, ce qui rend la queſtion beaucoup plus difficile que dans le cas où l'on ſuppoſe que le corps ſe meuve dans le vuide. *Voyez Hiſt. acad. royale des Sciences*, *ann. 1699*, *pag. 82*, & *an. 1730*, *pag. 129*, *Mém. p. 333*. *Voyez auſſi* DESCENTE. (*O*).

APPROXIMATION, ſ. f. (*Alg.*) opération par laquelle on trouve d'une manière approchée la valeur

leur d'une quantité qu'on ne peut pas trouver rigoureuſement.

Cette opération eſt d'uſage pour les racines des nombres qui ne ſont pas des puiſſances parfaites; pour trouver la valeur approchée de l'inconnue dans une équation qu'on ne peut pas réſoudre exactement, *&c.* Entrons dans quelques détails.

I. Tous les Traités d'Arithmétique enſeignent à trouver par *approximation* les racines quarrée & cube des nombres qui ne ſont pas des quarrés parfaits ou des cubes parfaits. On peut parvenir facilement au même but, pour une racine quelconque, au moyen de l'algèbre, comme je vais l'expliquer.

Soit d'abord à tirer la racine quarrée approchée d'un nombre qui n'eſt pas un quarré parfait. Je commence par obſerver qu'un pareil nombre (il s'agit toujours de nombres entiers) eſt compris entre deux quarrés conſécutifs, c'eſt-à-dire, entre deux quarrés dont les racines ne diffèrent que de l'unité. D'où il ſuit que tout nombre non quarré peut être repréſenté par la formule $m^2 \pm n$; m^2 étant le quarré ſupérieur ou inférieur à ce nombre, n la partie qu'il faut ajouter à m^2, ou en ſouſtraire, pour former le nombre en queſtion. Cela poſé, je conſidère que $\sqrt{(m^2 \pm n)}$ eſt la même que $(m^2 \pm n)^{\frac{1}{2}}$ (*voyez* EXPOSANT); & je développe $(m^2 \pm n)^{\frac{1}{2}}$ en ſérie, par le moyen de la formule du binome (*voyez* BINOME); ce qui me donne $\sqrt{(m^2 \pm n)} = m \pm \frac{n}{2m} - \frac{n^2}{8m^3} \pm \frac{3n^3}{16m^5} -$ &c. On voit que m & n étant ſuppoſés des nombres entiers, cette ſérie convergera toujours, pourvu que $\frac{n}{m}$ ne ſurpaſſe pas l'unité.

Par exemple, ſoit le nombre 150, qui n'eſt pas un quarré parfait, & dont on demande la racine approchée: je commence par chercher, par les règles de l'arithmétique, la racine du plus grand quarré contenu dans 150; cette racine eſt 12, & le quarré 144; d'où je vois que 150 eſt compris entre le quarré de 12, c'eſt-à-dire 144, & celui de 13, c'eſt-à-dire 169; mais, comme le nombre 150 eſt plus voiſin de 144 que de 169, je le rapporte à la formule $m^2 + n$, en prenant $m^2 = 144$, $n = 6$. Alors la formule devient $12 + \frac{6}{24} \frac{-36}{2 \cdot 1728} + \frac{216}{16 \cdot 248832} -$ *&c.*; ce qui forme une ſérie très-convergente. Il ſuffira de prendre ſes trois premiers termes pour avoir la valeur approchée de toute la ſuite, ou de la racine quarrée de 150. Or les deux premiers termes, qui ont le ſigne +, étant ajoutés enſemble, donnent $12 + \frac{1}{4}$, dont retranchant la fraction $\frac{16}{2 \cdot 1728}$ ou $\frac{1}{114}$, on aura, pour réſultat des trois termes en queſtion, $12 + \frac{91}{114}$, ou (en réduiſant la partie $\frac{91}{114}$ en parties décimales, *voyez* ce mot), 12, 247395, qui diffère à peine de la vraie racine de $\frac{1}{100000}$.

Soit, pour le ſecond exemple, le nombre 1289, qui n'eſt pas un quarré parfait. On trouve d'abord que la racine du plus grand quarré, contenu dans ce nombre, eſt 35, & que le quarré eſt 1225. Le quarré immédiatement ſupérieur, c'eſt-à-dire, celui de 36 eſt 1296. Par conſéquent le nombre propoſé eſt compris entre les deux quarrés conſécutifs 1225 & 1296, mais plus approchant du ſecond que du premier. Je le rapporte donc à la formule $m^2 - n$, en prenant $m^2 = 1296$, $n = 7$. Alors la ſérie devient $36 - \frac{7}{72} - \frac{49}{8 \cdot 46656} -$ *&c.* dont prenant ſeulement les trois premiers termes, on a 35, 902644 pour la racine quarrée approchée de 1289.

Le procédé eſt le même pour la racine cube, la racine quatrième, *&c.* Par exemple, un nombre qui n'eſt pas un cube parfait, peut être repréſenté par $m^3 \pm n$, m^3 étant le cube ſupérieur ou inférieur, n la partie additive ou ſouſtractive, qui complète le nombre propoſé. Alors on a $\sqrt[3]{(m^3 \pm n)} = (m^3 \pm n)^{\frac{1}{3}} = m \pm \frac{n}{3m^2} - \frac{n^2}{9m^5} \pm \frac{4n^3}{81m^8} - \frac{10n^4}{243m^{11}} \pm$ *&c.* L'application aux nombres n'a aucune difficulté.

II. L'art de réſoudre par *approximation* les équations qu'on ne peut pas réſoudre en rigueur, eſt fondé ſur quelques principes généraux que je vais expliquer. Je commence par les équations numériques, c'eſt-à-dire par les équations où il n'y a point d'autre quantité littérale que l'inconnue.

III. THÉORÈME. *Si, en ſubſtituant dans une équation quelconque deux nombres différens à la place de l'inconnue, on obtient des réſultats de ſignes contraires; l'une des valeurs de l'inconnue ſera compriſe entre les deux nombres ſubſtitués.*

Soit, par exemple, l'équation $x^4 + nx^3 + px^2 + qx + r = 0$; ſuppoſons que ſes quatre racines ſoient $x = a$, $x = b$, $x = c$, $x = d$, & qu'on ait $a > b$, $b > c$, $c > d$. Nous aurons $(x - a).(x - b).(x - c).(x - d) = 0$; & en ſubſtituant ſucceſſivement g & h à la place de x, nous formerons les deux produits:

$$(A) \ldots (g-a) \times (g-b) \times (g-c \times (g-d),$$
$$(B) \ldots (h-a) \times (h-b) \times (h-c) \times (h-d).$$

Cela poſé, 1.° ſoient $g > a$; $h < a$ & $h > b$: il eſt clair que tous les facteurs du produit (A) ſont poſitifs, que le premier facteur du produit (B) eſt négatif & les autres poſitifs; donc le produit (A) eſt poſitif, le produit (B) négatif, & la racine a eſt compriſe entre g & h.

2.° Soient $g > b$, & $g < a$; $h < b$ & $h > c$: le premier facteur de (A) eſt négatif, les autres poſitifs: les deux premiers facteurs de (B) ſont négatifs, les autres poſitifs; donc le produit (A) eſt négatif, le produit (B) poſitif, & la racine b compriſe entre g & h.

3.° Soient $g > c$, & $g < b$; $h < c$ & $h > d$: les deux premiers facteurs de (A) ſont négatifs, & les deux autres poſitifs; les trois premiers facteurs de (B) ſont négatifs, le quatrième poſitif; donc le produit (A) eſt poſitif, le produit (B) négatif, & la racine c eſt compriſe entre g & h.

4.° Enfin, ſoient $g > d$ & $g < c$; $h > d$: les trois premiers facteurs de (A) ſont négatifs, le quatrième poſitif; les quatre facteurs de (B) ſont négatifs; donc le produit (A) eſt négatif, le produit (B) poſitif, & la racine d eſt compriſe entre g & h.

On appliquera facilement la même démonſtration à une équation de tout autre degré.

IV. COROLLAIRE I. Il ſuit delà que ſi les deux nombres g & h ne différent entr'eux que de l'unité, la valeur qu'on obtiendra pour x, en mettant g ou h à la place de cette inconnue, ne différera pas d'une unité de la vraie valeur de x.

V. COROLLAIRE II. Toute équation dont le dernier terme eſt négatif, le premier étant poſitif, a néceſſairement au moins une racine poſitive. Car ſoit l'équation générale $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} \ldots - k = 0$. Si l'on fait $x = 0$, on aura le réſultat négatif $-k$; & ſi l'on fait $x = \infty$ (*a*), on aura le réſultat poſitif $+\infty$. Ainſi, on a ici $g = 0$, $h = \infty$. Donc l'une des valeurs de x eſt compriſe entre 0 & ∞; elle eſt par conſéquent l'un des nombres réels poſitifs compris entre ces deux limites.

VI. COROLLAIRE III. Toute équation d'un degré impair a, au moins, une racine réelle, laquelle ſera poſitive ou négative, ſelon que le dernier terme de l'équation ſera négatif ou poſitif, le premier étant toujours ſuppoſé poſitif. En effet, on voit d'abord que le premier cas eſt compris dans l'article précédent. Pour démontrer le ſecond, on obſervera que le nombre des termes d'une équation d'un degré impair étant pair, ſi l'on change les ſignes de ces termes pris de deux en deux à compter depuis le ſecond inclufivement juſqu'au dernier, les racines poſitives deviendront négatives, & les négatives, poſitives (*Voyez* RACINE). Or, par ce changement de ſignes, le dernier terme de l'équation devient négatif. Donc la nouvelle équation a, au moins, une racine poſitive, & par conſéquent l'équation primitive a, au moins, une racine négative correſpondante.

VII. COROLLAIRE IV. Une équation d'un degré pair, dont le dernier terme eſt négatif, a au moins deux racines réelles, l'une poſitive, l'autre négative. Car d'abord elle a une racine réelle poſitive (V). Enſuite ſi l'on change les ſignes de ſes termes pris de deux en deux, à compter depuis le ſecond juſqu'au dernier, pour changer les racines poſitives en négatives, & les négatives en poſitives; on aura une équation dont le dernier terme demeurera le même en tout que celui de la propoſée. Donc cette nouvelle équation aura au moins une racine réelle poſitive; & par conſéquent la racine correſpondante de l'équation propoſée ſera réelle & négative.

VIII. *REMARQUE.* Il peut ſe faire qu'une équation ne donne jamais de réſultats de ſignes contraires, quelques nombres qu'on ſubſtitue à la place de l'inconnue. Cela arrive, 1.° lorſque l'équation contient ſeulement des racines égales deux à deux, quatre à quatre, *&c.* Ainſi, par exemple, l'équation $(x-a)^2 \times (x-b)^4 \ldots = 0$, conſervera évidemment toujours le même ſigne, quelque valeur qu'on attribue à x.

2.° Lorſque l'équation contient ſeulement des racines imaginaires. Telle eſt l'équation $(x + a + b\sqrt{-1}).(x + a - b\sqrt{-1}).(x - c + d\sqrt{-1}).(x - c - d\sqrt{-1}) \ldots = 0$, qui aura toujours le même ſigne, quelque valeur qu'on donne à x. Sur quoi il faut ſe rappeller que les imaginaires vont toujours deux à deux, & que les deux racines qui compoſent une même paire, ne diffèrent jamais que par le ſigne de la partie imaginaire.

3.° Lorſque l'équation contient tout-à-la-fois des racines égales deux à deux, quatre à quatre, *&c.*, & des racines imaginaires. Telle eſt l'équation, $(x-a)^2 (x-b)^4 (x + c + d\sqrt{-1})(x + c - d\sqrt{-1}) = 0$.

Concluons de-là que toute équation qui donne des réſultats de ſignes contraires, en mettant à la place de l'inconnue des nombres réels, différens, ne tombe dans aucun des trois cas précédens.

IX. PROBLÊME. *Réſoudre une équation quelconque, ſinon rigoureuſement, au moins par approximation.*

Je commence par examiner ſi cette équation ne contient pas des racines égales; ces racines, lorſqu'il y en a, ſe trouvent, comme on l'expliquera au mot *racine*; & on parvient à une équation d'un degré inférieur qui ne contient plus de racines égales. J'examine encore ſi l'équation réduite n'a pas de diviſeurs commenſurables d'une dimenſion; ces diviſeurs ſe trouvent par la méthode qu'on expliquera au mot *diviſeur commenſurable*. Au moyen de ces recherches préliminaires, on n'aura plus à réſoudre que des équations qui contiennent des racines réelles inégales & incommenſurables, ou des racines imaginaires, ou des racines en partie réelles inégales & incommenſurables, en partie imaginaires. Je ſuppoſe donc que les équations qu'il faut ici réſoudre par *approximation*, ſont de cette nature: on verra par les exemples ſuivans comment il faut opérer en général. Ces différens exemples ont chacun leur difficulté particuliere & ſe rapportent à différentes ſortes d'équations.

EXEMPLE I. *Réſoudre par une première approximation, l'équation* $x^3 + 5x + 7 = 0$?

Comme cette équation eſt d'un degré impair, & que ſon dernier terme eſt poſitif, je ſuis aſſuré (VI)

(*a*) Ce caractère ∞ ſert en général à déſigner une grandeur infinie quelconque.

qu'elle a au moins une racine réelle négative, & que par conſéquent je ne puis pas manquer d'obtenir des réſultats de ſignes contraires, en ſubſtituant pour x deux nombres négatifs différens. Je fais donc d'abord $x=0$, ou $x=-0$, ce qui donne le réſultat poſitif $+7$; je fais $x=-1$, ce qui donne encore un réſultat poſitif $+2$; je fais $x=-2$, ce qui donne le réſultat négatif -11. D'où je conclus que l'une des racines de l'équation eſt compriſe entre -1 & -2. Les deux autres racines ſont imaginaires; mais, ſi elles étoient réelles, on détermineroit ſemblablement leurs limites.

Nous apprendrons bientôt à trouver des limites plus étroites pour la racine réelle.

EXEMPLE II. *Réſoudre par une première approximation l'équation* $x^4-16x^3+7x+37=0$?

Suppoſons ſucceſſivement $x=0$, $x=1$, $x=2$, $x=3$, *&c*; puis $x=-0$, $x=-1$, $x=-2$; $x=-4$ *&c*; nous aurons la table qu'on voit ici:

Suppoſitions.	*Réſultats.*	*Suppoſitions.*	*Réſultats.*
$x=0$	$+37$	$x=-0$	$+37$
$x=1$	$+29$	$x=-1$	$+15$
$x=2$	$+3$	$x=-2$	-25
$x=3$	-5	$x=-3$	-47
$x=4$	$+65$	$x=-4$	$+9$
$x=5$	$+297$		

D'où nous devons conclure que l'une des valeurs de x eſt compriſe entre 2 & 3; une ſeconde, entre 3 & 4; une troiſième, entre -1 & -2; enfin la quatrième entre -3 & -4.

EXEMPLE III. *Réſoudre, par une première approximation, l'équation* $x^4-15x^2+7x+37=0$?

En faiſant ſucceſſivement $x=0$, $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, $x=5$, &c., on trouvera toujours des réſultats poſitifs; mais on ne doit pas ſe hâter d'en conclure que l'équation n'a pas de racines poſitives: car il peut ſe faire que les valeurs ſuppoſées pour x, marchent par de trop grands ſauts. Le plus court moyen de s'en aſſurer, eſt de changer l'équation en une autre dont les racines ſoient plus grandes, par exemple, dix fois plus grandes, & d'examiner ſi en augmentant ſucceſſivement d'une unité la nouvelle inconnue, on ne parviendra pas à des réſultats de ſignes contraires. Je fais donc $x=\frac{y}{10}$; (je ferois $x=\frac{y}{m}$, ſi je voulois avoir une équation dont les racines fuſſent m fois plus grandes). La ſuppoſition $x=\frac{y}{10}$ change l'équation propoſée en celle-ci: $y^4-1500y^2+7000y+370000=0$. Enſuite je ſuppoſe ſucceſſivement $y=0$, $y=1$, $y=2$, $y=3$, ... $y=10$, $y=11$, $y=12$, ... $y=20$, $y=21$, $y=22$, &c.; & je trouve que les deux ſuppoſitions $y=24$, $y=25$, donnent des réſultats de ſignes contraires. Ainſi l'une des valeurs de y eſt entre 24 & 25; &, par conſéquent, la valeur correſpondante de x eſt entre 2,4 & 2,5. Même procédé, s'il eſt néceſſaire, pour les autres racines de l'équation propoſée.

EXEMPLE IV. *Trouver dans l'équation* $x^2+3x+7=0$, *dont les racines ſont imaginaires, les expreſſions approchées de ces racines?*

Je feins que l'équation propoſée provient de celle-ci: $(x+p+q\sqrt{-1})\times(x+p-q\sqrt{-1})=0$, ou $x^2+2px+pp+qq=0$, p & q étant des quantités réelles, qu'il faut déterminer, du moins à-peu-près. Or l'équation propoſée & l'équation feinte devant être identiques, on aura $2p=3$, $pp+qq=7$. Nous connoiſſons d'abord p, puiſque ſa valeur eſt $\frac{3}{2}$ ou 1, 5; ſubſtituons cette valeur dans l'équation $pp+qq=7$; nous aurons $qq=7-\frac{9}{4}=\frac{19}{4}$, ou $q^2-\frac{19}{4}=0$. Cette équation a (*VII*) deux racines réelles, l'une poſitive, l'autre négative; & en faiſant ſucceſſivement $q=0$, $q=1$, $q=2$, $q=3$, &c., puis $q=-1$, $q=-2$, &c., on trouve que la racine poſitive eſt entre 2 & 3, & la négative entre -2 & -3.

Cet exemple eſt fort ſimple; mais on opérera de même dans les cas analogues plus compoſés. Quel que ſoit le degré d'une équation qui contient des racines imaginaires, ces racines vont toujours deux à deux, & peuvent être regardées comme produites par des équations du ſecond degré: elles ſont donc toujours réductibles à la forme qu'on a attribuée aux racines de l'équation précédente. Ainſi, en ſeignant qu'une équation dont les racines ſont imaginaires eſt le produit de pluſieurs paires de racines imaginaires, ſemblables à celles de l'exemple précédent, & comparant terme à terme l'équation propoſée avec l'équation feinte, on aura pluſieurs équations qui ſerviront à éliminer tous les coëfficients inconnus des racines feintes, à l'exception d'un ſeul qui ſe trouvera dans une équation finale, laquelle aura, au moins, une racine réelle. On prendra cette racine pour la valeur du coëfficient dont on vient de parler; enſuite en remontant aux autres équations des coëfficients, on parviendra à les déterminer tous, à-peu-près. Il eſt clair que leurs valeurs ſeront des quantités réelles, & que les racines de l'équation ne ſont imaginaires que parce que les coëfficients des équations feintes, ſont en partie multipliés par $\sqrt{-1}$.

X. SCHOLIE I. La transformation employée dans l'Exemple III, a non-ſeulement l'avantage de lever facilement la difficulté qui ſe rencontre dans les queſtions de cette nature; mais elle ſert encore à trouver, d'une manière plus approchée, les racines d'une équation, & en la répétant pluſieurs fois, on pouſſera l'approximation auſſi loin qu'on voudra. Pour rendre ceci clair, reprenons l'équation $x^2+5x+7=0$ (Exemple I). Je la change en un autre dont les racines ſoient dix fois plus grandes, en

faiſant $x = \frac{y}{10}$; ce qui me donne $y^3 + 500y + 7000 = 0$; je détermine deux nombres qui ne diffèrent que de 1, & entre leſquels ſoit compriſe la valeur de y : & comme j'ai déjà trouvé que la valeur de x eſt entre -1 & -2, je vois tout de ſuite que celle de y eſt entre -10 & -20. Reſſerrons cet intervalle. La ſuppoſition $y = -10$, donne pour l'équation en y, un réſultat poſitif, & la ſuppoſition $y = -20$ donne un réſultat négatif. Faiſons $y = -15$; nous aurons un réſultat négatif ; donc la valeur de y eſt entre -10 & -15. Soit $y = -12$; on aura encore un réſultat négatif ; donc la valeur de y eſt entre -10 & -12. Soit $y = -11$; on aura un réſultat poſitif ; donc la valeur de y eſt entre -11 & -12 ; & celle de x eſt entre $-1,1$ & $-1,2$.

Pour pouſſer l'approximation plus loin, je change l'équation en y en une autre dont les racines ſoient dix fois plus grandes que les valeurs de y, ou cent fois plus grandes que celles de x. Je fais donc $y = \frac{z}{10}$; & l'équation en y ſe change en celle-ci : $z^3 + 50000z + 7000000 = 0$. Et comme la valeur de y eſt entre -11 & 12, celle de z ſera entre -110 & -120. La ſuppoſition $z = -110$ donne pour l'équation en z, un réſultat poſitif, & la ſuppoſition $z = -120$ donne un réſultat négatif. Faiſons $z = -115$: nous aurons un réſultat négatif ; donc la valeur de z eſt entre -110 & -115. Soit $z = -112$: nous aurons un réſultat négatif ; donc la valeur de z eſt entre -110 & -112. Soit $z = -111$; le réſultat eſt poſitif ; donc la valeur de z eſt entre -111 & -112 ; celle de y entre $-11,1$ & $-11,2$, & celle de x entre $-1,11$ & $-1,12$. On connoît donc x à moins de $\frac{1}{100}$ près ; & en continuant à opérer toujours de la même manière, on pourra trouver une valeur qui differe d'auſſi peu qu'on voudra de celle de x.

Je ferai obſerver, en paſſant, que la transformation d'une équation en une autre dont les racines ſoient 10 fois, 100 fois, 1000 fois, &c., plus grandes, ſert à changer une équation qui contient des parties décimales en un autre qui n'en contient pas. Par exemple, ſoit l'équation $x^3 + 5,745x^2 + 6,7847x + 9,7428 = 0$: le coëfficient du ſecond terme contenant trois figures décimales, je change l'équation en une autre dont les racines ſoient cent fois plus grandes ; je fais donc $x = \frac{y}{1000}$ — ce qui me donne $y^3 + 5745y^2 + 6784700y + 9742800000 = 0$, équation où il n'y a point de parties décimales.

XI. Scholie II. Quand on a trouvé, à moins de $\frac{1}{10}$ près, l'une des racines d'une équation, la méthode ſuivante, dûe à Newton, donne par un calcul très-expéditif la valeur de cette racine, approchée auſſi près qu'on voudra. Par exemple, ſoit encore notre équation $x^3 + 5x + 7 = 0$, dans laquelle la valeur de x eſt, à moins de $\frac{1}{10}$ près, $-1,1$, ainſi que nous l'avons trouvé.

Qu'on prenne $x = -1,1 + z$, z étant ce qu'il faudroit joindre à $-1,1$, pour avoir exactement x. Qu'au moyen de cette valeur, on élimine x de l'équation propoſée $x^3 + 5x + 7 = 0$; on aura la transformée $z^3 - 3,3z^2 + 8,63z + 0,169 = 0$. Or, comme la quantité z eſt au-deſſous de $\frac{1}{10}$, & que par conſéquent ſon quarré eſt au-deſſous de $\frac{1}{100}$, ſon cube au-deſſous de $\frac{1}{1000}$: il eſt clair que les deux termes qui contiennent z^3, z^2, ſont beaucoup plus petits que les autres, & qu'ils peuvent être négligés. Nous aurons en conſéquence $8,63z + 0,169 = 0$; ce qui donne $z = -\frac{0,169}{8,63} = -\frac{169}{8630} = -0,019$, à-peu-près. Donc $x = -1,1 + z = -1,119$, à-peu-près.

L'*approximation* peut être pouſſée beaucoup plus loin par divers moyens qui dépendent tous de la même méthode. D'abord nous pouvons écrire l'équation générale en z, ſous cette forme : $z = \cdots \frac{-0,169}{z^2 - 3,3z + 8,63}$. Subſtituant dans le dénominateur, à la place de z, ſa première valeur approchée $-0,019$, & à la place de z^2 ſa valeur pareillement approchée $0,000361$, on aura, $z = \frac{-0,169}{8,6911} = -0,0194$, à-peu-près. Donc $x = -1,1194$, à peu de choſe près.

La même équation générale en z peut être réſolue, ſans négliger d'autre terme que z^3. Par-là, on a l'équation du ſecond degré, $-3,3z^2 + 8,63z + 0,169 = 0$, laquelle donne $z = -0,0195$, à-peu-près. Donc $x = -1,1195$, à-peu-près.

Enfin, de la même manière qu'on s'eſt ſervi de la première valeur $-1,1$, approchée de x, pour trouver la ſeconde valeur $-1,119$ qui eſt plus exacte ; nous pouvons nous ſervir de celle-ci pour en trouver une troiſième encore plus exacte. Suppoſons donc $x = -1,119 + u$; & mettons cette valeur dans l'équation propoſée $x^3 + 5x + 7 = 0$. Et comme les termes qui contiendront u^3 & u^2 peuvent être rejettés ſans ſcrupule, diſpenſons-nous d'écrire ces termes, pour nous épargner des calculs inutiles. La transformée en u ſera donc ſimplement, $8,756483u + 0,003831852 = 0$. D'où l'on tire à-peu-près $u = -0,00044$. Donc $x = -1,11944$, à-peu-près.

Il eſt clair que par le moyen de cette troiſième valeur approchée de x, on peut en trouver une quatrième encore plus approchée, ainſi de ſuite.

Je paſſe à la réſolution approchée des équations *littérales*, c'eſt-à-dire, des équations qui, outre l'inconnue, contiennent encore d'autres lettres quelconques.

XII. Les méthodes d'approximation pour les équations numériques, s'appliquent également aux équations littérales homogènes qui contiennent ſimplement deux lettres, c'eſt-à-dire l'inconnue, & une autre lettre connue. Par exemple, ſi on propoſe

Digitized by Google

l'équation $x^4 - 5a^3x^2 + 7a^3x + 11a^4 = 0$, qui ne contient que l'inconnue x, & la quantité connue a; on ſuppoſera $a = 1$, & par-là on aura l'équation numérique $x^4 - 5x^2 + 7x + 11 = 0$. Quand on aura trouvé les racines de cette équation, on les multipliera par a, & on aura celles de la propoſée. Il n'eſt donc pas queſtion ici de ces ſortes d'équations.

On doit obſerver que ſi une équation où il ne paroît que deux lettres, n'étoit pas homogène, elle ſeroit cenſée contenir trois lettres, parce que les termes où les dimenſions ſont les moindres, doivent être cenſés multipliés par les puiſſances d'une lettre que l'on a regardée comme l'unité & qui eſt ſous-entendue. De même, une équation où il ne paroît que trois lettres, & qui n'eſt pas homogène, doit être cenſée contenir quatre lettres, ainſi de ſuite.

XIII. PROBLÊME I. *Trouver, au moyen d'une ſuite infinie convergente, la valeur approchée de l'une des racines d'une équation qui contient plus de deux lettres?*

Soit, par exemple, l'équation homogène & à trois lettres $x^4 + a^3x + abx - 2a^4 - b^4 = 0$. Les deux quantités données a & b doivent être regardées comme inégales; car ſi on avoit $a = b$, l'une ou l'autre de ces lettres pourroit être chaſſée de l'équation qui ne contiendroit alors que deux lettres.

I. Cas: $a > b$. Je feins qu'on ait $x = A + Bb + Cb^2 + Db^3 + \&c.$; A, B, C, D, &c. étant des coëfficiens inconnus qu'il s'agit de déterminer. Au moyen de cette valeur de x, l'équation propoſée $x^4 + a^3x + abx - 2a^4 - b^4 = 0$, donne, en ordonnant le ſecond membre par rapport à b:

$$\begin{aligned} x^4 = {} & +A^4 + 4A^3B\cdot b + 6AB^2\cdot b^2 + B^4\cdot b^4 + \&c. \\ & + 4A^3C b^2 + 12A^2BC\cdot b^3 + \&c. \\ & + 6ABC\cdot b^4 + \&c. \\ +a^3x = {} & +a^3A + a^3B\cdot b + a^3C\cdot b^2 + a^3D\cdot b^3 + \&c. \\ +abx = {} & + aA\cdot b + aBb^2 + aCb^3 + \&c. \\ -2a^4 = {} & -2a^4 \\ -b^4 = {} & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots -1b^4. \end{aligned}$$

Et comme on a $x^4 + a^3x + abx - 2a^4 - b^4 = 0$, il s'enſuit que la ſomme de toutes les ſuites qui compoſent le ſecond membre de l'expreſſion précédente, doit être auſſi égale à zero. Donc chaque terme particulier de cette ſomme doit être zero. En effet, la valeur de b peut être auſſi petite qu'on voudra; & ſi on la ſuppoſe infiniment petite, on verra, en comparant entr'eux les termes du ſecond membre, que le premier doit être regardé comme infini par rapport au ſecond, le ſecond comme infini par rapport au troiſième, le troiſième comme infini par rapport au quatrième; ainſi de ſuite. D'où il réſulte qu'aucun terme ne peut être détruit ni par ceux qui le précèdent, ni par ceux qui le ſuivent, & que par conſéquent la totalité des termes ne ſeroit pas zero, ſi chacun d'eux en particulier n'étoit pas zero. On aura donc, pour déterminer A, B, C, D, &c. les équations particulières, $A^4 + a^3A - 2a^4 = 0$; $(4A^3\cdot B + a^3B + aA)b = 0$; $(4AB^2 + 4A^2C + a^3C + aB)b^2 = 0$; $(B^4 + 4A^3\cdot D + 6ABC + a^3D + aC - 1)b^4 = 0$, &c. La première donne $A = a$; la ſeconde donne (en diviſant tout par b, & mettant pour A ſa valeur), $4a^3B + a^3B + a^3 = 0$, & par conſéquent $B = -\frac{1}{5}$. La troiſième donne (en chaſſant b^2, A, B), $\frac{1}{15}a + 4a^3C - \frac{a}{4} = 0$, & par conſéquent $C = \frac{3}{64a}$. La quatrième donne ſemblablement $D = \frac{111}{512a^3}$, &c. Subſtituons ces valeurs de A, B, C, D, &ç. dans la ſuite feinte; & nous aurons $x = a - \frac{b}{5} + \frac{b^2}{64a} + \frac{111b^3}{512a^3} + \&c.$ qui eſt la ſuite cherchée dans le premier cas. On voit que cette ſuite eſt convergente.

Il eſt à propos de remarquer qu'on a déterminé le premier coëfficient A par la réſolution de l'équation $A^4 + a^3A - 2a^4 = 0$; réſolution qui a été facile, parce que cette équation eſt décompoſable en diviſeurs rationnels. Mais ſi, en pareil cas, l'équation n'étoit pas décompoſable en diviſeurs rationnels, on détermineroit au moins A par approximation (XII), puiſque l'équation eſt homogène, & ne contient que deux lettres.

II. Cas: $a < b$. Je feins qu'on ait $x = A + Ba + Ba^2 + Da^3 + \&c.$ Donc, en ordonnant le ſecond membre par rapport à a, on aura:

$$\begin{aligned} x^4 = {} & +A^4 + 4A^3B\cdot a + 6AB^2\cdot a^2 + B^4\cdot a^4 + \&c. \\ & + 4A^3C\cdot a^3 + 12A^2BC\cdot a^4 + \&c. \\ & + 6ABC\cdot a^4 + \&c. \\ +a^3x = {} & + Aa^3 + Ba^4 + \&c. \\ +abx = {} & + Aba + Bba^2 + Cba^4 + \&c. \\ -2a^4 = {} & -2a^4 \\ -b^4 = {} & -b^4. \end{aligned}$$

Donc, à cauſe de $x^4 + a^3x + abx - 2a^4 - b^4 = 0$, le ſecond membre de l'expreſſion précédente ſera auſſi zero. De plus, chacun des termes en particulier de cette expreſſion ſera zero. Ainſi, on aura les équations, $A^4 - b^4 = 0$; $(4A^3B + Ab)a = 0$; $(6AB^2 + 4A^3C + A + Bb)a^2 = 0$; $(B^4 + 4A^3D + 6ABC + B + Cb - 2)a^4 = 0$, &c., leſquelles donnent $A = b$, $B = -\frac{1}{3}$, $C = -\frac{1}{3b}$, $D = \frac{55}{81b^2}$, &c. Donc, en mettant pour A, B, C, D, &c., leurs valeurs, la ſuite feinte deviendra, $x = b - \frac{a}{3} - \frac{a^2}{3b} + \frac{55a^3}{81b^2} - \&c.$

XIV. COROLLAIRE. La valeur trouvée pour x étant l'une des trois racines de l'équation propoſée $x^4 + a^3x + abx - 2a^4 - b^4 = 0$: ſi l'on nomme

M cette racine, & qu'on diviſe l'équation par $x - M = 0$, on obtiendra une équation d'un degré plus bas, dont on connoîtra, à peu de choſes près, les coëfficients & le dernier terme, & dont on déterminera les racines par un procédé ſemblable au précédent, ſuppoſé que ces racines ſoient réelles. Il en ſera de même pour les équations des degrés plus élevés.

XV. SCHOLIE. Les équations qui contiennent plus de trois lettres, peuvent ſe traiter, à-peu-près, de la même manière. Toute la difficulté qu'on éprouve à former les ſuites qui doivent exprimer les valeurs de l'inconnue, conſiſte à choiſir, parmi les termes de l'équation, ceux qui ſont plus grands que les autres, & qui déterminent en conſéquence la loi ſuivant laquelle la ſérie doit deſcendre. Neuton a donné, pour cela, une régle fort commode, qu'on appelle ordinairement *le parallélogramme de Neuton*. Elle eſt expliquée de la manière la plus claire & la plus détaillée dans un excellent Ouvrage de M. Cramer, qui a pour titre : *Introduction à l'Analyſe des Lignes courbes Algébriques*, *Gen.* 1750. (*L. B.*)

* Nous allons ajouter une autre Méthode *d'avoir la valeur approchée de toutes les racines d'une équation numerale déterminée*. Cette Méthode eſt de M. de la Grange, qui l'a donnée dans les *volumes XXIII* & *XXIV* des *Mémoires de Berlin*.

Le premier objet que ſe propoſe M. de la Grange, eſt de trouver toutes les racines réelles, poſitives & inégales d'une équation; mais, pour cela, il faut commencer par connoître le nombre de ces racines. Soit donc la propoſée $x - a \cdot x - b \cdot x - c \ldots = o$, il eſt aiſé de voir que ſi je mets à la place de x un nombre poſitif quelconque, les $x - a$, $x - b$, $x - c$, &c. reſteront toujours poſitifs, ſi a, b, c, ſont des nombres négatifs; que s'ils ſont imaginaires, le produit de chaque paire d'imaginaires ſera auſſi toujours poſitif, & il en ſera de même de chaque paire de racines égales quel que ſoit leur ſigne : donc ſi on diviſe une équation propoſée en deux facteurs A & B, dont l'un A renferme les racines imaginaires, les racines négatives, ou enfin les paires des racines égales, & B les racines réelles, poſitives & inégales, la valeur du facteur A ne changera point de ſigne, quelque nombre poſitif qu'on mette à la place de x, & reſtera toujours poſitive. Je conſidère donc ſeulement le facteur B, que je ſuppoſe égal à $\overline{x-a'} \cdot \overline{x-b'}\,c' \cdot \overline{x-c'} \cdots$ les a', b', c', étant des nombres poſitifs, & $a' < b' < c' <$, &c. dans ce cas ſi je mets pour x un nombre plus petit que a', tous les facteurs ſeront négatifs; & ſi je mets pour x un nombre $> a'$ & $< b'$, ils ſeront encore tous négatifs hors le facteur $x - a'$, qui ſera poſitif; donc le produit B changera de ſigne; il en changera encore lorſque l'on mettra pour x un nombre $> b' < c'$, & encore lorſqu'on mettra pour x un nombre $> c'$, & plus petit que la racine ſuivante, & ainſi de ſuite, en ſorte que ſi on met pour x, o, Δ, 2Δ, 3Δ, &c. où la différence Δ ſoit plus petite que la plus petite différence entre deux racines conſécutives, il y aura autant de racines réelles poſitives inégales que la valeur de la quantité égalée à zero changera de ſigne; il faut donc connoître maintenant, 1.° un nombre tel qu'en mettant pour x un nombre quelconque plus grand, B ne change point de ſigne, afin de ne pas être obligé d'étendre à l'infini la ſubſtitution des o, Δ, 2Δ, 3Δ, &c. pour x; 2.° un nombre Δ, tel qu'il ſoit plus petit que la plus petite différence entre deux racines conſécutives, ou en général entre deux racines.

Pour le premier point, comme cette valeur de x doit rendre B poſitif, le ſigne du premier terme l'étant auſſi, il eſt clair que prenant un nombre égal au coëfficient le plus grand des termes négatifs augmenté de l'unité, B ne deviendra pas négatif, en mettant pour x ce nombre ou un nombre plus grand; car prenant le cas le plus défavorable, celui où l'on auroit $x^{n} = ax^{n-1} + bx^{n-2} \cdots + q$, a, b, $\cdots$ q étant poſitifs, on trouvera que $\overline{p+1}^{n} = p \cdot \overline{p+1}^{n-1} + p \cdot \overline{p+1}^{n-2} \cdots > ap + 1 + bp + 1 \cdots$ puiſque a, $b \cdots q$ par l'hypothèſe ne peuvent être plus grands que p.

Pour le ſecond point, on prendra d'abord l'équation entre les différences des racines de la propoſée, & pour cela on remarquera que ſoit u cette différence, & mettant au lieu de x, $x + u$ dans la propoſée, on aura une équation qui devra avoir lieu en même tems que la propoſée, & éliminant x, il reſtera une équation en u, qui ſera l'équation cherchée. Cette équation ne contiendra que des puiſſances paires de u, parce que ſoient a & b, deux racines de la propoſée, il eſt clair que l'équation pour les différences aura également pour racines $a - b$ & $b - a$, & que par conſéquent $\overline{u^2 - a - b}^2$ ſera un des diviſeurs. De plus, elle ſera autant de fois diviſible par u^2, qu'il y aura de racines égales entr'elles. Puis donc que nous cherchons un nombre plus petit que cette différence entre des racines inégales, mettant au lieu de u^2 la quantité $\frac{1}{t}$, on aura une équation en t, & connoiſſant une valeur plus grande que la plus grande racine poſitive de cette équation, l'unité diviſée par la racine quarrée de cette valeur ſera plus petite que la plus petite différence entre les racines; & l'on trouvera cette valeur par la même méthode, que la limite des racines poſitives de la propoſée trouvée ci-deſſus. Cela poſé, ſi on ſubſtitue à la place de x les nombres $o \cdot \Delta$, 2Δ 3Δ, $\cdots \Delta$, étant $\frac{1}{\sqrt{t}}$ juſqu'au nombre $p + 1$, qui ſurpaſſe la plus

grande racine poſitive, on aura autant de racines poſitives qu'il y aura de changemens de ſignes; mettant enſuite au lieu de x une quantité $-x$, & faiſant les mêmes opérations, il y aura autant de racines négatives inégales que de changement de ſignes.

Quant aux racines égales, ſoit $X=o$ la propoſée, $\frac{dX}{dx}=o$ aura lieu en même tems, s'il y a des racines égales. Mais de plus ſoit $\frac{dx}{dx}=x+a\cdot x+b\cdot x+c$ &c. $X=\int x+a\cdot x+b\cdots dx+N\cdot=\frac{x+a^2}{2}\cdot x+b\cdot x+c\cdots-\frac{x+a^2}{2}\int x+b\cdot x+c\cdots dx+N$. Soit maintenant X auſſi diviſible par $x+a$, il faut qu'en mettant $-a$ pour x dans cette intégrale, elle devienne zero; donc $N=0$; donc X eſt diviſible par $x+a^2$; donc toute racine commune entre X & $\frac{dX}{dx}=0$, donne une égalité de racines entre celles de $X=0$; prenant donc le commun diviſeur de X & $\frac{dX}{dx}$, il eſt clair qu'il contient & ne contient que les racines égales de X, élevées à des puiſſances moindres d'une unité que dans X; donc, traitant le commun diviſeur comme la propoſée, on trouvera que la propoſée a autant de racines réelles poſitives ou négatives égales en nombre pair, que le commun diviſeur a de racines inégales. Enſuite, ſi j'appelle X' le commun diviſeur, & que j'aie celui de X' & de $\frac{dX'}{dx}$, j'aurai autant de racines égales, trois à trois, ou en nombre impair au-deſſus de trois, que le diviſeur commun a de racines inégales, & ainſi de ſuite. Soit, par exemple, m le degré de l'équation & $n<m$ le nombre des racines inégales, déterminé par la méthode ci-deſſus, & où les racines égales en nombre impair ſont comptées pour une racine, p celui des racines inégales du premier commun diviſeur, r celui des mêmes racines pour le ſecond diviſeur commun, & s pour le troiſième, & qu'il n'y en ait point au-delà, la propoſée aura $n-r+2p-2s+3r+4s\ldots$ racines réelles, $n-r$, inégales, $p-s$ égales deux à deux, r égales trois à trois, & s égales quatre à quatre, & les r racines égales trois à trois auront été déterminées parmi les n racines que la méthode ci-deſſus trouve par l'équation $X=0$, de même que les s parmi celles du commun diviſeur de X & de dX égale à zéro.

Le nombre de racines imaginaires eſt égal au nombre total des racines moins celui des réelles: donc on aura le nombre des racines; & quant à la diſtinction de celles qui ſont égales, on les trouvera comme ci-deſſus; en connoiſſant le nombre de racines imaginaires des diviſeurs communs.

Maintenant ſi on veut avoir une valeur approchée d'une des racines réelles poſitives & inégales de la propoſée, on prendra une ſérie, o, Δ, 2Δ, 3Δ, &c. où Δ eſt à-la-fois plus petit que l'unité, & plus petit que la plus petite différence entre deux racines; on mettra ſucceſſivement dans la propoſée pour x les différens termes de cette ſérie, & l'on obſervera le point où en mettant l'une après l'autre deux valeurs conſécutives, le réſultat changera de ſigne; alors la plus petite de ces valeurs ne différera de la plus petite des racines poſitives que d'une quantité moindre que Δ. Appellant p cette valeur, je ferai $x=p+\frac{1}{z}$, & j'aurai une équation en z, que je traiterai comme la propoſée; appellant q ſa première valeur, j'aurai $x=p+\frac{1}{q+\frac{1}{u}}$ & une équation en u; appellant r la première valeur de u, trouvée toujours par la même méthode, j'aurai $x=p+\frac{1}{q+\frac{1}{r+}}$ valeur qui approche continuellement de la vraie, puiſque, par l'hypothèſe, q, r, &c. ſont des quantités plus grandes que l'unité.

Si Δ eſt plus petit que 1, faiſant $\Delta=\frac{b}{a}$, a & b ſont des entiers, on n'aura qu'à mettre, au lieu de x, une autre quantité $\frac{z}{b}$, & on aura pour l'équation en z, $\Delta=a$, & par conſéquent Δ ſera un entier & pourra être ſuppoſé 1, & on aura, 1.° les quantités p, q, r, &c. égales à des nombres entiers, ce qui ſimplifie la fraction continue; 2.° on aura une valeur exacte de la racine toutes les fois qu'elle y en a une rationnelle (*voyez* la fin de l'article), pourvu que tous les coëfficiens de l'équation en q ſoient entiers, ce qu'il eſt toujours poſſible de faire.

On pourra trouver, par cette méthode, ſucceſſivement une valeur approchée de toutes les racines poſitives de la propoſée; pour trouver celles de ces racines qui pourroient en avoir d'autres égales, appellant $X=o$, la propoſée, prenant le commun diviſeur de X & dX, ce commun diviſeur contiendra les racines de la propoſée, qui en ont d'autres qui leur ſont égales, & elles ſeront toutes inégales entr'elles dans ce diviſeur. Subſtituant donc dans ce diviſeur la même ſérie o, Δ, 2, Δ, &c. ou o, 1, 2, 3, $4\ldots$ que dans la propoſée, on trouvera s'il y en a une ou pluſieurs, des racines trouvées par *approximation*, qui ſoient auſſi racines approchées du diviſeur, & toutes celles qui ſont dans le cas indiquent que, dans la propoſée, elles ſont égales au moins deux à deux; on trouvera de même celles qui ſont égales trois à trois, en cherchant le commun diviſeur de X, $\frac{dX}{dx}$, $\frac{ddX}{dx^2}$, & ainſi de ſuite.

Après avoir ainſi trouvé toutes les racines poſitives, faiſant $x=-x'$, on aura une équation en x', dont on cherchera les racines poſitives; & les prenant avec le ſigne $-$, on aura les racines négatives cherchées.

Quant aux imaginaires, qui ſont de la plus grande importance pour la ſolution approchée des équations différentielles (*voyez ci-deſſous à l'article* EQUATION SÉCULAIRE), on fera $x = a + b\sqrt{-1}$, & prenant la partie réelle & la partie imaginaire de ce que devient la propoſée après cette ſubſtitution, les égalant chacune à zero, éliminant a, on parviendra d'abord à avoir $a = \frac{A}{B}$, A & B étant des fonctions rationnelles & entières de b, de plus on aura une équation en b. Cela poſé, il eſt clair que chaque valeur réelle de b donnera une valeur réelle de a, à moins que A, B, ne ſoient nuls en même tems que la propoſée. Si donc cela n'a point lieu, on prendra dans l'équation en b les valeurs approchées des racines réelles poſitives à chacune deſquelles répondra une racine négative de la même valeur, on aura a en mettant dans $\frac{A}{B}$ au lieu de b cette valeur approchée, & par conſéquent on connoîtra une valeur approchée des deux racines imaginaires $a + b\sqrt{-1}$, $a - b\sqrt{-1}$. Mais ſi l'équation en b a lieu en même tems que $A = 0$ & $B = 0$, on prendra le commun diviſeur de ces trois équations, enſuite on diviſera par ce commun diviſeur l'équation en b, & chaque racine de l'équation ainſi diviſée donnera une valeur de b; enſuite prenant le diviſeur commun & une équation du ſecond degré trouvée en éliminant a & de la forme $Ma^2 + Na + P = 0$, on obſervera ſi le commun diviſeur, M, N & P, peuvent être en même tems égaux à zero. Si cela ne peut arriver, on prendra les racines de ce commun diviſeur à chacune deſquelles répondent les deux racines de l'équation en a; ſi M, N, P, peuvent devenir nuls en même tems que le commun diviſeur on prendra de nouveau le commun diviſeur de ces quatre fonctions, & une équation du troiſième degré trouvée en éliminant a, & qui ſera de la forme $M'a^3 + N'a^2 + P'a + Q' = 0$, & on opérera comme ci-deſſus, & ainſi de ſuite.

Toutes les fois que, dans la recherche des racines approchées, on aura ſubſtitué dans chaque *approximation* la ſérie 0, 1, 2, 3 ..... à la place de la racine, on ſera sûr de trouver la valeur exacte lorſqu'elle ſera rationnelle; en effet, cette valeur exacte eſt néceſſairement entre p, première valeur trouvée, & $p + 1$, entre $p + \frac{1}{q}$ & $p + \frac{1}{q+1}$; q étant un entier, entre $p + \frac{1}{q+\frac{1}{r}}$ & $p + \frac{1}{q+\frac{1}{r+1}}$ & ainſi de ſuite. Or ſoit $\frac{m}{n}$ la quantité plus petite que 1 à ajouter à p pour avoir la vraie valeur, q ſera égal au quotient de n par m, plus un reſte, $\frac{n'}{m}$, $n' < m$; de même, r ſera égal au quotient de m par n' un reſte $\frac{m'}{n'}$, m' étant plus petit que n'; donc, en ſuivant toujours, on parviendra à un reſte nul ou égal à $\frac{1}{n}$, & par conſéquent à la valeur exacte. *Voyez* FRACTIONS CONTINUES.

La méthode dont je viens de rendre compte, eſt générale pour toutes les équations numérales, & elle donne pour tous les cas d'une manière certaine une valeur auſſi approchée qu'on veut de chacune des racines. Elle a de plus l'avantage qu'il eſt inutile de connoître d'ailleurs la valeur approchée des racines, comme cela étoit néceſſaire dans la méthode de Neuton.

Méthode d'avoir les valeurs approchées des racines d'une équation algebrique déterminée.

Il faudroit, pour que cette méthode fût générale, pouvoir trouver autant d'expreſſions de l'inconnue en ſéries convergentes que la propoſée a de racines réelles.

Commençons par chercher un moyen général de réduire la valeur de x en ſérie: pour cela, je remarque que quelle que ſoit une fonction de x qui ſoit égale à y, je puis ſuppoſer que j'aie l'équation $y - x + \Phi x = 0$, ou $x = y + \Phi x$; donc ſi je cherche à avoir en $y + \Phi x$ la valeur d'une fonction de x, j'aurai, par le théorème de Taylor, démontré à l'*article* SÉRIE,

$$\Psi x = \Psi y + \frac{d\Psi y}{dy}\Phi x + \frac{d^2\Psi y}{2dy^2}\Phi x^2 \cdots\cdots,$$

& par conſéquent,

$$\Phi x = \Phi y + \frac{d\Phi y}{dy}\Phi x + \frac{d^2\Psi y}{2dy^2}\Phi x^2 \cdots\cdots;$$

faiſant donc $\Phi x = \Phi y + B$, dans la ſeconde formule, & ordonnant par rapport aux puiſſances de Φy, il eſt aiſé de voir que B doit être une ſérie, dont le premier terme ſera du ſecond degré, égalant à zero le terme qui, après ſa ſubſtitution, eſt de ce degré; & prenant la valeur qu'il donne pour B, j'aurai celle du premier terme de la vraie valeur de B, elle eſt $\frac{d\Phi y}{dy}\Phi y$, je ſerai enſuite $B = \frac{d\Phi y}{dy}\Phi y + C$, où C eſt une ſérie, dont le premier terme eſt du troiſième degré; &, continuant ainſi, je trouverai

$$\Phi x = \Phi y + \frac{d\Phi y^2}{2dy} + \frac{d^2\Phi y^3}{2\cdot 3\,dy^2}, \text{ \&c.}$$

par la même méthode,

$$\frac{\Phi x^2}{2} = \frac{\Phi y^2}{2} + \frac{2d\Phi y^3}{2\cdot 3\,dy} + \frac{3d^2\Phi y^4}{2\cdot 3\cdot 4\,dy^2} + \text{\&c.}$$

$$\frac{\Phi x^3}{2\cdot 3} = \frac{\Phi y^3}{2\cdot 3} + \frac{3d\Phi y^4}{2.1\,4.dy} + \frac{2\cdot 3\,d^2\Phi y^5}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\,dy^2}, \text{ \&c.}$$

ſubſtituant ces valeurs dans l'expreſſion de Ψx, l'ordonnant par rapport aux puiſſances de Ψy & Φy, & réduiſant chaque rang de termes, j'aurai finalement,

$$\Psi x = \Psi y + \frac{\Phi y d\Psi y}{dy} + \frac{d.\Phi y^2 d\Psi y}{2\,dy} + \frac{d^2\Phi y^3 d\Psi y}{2\cdot 1\,dy^2} + \text{\&c.}$$

..... ſerie, dont la loi eſt très-facile à ſaiſir.

Il eſt aiſé de voir que, ſi Φx contenoit encore y, on auroit également la valeur de Ψx en y, quand même Ψx contiendroit auſſi y, en obſervant alors dans la manière de prendre les différences, que $\frac{d\Phi y}{dy}$ ou $\frac{d\Psi y}{dy}$, ſont alors égaux à ce que devient $\frac{d\Phi x}{dx}$, $\frac{d\Psi x}{dx}$, ſi, après la différenciation, on met y pour x, ou ce qui revient au même, il faut différencier en regardant comme conſtans les y qui ſe trouvent dans x & Φx. On voit de-là comment, ſi l'on a $\Phi' x, y = 0$, on aura (par une ſérie) x en y, & de même en une fonction quelconque de x & y. Si l'on veut appliquer cette manière d'avoir en y la valeur de x, lorſqu'on a x par une équation en x & en y à la ſolution des équations déterminées, on obſervera : 1.° que ſi on l'applique immédiatement, on n'aura que des expreſſions réelles & rationnelles pour la valeur de x : 2.° que pouvant prendre pour y telle quantité qu'on voudra, on aura une infinité de valeurs de x : 3.° que parmi toutes ces valeurs, il n'y en aura de réellement différentes, qu'autant que la propoſée peut avoir des racines : 4.° qu'il y en aura un nombre de convergentes différentes entr'elles, égal au nombre de racines réelles : 5.° que ſi on prend un nombre m moindre que n degré de l'équation, qu'on faſſe $a t \pm x^m = 0$, & qu'on ſubſtitue, au lieu de x, ſa valeur en t, on aura une nouvelle équation, d'où tirant les valeurs d & t en ſérie, on aura autant de valeurs imaginaires données par chaque ſérie que l'équation $x^m \pm 1 = 0$ a de racines imaginaires, & la propoſée aura autant des racines imaginaires, ſi une de ces ſéries eſt convergente.

Ces principes poſés, on voit qu'il s'agit d'abord de ſavoir diſtinguer entre une infinité de ſéries celles qu'on peut prendre pour des racines différentes ; ſoit donc la propoſée $a + bx + cx^2 \cdots + px^n = 0$; il eſt aiſé de voir que, ſi on fait $a = 0$, il y a une racine qui s'évanouira, deux qui s'évanouiront, ſi on fait à-la-fois a & $b = 0$, trois, ſi on fait $a, b, c, = 0$, & ainſi de ſuite. Par conſéquent, ſi on fait d'abord $b = 0$, on aura $a + cx^2 \cdots + px^n = 0$, l'équation aura deux racines égales à zéro, en faiſant $a = 0$, & par conſéquent deux racines infiniment petites & égales aux deux racines de $a + cx^2 = 0$ lorſque a eſt infiniment petit. Il eſt aiſé en effet de voir que a étant infiniment petit, & b manquant, la propoſée a deux racines infiniment petites, que dans le cas de deux racines infiniment petites, c ſe réduit à être le produit de toutes les autres racines, puiſque les autres termes qui entrent dans c diſparoiſſent devant celui-là ; & qu'ainſi a, qui eſt le produit de toutes les racines, étant diviſé par c, devient le produit des deux racines infiniment petites, qui ſont par conſéquent égales aux racines de l'équation $a + cx^2 = 0$. De même ſi on fait b & c égaux à zero, & a infiniment petit, trois des racines de l'équation deviendront égales à celles de l'équation $a + cx^3 = 0$, & ainſi de ſuite.

Si donc on a différentes ſéries qui repréſentent la valeur de x, on pourra diſtinguer par-là celles qui ſont réellement différentes, c'eſt-à-dire, qui appartiennent à des racines différentes.

La méthode propoſée ci-deſſus donne une valeur de x en quantités connues toutes les fois que x eſt donné par une équation déterminée, ſoit qu'il y ait, ſoit qu'il n'y ait pas de tranſcendantes. Mais on n'eſt pas ſûr d'avoir cette valeur par une ſérie qui ſoit toujours convergente. C'eſt par cette raiſon que je vais indiquer ici une méthode élémentaire & très-ſimple, par laquelle on parviendra toujours à toutes les valeurs approchées de x.

1.° Si la fonction $X = 0$ a pluſieurs valeurs, on les prendra ſucceſſivement ; ainſi, X ſera conſidéré dans la ſuite comme une fonction qui n'a qu'une valeur répondante à chaque valeur de x.

2.° On cherchera d'abord les valeurs de x poſitives qui tendent $X = 0$, & on commencera par déterminer pour x une quantité telle qu'en l'augmentant, x ne puiſſe plus changer de ſigne, ni devenir zero, ce qui ſera toujours poſſible toutes les fois que $X = 0$ n'aura pas une infinité de racines. Ce dernier cas ſe rappelleroit aux autres en mettant au lieu de x, $x = \text{ſin } x$, par exemple, en effet alors au lieu de x, on auroit un angle dont le ſinus eſt x, & au lieu d'un ſeul X à examiner, on en mettroit une infinité répondans à l'angle dont le ſinus eſt $x + m\pi$, m étant un entier quelconque.

3.° Connoiſſant les limites de x, on prendra $x + \frac{1}{y}$ qu'on ſubſtituera dans la propoſée, & on aura $X' = 0$, alors $\frac{1}{y}$ repréſentera les différences qu'il y a entre x & la valeur de la racine de l'équation $X = 0$.

4.° Subſtituant dans $X = 0$ les valeurs ſucceſſives en nombres entiers de x, depuis $x = 0$ juſqu'à ſa limite, & cherchant pour chacune les limites de y, j'aurai $y = < A$, A étant cette limite, donc il n'y a point de racines de $X = 0$ entre cette valeur de x & $x + \frac{1}{A}$.

5.° Prenant enſuite toutes les valeurs $x + \frac{1}{A}$ entre 0 & la limite de x, on fera la même opération, & par ce moyen on parviendra à approcher des valeurs de x.

6.° Pour trouver les valeurs négatives, on fera dans la propoſée $x = -x$, & on cherchera les valeurs poſitives de x.

7.° Pour trouver s'il y a des racines égales, on égalera à zéro la quantité $\frac{dX}{dx}$, enſuite on cher-

chera les racines positives ou négatives, & on verra si les racines ne diffèrent de celles de $X=0$ que d'une petite quantité, & si, en répétant les *approximations*, cette différence diminue continuellement.

La méthode de M. de la Grange fournit un moyen d'avoir en série la valeur d'une quantité quelconque y en x: lorsque y est donnée par une équation en x & y, & que cette équation est différentielle, on parviendra également à avoir une telle série: soit en effet une équation différentielle en y & x, on fera en sorte qu'elle ne contienne plus que dx; cela posé, si l'équation mise sous une forme rationnelle & entière, ayant tous ses rangs, & la plus haute différence se trouvant dans le premier, elle n'a point de terme constant, on fera $y = Ae^{fx} + Be^{f'x} + Ce^{f''x} \cdots + A'e^{2fx} + B'e^{\overline{f+f}x} + C'e^{2f'x}$ &c. &, 1.° on aura A, B, C, &c. arbitraires; & si n est l'ordre de l'équation, f sera donné par une équation du degré n, f' par la même équation, &c. en sorte que f, f' f'' sont les différentes racines de cette équation: 2.° la substitution de $A'e^{2fx} + B^{\overline{f+f'}x}$ &c. dans le premier rang donnera des termes égaux chacun à chacun à ceux que $Ae^{fx} + Be^{f'x}$ &c. produit dans le second; donc A', B', &c. seront donnés en A, B, & ainsi de suite: 3.° si l'équation en f a deux racines égales, soit f cette racine, il faudra faire $Axe^{fx} + Be^{fx}$ &c. en effet, si $Pd^n y + Qd^{n-1} y + Rd^{n-2} y$ &c. est le premier rang de la proposée, on aura $A\left(Pf^n + Qf^{n-1} + Rf^{n-2} \text{ &c.}\right) = 0$ & $B\cdot\left(Pf^n + Qf^{n-1} + Rf^{n-2} \cdots\right) + A\left(nPf^{n-1} + \overline{n-1}Qf^{n-2} + n-2Rf^{n-3} \cdots\right) = 0$; donc on aura à-la-fois,

$$Pf^n + Qf^{n-1} + Rf^{n-2}, \text{ &c.} = 0,$$

& $nPf^{n-1} + n-1Qf^{n-2} + n-2Rf^{n-1}$, &c. $=0$. Ce qui a lieu toutes les fois que l'équation en f a deux racines égales. On prouvera de même que, si cette équation en a trois, il faudra faire $y = \overline{Ax^2 + Bx + C}$, $e^{fx} + De^{fx}$, &c. & ainsi de suite, pour quatre, cinq, &c. racines égales: 4.° au lieu de $A'e^{2fx} + B'e^{\overline{f+f}x} + Ce^{2f'x}$ &c. on voit que, dans le cas de deux racines égales, c'est $A'x^2e^{2fx} + B'xe^{2fx} + C'e^{2fx} + D'xe^{\overline{f+f'}x}$ &c, qu'il faut prendre, & ainsi de suite.

Par la même raison que, dans le cas des racines égales, il faut prendre, dans le 1.er rang de la valeur de y, un terme Axe^{fx} pour chaque racine égale, deux à deux, & ainsi de suite: de même, si l'on a f & f' étant deux racines, la somme de ces deux racines chacune multipliée par un nombre entier positif, égale à une de ces racines, ou à une autre des racines de l'équation en f, il est clair que, soit n & m ces nombres, & qu'on ait $nf + mf' = f''$, le terme $Ae^{\overline{nf+mf'}x}$ disparoîtra du 1.er rang de l'équation en y, on ne pourra donc point, en déterminant A, faire disparoître les termes $e^{\overline{nf+mf'}x}$, qui se trouveront dans les rangs supérieurs, & il faudra supposer, pour y parvenir dans la valeur de y, un terme $Axe^{\overline{nf+mf'}x} + Be^{\overline{nf+mf'}x}$. La même chose a lieu pour la somme de trois racines, &c. On en peut tirer cette règle générale, que toutes les fois que l'équation en f a des racines positives & négatives commensurables, la valeur de y contiendra x. La même chose a lieu lorsqu'il y a une valeur de f égale à zéro. Cette remarque a lieu, quelque méthode que l'on emploie, pour intégrer l'équation en y.

Si la proposée avoit eu un terme constant, & qu'elle eût contenu y au premier rang, on auroit fait $y = A + Be^{fx} + Ce^{f'x}$ &c. $+ A'e^{2fx} + B'e^{\overline{f+f'}x}$, & si y avoit été dans les rangs supérieurs, on auroit trouvé les B; C, &c. toujours arbitraires, & f par une équation d'un degré dépendant du rang de la valeur hypothétique, où l'on se fera arrêté: si y manque dans les rangs supérieur de la proposée, alors f est encore donnée ici par une équation du degré n.

Si la proposée ne contient pas y au premier rang, & qu'elle ait un terme constant, il faudra prendre $y = Ax + Be^{fx} + Ce^{f'x}$ &c. $A'x^2 + B'xe^{fx}$ &c. & procéder, comme ci-dessus. Au reste, le cas où il y a un terme constant se peut rappeller aisément à celui où il manque, il suffit de différencier l'équation proposée.

La forme de y n'est pas la même dans ces deux méthodes: dans la première la valeur des f & leur nombre changent à mesure qu'on prend un plus grand nombre de termes de la série. Dans la seconde x entre nécessairement dans la valeur de y.

Cette méthode d'avoir en série la valeur de y, lorsqu'on a une équation différentielle en y & en x; s'applique au cas, où ayant m équations en $m+1$ variables z, u, y .... x, on cherche à exprimer z, u, y, ... par une fonction en x.

Digitized by Google

On peut même l'étendre aux équations aux différences finies, où Δx eſt ſuppoſé conſtant, la ſolution ſera la même abſolument, à cela près que les arbitraires A, B, C, &c. ſeront dans ce cas égales à des fonctions de e^{ax}; a étant tel que $e^{a\Delta x} = 1$, & ces fonctions telles qu'elles ne changent pas de valeur, lorſque x devient $x + \Delta x$.

Cette même méthode s'appliquera encore aux équations aux différences particlles; ſoit en effet une de ces équations qui ne contienne que z, & ſes différences, ſans contenir de x de y, ni de terme conſtant, ſi je fais $z = Ae^{fx+gy} + Be^{f'x+g'y}$ &c. + $A'e^{2fx+2gy} + B'e^{2fx+\overline{g+g'}y}$ + &c. j'aurai, les A, B, arbitraires, une équation en f & g, en ſorte que f ſera tout ce qu'on voudra, & g donné en f, & que le terme Ae^{fx+gy} &c. ſera la ſomme de tous ces nombres dont le terme eſt infini.

S'il y a un nombre conſtant, & que z ſoit dans le premier rang, on ſera $z = A + be^{fx+gy}$ &c, & alors, ſelon le rang où l'on s'arrêtera, l'équation en f & g ſera d'un ordre plus élevé.

Le moyen pour déterminer les arbitraires, ſera le même que dans les équations linéaires. (*Voyez l'article* EQUATIONS LINÉAIRES).

La méthode expoſée juſqu'ici ſert à donner y en x, lorſqu'on ſait que y eſt très-petit, & qu'on n'en peut négliger une certaine puiſſance. Voici une autre méthode qui peut ſervir à avoir y en x, quand x eſt très-petit, lorſque l'équation eſt du premier ordre.

Elle eſt fondée ſur cette remarque, que, ſi $Adx + Bdy$ eſt une equation qui a tous ſes termes, A & B étant rationels, & que le facteur $\frac{A'}{B'}$ ces fonctions étant du degré m, rende différentielle exacte une équation peu différente de $Adx + Bdy = 0$, on pourra, en prenant $\frac{A'+Z}{B'+Z}$ pour facteurs de $Adx + Bdy$, faire Z & Z' d'un degré tel que, négligeant les ſecondes dimenſions des coëfficiens de Z & Z', & des petits coëfficiens de $Adx + Bdy$, dans la condition d'intégrabilité, on pourra faire en ſorte que le nombre des coëfficiens indéterminés ſurpaſſe celui des équations de comparaiſon; donc on aura en ſérie l'intégrale de $Adx + Bdy$, toutes les fois que l'on aura celle d'une équation peu différente; donc on l'aura toutes les fois que l'on pourra regarder x comme une quantité très-petite.

On peut étendre cette méthode aux ordres plus élevés.

On peut auſſi employer, pour les équations différentielles, la méthode ſuivante :

Soit, 1.° $dy = \Phi(x)dx$, A la valeur de y, lorſque $x = a$. La valeur de y, lorſque $x = a + \Delta x$; Δx étant très-petit, pourra être ſuppoſée, en général, égale à $A + \Phi(a)\Delta x + \frac{d\Phi(a)}{2da}\Phi x^2$. Nous nous arrêterons au ſecond terme; on voit qu'on pouvoit également ne s'arrêter qu'au 3.e au 4.e &c. Par la même raiſon, pour $x = a + 2\Delta x$, on aura,

$$y = A + \Phi(a)\Delta x + \frac{d\Phi(a)}{2da}\Delta x^2 + \Phi(a+\Delta x)\Delta x + \frac{d\cdot\Phi(a+\Delta x)}{2\cdot da}\Delta x^2.$$

Pour $x + 3\Delta x$, y ſera,

$$A + \Phi(a)\Delta x + \frac{d\Phi(a)}{2\cdot da}\Delta x^2 + \Phi(a+\Delta x)\Delta x + \frac{d\cdot\Phi(a+\Delta x)}{2da}\Delta x^2 + \Phi(a+2\Delta x)\Delta x + \frac{d\Phi(a+2\Delta x)}{2da}\Delta x^2$$

& ainſi de ſuite juſqu'à $m\Delta x = x$. On aura donc, par ce moyen, une valeur approchée de y, & d'autant plus approchée, qu'on aura pu prendre m plus grand à Δx plus petit.

2.° Soit une équation $d^n y = \Phi \cdot dx^n$, nous ſuppoſerons d'abord qu'on connoiſſe des valeurs de y répondantes à $x = a$, $x = a + \Delta x$, $x = a + 2\Delta x$, $x = a + 3\Delta x \ldots$ nous ſuppoſerons enſuite Δx étant regardé comme très-petit,

$$\Delta \cdot \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} = \Phi\Delta x + \Phi'\Delta x^2$$

$$\Delta^2 \cdot \frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} = \Phi\Delta x^2 + \Phi''\Delta x^3$$

$$\Delta^n y = \Phi\Delta x^n + \Phi^{n}\Delta x^{n+1}, \text{ où } \Phi'\Phi''\ldots\Phi^{mx}$$

ſont pris en différentiant Φ en x & y, regardant les $y, \frac{dy}{dx} \ldots$ comme des fonctions de x, & mettant à la place de $\frac{d^n y}{dx^n}$ ſa valeur Φ.

Cela poſé, les $\Phi' \ldots \Phi^{n}$ ſeront de même que Φ des fonctions de $x, y, \frac{dy}{dx} \ldots \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, & l'on aura par conſéquent n équation aux différences finies entre les $n + 1$ indéterminées $x\ y \ldots \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, & par conſéquent, après avoir éliminé une équation finale entre $x\ y$, Δy $\Delta^2 y \ldots$

$\Delta^{\frac{n\cdot n+1}{2}}_{y}$. D'où il réſulte qu'ayant une valeur de y donnée pour $x = a$, $a + \Delta x$ $a + \left(\frac{n\cdot n+1}{2} - 1\right)\Delta x$, on aura une valeur approchée de y, répondante à $x = a + \frac{n\cdot n+1}{2}\Delta x$, & ſucceſſivement de la même manière que ci-deſſus, pour $x = a + \left(\frac{n\cdot n+1}{2} - 1\right)\Delta x + m\Delta x$.

Il ſuffit pour l'objet de cet ouvrage d'indiquer ici les principes généraux de cette méthode, & nous n'entrerons point dans le détail, ni des moyens de la ſimplifier, ni de ceux de l'appliquer au cas où les valeurs de y connues, ne répondroient pas à des valeurs de x en proportion arithmétique.

Après avoir donné le moyen d'avoir y en x par une ſérie lorſque y eſt donné par une équation différentielle, ſuppoſons que y ſoit très-petit, qu'on puiſſe en négliger une certaine puiſſance, & voyons ce qui doit arriver.

1.° La ſérie, par laquelle y eſt exprimé, peut ou ne pas contenir x, ou le contenir.

2.° Si elle ne contient pas x, & que toutes les racines f ſoient ou réelles négatives, ou imaginaires avec une partie réelle négative, il eſt évident que la ſérie, en conſervant les mêmes coëfficiens, pourra être convergente depuis une certaine valeur donnée de x juſqu'à $x = \frac{1}{0}$.

3.° Si elle ne contient que des racines poſitives réelles ou imaginaires avec la partie réelle poſitive, la ſérie ne ſera convergente avec les mêmes coëfficiens, que depuis une certaine valeur négative de x juſqu'à $x = -\frac{1}{0}$.

4.° Si la ſérie contenant x, cette variable ne monte qu'à une puiſſance finie & déterminée, quelque loin que l'on pouſſe la ſérie, alors ſi les ſéries particulières qui multiplient les puiſſances de x ſont convergentes pour toute l'étendue des valeurs de x, la ſérie pourra être cenſée repréſenter y à très-peu près pour toutes ces valeurs.

5.° Si x eſt introduit dans la ſérie parce qu'il y a dans l'équation en f des racines égales, & que les coëfficiens de l'équation en y ne ſoient connus qu'à-peu-près, on ne pourra prononcer que x ne doit pas entrer dans la ſérie, excepté quand ſes racines ſeront très-inégales, & on ne ſera jamais sûr que x doive y entrer.

6.° Il en ſera de même ſi x eſt introduit dans la ſérie, parce qu'il y a des racines telles que leurs ſommes multipliées par des nombres entiers poſitifs, ſoient égales à une racine de la même équation. Mais on doit en excepter le cas où cette propriété des racines a lieu, parce qu'il manque à l'équation certains termes qui doivent manquer par la nature même du problême propoſé, *Voyez* ÉQUATION SÉCULAIRE.

7.° Toutes les fois que l'équation n'aura que de racines imaginaires pures, c'eſt-à-dire, que la ſérie ſera compoſée de ſinus & de coſinus multipliés de x, cette ſérie contiendra néceſſairement x au 3.e rang. En effet, ſoient deux racines imaginaires $+b\sqrt{-1}$, $-b\sqrt{-1}$, nous aurons au 3.e rang $(2b\sqrt{-1} - b\sqrt{-1})x \quad b\sqrt{-1}x$ $e \quad = e$, terme qui ſatisfait, par l'hypothèſe, à l'équation du terme linéaire en y. *Voyez* ÉQUATION SÉCULAIRE.

8.° Toutes les fois que la ſérie ne donne la valeur de y convergente que pour une certaine étendue des valeurs de x, on ſera obligé à prendre de nouvelles valeurs de y avec de nouveaux coëfficients arbitraires qu'on déterminera d'après les valeurs de y, données par une des ſéries précédentes dans des points où cette ſérie étoit encore convergente. (*M. D. C.*)

APPUI *ou* POINT D'APPUI *d'un levier*, eſt le point fixe autour duquel le poids & la puiſſance ſont en équilibre dans un levier; ainſi, dans une balance ordinaire le point du milieu par lequel on ſuſpend la balance, eſt le *point d'appui*. Le *point d'appui* d'un levier, lorſque la puiſſance & les poids ont des directions parallèles, eſt toujours chargé d'une quantité égale à la ſomme de la puiſſance & du poids. Ainſi, dans une balance ordinaire à bras égaux, la charge du *point d'appui* eſt égale à la ſomme des poids qui ſont dans les plats de la balance, c'eſt-à-dire, au double d'un de ces poids. On voit auſſi par cette raiſon, que l'*appui* eſt moins chargé dans la balance appellée *romaine* ou *peſon*, que dans la balance ordinaire; car pour peſer, par exemple, un poids de ſix livres avec la balance ordinaire, il faut de l'autre côté un poids de ſix livres, & la charge de l'*appui* eſt de douze livres, au lieu qu'en ſe ſervant du peſon, on peut peſer le poids de ſix livres avec un poids d'une livre, & la charge de l'*appui* n'eſt alors que ſept livres. *Voyez* PESON, ROMAINE, *&c.* (*O*)

APPULSE, (*Aſtron.*) exprime la proximité de la lune à une étoile, ſoit qu'il y ait éclipſe, ſoit que le bord de la lune paſſe ſeulement à quelques minutes de l'étoile, de manière à être obſervée dans le même champ de la lunette. On obſerve les *appulſes* avec ſoin pour déterminer les lieux de la lune, les erreurs des tables & les longitudes des lieux. On ſe ſert, pour ces obſervations, d'un micromètre, avec lequel on obſerve les différences d'aſcenſions droites & de déclinaiſons entre l'étoile & le bord de la lune, ou bien d'un héliomètre ou micromètre objectif, pour meſurer les diſtances entre l'étoile & le bord de la lune avant & après le moment de la plus courte diſtance. On calcule les *appulſes* en rapportant la lune à ſa place ſur une figure ou zodiaque, comme celui de Senex ou de d'Heulland, fait ſous les yeux de M. le Monnier, & cela eſt ſuffiſant pour les prédire dans les *Ephémérides* ou dans la *Connoiſſance des tems*. (*D. L.*)

Digitized by Google

APPUYÉ, adj. m. on dit, *en terme de Géométrie*, que les angles dont le ſommet eſt dans la circonférence de quelque ſegment de cercle, s'*appuyent* ou ſont poſés ſur l'arc de l'autre ſegment de deſſous. Ainſi *(Géomét. fig. 12)* l'angle *BAD*, dont le ſommet eſt dans la circonférence du ſegment *BGAHD*, eſt dit *appuyé* ſur l'autre ſegment *BOD* *Voyez* SEGMENT.

APR

APRETÉ, ſ. f. *(Méch.)* ſe dit de l'inégalité & de la rudeſſe de la ſurface d'un corps, par laquelle quelques-unes de ſes parties s'élèvent tellement au deſſus du reſte, qu'elles empêchent de paſſer la main deſſus avec aiſance & liberté. *Voyez* PARTICULE.

L'*âpreté* ou la rudeſſe eſt oppoſée à la *douceur*, à l'égalité, à ce qui eſt uni ou poli, *&c.* Le frottement des ſurfaces contiguës vient de leur *âpreté*. *Voyez* SURFACE & FROTTEMENT.

L'*âpreté* plus ou moins grande des ſurfaces des corps, eſt une choſe purement relative. Les corps qui nous paroiſſent avoir la ſurface la plus unie, étant vus au microſcope, ne ſont plus qu'un tiſſu de rugoſités & d'inégalités.

Suivant ce que M. Boyle rapporte de Vermoſen, aveugle très-fameux par la délicateſſe & la fineſſe de ſon toucher, avec lequel il diſtinguoit les couleurs, il paroîtroit que chaque couleur a ſon degré ou ſon eſpèce particulière d'*âpreté*. Le noir paroît être la plus rude, de même qu'il eſt la plus obſcure des couleurs; mais les autres ne ſont pas plus douces à proportion qu'elles ſont plus éclatantes; c'eſt-à-dire, que la plus rude n'eſt pas toujours celle qui réfléchit le moins de lumière: car le jaune eſt plus rude que le bleu; & le verd, qui eſt la couleur moyenne, eſt plus rude que l'une & l'autre. *Voyez* COULEUR & LUMIÈRE. *(O)*

APSIDES, *auges*, *apſides*, *(Aſtron.)* ce mot exprime les deux ſommets d'une orbite elliptique; il vient de ἁψὶς courbure ou tortue, parce que ce ſont les points où l'orbite ſe courbe, ſe replie & change de direction. L'*apſide* ſupérieure, la grande apſide, *ſumma apſis*, s'appelle apogée, quand il s'agit du ſoleil & de la lune; aphélie quand on parle des planètes principales; & quelquefois apojove, quand il s'agit des ſatellites de jupiter; la petite apſide, *infima apſis*, eſt le périgée ou le périhélie.

La droite qui paſſe par le centre de l'orbite de la planète, & qui joint ces deux points, s'appelle la *ligne des apſides* de la planète. C'eſt le grand axe d'une orbite elliptique; telle eſt la ligne *AP*, *Planches d'Aſtronomie*, *fig. 83 & ſuiv.*, tirée de l'aphélie *A*, au périhélie *P*. *Voyez* ORBITE & PLANÈTE.

On compte l'excentricité ſur la ligne des *apſides*; car c'eſt la diſtance du centre *C* de l'orbite de la planète au foyer *S* de l'orbite. *Voyez* EXCENTRICITÉ.

Newton a donné dans ſon livre des *Principes*, une très-belle méthode pour déterminer le mouvement des *apſides* d'une planète cauſé par l'attraction d'une autre, en ſuppoſant que l'orbite décrite par la planète ſoit peu différente d'un cercle; il a fait voir que ſi le ſoleil étoit immobile, & que toutes les planètes peſaſſent vers lui en raiſon inverſe du carré de leurs diſtances, le mouvement des *apſides* ſeroit nul, c'eſt-à-dire que la ligne de la plus grande diſtance & la ligne de la plus petite diſtance, ſeroient éloignées de 180 degrés l'une de l'autre, & ne formeroient qu'une ſeule ligne droite. Ce qui fait donc que les deux points des *apſides* ne ſont pas toujours exactement en ligne droite avec le ſoleil, c'eſt que par la tendence mutuelle des planètes les unes vers les autres, leur gravitation vers le ſoleil n'eſt pas préciſément en raiſon inverſe du carré de la diſtance. Newton donne une méthode très-élégante pour déterminer le mouvement des *apſides*, en ſuppoſant qu'on connoiſſe la force qui eſt ajoutée à la gravitation de la planète vers le ſoleil, & que cette force ajoutée ait toujours ſa direction vers le ſoleil.

Cependant quelque belle que fût cette méthode, elle ne pouvoit ſuffire, comme l'obſerve M. d'Alembert, parce que dans toutes les planètes, tant premieres que ſecondaires, la force ajoutée à la gravitation vers le foyer de l'orbite, n'a preſque jamais ſa direction vers ce foyer: auſſi M. Newton ne s'en ſervit point pour déterminer le mouvement des *apſides* de l'orbite lunaire; & M. Clairaut fit voir que le calcul rigoureux de l'attraction du ſoleil ſur la lune, étoit néceſſaire pour trouver le mouvement de l'apogée de la lune conforme à l'obſervation. La manière de déterminer par obſervation la ſituation des apſides, a été expliquée au mot APHÉLIE. *(D. L.)*

APUS *ou* APOUS, *(Aſtron.)* c'eſt-à-dire, *pedibus carens*; quelquefois auſſi par corruption *Apis*; mais ce nom eſt réſervé à l'Abeille ou à la mouche. *Apus* eſt le nom d'une conſtellation méridionale, appellée en françois l'*oiſeau de paradis*, *avis indica*, *manucodiata*, ou *paradiſea*, c'eſt le nom que lui donne M. Linné. Cette conſtellation, dans les cartes de Bayer, a douze étoiles: il y en a un plus grand nombre dans le catalogue de M. l'abbé de la Caille. Voyez *Cœlum auſtrale ſtelliferum*, & les *Mémoires de l'académie royale des Sciences de Paris de 1752*, *pag. 569*. La principale étoile de cette conſtellation eſt de la cinquième grandeur; elle avoit en 1750 $214^{\circ}\ 32'\ 45''$ d'aſcenſion droite, & $77^{\circ}\ 57'\ 6''$ de déclinaiſon auſtrale: ainſi elle paſſe au méridien 37° au-deſſous de l'horizon de Paris. *(D. L.)*

AQUARIUS, *Voyez* VERSEAU.

Digitized by Google

AQUEDUC, ſ. m. (*Hid.*) bâtiment de pierre, fait dans un terrein inégal, pour conſerver le niveau de l'eau, & la conduire d'un lieu dans un autre. Ce mot eſt formé d'*aqua*, eau, & de *ductus*, conduit.

On en diſtingue de deux ſortes, d'apparens & de ſouterrains. Les *apparens* ſont conſtruits à-travers les vallées & les ſondrieres, & compoſés de tremeaux & d'arcades : tels ſont ceux d'Arcueil, de Marli, & de Bucq, près de Verſailles. Les *ſouterrains* ſont percés à-travers les montagnes, conduits au-deſſous de la ſuperficie de la terre, bâtis de pierre de taille & de moilons, & couverts en-deſſus de voûtes ou de pierres plates, qu'on appelle *dalles* : ces dalles mettent l'eau à l'abri du ſoleil ; tels ſont ceux de Roquencourt, de Belleville, & du Pré S. Gervais.

On diſtribue encore les *aqueducs* en doubles ou triples, c'eſt-à-dire, portés ſur deux ou trois rangs d'arcades : tel eſt celui du Pont-du-Gard en Languedoc, & celui qui fournit de l'eau à Conſtantinople ; auxquels on peut ajouter l'*aqueduc* que Procope dit avoir été conſtruit par Coſroës, roi de Perſe, pour la ville de Petra en Mingrelie ; il avoit trois conduits ſur une même ligne, les uns élevés au-deſſus des autres.

Souvent les *aqueducs* ſont pavés ; quelquefois l'eau roule ſur un lit de ciment fait avec art, ou ſur un lit naturel de glaiſe : ordinairement elle paſſe dans des cuvettes de plomb, ou des auges de pierre de taille, auxquelles on donne une pente imperceptible pour faciliter ſon mouvement ; aux côtés de ces cuvettes ſont ménagés deux petits ſentiers où l'on peut marcher au beſoin. Les *aqueducs*, les pierriers, les tranchées, *&c.* amenent les eaux dans un réſervoir ; mais ne les élevent point. Pour devenir jailliſſantes, il faût qu'elles ſoient reſſerrées dans des tuyaux. (*K*)

* Les *aqueducs* de toute eſpèce étoient jadis une des merveilles de Rome : la grande quantité qu'il y en avoit ; les frais immenſes employés à faire venir des eaux d'endroits éloignés de trente, quarante, ſoixante, & même cent mille ſur des arcades, ou continuées ou ſuppléées par d'autres travaux, comme des montagnes coupées ou des roches percées ; tout cela doit ſurprendre : on n'entreprend rien de ſemblable aujourd'hui ; on n'oſeroit même penſer à acheter ſi chèrement la commodité publique. On voit encore en divers endroits de la campagne de Rome de grands reſtes de ces *aqueducs* ; des arcs continués dans un long eſpace, au-deſſus deſquels étoient les canaux qui portoient l'eau à la ville : ces arcs ſont quelquefois bas, quelquefois d'une grande hauteur, ſelon les inégalités du terrein. Il y en a à deux arcades l'une ſur l'autre ; & cela de crainte que la trop grande hauteur d'une ſeule arcade, ne rendît la ſtructure moins ſolide : ils ſont communément de briques, ſi bien cimentées, qu'on a peine à en détacher des morceaux. Quand l'élévation du terrein étoit énorme, on recouroit aux *aqueducs* ſouterrains ; ces *aqueducs* portoient les eaux à ceux qu'on avoit élevés ſur terre, dans les fonds & les pentes des montagnes. Si l'eau ne pouvoit avoir de la pente qu'en paſſant au-travers d'une roche, on la perçoit à la hauteur de l'*aqueduc* ſupérieur : on en voit un ſemblable au-deſſus de Tivoli, & au lieu nommé *Vicovaro*. Le canal qui formoit la ſuite de l'*aqueduc*, eſt coupé dans la roche vive l'eſpace de plus d'un mille, ſur environ cinq pieds de haut & quatre de large.

Une choſe digne de remarque, c'eſt que ces *aqueducs* qu'on pouvoit conduire en droite ligne à la ville, n'y parvenoient que par des ſinuoſités fréquentes. Les uns ont dit qu'on avoit ſuivi ces obliquités, pour éviter les frais d'arcades d'une hauteur extraordinaire : d'autres, qu'on s'étoit propoſé de rompre la trop grande impétuoſité de l'eau qui, coulant en ligne droite par un eſpace immenſe, auroit toujours augmenté de viteſſe, endommagé les canaux, & donné une boiſſon peu nette & mal-ſaine. Mais on demande pourquoi y ayant une ſi grande pente de la caſcade de Tivoli à Rome, on eſt allé prendre l'eau de la même rivière à vingt milles & davantage plus haut ; que dis-je vingt milles, à plus de trente, en y comptant les détours d'un pays plein de montagnes. On répond que la raiſon d'avoir des eaux meilleures & plus pures, ſuffiſoit aux Romains pour croire leurs travaux néceſſaires & leurs dépenſes juſtifiées ; & ſi l'on conſidere d'ailleurs que l'eau du Teveron eſt chargée de parties minérales, & n'eſt pas ſaine, on ſera content de cette réponſe.

Si l'on jette les yeux ſur la planche 128 du *IV. volume des Antiquités* du P. Montfaucon, on verra avec quels ſoins ces immenſes ouvrages étoient conſtruits. On y laiſſoit d'eſpace en eſpace des ſoupiraux ; afin que ſi l'eau venoit à être arrêtée par quelque accident, elle put ſe dégorger juſqu'à ce qu'on eût dégagé ſon paſſage. Il y avoit encore dans le canal même de l'*aqueduc* des puits où l'eau ſe jettoit, ſe repoſoit & déchargeoit ſon limon, & des piſcines où elle s'étendoit & ſe purifioit.

L'*aqueduc* de l'*Aqua-Marcia* a l'arc de ſeize pieds d'ouverture : le tout eſt compoſé de trois différentes ſortes de pierres ; l'une rougeatre, l'autre brune & l'autre de couleur de terre. On voit en haut deux canaux, dont le plus élevé étoit de l'eau nouvelle du Teveron, & celui de deſſous étoit de l'eau appellée *Claudienne* ; l'édifice entier a ſoixante & dix pieds romains de hauteur.

A côté de cet *aqueduc*, on a, dans le P. Montfaucon, la coupe d'un autre à trois canaux ; le ſupérieur eſt d'eau *Julia*, celui du milieu, d'eau *Tepula*, & l'inférieur, d'eau *Marcia*.

L'arc de l'*aqueduc* d'eau *Claudienne* eſt de très-belle pierre de taille ; celui de l'*aqueduc* d'eau *Néronienne* eſt de brique : ils ont l'un & l'autre ſoixante-douze pieds romains de hauteur.

Le canal de l'*aqueduc* qu'on appelloit *Aqua-*

Digitized by Google

Appia mérite bien que nous en faſſions mention, par une ſingularité qu'on y remarque; c'eſt de n'être pas uni comme les autres, d'aller comme par degrés, en ſorte qu'il eſt beaucoup plus étroit en bas qu'en haut.

Le conſul Frontin, qui avoit la direction des *aqueducs* ſous l'empereur Nerva, parle de neuf *aqueducs* qui avoient 13594 tuyaux d'un pouce de diametre. Vigerus obſerve que, dans l'eſpace de vingt-quatre heures, Rome recevoit 500000 muids d'eau.

Nous pourrions encore faire mention de l'*aqueduc* de Druſus & de celui de Rimini: mais nous nous contenterons d'obſerver ici qu'Auguſte fit réparer tous les *aqueducs*; & nous paſſerons enſuite à d'autres monumens dans le même genre, & plus importans encore, de la magnificence romaine.

Un de ces monumens eſt l'*aqueduc* de Metz, dont il reſte encore aujourd'hui un grand nombre d'arcades; ces arcades traverſoient la Moſelle, rivière grande & large en cet endroit. Les ſources abondantes de Gorze fourniſſoient l'eau à la Naumachie; ces eaux s'aſſembloient dans un réſervoir; de-là elles étoient conduites par des canaux ſouterrains faits de pierre de taille, & ſi ſpacieux qu'un homme pouvoit y marcher droit: elles paſſoient la Moſelle ſur ces hautes & ſuperbes arcades qu'on voit encore à deux lieues de Metz, ſi bien maçonnées & ſi bien cimentées, qu'excepté la partie du milieu, que les glaces ont emportée, elles ont réſiſté & réſiſtent aux injures les plus violentes des ſaiſons. De ces arcades, d'autres *aqueducs* conduiſoient les eaux aux bains & au lieu de la Naumachie.

Si l'on en croit Colmenarès, l'*aqueduc* de Ségovie peut être comparé aux plus beaux ouvrages de l'antiquité. Il en reſte cent cinquante-neuf arcades, toutes de grandes pierres ſans ciment. Ces arcades avec le reſte de l'édifice ont cent deux pieds de haut; il y a deux rangs d'arcades l'un ſur l'autre; l'*aqueduc* traverſe la ville & paſſe par-deſſus la plus grande partie des maiſons qui ſont dans le fond.

Après ces énormes édifices, on peut parler de l'*aqueduc* que Louis XIV. a fait bâtir proche Maintenon, pour porter les eaux de la rivière de Bucq à Verſailles; c'eſt peut-être le plus grand *aqueduc* qui ſoit à préſent dans l'univers; il eſt de 7000 braſſes de long ſur 2560 de haut, & a 242 arcades.

Les cloaques de Rome, ou ſes *aqueducs* ſouterrains, étoient auſſi comptés parmi ſes merveilles; ils s'étendoient ſous toute la ville, & ſe ſubdiviſoient en pluſieurs branches qui ſe déchargeoient dans la rivière: c'étoient de grandes & hautes voûtes bâties ſolidement, ſous leſquelles on alloit en bateau; ce qui faiſoit dire à Pline que la ville étoit ſuſpendue en l'air, & qu'on navigeoit ſous les maiſons; c'eſt ce qu'il appelle *le plus grand ouvrage qu'on ait jamais entrepris*. Il y avoit ſous ces voûtes des endroits où des charrettes chargées de foin pouvoient paſſer; ces voûtes ſoutenoient le pavé des rues. Il y avoit d'eſpace en eſpace des trous où les immondices de la ville étoient précipitées dans les cloaques. La quantité incroyable d'eau que les *aqueducs* apportoient à Rome y étoit auſſi déchargée. On y avoit encore détourné des ruiſſeaux, d'où il arrivoit que la ville étoit toujours nette, & que les ordures ne ſéjournoient point dans les cloaques, & étoient promptement rejettées dans la rivière.

Ces édifices ſont capables de frapper de l'admiration la plus forte: mais ce ſeroit avoir la vue bien courte que de ne pas la porter au-delà, & que de n'être pas tenté de remonter aux cauſes de la grandeur & de la décadence du peuple qui les a conſtruits. Cela n'eſt point de notre objet; mais le lecteur peut conſulter là-deſſus les *Conſidérations* de M. le Préſident de Monteſquieu, & celles de M. l'Abbé de Mably; il verra dans ces ouvrages, que les édifices ont toujours été & ſeront toujours comme les hommes, excepté peut-être à Sparte, où l'on trouvoit de grands hommes dans des maiſons petites & chétives: mais cet exemple eſt trop ſingulier pour tirer à conſéquence.

A R A

ARAIGNÉE (*Aſtron.*): on donne quelquefois ce nom à l'un des cercles d'un aſtrolabe, qui eſt percé à jour & porte différens bras, dont les extrémités marquent la poſition des étoiles, *planch. d'Aſtronomie, fig. 230.* L'*araignée* tourne ſur un planiſphère où ſont tracés les différens cercles auxquels on rapporte la poſition des étoiles pour trouver leur lever & leur coucher, &c. *Voyez* ASTROLABE. (*D. L.*)

ARAMECH, *voyez* ARCTURUS.

ARBALÈTE, ſ. f. (*Aſtron. navig.*), inſtrument avec lequel on obſervoit autrefois ſur mer la hauteur du ſoleil, & qui eſt fait comme une eſpèce de croix. On l'appelle auſſi *arbaleſtrille, fleche, rayon aſtronomique, radiomètre, croix géométrique, verge d'or*, autrefois *bâton de jacob*, en anglois *jacob ſtaff, croſſ-ſtaff* (*bâton à croix*) *fore-ſtaff* (*baton de devant*), parce que l'on obſerve pardevant, ou en ſe tournant du côté du ſoleil; tandis qu'avec le quartier anglois on tourne le dos au ſoleil pour en meſurer la hauteur.

Cet inſtrument dérive des règles parallactiques de Ptolemée (*planches d'Aſtronomie, fig. 235*); car ſi l'on ſuppoſe que la règle *O D* ſoit toujours fixée perpendiculairement au bâton *A G*, on aura une *arbalète*. On en trouvera la figure dans le Dictionnaire de Marine; mais nous avons à parler ici de l'hiſtoire & des progrès de ce genre d'obſervations. Jean Werner, né à Nuremberg en 1468, eſt le premier qui décrivit l'*arbalète* en 1514, & il la recommandoit aux marins pour ob-

Digitized by Google

ſerver les longitudes en mer par les diſtances de la lune aux étoiles (*Wales aſtronomical obſervations, 1777, introd. p. xxiv*). Je crois que ce ſont les obſervations de Werner qui furent imprimées en 1514; mais ſon livre *de motu octavæ ſphæræ*, eſt de 1522 (Weidler, *pag. 335*). Appian, en 1524, & Gemma-Friſius en 1530, en recommandoient auſſi l'uſage.

Le P. Fournier, dans ſon Hydrographie, *p. 495*, dit que ce que les caldéens appelloient *bâton de Jacob*, & les aſtronomes *rayon aſtronomique*, eſt nommé *arbalête* ou *flèche* par Martin Cortez & Michel Coignet, en leurs ouvrages, & généralement par tous les matelots. Les flamands, dit-il, l'appellent *graetboge*; on écrit graart boogh en hollandois. Les eſpagnols l'appellent *baleſtilla*. Le P. Dechalles l'appelle *crux geometrica*.

Le bâton, la flèche, ou la verge de l'inſtrument, a 3 ou 4 pieds de longueur; elle porte une pièce appellée par les anciens *traverſaire*, & *curſeur*, parce qu'elle ſe met de travers & en croix ſur la verge ou flèche: on la fait courir le long de cette flèche; nos matelots l'appellent *marteau*; on a des marteaux de trois grandeurs différentes: c'eſt-à-dire, de 12 pouces, de 6 & de 1 ½ (Fourniер, *pag. 496*). Dans le Dictionnaire de Marine d'Aubin, il y a curſeur & marteau. Ozanam, dans ſon Dictionnaire, *pag. 256*, dit que le traverſier ou marteau ſe meut le long de la flèche, & qu'on appelle cet inſtrument *verge d'or* par excellence, parce qu'il eſt le plus commode de tous les inſtrumens.

Ozanam, dans la table, met *flèche d'arbalête*; ce qui prouve qu'il adopte le nom d'*arbaleſte* de préférence. MM. Bouguer & la Caille, *pag. 181, édit. de 1769, in-8.°*, l'appellent *arbaleſtrille*.

Gemma-Friſius (*principia Aſtronomiæ Comoſgraphiæ, 1530*), eſt le premier qui ait parlé de trois marteaux dans l'*arbaleſte*; il en eſt parlé auſſi dans Michel Coignet d'Anvers: inſtruction nouvelle des points plus excellens & néceſſaires touchant l'art de naviguer; & dans Waeghener, hollandois, qui fut ſi célèbre par ſes cartes marines, que les matelots anglois appellent encore un Waeghener un volume de cartes pour la navigation.

Thomas Digges, en 1573, parle des tranſverſales qui étoient dans ſon *arbalête*, comme étant imaginées depuis long-tems par Richard Chanceler.

Pierre Maſſé, dans ſon hiſtoire des Indes, dit que Martin de Bohême, diſciple de Regiomontanus, recommandoit l'aſtrolabe; c'eſt-à-dire, un cercle diviſé en degrés, & ſuſpendu à une boucle pour prendre hauteur en mer; mais l'on ne voit pas que l'on s'en ſervît alors. Werner, qui décrit l'*arbalête*, en recommande l'uſage, ainſi que Appian dans ſa Comographie, écrite vers 1524 (Wales, *pag. xxiij*).

On faiſoit auſſi une demi-*arbalête*, où il n'y avoit qu'un demi-marteau, & les degrés y étoient une fois plus grand que ſur les flèches ordinaires. Vers la fin du 16.e ſiècle, on ſubſtitua un arc de cercle à la place des marteaux. John Davis, celui qui donna ſon nom au détroit de Davis, par lequel on alla dans la baie de Baffins, ſous le cercle polaire, vers 1583, publia en 1594 un livre, intitulé: *Seaman's ſecrets*, où il décrit le back-ſtaff; il eſt décrit dans Metius, *Aſtronomica inſtitutio*, 1605; *de Arte navigandi*, 1624; *Doctrina Sphærica*, 1630: d'abord il n'y avoit qu'un arc où gliſſoit le marteau de l'œil; celui qui forme l'ombre étoit fixé à une règle droite emmortaiſée a l'extrémité du rayon de l'inſtrument, & il étoit plus loin du centre ou du marteau de l'horizon, que l'arc même de l'inſtrument. On l'appelle *back-ſtaff*, *bâton de derriere*, parce qu'on tourne le dos au ſoleil, par oppoſition à l'*arbalête*, appellée *fore-ſtaff*. (Robertſon). Dans le *Lexicon Technicum* de Harris, il eſt décrit au mot *back-ſtaff*, & il l'appelle auſſi *back-quadrant*, *Davis's quadrant*. L'ancienne *arbalête* eſt décrite au mot *Croſſ-ſtaff*, quoique l'auteur diſe qu'on l'appelle communément *fore-ſtaff*; il dit, *voyez* CROSS-STAFF.

Le quartier de Davis avoit un arc de 60 degrés; & ſur un des rayons un marteau ou pinule qui couloit & portoit une ouverture; mais il ne garda pas long-tems cette forme: car vers 1600, ou à-peu-près, on étendit l'arc juſqu'à 90° partie au-deſſous du rayon & du marteau d'ombre qui y étoit fixé, juſqu'au degré qui parut le plus convenable; & dans cet état, il fut généralement connu ſous le nom de *bow* (*arc*) *arbalête*. Peu d'années après, il reçut une autre perfection, & prit la forme qu'il a actuellement. Le marteau d'ombre étant juſqu'alors placé à une grande diſtance du centre, l'ombre étoit trop mal terminée ſur le marteau d'horizon; & ſi le tems n'étoit pas très-clair, on ne la diſtinguoit pas du tout; il fallut donc diminuer le rayon de cette partie où eſt la pinule d'ombre: l'on ne ſait pas aujourd'hui à qui l'on doit ces perfections; quelques-uns penſent que ce fut l'auteur lui-même, mais cela eſt douteux. On trouvera dans le Dictionnaire de Marine la figure du quartier de Davis.

Ces trois inſtrumens, l'aſtrolabe, l'*arbalête* & le quart de Davis, prirent différentes formes; le premier produiſit le demi-cercle, *ſea-rings* (anneau marin) *ſea-quadrant* (quartier marin); le ſecond produiſit la demi-*arbalête*, le bâton de Hood, *Hood's ſtaff*, &c. & le dernier produiſit le *plough* (charrue), ainſi nommé à cauſe de ſa forme, parce que l'arc plus petit, & le marteau plus grand lui donnoient preſque la forme d'une charrue; il y eut encore le quartier d'Elton (Elton's quadrant), qui différoit un peu des deux précédens. M. Wales, *pag. xxix*.

M Bouguer

M. Bouguer appelle l'inſtrument dans ſa forme actuelle *quartier anglois*, ou *quart de nonante*; il dit que l'arc de 60° a 8 ou 9 pouces de rayon, l'autre 30° & 18 à 20 pouces; il appelle les *vane* des anglois des eſpèces de *pinules* ou de petits marteaux, & ſe ſert indifféremment de ces deux mots *pinule* ou *marteau*.

M. Bourdé, dans ſon *Manuel des Marins*, 1773, ne ſe ſert que des mots *quart de nonante* & *de marteau*. Aubin, dans ſon Dictionnaire de Marine, 1702, l'appelle auſſi *quart de nonante*. Robertſon, dans ſes Elemens de Navigation, *tom. 2, pag. 293, édit. de 1772*, décrit ſeulement celui qu'il appelle *Davis's quadrant*, & que les étrangers appellent, dit-il, *english quadrant*. Suivant cet auteur, il y a un arc de 65° d'un plus petit rayon, ſur lequel gliſſe la pinule de l'ombre, *shade vane*, ou glaſſ-vane ſi l'on y met un verre ou une lentille. Il y a auſſi un arc de 25° d'un rayon trois fois plus long, ſur lequel gliſſe la pinule de l'œil *ſight vane*; l'œil ſe place au petit trou de cette pinule, & regarde l'horizon par la fente de la pinule du centre, appellée *horizon vane*, ſur laquelle tombe auſſi le bord ſupérieur de l'ombre de la première pinule.

Flamſteed & Halley y ſubſtituèrent une lentille ſur le marteau d'ombre, pour que l'on diſtinguât mieux l'image du ſoleil. Mais tous ces inſtrumens ont fait place pour l'uſage de la navigation au *quartier de réflexion*; & tous les navigateurs qui ont des connoiſſances, ou qui aiment l'exactitude ſe ſervent de ce dernier. *Voyez* QUARTIER DE RÉFLEXION. (*D. L.*)

ARC

ARC, ſ. m. (*Géom.*); c'eſt une portion de courbe, par exemple, d'un cercle, d'une ellipſe ou d'une autre courbe. *Voyez* COURBE.

Arc de cercle, eſt une portion de circonférence, moindre que la circonférence entière du cercle. Tel eſt *AEB*, (*Géom. fig. 20*). *Voyez* CERCLE & CIRCONFÉRENCE. La droite *AB*, qui joint les extrémités d'un *arc*, s'appelle *corde*; & la perpendiculaire *DE* tirée ſur le milieu de la corde, s'appelle *fleche*. *Voy.* CORDE, FLECHE. Tous les angles ſont meſurés par des *arcs*. Pour avoir la valeur d'un angle, on décrit un *arc* de cercle, dont le centre ſoit au ſommet de l'angle. *Voyez* ANGLE. Tout cercle eſt ſuppoſé diviſé en 360^d. Un *arc* eſt plus ou moins grand, ſelon qu'il contient un plus grand ou un plus petit nombre de ces degrés. Ainſi, l'on dit un *arc* de 30, de 80, de 100^d. *Voyez* DEGRÉ. La meſure des angles par les *arcs* de cercle, eſt fondée ſur ce que la courbure du cercle eſt uniforme. Les *arcs* d'une autre courbe ne pourroient y ſervir.

Arcs concentriques, ſont ceux qui ont le même centre: ainſi, dans la *figure 21*, les *arcs b H*, *e K*, ſont des *arcs* concentriques. *Voyez* CONCENTRIQUE.

Arcs égaux, ce ſont ceux qui contiennent le même nombre de degrés d'un même cercle ou de cercles égaux. Dans le même cercle ou dans des cercles égaux, les cordes égales ſoutiennent des *arcs* égaux. Un rayon *CE* (*fig. 20*) qui coupe en deux parties égales en *D* une corde *AB*, coupe auſſi en *E* l'*arc AEB* en deux parties égales, & eſt perpendiculaire à la corde, & *vice verſâ*. Le problème de *couper un arc* en deux parties égales ſera donc réſolu, en tirant une ligne *CE* perpendiculaire ſur le milieu *D* de la corde.

Arcs ſemblables, ce ſont ceux qui contiennent le même nombre de degrés de cercles inégaux. Tels ſont les *arcs AXB* & *DHE*, *figure 22*. Si deux rayons partent du centre de deux cercles concentriques, les *arcs* compris entre ces deux rayons ont le même rapport à leurs circonférences entières; & les deux ſecteurs, le même rapport à la ſurface entière de leurs cercles.

ARC *ſemi-diurne* (*Aſtron.*), c'eſt l'*arc* du parallèle diurne d'un aſtre qui eſt compris entre le méridien & l'horizon; il règle le tems qui s'écoule depuis le lever juſqu'au paſſage par le méridien, & depuis ce paſſage juſqu'au coucher; ainſi, le calcul du lever ou du coucher d'un aſtre, ſe réduit à celui des *arcs ſemi-diurnes*, qui changent à raiſon de la hauteur du pole du lieu, & de la déclinaiſon de l'aſtre. On en trouve une table fort détaillée dans la plupart des anciens volumes de la *Connoiſſance des tems*, ouvrage que l'Académie publie chaque année, pour l'uſage des aſtronomes & des navigateurs. *Voy.* LEVER, COUCHER.

ARC *d'émerſion* ou *arc de viſion* (*Aſtron.*) eſt la quantité dont il faut que le ſoleil ſoit abaiſſé verticalement au-deſſous de l'horizon pour qu'un autre aſtre ſoit viſible à la vue ſimple; on eſtime ordinairement l'*arc d'émerſion* de dix-huit degrés pour les plus petites étoiles, de quatorze degrés pour les étoiles de troiſième grandeur, de onze à douze degrés pour les étoiles de première grandeur, comme pour mars & ſaturne, de dix degrés pour mercure & jupiter, & de cinq degrés pour vénus; mais ce dernier varie beaucoup, & il ſe réduit même à rien, puiſque l'on voit quelquefois vénus en plein jour, le ſoleil étant très-élevé ſur l'horizon. *Voyez* CRÉPUSCULE.

L'*arc de rétrogradation* eſt un *arc* de l'écliptique qu'une planète ſemble décrire, en ſe mouvant contre l'ordre des ſignes. *Voyez* RÉTROGRADATION.

ARC *de poſition*, *angle de poſition* (*terme d'Aſtrol.*) l'*arc* de l'équateur compris entre le méridien & le cercle horaire ou cercle de déclinaiſon qui paſſe par le pole & par l'aſtre dont on s'occupe; c'eſt la même choſe que ce que nous appellons aujourd'hui *angle horaire*. On l'appelloit *arc de*

poſition parce qu'il marquoit la diſtance du cercle de poſition au méridien, ou l'*arc* de l'équateur qui doit paſſer depuis le moment où l'aſtre eſt dans le cercle de poſition juſqu'à celui où il paſſera au méridien. (*D. L.*).

ARC-EN-CIEL, *iris*, ſ. m. (*Opt.*) météore en forme d'*arc* de diverſes couleurs, qui paroît lorſque le tems eſt pluvieux, dans une partie du ciel oppoſée au ſoleil, & qui eſt formé par la réfraction des rayons de cet aſtre, au travers des gouttes ſphériques d'eau dont l'air eſt alors rempli. *Voyez* MÉTÉORE, PLUIE & RÉFRACTION.

On voit pour l'ordinaire un ſecond *arc-en-ciel* qui entoure le premier à une certaine diſtance. Ce ſecond *arc-en-ciel* s'appelle *arc-en-ciel extérieur*, pour le diſtinguer de celui qu'il renferme, & qu'on nomme *arc-en-ciel intérieur*. L'*arc* intérieur a les plus vives couleurs, & s'appelle pour cela l'*arc principal*. Les couleurs de l'*arc* extérieur ſont plus foibles, & de-là vient qu'il porte le nom de *ſecond arc*. S'il paroît un troiſième *arc*, ce qui arrive fort rarement, ſes couleurs ſont encore moins vives que les précédentes. Les couleurs ſont renverſées dans les deux *arcs*; celles de l'*arc* principal ſont dans l'ordre ſuivant, à compter du dedans en dehors: violet, indigo, bleu, verd, jaune, orange, rouge; elles ſont arrangées au contraire dans le ſecond *arc* en cet ordre: rouge, orangé, jaune, verd, bleu, indigo, violet; ce ſont les mêmes couleurs que l'on voit dans les rayons du ſoleil qui traverſent un priſme de verre. *Voyez* PRISME. Les phyſiciens font auſſi mention d'un *arc-en-ciel lunaire* & d'un *arc-en-ciel marin*, dont nous parlerons plus bas.

L'*arc-en-ciel*, comme l'obſerve M. Neuton, ne paroît jamais que dans les endroits où il pleut & où le ſoleil luit en même tems; l'on peut le former par art en tournant le dos au ſoleil & en faiſant jaillir de l'eau, qui pouſſée en l'air & diſperſée en gouttes, vienne tomber en forme de pluie; car le ſoleil donnant ſur ces gouttes, fait voir un *arc-en-ciel* à tout ſpectateur qui ſe trouve dans une juſte poſition à l'égard de cette pluie & du ſoleil, ſur-tout ſi l'on met un corps noir derrière les gouttes d'eau.

Antoine de Dominis montre dans ſon livre, *de radio viſûs & lucis*, imprimé à Veniſe en 1611, que l'*arc-en-ciel* eſt produit dans des gouttes rondes de pluie, par deux réfractions de la lumière ſolaire, & une réflexion entre deux; & il confirme cette explication par des expériences qu'il a faites avec une phiole & des boules de verre pleines d'eau expoſées au ſoleil. Il faut cependant reconnoître que quelques anciens avoient avancé, antérieurement à Antoine de Dominis, que l'*arc-en-ciel* étoit formé par la réfraction des rayons du ſoleil dans des gouttes d'eau. Kepler avoit eu la même penſée, comme on le voit par les lettres qu'il écrivit à Berenger en 1605, & à Harriot en 1606. Deſcartes, qui a ſuivi dans ſes météores l'explication d'Antoine de Dominis, a corrigé celle de l'*arc* extérieur. Mais, comme ces ſavans hommes ne connoiſſoient point la véritable origine des couleurs, l'explication qu'ils ont donnée de ce météore eſt défectueuſe à quelques égards. Antoine de Dominis a cru que l'*arc-en-ciel* extérieur étoit formé par les rayons qui raſoient les extrémités des gouttes de pluie, & qui venoient à l'œil après deux réfractions & une réflexion. Or on trouve, par le calcul, que ces rayons, dans leur ſeconde réfraction, doivent faire un angle beaucoup plus petit avec le rayon du ſoleil qui paſſe par l'œil, que l'angle ſous lequel on voit l'*arc-en-ciel* intérieur; & cependant l'angle ſous lequel on voit l'*arc-en-ciel* extérieur, eſt beaucoup plus grand que celui ſous lequel on voit l'*arc-en-ciel* intérieur: de plus, les rayons qui tombent fort obliquement ſur une goutte d'eau, ne ſont point de couleurs ſenſibles dans leur ſeconde réfraction, comme on le verra aiſément par ce que nous dirons dans la ſuite. A l'égard de M. Deſcartes, qui a le premier expliqué l'*arc-en-ciel* extérieur par deux réflexions & deux réfractions, il n'a pas remarqué que les rayons extrêmes qui font le rouge, ont leur réfraction beaucoup moindre que ſelon la proportion de 3 à 4, & que ceux qui font le violet l'ont beaucoup plus grande: de plus, il s'eſt contenté de dire qu'il venoit plus de lumière à l'œil ſous les angles de 41 & de 42^d, que ſous les autres angles, ſans prouver que cette lumière doit être colorée; & ainſi il n'a pas ſuffiſamment démontré d'où vient qu'il paroît des couleurs ſous un angle d'environ 42^d, & qu'il n'en paroît point ſous ceux qui ſont au-deſſous de 40^d, & au-deſſus de 44 dans l'*arc-en-ciel* intérieur. Ce célèbre auteur n'a donc pas ſuffiſamment expliqué l'*arc-en-ciel*, quoiqu'il ait fort avancé cette explication. Neuton l'a achevée par le moyen de ſa doctrine des couleurs.

Théorie de l'arc-en-ciel. Pour concevoir l'origine de l'*arc-en-ciel*, examinons d'abord ce qui arrive lorſqu'un rayon de lumière qui vient d'un corps éloigné, tel que le ſoleil tombe ſur une goutte d'eau ſphérique, comme ſont celles de la pluie. Soit donc une goutte d'eau *A D K N* (*Tab. Opt. fig. 45*), & les lignes *E F*, *B A*, des rayons lumineux qui partent du centre du ſoleil, & que nous pouvons concevoir comme parallèles entr'eux à cauſe de l'éloignement immenſe de cet aſtre. Le rayon *B A* étant le ſeul qui tombe perpendiculairement ſur la ſurface de l'eau, & tous les autres étant obliques, il eſt aiſé de concevoir que tous ceux-ci ſouffriront une réfraction & s'approcheront de la perpendiculaire; c'eſt-à-dire, que le rayon *E F*, par exemple, au lieu de continuer ſon chemin ſuivant *F G*, ſe rompra au point *F*; & s'approchera de la ligne *H F I* perpendiculaire à la goutte en *F*, pour prendre le chemin *F K*. Il en eſt de même de tous les autres rayons proches du rayon *E F*,

leſquels ſe détourneront de F vers K, où il y en aura vraiſemblablement quelques-uns qui s'échapperont dans l'air, tandis que les autres ſe réfléchiront ſuivant la ligne KN, pour faire des angles d'incidence & de réflexion égaux entr'eux. *Voyez* RÉFLEXION.

De plus, comme le rayon KN & ceux qui le ſuivent, tombent obliquement ſur la ſurface de ce globule, ils ne peuvent repaſſer dans l'air ſans ſe rompre de nouveau & s'éloigner de la perpendiculaire MNL; de ſorte qu'ils ne peuvent aller directement vers Y, & ſont obligés de ſe détourner vers P. Il faut encore obſerver ici que quelques-uns des rayons, après qu'ils ſont arrivés en N, ne paſſent point dans l'air, mais ſe réfléchiſſent de nouveau vers Q, où ſouffrant une réfraction comme tous les autres, ils ne vont point en droite ligne vers P, mais vers R, en s'éloignant de la perpendiculaire TV. Mais, comme on ne doit avoir égard ici qu'aux rayons qui peuvent affecter l'œil, que nous ſuppoſons placé un peu au-deſſous de la goutte, au point Z, par exemple, nous laiſſons ceux qui ſe réfléchiſſent de N vers Q comme inutiles, à cauſe qu'ils ne parviennent jamais à l'œil du ſpectateur. Cependant il faut obſerver qu'il y a d'autres rayons, comme 2, 3, qui ſe rompant de 3 vers 4, de-là ſe réfléchiſſant vers 5, & de 5 vers 6, puis ſe rompant ſuivant 6, 7, peuvent enfin arriver à l'œil qui eſt placé au deſſous de la goutte.

Ce que l'on a dit juſqu'ici eſt très-évident: mais, pour déterminer préciſément les degrés de réfraction de chaque rayon de lumière, il faut recourir à un calcul, par lequel il paroît que les rayons qui tombent ſur le quart de cercle AD, continuent leur chemin ſuivant les lignes que l'on voit tirées dans la goutte $ADKN$, où il y a trois choſes extrêmement importantes à obſerver. En premier lieu, les deux réfractions des rayons à leur entrée & à leur ſortie ſont telles, que la plupart des rayons qui étoient entrés parallèles ſur la ſurface AF, ſortent divergens, c'eſt-à-dire, s'écartent les uns des autres, & n'arrivent point juſqu'à l'œil. En ſecond lieu, du faiſceau de rayons parallèles qui tombent ſur la partie AD de la goutte, il y en a une petite partie qui, ayant été rompus par la goutte, viennent ſe réunir au fond de la goutte dans le même point, & qui étant réfléchis de ce point, ſortent de la goutte parallèles entr'eux comme ils y étoient entrés. Comme ces rayons ſont proches les uns des autres, ils peuvent agir avec force ſur l'œil en cas qu'ils puiſſent y entrer, & c'eſt pour cela qu'on les a nommés *rayons efficaces*; au lieu que les autres s'écartent trop pour produire un effet ſenſible, ou du moins produire des couleurs auſſi vives que l'*arc-en-ciel*. En troiſième lieu, le rayon NP a une ombre ou obſcurité ſous lui; car puiſqu'il ne ſort aucun rayon de la ſurface $N4$, c'eſt la même choſe que ſi cette partie étoit couverte d'un corps opaque. On peut ajouter à ce que l'on vient de dire, que le même rayon NP a de l'ombre au-deſſus de l'œil, puiſque les rayons qui ſont dans cet endroit, n'ont pas plus d'effet que s'ils n'exiſtoient point du tout.

De-là il s'enſuit que, pour trouver les rayons efficaces, il faut trouver les rayons qui ont le même point de réflexion, c'eſt-à-dire, qu'il faut trouver quels ſont les rayons parallèles & contigus, qui, après la réfraction, ſe rencontrent dans le même point de la circonférence de la goutte, & ſe réfléchiſſent de-là vers l'œil.

Or ſuppoſons que NP ſoit le rayon efficace, & que EF ſoit le rayon incident qui correſpond à NP, c'eſt-à-dire, que F ſoit le point où il tombe un petit faiſceau de rayons parallèles, qui après s'être rompus, viennent ſe réunir en K, pour ſe réfléchir de-là en N, & ſortir ſuivant NP; & nous trouverons par le calcul que l'angle ONP, compris entre le rayon NP & la ligne ON tirée du centre du ſoleil, eſt de 41^d 30′. On enſeignera ci-après la méthode de le déterminer.

Mais comme, outre les rayons qui viennent du centre du ſoleil à la goutte d'eau, il en part une infinité d'autres des différens points de ſa ſurface, il nous reſte à examiner pluſieurs autres rayons efficaces, ſur-tout ceux qui partent de la partie ſupérieure & de la partie inférieure de ſon diſque.

Le diamètre apparent du ſoleil étant d'environ 32′, il s'enſuit que ſi le rayon EF paſſe par le centre du ſoleil, un rayon efficace qui partira de la partie ſupérieure du ſoleil, tombera plus haut que le rayon EF de 16′, c'eſt-à-dire, fera avec ce rayon EF un angle d'environ 16′. C'eſt ce que fait le rayon GH (*fig. 46*) qui ſouffrant la même réfraction que EF, ſe détourne vers I & de-là vers L, juſqu'à ce que ſortant avec la même réfraction que NP, il parvienne en M pour former un angle de 41^d 14′ avec la ligne ON.

De même le rayon QR qui part de la partie inférieure du ſoleil, tombe ſur le point R, 16′ plus bas, c'eſt-à-dire fait un angle de 16′ en deſſous avec le rayon EF, & ſouffrant une réfraction, il ſe détourne vers S & de-là vers T, où paſſant dans l'air il parvient juſqu'à V; de ſorte que la ligne TV & le rayon OT forment un angle de 41^d 46′.

A l'égard des rayons qui viennent à l'œil après deux réflexions & deux réfractions, on doit regarder comme efficaces ceux qui, après ces deux réflexions & ces deux réfractions, ſortent de la goutte parallèles entr'eux.

Supputant donc les réflexions des rayons qui viennent, comme 23 (*fig. 45*), du centre du ſoleil, & qui, pénétrant dans la partie inſé-

ricure de la goutte, ſouffrent, ainſi que nous l'avons ſuppoſé, deux réflexions & deux réfractions, & entrent dans l'œil par des lignes pareilles à celle qui eſt marquée par 67 (*fig. 47*), nous trouvons que les rayons que l'on peut regarder comme efficaces, par exemple 67, forment avec la ligne 86 tirée du centre du ſoleil, un angle 867 d'environ 52^d : d'où il s'enſuit que le rayon efficace qui part de la partie la plus élevée du ſoleil, fait avec la même ligne 86 un angle moindre de 16′ ; & celui qui vient de la partie inférieure un angle plus grand de 16′.

Imaginons donc que *A B C D E F* ſoit la route du rayon efficace depuis la partie la plus élevée du ſoleil juſqu'à l'œil *F*; l'angle 86*F* ſera d'environ 51^d 44′. De même, ſi *G H I K L M* eſt la route d'un rayon efficace qui part de la partie inférieure du ſoleil & aboutit à l'œil, l'angle 86 *M* approche de 52^d 16′.

Comme il y a pluſieurs rayons efficaces outre ceux qui partent du centre du ſoleil, ce que nous avons dit de l'ombre ſouffre quelque exception ; car, des trois rayons qui ſont tracés (*fig. 45 & 46*), il n'y a que les deux extrêmes qui aient de l'ombre à leur côté extérieur.

A l'égard de la quantité de lumière, c'eſt-à-dire du faiſceau de rayons qui ſe réuniſſent dans un certain point, par exemple, dans le point de réflexion des rayons efficaces, on peut le regarder comme un corps lumineux terminé par l'ombre. Au reſte, il faut remarquer que juſqu'ici nous avons ſuppoſé que tous les rayons de lumière ſe rompoient également ; ce qui nous a fait trouver les angles de 41^d 30′ & de 52^d. Mais les différens rayons qui parviennent ainſi juſqu'à l'œil, ſont de diverſes couleurs, c'eſt-à-dire, propres à exciter en nous l'idée de différentes couleurs ; & par conſéquent ces rayons ſont différemment rompus de l'eau dans l'air, quoiqu'ils tombent de la même manière ſur une ſurface réfrangible : car on ſait que les rayons rouges, par exemple, ſouffrent moins de réfraction que les rayons jaunes, ceux-ci moins que les bleus, les bleus moins que les violets, & ainſi des autres. *Voyez* COULEUR.

Il ſuit de ce qu'on vient de dire, que les rayons différens ou hétérogènes ſe ſéparent les uns des autres & prennent différentes routes, & que ceux qui ſont homogènes ſe réuniſſent & aboutiſſent au même endroit. Les angles de 41^d 30′ & de 52^d, ne ſont que pour les rayons d'une moyenne réfrangibilité, c'eſt-à-dire, qui, en ſe rompant, s'approchent de la perpendiculaire plus que les rouges, mais moins que les rayons violets : & de-là vient que le point lumineux de la goutte où ſe fait la réfraction, paroît bordé de différentes couleurs, c'eſt-à-dire, que le rouge, le verd & le bleu, naiſſent de différens rayons rouges, verds & bleus du ſoleil, que les différentes gouttes tranſmettent à l'œil, comme il arrive lorſqu'on regarde des objets éclairés à travers un priſme. *Voyez* PRISME.

Telles ſont les couleurs qu'un ſeul globule de pluie doit repréſenter à l'œil : d'où il s'enſuit qu'un grand nombre de ces petits globules venant à ſe répandre dans l'air, y fera appercevoir différentes couleurs, pourvu qu'ils ſoient tellement diſpoſés, que les rayons efficaces puiſſent affecter l'œil ; car ces rayons ainſi diſpoſés, formeront un *arc-en-ciel*.

Pour déterminer maintenant quelle doit être cette diſpoſition, ſuppoſons une ligne droite tirée du centre du ſoleil à l'œil du ſpectateur, telle que *V X* (*fig. 46*), que nous appellerons *ligne d'aſpect*: comme elle part d'un point extrêmement éloigné, on peut la ſuppoſer parallèle aux autres lignes tirées du même point ; or on ſait qu'une ligne droite qui coupe deux parallèles, forme des angles alternes égaux. *Voyez* ALTERNE.

Imaginons donc un nombre indéfini de lignes tirées de l'œil du ſpectateur à l'endroit oppoſé au ſoleil où ſont des gouttes de pluie, leſquelles forment différens angles avec la ligne d'aſpect, égaux aux angles de réfraction des différens rayons réfrangibles, par exemple, des angles de 41^d 46′, de 41^d 30′, & de 41^d 40. Ces lignes tombant ſur des gouttes de pluie éclairées du ſoleil, formeront des angles de même grandeur avec les rayons tirés du centre du ſoleil aux mêmes gouttes ; de ſorte que les lignes, ainſi tirées de l'œil, repréſenteront les rayons qui occaſionnent la ſenſation de différentes couleurs.

Celle, par exemple, qui forme un angle de 41^d 46′, repréſentera les rayons les moins réfrangibles ou rouges des différentes gouttes ; & celle de 41^d 40′ les rayons violets qui ſont les plus réfrangibles. On trouvera les couleurs intermédiaires & leurs réfrangibilités dans l'eſpace intermédiaire. *Voyez* ROUGE.

On ſait que l'œil étant placé au ſommet d'un cône, voit les objets ſur ſa ſurface comme s'ils étoient dans un cercle, au moins lorſque ces objets ſont aſſez éloignés de lui : car quand différens objets ſont à une diſtance aſſez conſidérable de l'œil, ils paroiſſent être à la même diſtance. Nous en avons donné la raiſon dans l'*article* APPARENT ; d'où il s'enſuit qu'un grand nombre d'objets ainſi diſpoſés, paroîtront rangés dans un cercle ſur la ſurface du cône. Or l'œil de notre ſpectateur eſt ici au ſommet commun de pluſieurs cônes formés par les différentes eſpèces de rayons efficaces & la ligne d'aſpect. Sur la ſurface de celui dont l'angle au ſommet eſt le plus grand, & qui contient tous les autres, ſont ces gouttes ou parties de gouttes qui paroiſſent rouges ; les gouttes de couleur de pourpre ſont ſur la ſuperficie du cône qui forme le plus petit angle à ſon ſommet ; & le bleu, le verd, *&c.* ſont dans les cônes intermédiaires. Il s'enſuit donc

Digitized by Google

que les différentes eſpèces de gouttes doivent paroître comme ſi elles étoient diſpoſées dans autant de bandes ou arcs colorés, comme on le voit dans l'*arc-en-ciel*.

M. Neuton explique cela d'une manière plus ſcientifique, & donne aux angles des valeurs un peu différentes. Suppoſons, dit-il, que *O* (*fig. 48*) ſoit l'œil du ſpectateur, & *OP* une ligne parallèle aux rayons du ſoleil; & ſoient *POE*, *POF* des angles de 46d 17′, de 42d 2′, que l'on ſuppoſe tourner autour de leur côté commun *OP*: ils décriront par les extrémités *E*, *F*, de leurs autres côtés *OE* & *OF*, les bords de l'*arc-en-ciel*.

Car ſi *E*, *F* ſont des gouttes placées en quelque endroit que ce ſoit des ſurfaces coniques décrites par *OE*, *OF*, & qu'elles ſoient éclairés par les rayons du ſoleil *SE*, *SF*; comme l'angle *SEO* eſt égal à l'angle *POE* qui eſt de 40d 17′, ce ſera le plus grand angle qui puiſſe être fait par la ligne *SE*; & par les rayons les plus réfrangibles qui ſont rompus vers l'œil après une ſeule réflexion; & par conſéquent toutes les gouttes qui ſe trouvent ſur la ligne *OE*, enverront à l'œil, dans la plus grande abondance poſſible, les rayons les plus réfrangibles, & par ce moyen feront ſentir le violet le plus foncé vers la région où elles ſont placées.

De même l'angle *SFO* étant égal à l'angle *POF* qui eſt de 42d 2′, ſera le plus grand angle ſelon lequel les rayons les moins réfrangibles puiſſent ſortir des gouttes après une ſeule réflexion; & par conſéquent ces rayons ſeront envoyés à l'œil dans la plus grande quantité poſſible par les gouttes qui ſe trouvent ſur la ligne *OF*, & qui produiront la ſenſation du rouge le plus foncé en cet endroit.

Par la même raiſon, les rayons qui ont des degrés intermédiaires de réfrangibilité viendront dans la plus grande abondance poſſible des gouttes placées entre *E* & *F*, & feront ſentir les couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité, c'eſt-à-dire, en avançant de *E* en *F*, ou de la partie intérieure de l'*arc* à l'extérieure dans cet ordre, le violet, l'indigo, le bleu, le verd, le jaune, l'orangé & le rouge: mais le violet étant mêlé avec lumière blanche des nues, ce mélange le fera paroître foible, & tirant ſur le pourpre.

Comme les lignes *OE*, *OF* peuvent être ſituées indifféremment dans tout autre endroit des ſurfaces coniques dont nous avons parlé ci-deſſus, ce que l'on a dit des gouttes & des couleurs placées dans ces lignes, doit s'entendre des gouttes & des couleurs diſtribuées en tout autre endroit de ces ſurfaces; par conſéquent le violet ſera répandu dans tout le cercle décrit par l'extrémité *E* du rayon *OE* autour de *OP*; le rouge dans tout le cercle décrit par *F*, & les autres couleurs dans les cercles décrits par les points qui ſont entre *E* & *F*. Voilà quelle eſt la manière dont ſe forme l'*arc-en-ciel intérieur*.

Arc-en-ciel extérieur. Quant au ſecond *arc-en-ciel* qui entoure ordinairement le premier, en aſſignant les gouttes qui doivent paroître colorées, nous excluons celles qui, partant de l'œil, ſont des angles un peu au-deſſous de 42d 2′, mais non pas celles qui en ſont de plus grands.

Car ſi l'on tire de l'œil du ſpectateur une infinité de pareilles lignes, dont quelques-unes faſſent des angles de 50d 57′ avec la ligne d'aſpect, par exemple *OG*; d'autres des angles de 54d 7′, par exemple *OH*, il faut de toute néceſſité que les gouttes ſur leſquelles tomberont ces lignes, faſſent voir des couleurs, ſur-tout celles qui forment l'angle de 50d 57′.

Par exemple, la goutte *G* paroîtra rouge, la ligne *GO* étant la même qu'un rayon efficace, qui, après deux réflexions & deux réfractions, donne le rouge; de même les gouttes ſur leſquelles tombent les lignes qui ſont avec *OP* des angles de 54d 7′, par exemple, la goutte *H* paroîtra couleur de pourpre; la ligne *OH* étant la même qu'un rayon efficace, qui, après deux réflexions & deux réfractions, donne la couleur de pourpre.

Or s'il y a un nombre ſuffiſant de ces gouttes, & que la lumière du ſoleil ſoit aſſez forte pour n'être point affoiblie par deux réflexions & réfractions conſécutives, il eſt évident que ces gouttes doivent former un ſecond *arc* ſemblable au premier. Dans les rayons les moins réfrangibles, le moindre angle ſous lequel une goutte peut envoyer des rayons efficaces après deux réflexions, a été trouvé, par le calcul, de 50d 57′; & dans les plus réfrangibles, de 54d 7′.

Suppoſons l'œil placé au point *O*, comme ci-devant, & que *POG*, *POH* ſoient des angles de 50d 57′, & de 54d 7′: ſi ces angles tournent autour de leur côté commun *OP*, avec leurs autres côtés *OG*, *OH*, ils décriront les bords de l'*arc-en-ciel CHDG*, qu'il faut imaginer, non pas dans le même plan que la ligne *OP*, ainſi que la figure le préſente, mais dans un plan perpendiculaire à cette ligne.

Car ſi *GO* ſont des gouttes placées en quelque endroit que ce ſoit des ſurfaces coniques décrites par *OG*, *OH*, & qu'elles ſoient éclairées par les rayons du ſoleil; comme l'angle *SGO* eſt égal à l'angle *POG* de 50d 57′, ce ſera le plus petit angle qui puiſſe être fait par les rayons les moins réfrangibles après deux réflexions; & par conſéquent toutes les gouttes qui ſe trouvent ſur la ligne *OG*, enverront à l'œil dans la plus grande abondance poſſible, les rayons les moins refrangibles, & feront ſentir par ce moyen le rouge le plus foncé vers la région où elles ſont placées.

De même l'angle *SHO* étant égal à l'angle *POH*, qui eſt de 54d 7′, ſera le plus petit

Digitized by Google

angle ſous lequel les rayons les plus réfrangibles puiſſent ſortir des gouttes après deux réflexions; & par conſéquent ces rayons ſeront envoyés à l'œil dans la plus grande quantité qu'il ſoit poſſible par les gouttes qui ſont placées dans la ligne *O H*, & produiront la ſenſation du violet le plus foncé dans cet endroit.

Par la même raiſon, les rayons qui ont des degrés intermédiaires de réfrangibilité viendront dans la plus grande abondance poſſible des gouttes entre *G* & *H*, & feront ſentir les couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité, c'eſt-à-dire, en avançant de *G* en *H*, ou de la partie intérieure de l'*arc* à l'extérieure, dans cet ordre, le rouge, l'orangé, le jaune, le verd, le bleu, l'indigo, & le violet.

Et comme les lignes *O G*, *O H* peuvent être ſituées indifféremment en quelqu'endroit que ce ſoit des ſurfaces coniques, ce qui vient d'être dit des gouttes & des couleurs qui ſont ſur ces lignes doit être appliqué aux gouttes & aux couleurs qui ſont en tout autre endroit de ces ſurfaces.

C'eſt ainſi que ſeront formés deux *arcs* colorés; l'un intérieur, & compoſé de couleurs plus vives par une ſeule réflexion; & l'autre extérieur, & compoſé de couleurs plus foibles par deux réflexions.

Les couleurs de ces deux *arcs* ſeront dans un ordre oppoſé l'une à l'égard de l'autre; le premier ayant le rouge en dedans & le pourpre en dehors; & le ſecond le pourpre en dehors & le rouge en dedans, & ainſi du reſte.

Arc-en-ciel artificiel. Cette explication de l'*arc-en-ciel* eſt confirmée par une expérience facile: elle conſiſte à ſuſpendre une boule de verre pleine d'eau en quelqu'endroit où elle ſoit expoſée au ſoleil, & d'y jetter les yeux, en ſe plaçant de telle manière que les rayons qui viennent de la boule à l'œil puiſſent faire avec les rayons du ſoleil un angle de 42 ou de 50^d; car ſi l'angle eſt d'environ 42 ou 43^d, le ſpectateur (ſuppoſé en *O*) verra un rouge fort vif ſur le côté de la boule oppoſé au ſoleil, comme en *F*; & ſi cet angle devient plus petit, comme il arrivera en faiſant deſcendre la boule juſqu'en *E*, d'autres couleurs paroîtront ſucceſſivement ſur le même côté de la boule, ſavoir, le jaune, le verd & le bleu.

Mais ſi l'on fait l'angle d'environ 50^d, en hauſſant la boule juſqu'en *G*, il paroîtra du rouge ſur le côté de la boule qui eſt vers le ſoleil, quoiqu'un peu foible; & ſi l'on fait l'angle encore plus grand, en hauſſant la boule juſqu'en *H*, le rouge ſe changera ſucceſſivement en d'autres couleurs en jaune, verd & bleu. On obſerve la même choſe lorſque, ſans faire changer de place à la boule, on hauſſe ou l'on baiſſe l'œil pour donner à l'angle une grandeur convenable.

On produit encore, comme nous l'avons dit, un *arc-en-ciel artificiel*, en tournant le dos au ſoleil, & jettant en haut de l'eau dont on aura rempli ſa bouche; car on verra dans cette eau des couleurs de l'*arc-en-ciel*, pourvu que les gouttes ſoient pouſſées aſſez haut pour que les rayons tirés de ces gouttes à l'œil du ſpectateur, faſſent des angles de plus de 41^d avec le rayon *O P*.

Dimenſion de l'arc-en-ciel. Deſcartes a le premier déterminé ſon diamètre par une méthode indirecte, avançant que ſa grandeur dépend du degré de réfraction du fluide, & que le ſinus d'incidence eſt à celui de réfraction dans l'eau, comme 250 à 187. *Voyez* RÉFRACTION.

M. Halley a depuis donné, dans les *Tranſactions philoſophiques*, une méthode ſimple & directe de déterminer le diamètre de l'*arc-en-ciel*, en ſuppoſant donné le degré de réfraction du fluide, ou réciproquement de déterminer la réfraction du fluide par la connoiſſance que l'on a du diamètre de l'*arc-en-ciel*. Voici en quoi conſiſte ſa méthode. 1.° Le rapport de la réfraction, c'eſt-à-dire, des ſinus d'incidence & de réfraction étant connu, il cherche les angles d'incidence & de réfraction d'un rayon, qu'on ſuppoſe devenir efficace après un nombre déterminé de réflexions, c'eſt-à-dire, il cherche les angles d'incidence & de réfraction d'un faiſceau de rayons infiniment proches, qui, tombant parallèles ſur la goutte, ſortent parallèles après avoir ſouffert au-dedans de la goutte un certain nombre de réflexions déterminé. Voici la règle qu'il donne pour cela. Soit une ligne donnée *A C* (*Opt. fig. 49*) on la diviſera en *D*, en ſorte que *D C* ſoit à *A C* en raiſon du ſinus de réfraction au ſinus d'incidence; enſuite on la diviſera de nouveau en *E*, en ſorte que *A C* ſoit *A E* comme le nombre donné de réflexions augmenté de l'unité eſt à cette même unité: on décrira après cela ſur le diamètre *A E* le demi-cercle *A B E*; puis du centre *C* & du rayon *C D* on tracera un *arc D B*, qui coupe le demi-cercle au point *B*: on menera les lignes *A B*, *C B*; *A B C*, ou ſon complément à deux droits, ſera l'angle d'incidence, & *C A B* l'angle de réfraction qu'on demande.

2.° Le rapport de la réfraction & l'angle d'incidence étant donnés, on trouvera ainſi l'angle qu'un rayon de lumière qui ſort d'une boule après un nombre donné de réflexions fait avec la ligne d'aſpect, & par conſéquent la hauteur & la largeur de l'*arc-en-ciel*. L'angle d'incidence & le rapport de réfractions étant donnés, l'angle de réfraction l'eſt auſſi. Or, ſi l'on multiplie ce dernier par le double du nombre des réflexions augmenté de 2, & qu'on retranche du produit le double de l'angle d'incidence, l'angle reſtant ſera celui que l'on cherche.

Suppoſons avec M. Neuton que le rapport de réfraction ſoit comme 108 à 81 pour les rayons rouges, comme 109 à 81 pour les bleus, &c. le

Digitized by Google

problème précédent donnera les angles ſous leſquels on voit les couleurs.

I. Arc-en-ciel. { rouge 42 d. 11′. violet 40 d. 16′. } Le ſpectateur ayant le dos tourné au ſoleil, parce que les rayons qui viennent à l'œil du ſpectateur, après une ou deux réflexions, ſont du même côté de la goutte que les rayons incidens.

II. Arc-en-ciel. { rouge 50 d. 58′. violet 54 d. 59′. }

Si l'on demande l'angle formé par un rayon après trois ou quatre réflexions, & par conſéquent la hauteur à laquelle on devroit appercevoir le troiſième & le quatrième *arc-en-ciel*, qui ſont très-rarement & très-peu ſenſibles, à cauſe de la diminution que ſouffrent les rayons par tant de réflexions réitérées, on aura

III Arc-en-ciel. { rouge 41 d. 17′. violet 37 d. 9′. } Le ſpectateur ayant le viſage tourné vers le ſoleil, parce que les rayons qui viennent à l'œil du ſpectateur, après trois ou quatre réflexions, ſortent de la goutte d'un côté oppoſé à celui par où ils y ſont entrés, & conſéquemment ſont, par rapport au ſoleil, d'un autre côté de la goutte que les rayons incidens.

IV. Arc-en-ciel. { rouge 43 d. 51′. violet 49 d. 53′. }

Il eſt aiſé ſur ce principe de trouver la largeur de l'*arc-en-ciel*; car le plus grand demi-diamètre du premier *arc-en-ciel*, c'eſt-à-dire de ſa partie extérieure, étant de 42 d 11′, & le moindre, ſavoir, de la partie intérieure, de 40 d 16′, la largeur de la bande meſurée du rouge au violet ſera de 1 d 55′; & le plus grand diamètre du ſecond *arc* étant de 44 d 9′, & le moindre de 50 d 58′, la largeur de la bande ſera de 3 d 11′, & la diſtance entre les deux *arcs-en-ciel* de 8 d 47′.

On regarde dans ces meſures le ſoleil comme un point; c'eſt pourquoi, comme ſon diamètre eſt d'environ 30′, & qu'on a pris juſqu'ici les rayons qui paſſent par le centre du ſoleil, on doit ajouter ces 30′ à la largeur de chaque bande ou *arc* de rouge ou violet; ſavoir, 15′ en deſſous au violet à l'*arc* intérieur, & 15′ en deſſus au rouge dans le même *arc*; & pour l'*arc-en-ciel* extérieur, 15′ en deſſus au violet, & 15′ en deſſous au rouge; & il faudra retrancher 30′ de la diſtance qui eſt entre les deux *arcs*.

La largeur de l'*arc-en-ciel* intérieur ſera donc de 2 d 25′, & celle du ſecond de 3 d 41′ & leur diſtance de 8 d 17′. Ce ſont là les dimenſions de l'*arc-en-ciel*, & elles ſont conformes à très-peu-près à celle que l'on trouve en meſurant un *arc-en-ciel* avec des inſtrumens.

Phénomènes particuliers de l'arc-en-ciel. Il eſt aiſé de déduire de cette théorie tous les phénomènes particuliers de l'*arc-en-ciel*: 1.° par exemple, pourquoi l'*arc-en-ciel* eſt toujours de même largeur? c'eſt parce que les degrés de réfrangibilité des rayons rouges & violets qui forment ſes couleurs extrêmes, ſont toujours les mêmes.

2.° Pourquoi on voit quelquefois les jambes de l'*arc-en-ciel* contigues à la ſurface de la terre, & pourquoi d'autres fois ces jambes ne viennent pas juſqu'à terre? c'eſt parce qu'on ne voit l'*arc-en-ciel* que dans les endroits où il pleut: or ſi la pluie eſt aſſez étendue pour occuper un eſpace plus grand que la portion viſible du cercle que décrit le point *E*, on verra un *arc-en-ciel* qui ira juſqu'à terre, ſinon l'on ne verra d'*arc-en-ciel* que dans la partie du cercle occupée par la pluie.

3.° Pourquoi l'*arc-en-ciel* change de ſituation à meſure que l'œil en change; pourquoi, pour parler comme le vulgaire, il ſuit ceux qui le ſuivent, & fuit ceux qui le fuient? c'eſt que les gouttes colorées ſont diſpoſées ſous un certain angle autour de la ligne d'aſpect, qui varie à meſure qu'on change de place. De-là vient auſſi que chaque ſpectateur voit un *arc-en-ciel* différent.

Au reſte, ce changement de l'*arc-en-ciel* pour chaque ſpectateur, n'eſt vrai que rigoureuſement parlant; car les rayons du ſoleil étant cenſés parallèles, deux ſpectateurs voiſins l'un de l'autre ont aſſez ſenſiblement le même *arc-en-ciel*.

4.° D'où vient que l'*arc-en-ciel* forme une portion du cercle, tantôt plus grande & tantôt plus petite? c'eſt que ſa grandeur dépend du plus ou moins d'étendue de la partie de la ſuperficie conique, qui eſt au-deſſus de la ſurface de la terre dans le tems qu'il paroît; & cette partie eſt plus grande ou plus petite, ſuivant que la ligne d'aſpect eſt plus inclinée ou oblique à la ſurface de la terre, cette obliquité augmentant à proportion que le ſoleil eſt plus élevé, ce qui fait que l'*arc-en-ciel* diminue à proportion que le ſoleil s'élève.

5.° Pourquoi l'*arc-en-ciel* ne paroît jamais lorſque le ſoleil eſt élevé d'une certaine hauteur? c'eſt que la ſurface conique ſur laquelle il doit paroître eſt cachée ſous terre lorſque le ſoleil eſt élevé de plus de 42 d; car alors la ligne *O P*, parallèle aux rayons du ſoleil, fait avec l'horizon en deſſous un angle de plus de 42 d, & par conſéquent la ligne *O E*, qui doit faire un angle de 42 d avec *O P*, eſt au deſſous de l'horizon, de ſorte que le rayon *E O* rencontre la ſurface de la terre, & ne ſauroit arriver à l'œil. On voit auſſi que ſi le ſoleil eſt plus élevé de 42 d, mais moins que 54, on verra l'*arc-en-ciel* extérieur, ſans l'*arc-en-ciel* intérieur.

6.° Pourquoi l'*arc-en-ciel* ne paroît jamais plus grand qu'un demi-cercle? le ſoleil n'eſt jamais viſible au-deſſous de l'horizon, & le centre de l'*arc-en-ciel* eſt toujours dans la ligne d'aſpect; or dans

le cas où le ſoleil eſt à l'horizon, cette ligne raſe la terre; donc elle ne s'éléve jamais au deſſus de la ſurface de la terre.

Mais ſi le ſpectateur eſt placé ſur une éminence conſidérable, & que le ſoleil ſoit dans ou ſous l'horizon, alors la ligne d'aſpect dans laquelle eſt le centre de l'*arc-en-ciel*, ſera conſidérablement élevée au deſſus de l'horizon, & l'*arc-en-ciel* pour lors ſera plus d'un demi-cercle; & même ſi le lieu eſt extraordinairement élevé, & que la pluie ſoit proche du ſpectateur, il peut arriver que l'*arc-en-ciel* forme un cercle entier.

7.° Comment l'*arc-en-ciel* peut paroître interrompu & tronqué à ſa partie ſupérieure? rien n'eſt plus ſimple à expliquer. Il ne faut pour cela qu'un nuage qui intercepte les rayons, & les empêche de venir de la partie ſupérieure de l'*arc* à l'œil du ſpectateur; car dans ce cas, n'y ayant que la partie inférieure qui ſoit vue, l'*arc-en-ciel* paroîtra tronqué à ſa partie ſupérieure. Il peut encore arriver qu'on ne voie que les deux jambes de l'*arc-en-ciel*, parce qu'il ne pleut point à l'endroit où devroit paroître la partie ſupérieure de l'*arc-en-ciel*.

8.° Par quelle raiſon l'*arc-en-ciel* peut paroître quelquefois renverſé? ſi le ſoleil étant élevé de 41^d 46′ ſes rayons tombent ſur la ſurface de quelque lac ſpacieux, dans le milieu duquel le ſpectateur ſoit placé, & qu'en même tems il pleuve, les rayons venant à ſe réfléchir dans les gouttes de pluie, produiront le même effet que ſi le ſoleil étoit ſous l'horizon, & que les rayons vinſſent de bas en haut; ainſi, la ſurface du cône ſur laquelle les gouttes colorées doivent être placées, ſera tout-à-fait au deſſus de la ſurface de la terre. Or, dans ce cas, ſi la partie ſupérieure eſt couverte par des nuages, & qu'il n'y ait que ſa partie inférieure ſur laquelle les gouttes de pluie tombent, l'*arc* ſera renverſé.

9.° Pourquoi l'*arc-en-ciel* ne paroît pas toujours exactement rond, & qu'il eſt quelquefois incliné? c'eſt que la rondeur exacte de l'*arc-en-ciel* dépend de ſon éloignement, qui nous empêche d'en juger: or, ſi la pluie qui le forme eſt près de nous, on appercevra ſes irrégularités; & ſi le vent chaſſe la pluie, en ſorte que ſa partie ſupérieure ſoit plus ſenſiblement éloignée de l'œil que l'inférieur, l'*arc* paroîtra incliné; en ce cas l'*arc-en-ciel* pourra paroître ovale, comme le paroît un cercle incliné vu d'aſſez loin.

10.° Pourquoi les jambes de l'*arc-en-ciel* paroiſſent quelquefois inégalement éloignées? ſi la pluie ſe termine du côté du ſpectateur dans un plan tellement incliné à la ligne d'aſpect, que le plan de la pluie forme avec cette ligne un angle aigu du côté du ſpectateur, & un angle obtus de l'autre côté, la ſurface du cône ſur lequel ſont placées les gouttes qui doivent faire paroître l'*arc-en-ciel*, ſera tellement diſpoſée, que la partie de cet *arc* qui ſera du côté gauche, paroîtra plus proche de l'œil que celle du côté droit.

C'eſt un phénomène fort rare de voir en même tems trois *arcs-en-ciel*; les rayons colorés du troiſième ſont toujours fort foibles, à cauſe de leurs triples réflexions; auſſi ne peut-on jamais voir un troiſième *arc-en-ciel*, à moins que l'air ne ſoit entièrement noir pardevant, & fort clair parderrière.

M. Halley a vu, en 1698, à Cheſter trois *arcs-en-ciel* en même tems, dont deux étoient les mêmes que l'*arc-en-ciel* intérieur & l'extérieur qui paroiſſent ordinairement. Le troiſième étoit preſqu'auſſi vif que le ſecond, & ſes couleurs étoient arrangées comme celles du premier *arc-en-ciel*; ſes deux jambes repoſoient à terre au même endroit où repoſoient celles du premier *arc-en-ciel*, & il coupoit en haut le ſecond *arc-en-ciel*, diviſant à peu-près cet *arc* en trois parties égales. D'abord on ne voyoit pas la partie de cet *arc* qui étoit à gauche; mais elle parut enſuite fort éclatante: les points où cet *arc* coupoit l'*arc* extérieur, parurent enſuite ſe rapprocher, & bientôt la partie ſupérieure du troiſième *arc-en-ciel* ſe confondit avec l'*arc-en-ciel* extérieur. Alors l'*arc-en-ciel* extérieur perdit ſa couleur en cet endroit, comme cela arrive lorſque les couleurs ſe confondent & tombent les unes ſur les autres; mais aux endroits où les deux couleurs rouges tombèrent l'une ſur l'autre en ſe coupant, la couleur rouge parut avec plus d'éclat que celle du premier *arc-en-ciel*. M. Senguerd a vu en 1685 un phénomène ſemblable, dont il fait mention dans ſa *Phyſique*. M. Halley faiſant attention à la manière dont le ſoleil luiſoit, & à la poſition du terrein qui recevoit ſes rayons, croit que ce troiſième *arc-en-ciel* étoit cauſé par la réflexion des rayons du ſoleil qui tomboient ſur la rivière Dée qui paſſe à Cheſter.

M. Celſius a obſervé à Dalécarlie, province de Suède, très-coupée de lacs & de rivières, un phénomène à peu-près ſemblable, le 8 Août 1743, vers les 6 à 7 heures du ſoir, le ſoleil étant à 11^d 30′ de hauteur; & le premier qui en ait obſervé de pareils, a été M. Etienne, Chanoine de Chartres le 10 Août 1665. *Voyez le Journ. des Sav. & les tranſact. phil. de 1666, & l'Hiſt. acad. des Scienc. an. 1742.*

Vitellion dit avoir vu à Padoue quatre *arcs-en-ciel* en même tems; ce qui peut fort bien arriver, quoique Vicomercatus ſoutienne le contraire.

M. Langwith a vu en Angleterre un *arc-en-ciel* ſolaire avec ſes couleurs ordinaires; & ſous ce premier *arc-en-ciel* on en voyoit un autre, dans lequel il y avoit tant de verd, qu'on ne pouvoit diſtinguer ni le jaune ni le bleu. Dans un autre tems, il parut encore un *arc-en-ciel* avec ſes couleurs ordinaires, au deſſus duquel on remarquoit un *arc* bleu d'un jaune clair en haut, & d'un verd foncé en bas. On voyoit de tems en tems au deſſous deux *arcs* de pourpre rouge, & deux de pourpre verd. Le plus bas de tous ces *arcs* étoit de couleur de pourpre, mais fort foible; & il paroiſſoit & diſparoiſſoit à diverſes repriſes. M. Muſſchenbroek explique

Digitized by Google

explique ces différentes apparences par les obſervations de M. Neuton ſur la lumière. *Voyez l'Eſſai de Phyſ. de cet auteur, art. 1611.*

ARC-EN-CIEL *lunaire.* La lune forme auſſi quelquefois un *arc-en-ciel* par la réfraction que ſouffrent ſes rayons dans les gouttes de pluie qui tombent la nuit. *Voyez* LUNE. Arioſte dit qu'on ne l'avoit point remarqué avant lui, & qu'on ne l'apperçoit qu'à la pleine lune. Sa lumière dans d'autres tems eſt trop foible pour frapper la vue après deux réfractions & une réflexion.

Ce Philoſophe nous apprend qu'on vit paroître de ſon tems un *arc-en-ciel* lunaire, dont les couleurs étoient blanches. Gemma Friſius dit auſſi qu'il en a vu un coloré; ce qui eſt encore confirmé par M. Verdriers, & par Dan Sennert, qui en a obſervé un ſemblable en 1599. Snellius dit en avoir vu deux en deux ans de tems, & R. Plot en a remarqué un en 1675. En 1711, il en parut un dans la Province de Darbyshire en Angleterre.

L'*arc-en-ciel* lunaire a toutes les mêmes couleurs que le ſolaire, excepté qu'elles ſont preſque toujours plus foibles, tant à cauſe de la différente intenſité des rayons, qu'à cauſe de la différente diſpoſition du milieu. M. Toresby, qui a donné la deſcription d'un *arc-en-ciel* lunaire dans les *Tranſ. phil. n.° 331*, dit que cet *arc* étoit admirable par la beauté & l'éclat de ſes couleurs; il dura environ dix minutes, après quoi un nuage en déroba la vue.

M. Weidler a vu en 1719 un *arc-en-ciel* lunaire, lorſque la lune étoit à demi-pleine, dans un tems calme, & où il pleuvoit un peu; mais à peine put-il reconnoître ſes couleurs; les ſupérieures étoient un peu plus diſtinctes que les inférieures: l'*arc* diſparut lorſque la pluie vint à ceſſer. M. Muſſchenbrock dit en avoir obſervé un le premier octobre 1729, vers les 10 heures du ſoir; il pleuvoit très-fort à l'endroit où il voyoit l'*arc-en-ciel*, mais il ne put diſtinguer aucune couleur, quoique la lune eût alors beaucoup d'éclat. Le même auteur rapporte que le 27 août 1736, à la même heure, on vit à Yſſelſtein un *arc-en-ciel* lunaire fort grand, fort éclatant; mais cet *arc-en-ciel* n'étoit par-tout que de couleur jaune.

ARC-EN-CIEL *marin.* L'*arc-en-ciel* marin eſt un phénomène qui paroît quelquefois lorſque la mer eſt extrêmement tourmentée, & que le vent agitant la ſuperficie des vagues, fait que les rayons du ſoleil, qui tombent deſſus, s'y rompent & y peignent les mêmes couleurs que dans les gouttes de pluie ordinaires. M. Bowrzes obſerve dans les *Tranſactions philoſophiques*, que les couleurs de l'*arc-en-ciel* marin ſont moins vives, moins diſtinctes, & de moindre durée que celles de l'*arc-en-ciel* ordinaire, & qu'on y diſtingue à peine plus de deux couleurs; ſavoir du jaune du côté du ſoleil, & un verd pâle du côté oppoſé.

Mais ces *arcs* ſont plus nombreux, car on en voit ſouvent 20 ou 30 à-la-fois; ils paroiſſent à midi, & dans une poſition contraire à *l'arc-en-ciel*, c'eſt-à-dire renverſés; ce qui eſt une ſuite néceſſaire de ce que nous avons dit en expliquant les phénomènes de l'*arc-en-ciel* ſolaire.

On peut encore rapporter à cette claſſe une eſpèce d'*arc-en-ciel* blanc, que Menzelius & d'autres diſent avoir obſervé à l'heure de midi. M. Mariotte, dans ſon *Eſſai de Phyſique*, dit que ces *arcs-en-ciel* ſans couleurs, ſe forment dans les brouillards, comme les autres ſe font dans la pluie; & il aſſure en avoir vu à trois différentes fois, tant le matin après le lever du ſoleil, que la nuit à la clarté de la lune.

Le jour qu'il vit le premier, il avoit fait un grand brouillard au lever du ſoleil; une heure après le brouillard ſe ſépara par intervalles. Un vent qui venoit du levant ayant pouſſé un de ces brouillards ſéparés à deux ou trois cens pas de l'obſervateur, & le ſoleil dardant ſes rayons deſſus, il parut un *arc-en-ciel* ſemblable, pour la figure, la grandeur & la ſituation, à l'*arc-en-ciel* ordinaire. Il étoit tout blanc, hors un peu d'obſcurité qui le terminoit à l'extérieur; la blancheur du milieu étoit très-éclatante, & ſurpaſſoit de beaucoup celle qui paroiſſoit ſur le reſte du brouillard: l'*arc* n'avoit qu'environ un degré & demi de largeur. Un autre brouillard ayant été pouſſé de même, l'obſervateur vit un autre *arc-en-ciel* ſemblable au premier. Ces brouillards étoient ſi épais qu'il ne voyoit rien au-delà.

Il attribue ce défaut de couleurs à la petiteſſe des vapeurs imperceptibles qui compoſent les brouillards: d'autres croient plutôt qu'il vient de la ténuité exceſſive des petites véſicules de la vapeur, qui n'étant en effet que de petites pellicules aqueuſes remplies d'air, ne rompent point aſſez les rayons de lumière, outre qu'elles ſont trop petites pour ſéparer les différens rayons colorés. De-là vient qu'elles réfléchiſſent les rayons auſſi compoſés qu'elles les ont reçus, c'eſt-à-dire blancs.

Rohault parle d'un *arc-en-ciel* qui ſe forme dans les prairies par la réfraction des rayons du ſoleil dans les gouttes de roſée. *Traité de Phyſique.*

Nous ne nous arrêterons pas ici à expoſer les ſentimens ridicules des anciens philoſophes ſur l'*arc-en-ciel.* Pline & Plutarque rapportent que les prêtres dans leurs offrandes ſe ſervoient par préférence du bois ſur lequel l'*arc-en-ciel* avoit repoſé, & qui en avoit été mouillé, parce qu'ils s'imaginoient, on ne ſait pourquoi, que ce bois rendoit une odeur bien plus agréable que les autres. *Voyez l'Eſſay de Phyſique de* Muſſch. d'où nous avons tiré une partie de cet article. *V. auſſi le Traité des météores de* Deſcartes, l'*Optique* de Neuton, les *Lectiones opticæ* de Barow, & le quatrième volume des *Œuvres* de Jean Bernoulli, imprimées à Lauſanne, 1743. On trouve dans ces différens ouvrages & dans pluſieurs autres, la théorie de l'*arc-en-ciel.*

Finiſſons cet article par une réflexion philoſophique. On ne ſait pas pourquoi une pierre tombe,

& ou fait la cauſe des couleurs de l'*arc-en-ciel*, quoique ce phénomène ſoit beaucoup plus ſurprenant que le premier pour la multitude. Il ſemble que l'étude de la nature ſoit propre à nous enorgueillir d'une part, & à nous humilier de l'autre. (*O*).

* Pour faire aiſément concevoir les phénomènes de l'*arc-en-ciel*, Muſſchenbroëk a imaginé une machine, par le moyen de laquelle on les repréſente tous aiſément, & d'une manière très-claire. (*AAAA*, *fig. 59.*) eſt une table à quatre pieds, ouverte à ſon milieu, afin qu'on puiſſe faire monter & deſcendre à travers cette table un corps conique. *B C* eſt la moitié d'un cône, dont le ſommet eſt en *D*. Ce ſommet eſt appuyé ſur un axe tranſverſal ſur lequel tourne le cône *B C* & ſur lequel il s'élève au deſſus de la table, ou ſur lequel il s'abaiſſe au deſſous: à l'extrémité du même ſommet eſt adapté un œil de la grandeur ordinaire de l'œil d'un homme, & qui ſert à repréſenter l'œil du ſpectateur: outre cela, une verge de fer longue de trois piés eſt adaptée au cône & à l'axe, l'extrémité de cette verge ſe termine par par un manche *M*: un globe doré *S* eſt enfilé ſur cette verge, & ce globe repréſente le ſoleil; la baſe du cône *B* eſt entourée d'une large bande ſemi-circulaire, ſur laquelle on peint les ſept couleurs de l'iris: le côté du cône forme avec l'axe un angle de 40^d 17′: la largeur de la bande peinte ſur la baſe du cône, eſt de près de deux degrés, conformément à la largeur ordinaire d'une iris principale. *E*, *E*, ſont deux plans triangulaires mobiles, dont le centre du mouvement eſt placé au deſſus du ſommet du cône; ces deux plans ſont conſtamment appliqués à chaque côté du cône: ils ſervent à cacher l'échancrure faite à la table, & repréſentent en même temps l'horizon. On verra dans la *figure* 2 comment ils ſont conſtamment appliqués aux deux côtés du cône. Cela poſé, lorſque la tige de fer, ainſi que le ſoleil *S*, eſt parallèle à l'horizon, la moitié du cône eſt au deſſus de la table, & l'œil du ſpectateur qui eſt en *D*, voit la bande colorée ſemi-circulaire placée à la baſe du cône: mais, lorſque la main de l'obſervateur ſaiſit le manche de la tige de fer & élève le ſoleil *S*, le cône s'abaiſſe, ainſi que le limbe qui eſt adhérent à la baſe du cône, qui alors devient moindre qu'un demi-cercle. Si on élève encore le ſoleil *S*, on abaiſſe toujours dans la même proportion le cône, & conſéquemment l'*arc* qui repréſente l'iris diminue auſſi; ce qui a lieu juſqu'à ce que le ſoleil *S* ſoit élevé à 42^d 1′; car alors tout l'*arc-en-ciel* ſe trouve au deſſus de l'horizon, & les plans *E*, *E* couvrent entièrement le cône. Ce limbe coloré appliqué à la baſe du cône, repréſente la pluie qui tombe au devant & au loin du ſpectateur, dans le tems qu'on obſerve dans le ciel un ample *arc-en-ciel*. Mais, comme il arrive quelquefois que l'*arc-en-ciel* paroît plus petit, lorſque la pluie qui tombe n'eſt pas éloignée du ſpectateur, il y a ſur cette machine un autre *arc* plan *L*, ſur lequel on peint les ſept couleurs de l'iris, qui eſt placé à une plus proche diſtance du ſommet du cône, & dont la largeur eſt proportionnée de façon que cet *arc* forme un demi-cercle ſur l'horizon, lorſque le ſoleil eſt à l'horizon, & qu'il eſt tout-à-fait caché par les plans *E*, *E*, lorſque le ſoleil eſt élevé à 42^d 2′ au deſſous de l'horizon: on repréſente donc aiſément, à l'aide de cette machine, comment il arrive que l'*arc-en-ciel* paroiſſe quelquefois très-ample, & quelquefois très-petit.

Il y a outre cela ſur cette machine un autre limbe *N*, placé au deſſus du premier limbe *L*; ce limbe *N* repréſente la ſeconde iris, & les couleurs de cette dernière y ſont peintes dans un ordre renverſé. On a donné à ce dernier limbe une largeur ſuffiſante, pour que cette iris paroiſſe à l'œil du ſpectateur placé en *D*, de 3^d 8′ de largeur. Ce limbe repréſente un demi-cercle au deſſus de la table, lorſque le ſoleil *S* eſt placé dans le plan de cette table, ou ſe trouve à l'horizon. Mais lorſque le ſoleil *S* eſt élevé à 54^d 7′ au deſſus de l'horizon, ce limbe deſcend au-deſſous de l'horizon, & ſe dérobe à l'œil du ſpectateur. Les bords intérieurs des plans *E*, *E*, ceux qui ſont contigus, & qui touchent les côtés du cône, ſont auſſi peints des mêmes couleurs que l'iris; ils ont les mêmes dimenſions que l'iris elle-même dans l'endroit où ils touchent le limbe de la baſe *B*: mais leur largeur va toujours en diminuant, & ils ſe terminent en un point auprès du ſommet du cône. Ces bords colorés repréſentent les jambes de l'iris, celles qu'on remarque à la campagne dans une iris naturelle, lorſqu'une nuée qui lance la pluie paſſe ſur la tête du ſpectateur, & fait tomber des gouttes de pluie qui s'attachent à l'herbe. La figure 51 repréſente la même machine, mais vue par derrière: on y voit même le limbe coloré qui eſt adhérent à la baſe du cône. Les plans triangulaires *E*, *E*, ſont tirés par les cordes *H*, *H*, qui paſſent ſur la circonférence de deux poulies horizontales *K*, *K*, pour venir embraſſer les gorges de deux autres poulies verticales *R*, *R*: on attache aux extrémités de ces cordes deux poids *P*, *P*, par le moyen deſquels les deux plans ſont conſtamment tirés & appliqués contre les côtés du cône; & par ce moyen l'échancrure faite à la table eſt continuellement cachée, & les plans *E*, *E* repréſentent l'horizon. On peut conſulter ſur cela, & ſur ce qui y a rapport, les *Tranſactions philoſophiques d'Angleterre*, n. 240, 267, 275; les *Notes* de Clarck, ſur la *Phyſique* de Rohaut, *part. III, chap. 17*; les *Ouvrages* de Jean Bernoulli, *vol. IV, pag. 197*; l'*Optique* de Neuton, & ſes *Leçons d'optique*; *Smith compleat ſyſtem of Optiks*, Book. 2, *c. 10*; Martin, dans ſa *Philoſoph. Britann.*, *vol. II.* Le célèbre Nocétus a décrit l'iris dans ſes vers, d'une manière fort élégante (+).

ARCHITECTURE *hydraulique*, ſ. f. Application des principes de l'Hydrodynamique à la conſtruction de tous les ouvrages méchaniques où l'ac-

Digitized by Google

tion d'un fluide quelconque, eau, air, vapeur de l'eau, *&c.*, eſt employée, ſoit comme puiſſance motrice, ſoit comme réſiſtance à combattre ou à vaincre, ſoit de toutes ces manières à-la-fois.

On voit par-là qu'en général toutes les machines hydrauliques, les moulins, les pompes, les chapelets, la conſtruction des digues, des batardeaux, des épis, de canaux de navigation, *&c.*, ſe rapportent à l'*architecture hydraulique*.

L'ouvrage de M. Belidor ſur cette matière, quoique défectueux en pluſieurs endroits du côté de la théorie, renferme une multitude de détails très-utiles dans la pratique.

M. Fabre, Ingénieur hydraulique du pays de Provence, & correſpondant de l'Académie royale des Sciences, *&c.*, a publié en 1783, un ouvrage *ſur la manière de conſtruire les machines hydrauliques, & en particulier les moulins à bled*: ouvrage excellent, plein de recherches nouvelles, & où la théorie & l'expérience ſont très-utilement combinées enſemble. (*L. B.*)

ARCTIQUE, adj. c'eſt, *en Aſtronomie*, une épithete qu'on a donné au pole ſeptentrional, ou au pole qui s'éleve ſur notre horizon. *Voyez* POLE.

Le pole ſeptentrional a été appellé *pole arctique*, du mot grec ἄρκτος, qui ſignifie *ourſe*; d'où l'on a fait le terme *arctique*, épithète qu'on a donnée au pole ſeptentrional; parce que la dernière étoile ſituée dans la queue de la petite ourſe, en eſt très-voiſine. *Voyez* OURSE.

Le *cercle polaire arctique* eſt un petit cercle de la ſphere parallèle à l'équateur, & éloigné du pole *arctique* de 23ᵈ 28′. C'eſt de ce pole qu'il prend le nom d'*arctique*.

Ce cercle & le cercle polaire *antarctique* ſon oppoſé, ſont déterminés par les poles de l'écliptique. On peut les concevoir décrits par le mouvement des poles de l'écliptique autour des poles de l'équateur ou du monde. Depuis ce cercle juſqu'au pole *arctique*, eſt compriſe la partie de la terre appellée *zone froide ſeptentrionale*. Les obſervations faites en 1736 par les aſtronomes de l'Académie des Sciences pour déterminer la figure de la terre, ont été faites ſous le cercle polaire *arctique*. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE.

Proclus & les anciens Grecs appelloient cercle *arctique*, celui qui eſt tout entier ſur l'horizon, tel ſeroit à Paris le cercle éloigné de 41° 10′ de l'équateur.

ARCTOPHYLAX, *terme d'Aſtronomie*, nom d'une conſtellation qu'on appelle ordinairement le *Bouvier*. *Arctophylax* ſignifie *gardien de l'ourſe*: il eſt dérivé des deux mots grecs ἄρκτος, *ourſe*, & φύλαξ, *je garde*. La conſtellation du Bouvier eſt ainſi appellée, parce qu'elle ſe trouve près de la grande & de la petite ourſe. (*O*)

ARCTURUS, (*Aſtron.*) en grec ἀρκτοῦρος dérivé d'ἄρκτος, *ourſe*, & de οὐρὰ, *queue*; c'eſt une étoile fixe de première grandeur, ſituée dans la conſtellation du bouvier, vers laquelle ſe dirige la queue de la grande ourſe. *Voyez* BOUVIER. *Voyez auſſi* OURSE & CONSTELLATION. On l'appelle en Arabe *Arameck*.

Cette étoile a été fort célèbre chez les anciens, comme on le voit pas ce vers de Virgile:

Arcturum, pluviaſque Hyadas, geminoſque Triones.

Il en eſt auſſi parlé dans l'Ecriture en pluſieurs endroits, comme on le voit par ces paſſages: *Qui fecit arcturum & oriona & hyadas, & interiora auſtri*, Job, c. ix. v. 9. & c. xxxviij. v. 31. *Numquid conjungere valebis micantes ſtellas pleiadas, aut gyrum arcturi poteris diſſipare?* Mais il eſt douteux ſi le mot hébreu convient en effet à cette étoile.

Ce qu'il y a de plus remarquable dans cette étoile eſt le mouvement propre qu'on y obſerve, de quatre minutes par ſiècle, quantité dont cette étoile avance vers le midi & diminue de latitude, ce qui paroît venir d'un déplacement phyſique de cette étoile; il n'y en a aucune où il ſoit plus ſenſible; ſuivant les obſervations de Flamſteed, la latitude d'*arcturus* en 1690 étoit de 30° 57′ 0″; ſuivant la Caille, en 1750 elle n'étoit que de 30° 54′ 31″ ce qui fait une diminution de 2′ 29″ pour 60 ans ou de 4′ 8″ par ſiècle, & comme cette latitude devroit diminuer de 15″ par la cauſe générale, il reſte 3′ 53″ pour le changement particulier propre à cette étoile & qui annonce un déplacement. J'ai fait voir que le ſoleil avec tout notre ſyſtême, éprouve un ſemblable déplacement. *Voyez* SOLEIL. (*D. L.*)

ARCTUS, ἄρκτος, ſub. m. (*Aſtronomie*) c'eſt le nom que les Grecs ont donné à deux conſtellations de l'hémiſphere ſeptentrional, que nous appellons *la petite ourſe* & *la grande ourſe*. *Voyez* OURSE.

ARE

ARÉOMETRE, ſ. m. (*Hyd.*): inſtrument qui ſert à meſurer la denſité ou la peſanteur des fluides. *Voyez* FLUIDE, GRAVITÉ, PESANTEUR & DENSITÉ.

L'*aréometre* ordinairement eſt de verre; il conſiſte en un globe rond & creux, qui ſe termine en un tube long, cylindrique & petit; on ferme ce tube hermétiquement, après avoir fait entrer dans le globe autant de mercure qu'il en faut pour fixer le tube dans une poſition verticale, lorſque l'inſtrument eſt plongé dans l'eau. On diviſe ce tube en degrés, comme on voit (*Hyd. figure 10*); & l'on eſtime la peſanteur d'un fluide, par le plus ou le moins de profondeur à laquelle le globe deſcend; en ſorte que le fluide dans lequel il deſcend le moins bas eſt le plus peſant; & celui dans lequel il deſcend le plus bas, eſt le plus léger.

En effet, c'eſt une loi générale, qu'un corps peſant s'enfonce dans un fluide, juſqu'à ce qu'il

Digitized by Google

occupe dans ce fluide la place d'un volume qui lui ſoit égal en peſanteur : de-là il s'enſuit que plus un fluide eſt denſe, c'eſt-à-dire, plus il eſt peſant, plus la partie du fluide qui ſera égale en poids à l'*aréometre*, ſera d'un petit volume, & par conſéquent le volume de fluide que l'*aréometre* doit déplacer ſera auſſi d'autant plus petit, que le fluide eſt plus peſant : ainſi, plus le fluide eſt peſant, moins l'*aréometre* doit s'y enfoncer. Il doit donc s'enfoncer moins dans l'eau que dans le vin, moins dans le vin que dans l'eau-de-vie, *&c.* comme il arrive en effet.

Il y a un autre *aréometre* de l'invention de M. Hombert : on en trouve la deſcription ſuivante dans les *Tranſact. philoſ. n.° 262. A, fig. 11*, eſt une bouteille de verre ou matras, dont le col *C B* eſt ſi étroit, qu'une goutte d'eau y occupe cinq ou ſix lignes : à côté de ce col eſt un petit tube capillaire *D* de la longueur de ſix pouces, & parallèle au col *C B*. Pour remplir ce vaiſſeau, on verſe la liqueur par l'orifice *B*, dans lequel on peut mettre un petit entonnoir; on verſera juſqu'à ce qu'on voie ſortir la liqueur par l'orifice *D*, c'eſt-à-dire, juſqu'à ce qu'elle ſoit dans le col *C B*, à la hauteur *C*; par ce moyen, on aura toujours le même volume ou la même quantité de liqueur; & conſéquemment, on pourra trouver par le moyen d'une balance qu'elle eſt, parmi les différentes liqueurs dont on aura rempli cet *aréometre*, celle dont la peſanteur abſolue eſt la plus grande, ou qui peſe le plus.

Il faut avoir quelque égard à la ſaiſon de l'année, & au degré de chaleur ou de froid qui regne dans l'air; car il y a des liqueurs que la chaleur raréfie, & que le froid condenſe beaucoup plus que d'autres, & qui occupe plus ou moins d'eſpace, ſelon qu'il fait plus ou moins chaud ou froid. *Voyez* PESANTEUR SPÉCIFIQUE, RARÉFACTION, *&c.*

A l'aide de cet inſtrument, ſon ſavant auteur a conſtruit la table ſuivante, qui montre, tant pour l'été que pour l'hiver, les différentes peſanteurs ſpécifiques des fluides, dont l'uſage eſt le plus ordinaire en Chymie.

ARÉOMETRE plein de	PESÉ EN ÉTÉ			EN HIVER.		
	Onc.	*Drag.*	*Gr.*	*Onc.*	*Drag.*	*Gr.*
Vif-argent.	11	00	06	11	00	32
Huile de tartre. . .	01	03	08	01	03	31
Eſprit d'urine. . . .	01	00	32	01	00	43
Huile de vitriol. . .	01	03	58	01	04	03
Eſprit de nitre. . .	01	10	40	01	10	70
Sel.	01	00	39	01	00	47
Eau-forte.	01	01	38	01	01	55
Eſprit-de-vin . . .	00	06	47	00	06	61
Eau de rivière. . .	00	07	53	00	07	57
Eau diſtillée. . . .	80	07	50	00	07	54

L'inſtrument vuide peſoit une dragme vingt-huit grains.

Une autre méthode pour connoître le degré de peſanteur d'un fluide, eſt de ſuſpendre une maſſe de verre maſſif & de figure ronde à un crin de cheval, que l'on attache au-deſſous d'un petit plat : cette maſſe ainſi ſuſpendue dans l'air à une balance bien juſte, demeure en équilibre avec un poids fait en forme de baſſin, & ſuſpendu à l'autre bras de la balance; on plonge enſuite le corps de verre dans la liqueur dont on veut examiner la peſanteur, & ſur-le-champ l'autre bras de la balance s'éleve & devient plus léger, parce que le corps de verre a perdu dans la liqueur une partie de ſon poids : on met enſuite ſur le petit plat auquel le crin de cheval eſt attaché, autant de poids qu'il en faut pour que l'équilibre ſoit rétabli; & ces poids ajoutés indiquent ce que la maſſe de verre a perdu de ſon poids dans la liqueur : or le poids que ce corps a perdu eſt égal au poids d'un pareil volume de la liqueur; donc on connoît par-là ce que peſe un volume de la liqueur égal à celui du petit corps de verre.

M. Muſſchenbroëk paroît préférer cette dernière méthode à toutes les autres qu'on a imaginées pour peſer les liqueurs. Il prétend que la méthode de M. Homberg en particulier a ſes inconvéniens, parce que la vertu attractive du tuyau étroit, fait que la liqueur y monte plus haut que dans le col large; & comme les liqueurs ont une vertu attractive différente, il devra y avoir auſſi une grande différence entre les hauteurs dans le col large, lorſqu'elles ſeront élevées juſqu'à l'orifice du tuyau étroit.

Si, au haut de la tige de l'*aréometre*, on met quelque petite lame de métal, *&c.* il s'enfonce plus avant, quoique dans la même liqueur. En effet, la partie plongée de l'*aréometre* ſoulève autant de liqueur qu'il en faut, pour faire équilibre à l'inſtrument entier. S'il peſe une once, par exemple, il ſoulève moins d'eau que de vin, quant au volume, parce qu'il faut plus de vin que d'eau pour le poids d'une once; & comme il ne fait monter la liqueur qu'en s'enfonçant, il doit donc plonger plus avant dans celle qui eſt la plus légère. Si l'on augmente le poids de l'*aréometre* par addition de quelque lame de métal ou autrement, il s'enfonce plus avant, quoique dans la même liqueur; parce qu'alors il en faut une plus grande quantité pour lui faire équilibre. (*M.* FORMEY).

Cela ſert à expliquer divers faits. Si tous les corps qui flottent, s'enfoncent plus ou moins, ſuivant la denſité du fluide, une barque chargée en mer aura donc moins de parties hors de l'eau, ſi elle vient à remonter une rivière; car l'eau ſalée peſe plus que la douce, & les nageurs aſſurent qu'ils en ſentent bien la différence. On doit donc avoir égard à cet effet, & ne pas rendre la charge auſſi grande qu'elle pourroit l'être, ſi l'on prévoit qu'on doive paſſer par une eau moins chargée de ſel, que celle où l'on s'embarque. On a vu quelquefois des îles flottantes, c'eſt-à-dire, des portions de terre aſſez conſidérables qui ſe détachent du con-

Digitized by Google

tinent, & ſe trouvant moins peſantes que l'eau, ſe ſoutiennent à la ſurface, & flottent au gré des vents. L'eau mine peu-à-peu certains terreins, qui ſont plus propres que d'autres à ſe diſſoudre: ces ſortes d'excavations s'augmentent avec le tems, & s'étendent au loin: le deſſus demeure lié par les racines des plantes & des arbres, & le ſol n'eſt ordinairement qu'une terre bitumineuſe fort légere; de ſorte que cette eſpèce de croûte eſt moins peſante que le volume d'eau ſur lequel elle eſt reçue, quand un accident quelconque vient à la détacher de la terre ferme, & à la mettre à flot. L'exemple de l'*aréometre* fait voir encore qu'il n'eſt pas beſoin, pour ſurnager, que le corps flottant ſoit d'une manière plus légere que l'eau. Car cet inſtrument ne ſe ſoutient point en vertu du verre ou du mercure, dont il eſt fait, mais ſeulement parce qu'il a, avec peu de ſolidité, un volume conſidérable qui répond à une quantité d'eau plus peſante. Ainſi, l'on pourroit faire des barques de plomb, ou de tout autre métal, qui ne s'enfonceroient pas. Et en effet, les chariots d'artillerie portent ſouvent à la ſuite des armées des gondoles de cuivre, qui ſervent à établir des ponts pour le paſſage des troupes. (*M.* FORMEY).

Il faut apporter diverſes précautions dans la conſtruction & l'uſage de cet inſtrument. 1.° Il faut que les liqueurs dans leſquelles on plonge l'*aréometre*, ſoient exactement au même degré de chaleur ou de froid, afin qu'on puiſſe être sûr que leur différence de denſité ne vient point de l'une de ces deux cauſes, & que le volume de l'*aréometre* même n'en a reçu aucun changement.

2.° Que le col de l'inſtrument ſur lequel ſont marquées les gradations, ſoit par-tout d'une groſſeur égale; car s'il eſt d'une forme irrégulière, les degrés marqués à égales diſtances ne meſureront pas des volumes de liqueurs ſemblables en ſe plongeant; il ſera plus sûr & plus facile de graduer cette échelle relativement à la forme du col, en chargeant ſucceſſivement l'inſtrument de pluſieurs petits poids bien égaux, dont chacun produira l'enfoncement d'un degré.

3.° On doit avoir ſoin que l'immerſion ſe faſſe bien perpendiculairement à la ſurface de la liqueur, ſans quoi l'obliquité empêcheroit de compter avec juſteſſe le degré d'enfoncement.

4.° Comme l'uſage de cet inſtrument eſt borné à des liqueurs qui diffèrent peu de peſanteur entre elles, on doit bien prendre garde que la partie qui ſurnage ne ſe charge de quelque vapeur ou ſaleté, qui occaſionneroit un mécompte dans une eſtimation où il s'agit de différences peu conſidérables. Et lorſque l'*aréometre* paſſe d'une liqueur à l'autre, on doit avoir ſoin que ſa ſurface ne porte aucun enduit, qui empêche que la liqueur où il entre ne s'applique exactement contre cette ſurface.

5.° Enfin, malgré toutes ces précautions, il reſte encore la difficulté de bien juger le degré d'enfoncement, parce que certaines liqueurs s'appliquent mieux que d'autres au verre; & qu'il y en a beaucoup qui, lorſqu'elles le touchent, s'élevent plus ou moins au-deſſus de leur niveau. Quand on ſe ſert de l'*aréometre* que nous avons décrit, il faut le plonger d'abord dans la liqueur la moins peſante, & remarquer à quelle graduation ſe rencontre ſa ſurface: enſuite il faut le rapporter dans la plus denſe, & charger le haut de la tige, ou du col, de poids connus, juſqu'à ce que le dégré d'enfoncement ſoit égal au premier. La ſomme des poids qu'on aura ajoutés, pour rendre cette immerſion égale à la première, ſera la différence des peſanteurs ſpécifiques entre les deux liqueurs. Nous devons ces remarques à M. Formey, qui les a tirés de M. l'abbé Nollet, *Leç. Phyſ.* (*O*).

ARGO, *le navire argo* ou *le vaiſſeau des argonautes*, ſub. m. C'eſt le nom d'une conſtellation de l'hémiſphère méridional, appellée plus communément le NAVIRE.

ARGUMENT (*Aſtron.*), en général c'eſt la quantité de laquelle dépend une équation, une inégalité, une circonſtance quelconque du mouvement d'une planète. Ainſi, l'*argument* de latitude eſt la diſtance d'une planète à ſon nœud, parce que la latitude en dépend. L'anomalie ou la diſtance à l'apogée ou à l'aphélie, eſt l'*argument* de l'équation du centre ou de l'équation de l'orbite, puiſque cette équation ſe calcule dans un orbite elliptique pour chaque degré d'anomalie, & qu'elle ne varie qu'à raiſon du changement de l'anomalie. Il faut avoir quatorze *argumens* pour calculer le lieu de la lune par nos nouvelles tables, parce qu'il y a quatorze inégalités dans ſon mouvement, & quatorze équations dans le calcul; la première eſt de 11′ 16″, multipliées par le ſinus de l'anomalie moyenne du ſoleil, parce que cette équation, qui n'eſt de 11′ 16″ que quand le ſoleil eſt à 90° de ſon apogée, diminue comme le ſinus de la diſtance à cet apogée, ou de l'anomalie du ſoleil; ainſi, cette anomalie, eſt l'*argument* de la première équation; il en eſt ainſi des autres.

L'*argument* annuel eſt la diſtance du ſoleil à l'apogée de la lune.

L'*argument* de la parallaxe eſt l'effet qu'elle produit dans l'obſervation, & qui ſert à trouver la véritable quantité de la parallaxe horizontale; ainſi, quand M. de la Caille & moi obſervions la lune, au même inſtant, l'un au cap de Bonne-Eſpérance, & l'autre à Berlin, nous trouvions dans ſa déclinaiſon 80′ de différence, c'étoit l'*argument* ou l'indication d'une parallaxe horizontale d'un degré, plus ou moins. (*D. L.*)

ARGYROCOME, adj. eſt le nom que certains auteurs donnent à une comète de couleur argen-

tine, qui diffère très-peu de l'héliocomète, ſinon qu'elle eſt d'une couleur plus brillante, & qu'elle jette aſſez d'éclat pour éblouir les yeux de ceux qui la regardent. Ce mot eſt formé du grec ἀργυρος, *argent*, & du mot latin *coma*, chevelure. *Voyez* HÉLIOCOMÈTE. (*O*).

A R I

ARIADNE, (*Aſtron.*) *Voyez* COURONNE.

ARIDED, (*Aſtron.*) nom de l'étoile qui eſt à la queue du cygne, marquée par la lettre β.

ARIES, (*Aſtron.*) *V.* BELIER.

ARION, (*Aſtron.*) *V.* ORION.

ARISTÉE, (*Aſtron.*) *V.* OPHIUCUS.

ARITHMÉTICIEN, ſ. m. ſe dit en général d'une perſonne qui ſait l'Arithmétique, & plus communément d'une perſonne qui l'enſeigne. *Voyez* ARITHMÉTIQUE. Il y a des experts jurés écrivains *arithméticiens*. *Voyez* EXPERT, JURÉ, *&c.* (*E*).

ARITHMÉTIQUE, ſ. f. Ce mot vient du grec ἀριθμὸς, *nombre*. C'eſt l'art de démontrer, ou cette partie des Mathématiques qui conſidère les propriétés des nombres. On y apprend à calculer exactement, facilement, promptement. L'*arithmétique* eſt la baſe de toutes les Sciences mathématiques; car les rapports de toutes les eſpèces de quantités ſe réduiſent finalement en nombres. *V.* NOMBRE, MATHÉMATIQUES, CALCUL.

Quelques auteurs définiſſent l'*Arithmétique*, la ſcience de la quantité diſcrette. *Voyez* DISCRET & QUANTITÉ.

Les quatre grandes règles ou opérations, appellées l'*addition*, la *ſouſtraction*, la *multiplication* & la *diviſion*, compoſent proprement toute l'*Arithmétique*. *Voyez* ADDITION, *&c.*

Il eſt vrai que pour faciliter & expédier rapidement des calculs de commerce, des calculs aſtronomiques, *&c.* on a inventé d'autres règles fort utiles, telles que les règles de proportion, d'alliage, de fauſſe poſition, de compagnie, d'extraction de racines, de progreſſion, de change, de troc, d'eſcompte, de réduction ou de rabais, *&c.* mais en faiſant de ces règles, on s'apperçoit que ce ſont ſeulement différentes applications des quatre règles principales. *Voy.* RÈGLE. *Voyez auſſi* PROPORTION, ALLIAGE, *&c.*

Nous n'avons rien de bien certain ſur l'origine & l'invention de l'*Arithmétique* : mais ce n'eſt pas trop riſquer que de l'attribuer à la première ſociété qui a eu lieu parmi les hommes, quoique l'hiſtoire n'en fixe ni l'auteur ni le tems. On conçoit clairement qu'il a fallu s'appliquer à l'art de compter dès que l'on a été néceſſité à faire des partages, & à les combiner de mille différentes manières. Ainſi, comme les tyriens paſſent pour être les premiers commerçans de tous les peuples anciens, pluſieurs auteurs croient qu'on doit l'*Arithmétique* à cette nation. *Voyez* COMMERCE.

Joſephe aſſure que par le moyen d'Abraham, l'*Arithmétique* paſſa d'Aſie en Egypte, où elle fut extrêmement cultivée & perfectionnée; d'autant plus que la Philoſophie & la Théologie des égyptiens rouloient entièrement ſur les nombres. C'eſt de-là que nous viennent toutes ces merveilles qu'ils nous rapportent de l'unité, du nombre trois; des nombre quatre, ſept, dix. *Voyez* UNITÉ, *&c.*

En effet, Kircher fait voir, dans ſon *Œdip. Ægypt. tom. II, pag. 2*, que les égyptiens expliquoient tout par des nombres. Pythagore lui-même aſſure que la nature des nombres eſt répandue dans tout l'univers, & que la connoiſſance des nombres conduit à celle de la divinité, & n'en eſt preſque pas différente.

La ſcience des nombres paſſa de l'Egypte dans la Grèce; d'où, après avoir reçu de nouveaux degrés de perfection par les aſtronomes de ce pays, elle fut connue des romains, & de-là eſt enfin venue juſqu'à nous.

Cependant l'ancienne *Arithmétique* n'étoit pas, à beaucoup près, auſſi parfaite que la moderne: il paroît qu'alors elle ne ſervoit guère qu'à conſidérer les différentes diviſions des nombres: on peut s'en convaincre en liſant les traités de Nicomaque, écrits ou compoſés dans le troiſième ſiècle depuis la fondation de Rome & celui de Boëce, qui exiſtent encore aujourd'hui. En 1556, Xylander publia en latin un abrégé de l'ancienne *Arithmétique*, écrite en grec par Pſellus. Jordanus compoſa ou publia, dans le douzième ſiècle, un ouvrage beaucoup plus ample de la même eſpèce, que Faber Stapulenſis donna en 1480, avec un commentaire.

L'*Arithmétique*, telle qu'elle eſt aujourd'hui, ſe diviſe en différentes eſpèces, comme *théorique*, *pratique*, *inſtrumentale*, *logarithmique*, *numérale*, *ſpécieuſe*, *décimale*, *tétractique*, *duodécimale*, *ſexageſimale*, &c.

L'*Arithmétique* théorique eſt la ſcience des propriétés & des rapports des nombres abſtraits, avec les raiſons & les démonſtrations des différentes règles. *Voyez* NOMBRE.

On trouve une *Arithmétique* théorique dans les ſeptième, huitième, neuvième livres d'Euclide. Le moine Barlaam a auſſi donné une théorie des opérations ordinaires, tant en entiers qu'en fractions, dans un livre de ſa compoſition, intitulé: *Logiſtica*, & publié en latin par Jean Chambers, anglois, l'an 1600. On peut y ajouter l'ouvrage italien de Lucas de Burgo, mis au jour en 1523: cet auteur y a donné les différentes diviſions de nombres de Nicomaque & leurs propriétés, conformément à la doctrine d'Euclide, avec le calcul

Digitized by Google

des entiers & des fractions, & des extractions de racines, *&c.*

L'*Arithmétique* pratique eſt l'art de nombrer ou de calculer, c'eſt-à-dire, l'art de trouver des nombres par le moyen de certains nombres donnés, dont la relation aux premiers eſt connue; comme ſi l'on demandoit, par exemple, de déterminer le nombre égal aux deux nombres donnés, 6, 8.

Le premier corps complet d'*Arithmétique* pratique nous a été donné en 1556 par Tartaglia, vénitien: il conſiſte en deux livres; le premier contient l'application de l'*Arithmétique* aux uſages de la vie civile; & le ſecond, les fondemens ou les principes de l'Algèbre. Avant Tartaglia, Stifelius avoit donné quelque choſe ſur cette matière en 1544: on y trouve différentes méthodes & remarques ſur les irrationels, *&c.*

Nous ſupprimons une infinité d'autres auteurs de pure pratique qui ſont venus depuis, tels que Gemma Friſius, Metius, Clavius, Ramus, *&c.*

Maurolicus, dans ſes *Opuſcula mathematica* de l'année 1577, a joint la théorie à la pratique de l'*Arithmétique*, il l'a même perfectionnée à pluſieurs égards: Heneſchius a fait la même choſe dans ſon *Arithmetica perfecta* de l'année 1609, où il a réduit toutes les démonſtrations en forme de ſyllogiſme, ainſi que Tacquet dans ſa *theoria & praxis Arithmetices* de l'année 1704. (*E*)

Les ouvrages ſur l'*Arithmétique* ſont ſi communs parmi nous, qu'il ſeroit inutile d'en faire le dénombrement.

L'*Arithmétique* inſtrumentale eſt celle où les règles communes s'exécutent par le moyen d'inſtrumens imaginés pour calculer avec facilité & promptitude: comme les bâtons de Neper. (*Voy.* NEPER), l'inſtrument de M. Sam. Moreland, qui en a publié lui-même la deſcription en 1666; celui de M. Leibnitz, décrit dans les *Miſcellan. Berolin.* la machine arithmétique de M. Paſcal, dont on donnera la deſcription plus bas, *&c.*

L'*Arithmétique* logarithmique, eſt celle qui s'exécute par les tables des logarithmes. *Voyez* LOGARITHME. Ce qu'il y a de meilleur là-deſſus eſt l'*Arithmetica logarithmica* de Hen. Brigg, publiée 1624.

On ne doit pas oublier les *tables arithmétiques univerſelles* de Proſtapharèſe, publiées en 1610 par Herwart, moyennant leſquelles la multiplication ſe fait aiſément & exactement par l'addition, & la diviſion par la ſouſtraction.

Les chinois ne ſe ſervent guère de règles dans leurs calculs; au lieu de cela, ils font uſage d'un inſtrument qui conſiſte en une petite lame longue d'un pié & demi, traverſée de dix ou douze fils de fer, où ſont enfilées de petites boules rondes: en les tirant enſemble, & les plaçant enſuite l'un après l'autre, ſuivant certaines conditions & conventions, ils calculent à-peu-près comme nous faiſons avec des jettons, mais avec tant de facilité & de promptitude, qu'ils peuvent ſuivre une perſonne qui lit un livre de compte, avec quelque rapidité qu'elle aille; & à la fin l'opération ſe trouve faite: ils ont auſſi leurs méthodes de la prouver. *Voyez le P. le Comte.* Les indiens calculent à-peu-près de même avec des cordes chargées de nœuds.

L'*Arithmétique numérale* eſt celle qui enſeigne le calcul des nombres ou des quantités abſtraites déſignées par des chiffres: on en fait les opérations avec des chiffres ordinaires ou arabes. *Voy.* CARACTÈRE & ARABE.

L'*Arithmétique* ſpécieuſe eſt celle qui enſeigne le calcul des quantités déſignées par les lettres de l'alphabet. *Voyez* SPÉCIEUSE. Cette *Arithmétique* eſt ce que l'on appelle ordinairement l'*Algèbre* ou *Arithmétique littérale*. *Voyez* ALGÈBRE.

Wallis a joint le calcul numérique à l'algébrique, & démontré par ce moyen les règles des fractions, des proportions, des extractions de racines, *&c.*

Wels en a donné un abrégé ſous le titre de *Elementa arithmeticæ*, en 1698.

L'*Arithmétique* décimale s'exécute par une ſuite de dix caractères, de manière que la progreſſion va de dix en dix. Telle eſt notre *Arithmétique*, où nous faiſons uſage des dix caractères arabes, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; après quoi nous recommençons 10, 11, 12, *&c.*

Cette méthode de calculer n'eſt pas fort ancienne; elle étoit totalement inconnue aux grecs & aux romains. Gerbert, qui devint pape dans la ſuite ſous le nom de Silveſtre II, l'introduiſit en Europe, après l'avoir reçue des maures d'Eſpagne. Il eſt fort vraiſemblable que cette progreſſion a pris ſon origine des dix doigts de la main, dont on faiſoit uſage dans les calculs avant que l'on eût réduit l'*Arithmétique* en art.

Les miſſionnaires de l'Orient nous aſſurent qu'aujourd'hui même les indiens ſont très-experts à calculer par leurs doigts, ſans ſe ſervir de plume ni d'encre. *Voyez les lettres édif. & curieuſ.* Ajoutez à cela que les naturels du Pérou, qui font tous leurs calculs par le différent arrangement des grains de maïs, l'emportent beaucoup, tant par la juſteſſe que par la célérité de leurs comptes, ſur quelque européen que ce ſoit avec toutes ſes règles.

L'*Arithmétique* binaire eſt celle où l'on n'emploie uniquement que deux figures, l'unité ou 1 & le 0. *Voyez* BINAIRE.

M. Dagincourt nous a donné dans les *Miſcell. Berol. tom. I*, un long mémoire ſur cette *Arithmétique* binaire; il y fait voir qu'il eſt plus aiſé de découvrir par ce moyen les loix des progreſſions, qu'en ſe ſervant de toute autre méthode où l'on feroit uſage d'un plus grand nombre de caractères.

L'*Arithmétique* tétractique eſt celle où l'on

n'emploie que les figures 1, 2, 3 & 0. Erhard Weigel nous a donné un traité de cette *Arithmétique*; mais la binaire & la tétractique ne ſont guère que de curioſité, relativement à la pratique, puiſque l'on peut exprimer les nombres d'une manière beaucoup plus abrégée par l'*Arithmétique* décimale.

L'*Arithmétique* vulgaire roule ſur les entiers & les fractions. *Voyez* ENTIER & FRACTION.

L'*Arithmétique* ſexagéſimale eſt celle qui procède par ſoixantaines, ou bien c'eſt la doctrine des fractions ſexagéſimales. *Voyez* SEXAGÉSIMAL. Sam. Reyher a inventé une eſpèce de baguettes ſexagénales, à l'imitation des bâtons de Neper, par le moyen deſquelles on fait avec facilité toutes les opérations de l'*Arithmétique* ſexagéſimale.

L'*Arithmétique* des infinis eſt la méthode de trouver la ſomme d'une ſuite de nombres dont les termes ſont infinis, ou d'en déterminer les rapports. *Voyez* INFINI, SUITE *ou* SERIE, *&c.*

M. Wallis eſt le premier qui ait traité à fond de cette méthode, ainſi qu'il paroît par ſes *Opera mathematica*, où il en fait voir l'uſage en Géométrie pour déterminer l'aire des ſurfaces & la ſolidité des corps, ainſi que leurs rapports; mais la méthode des fluxions, qui eſt l'*Arithmétique* univerſelle des infinis, exécute tout cela d'une manière beaucoup plus prompte & plus commode, indépendamment d'une infinité d'autres choſes auxquelles la première ne ſauroit atteindre. *Voyez* FLUXIONS, CALCUL, *&c.*

Sur l'*Arithmétique* des incommenſurables ou irrationels, *voyez* INCOMMENSURABLE, IRRATIONEL, *&c.*

Jean de Sacroboſco ou Halliſax compoſa, en 1232, ſelon Voſſius, un traité d'*Arithmétique*; mais ce traité a toujours reſté manuſcrit; & ſelon M. l'abbé de Gua, Paciolo, qui a donné le premier livre d'Algèbre, eſt auſſi le premier auteur d'*Arithmétique* qui ait été imprimé. *Voyez* ALGÈBRE. (*E*)

*Juſqu'ici nous nous ſommes contentés d'expoſer en abrégé ce que l'on trouve à-peu-près dans la plupart des ouvrages mathématiques ſur la ſcience des nombres, & nous n'avons guère fait que traduire l'article *Arithmétique* tel qu'il ſe trouve dans l'Encyclopédie angloiſe: tâchons préſentement d'entrer davantage dans les principes de cette ſcience, & d'en donner une idée plus préciſe.

Nous remarquerons d'abord que tout nombre, ſuivant la définition de M. Neuton, n'eſt proprement qu'un rapport. Pour entendre ceci, il faut remarquer que toute grandeur qu'on compare à une autre, eſt ou plus petite, ou plus grande, ou égale; qu'ainſi toute grandeur a un certain rapport avec une autre à laquelle on la compare, c'eſt-à-dire, qu'elle y eſt contenue ou la contient d'une certaine manière. Ce rapport ou cette manière de contenir ou d'être contenu, eſt ce qu'on appelle *nombre*; ainſi, le nombre 3 exprime le rapport d'une grandeur à une autre plus petite, que l'on prend pour l'unité, & que la plus grande contient trois fois; au contraire, la fraction $\frac{1}{3}$ exprime le rapport d'une certaine grandeur à une plus grande, que l'on prend pour l'unité, & qui eſt contenue trois fois dans cette plus grande. Tout cela ſera expoſé plus en détail aux *articles* NOMBRE, FRACTION, *&c.*

Les nombres étant des rapports apperçus par l'eſprit & diſtingués par des ſignes particuliers, l'*Arithmétique*, qui eſt la ſcience des nombres, eſt donc l'art de combiner entr'eux ces rapports, en ſe ſervant pour faire cette combinaiſon des ſignes mêmes qui les diſtinguent. De-là les quatre principales règles de l'*Arithmétique*; car les différentes combinaiſons qu'on peut faire des rapports, ſe réduiſent ou à examiner l'excès des uns ſur les autres, ou la manière dont ils ſe contiennent. L'addition & la ſouſtraction ont le premier objet, puiſqu'il ne s'agit que d'y ajouter ou d'y ſouſtraire des rapports; le ſecond objet eſt celui de la multiplication & de la diviſion, puiſqu'on y détermine de quelle manière un rapport en contient un autre. Tout cela ſera expliqué plus en détail aux *articles* MULTIPLICATION & DIVISION.

Il y a, comme l'on ſait, deux ſortes de rapports, l'arithmétique & le géométrique. *Voyez* RAPPORT. Les nombres ne ſont proprement que des rapports géométriques; mais il ſemble que dans les deux premières règles de l'*Arithmétique* on conſidere arithmétiquement ces rapports, & que dans les deux autres on les conſidère géométriquement. Dans l'addition de deux nombres (car toute addition ſe réduit proprement à celle de deux nombres), l'un des deux nombres repréſente l'excès de la ſomme ſur l'autre nombre. Dans la multiplication, l'un des deux nombres eſt le rapport géométrique du rapport à l'autre nombre. *Voyez* SOMME, PRODUIT.

A l'égard du détail des opérations particulières de l'*Arithmétique*, il dépend de la forme & de l'inſtitution des ſignes par leſquels on déſigne les nombres. Notre *Arithmétique*, qui n'a que dix chiffres, ſeroit fort différente ſi elle en avoit plus ou moins; & les romains qui avoient des chiffres différens de ceux dont nous ſervons, devoient auſſi avoir des règles d'*Arithmétique* toutes différentes des nôtres. Mais toute *Arithmetique* ſe réduira toujours aux quatre règles dont nous parlons, parce que de quelque manière qu'on déſigne ou qu'on écrive les rapports, on ne peut jamais les combiner que de quatre façons, & même, à proprement parler, de deux manières ſeulement, dont chacune peut être enviſagée ſous deux faces différentes.

On pourroit dire encore que toutes les règles de l'*Arithmétique* ſe réduiſent ou à former un tout

tout par la réunion de différentes parties, comme dans l'addition & la multiplication, ou à réſoudre un tout en différentes parties, ce qui s'exécute par la ſouſtraction & la diviſion. En effet, la multiplication n'eſt qu'une addition répétée, & la diviſion n'eſt auſſi qu'une ſouſtraction répétée. D'où il s'enſuit encore que les règles primitives de l'*Arithmetique* peuvent à la rigueur ſe réduire à l'addition & à la ſouſtraction. La multiplication & la diviſion ne ſont proprement que des manières abrégées de faire l'addition d'un même nombre pluſieurs fois à lui-même, ou de ſouſtraire pluſieurs fois un même nombre d'un autre: auſſi M. Neuton appelle-t-il les règles de l'*Arithmétique*, *compoſitio & reſolutio arithmetica*, c'eſt-à-dire, *compoſition & réſolution des nombres.*

ARITHMÉTIQUE *univerſelle*; c'eſt ainſi que M. Neuton appelle l'Algèbre ou calcul des grandeurs en général: & ce n'eſt pas ſans raiſon que cette dénomination lui a été donnée par ce grand homme, dont le génie également lumineux & profond paroît avoir remonté dans toutes les ſciences à leurs vrais principes métaphyſiques. En effet, dans l'*Arithmétique* ordinaire on peut remarquer deux eſpèces de principes; les premiers ſont des règles générales, indépendantes des ſignes particuliers par leſquels on exprime les nombres; les autres ſont des règles dépendantes de ces mêmes ſignes, & ce ſont celles qu'on appelle plus particulièrement *règles de l'Arithmétique*. Mais les premiers principes ne ſont autre choſe que des propriétés générales des rapports, qui ont lieu de quelque manière que ces rapports ſoient déſignés: telles ſont, par exemple, ces règles; ſi on ôte un nombre d'un autre, cet autre nombre joint avec le reſte, doit rendre le premier nombre; ſi on diviſe une grandeur par une autre, le quotient multiplié par le diviſeur doit rendre le dividende; ſi on multiplie la ſomme de pluſieurs nombres par la ſomme de pluſieurs autres, le produit eſt égal à la ſomme des produits de chaque partie par toutes les autres, *&c.*

De-là il s'enſuit d'abord qu'en déſignant les nombres par des expreſſions générales, c'eſt-à-dire qui ne déſignent pas plus un nombre qu'un autre, on pourra former certaines règles relatives aux opérations qu'on peut faire ſur les nombres ainſi déſignés. Ces règles ſe réduiſent à repréſenter de la manière la plus ſimple qu'il eſt poſſible, le réſultat d'une ou de pluſieurs opérations qu'on peut faire ſur les nombres exprimés d'une manière générale; & ce réſultat ainſi exprimé, ne ſera proprement qu'une opération *arithmétique* indiquée; opération qui variera ſelon qu'on donnera différentes valeurs *arithmétiques* aux quantités qui, dans le réſultat dont il s'agit, repréſentent des nombres.

Pour mieux faire entendre cette notion que nous donnons de l'Algèbre, parcourons-en les quatre règles ordinaires, & commençons par l'addition. Elle conſiſte, comme nous l'avons vu dans l'*article Mathématiques, Tome I, Lre Partie.*

ADDITION, à ajouter enſemble avec leurs ſignes, ſans aucune autre opération, les quantités diſſemblables, & à ajouter les coëfficiens des quantités ſemblables: par exemple, ſi j'ai à ajouter enſemble les deux grandeurs diſſemblables a, b, j'écrirai ſimplement $a+b$; ce réſultat n'eſt autre choſe qu'une manière d'indiquer que ſi on déſigne a par quelque nombre, & b par un autre, il faudra ajouter enſemble ces deux nombres; ainſi, $a+b$ n'eſt que l'indication d'une addition *arithmétique*, dont le réſultat ſera différent, ſelon les valeurs numériques qu'on aſſignera à a & à b. Je ſuppoſe préſentement qu'on me propoſe d'ajouter $5a$ avec $3a$, je pourrois écrire $5a+3a$, & l'opération *arithmétique* ſeroit indiquée comme ci-deſſus; mais, en examinant $5a$ & $3a$, je vois que cette opération peut être indiquée d'une manière plus ſimple: car quelque nombre que a repréſente, il eſt évident que ce nombre pris 5 fois, plus ce même nombre pris 3 fois, eſt égal au même nombre pris 8 fois; ainſi je vois qu'au lieu de $5a+3a$, je puis écrire $8a$, qui eſt l'expreſſion abrégée, & qui m'indique une opération *arithmétique* plus ſimple que ne me l'indique l'expreſſion $5a+3a$.

C'eſt là-deſſus qu'eſt fondée la règle générale de l'addition algébrique, d'ajouter les grandeurs ſemblables en ajoutant leurs coëfficients numériques, & écrivant enſuite la partie littérale une fois.

On voit donc que l'addition algébrique ſe réduit à exprimer de la manière la plus ſimple la ſomme ou le réſultat de pluſieurs nombres exprimés généralement, & à ne laiſſer, pour ainſi dire, à l'arithméticien que le moins de travail à faire qu'il eſt poſſible. Il en eſt de même de la ſouſtraction algébrique. Si je veux retrancher b de a, j'écris ſimplement $a-b$, parce que je ne peux pas repréſenter cela d'une manière plus ſimple; mais ſi j'ai à retrancher $3a$ de $5a$, je n'écrirai point $5a-3a$, parce que cela ne donneroit pluſieurs opérations *arithmétiques* à faire, en cas que je vouluſſe donner à a une valeur numérique; j'écrirai ſimplement $2a$; expreſſion plus ſimple & plus commode pour le calcul *arithmétique*. *V.* SOUSTRACTION.

J'en dis autant de la multiplication & de la diviſion. Si je veux multiplier $a+b$ par $c+d$, je puis écrire indifféremment $(a+b) \times (c+d)$, ou $ac+bc+ad+bd$; & ſouvent même je préférerai la première expreſſion à la ſeconde, parce qu'elle ſemble demander moins d'opérations *arithmétiques*: car il ne faut que deux additions & une multiplication pour la première, & pour la ſeconde il faut trois additions & quatre multiplications. Mais ſi j'ai à multiplier $5a$ par $3a$, j'écrirai $15aa$ au lieu de $5a \times 3a$, parce que dans ce dernier cas j'aurois trois opérations *arithmétiques* à faire, & que dans le premier je n'en ai que deux; une pour trouver aa, & l'autre pour multiplier aa par 15. De même ſi j'ai $a+b$ à multiplier par $a-b$, j'écrirai $aa-bb$, parce que ce réſultat ſera ſouvent plus commode que l'autre pour les calculs *arithmétiques*, & que d'ailleurs j'en tire un

théorème, ſavoir que le produit de la ſomme des deux nombres, par la différence de ces deux nombres, eſt égal à la différence des quarrés de ces deux nombres. C'eſt ainſi qu'on a trouvé que le produit de $a+b$ par $a+b$, c'eſt-à-dire le quarré de $a+b$, étoit $aa+2ab+bb$, & qu'il contenoit par conſéquent le quarré des deux parties, plus deux fois le produit de l'une par l'autre; ce qui ſert à extraire la racine quarrée des nombres *Voy.* QUARRÉ & RACINE QUARRÉE.

Dans la diviſion, au lieu d'écrire $\frac{20ab}{5b}$, j'écrirai ſimplement $4a$; au lieu d'écrire $\frac{aa-xx}{a+x}$, j'écrirai $a-x$: mais, ſi j'ai à diviſer bc par bd, j'écrirai $\frac{bc}{bd}$, ne pouvant trouver une expreſſion plus ſimple.

On voit donc par-là que M. Neuton a eu raiſon d'appeller l'Algèbre *Arithmétique univerſelle*, puiſque les règles de cette ſcience ne conſiſtent qu'à extraire, pour ainſi dire, ce qu'il y a de général & de commun dans toutes les *Arithmétiques* particulières qui ſe feroient avec plus ou moins ou autant de chiffres que la nôtre, & à préſenter ſous la forme la plus ſimple & la plus abrégée, ces opérations *arithmétiques* indiquées.

Mais, dira-t-on, à quoi bon tout cet échaffaudage? Dans toutes les queſtions que l'on peut ſe poſer ſur les nombres, chaque nombre eſt déſigné & énoncé. Quelle utilité y a-t-il de donner à ce nombre une valeur littérale dont il ſemble qu'on peut ſe paſſer? Voici l'avantage de cette dénomination.

Toutes les queſtions qu'on peut propoſer ſur les nombres, ne ſont pas auſſi ſimples que celles d'ajouter un nombre donné à un autre ou de l'en ſouſtraire; de les multiplier ou de les diviſer l'un par l'autre. Il eſt des queſtions beaucoup plus compliquées, & pour la ſolution deſquelles on eſt obligé de faire des combinaiſons dans leſquelles le nombre ou les nombres que l'on cherche doivent entrer. Il faut donc avoir un art de faire ces combinaiſons ſans connoître les nombres que l'on cherche, & pour cela il faut exprimer ces nombres par des caractères différens des caractères numériques, parce qu'il y auroit un très-grand inconvénient à exprimer un nombre inconnu par un caractère numérique qui ne pourroit lui convenir que par un très-grand haſard. Pour rendre cela plus ſenſible par un exemple, je ſuppoſe que l'on cherche deux nombres dont la ſomme ſoit 100, & la différence 60. Je vois d'abord qu'en déſignant les deux nombres inconnus par des caractères numériques à volonté, par exemple l'un par 25, & l'autre par 50, je leur donnerois une expreſſion très-fauſſe, puiſque 25 & 60 ne ſatisfont point aux conditions de la queſtion. Il en ſeroit de même d'une infinité d'autres dénominations numériques. Pour éviter cet inconvénient, j'appelle le plus grand de ces nombres x, & le plus petit y; & j'ai par cette dénomination algébrique les deux conditions ainſi exprimées: x plus y eſt égal à 100, & x moins eſt égal à 60; ou en caractères algébriques:

$$x+y=100.$$
$$x-y=60.$$ *Voyez* CARACTÈRE.

Puiſque $x+y$ eſt égal à 100, & $x-y$ égal à 60, je vois que 100, joint avec 60, doit être égal à $x+y$, joint à $x-y$. Or, pour ajouter $x+y$ à $x-y$, il faut, ſuivant les règles de l'addition algébrique écrire $2x$; je vois donc que $2x$ eſt égal à 160, c'eſt-à-dire que 160 eſt le double du plus grand nombre cherché; donc ce nombre eſt la moitié de 160, c'eſt-à-dire 80: d'où il eſt facile de trouver l'autre qui eſt y: car puiſque $x+y$ eſt égal à 100, & que x eſt égal à 80, donc 80 plus y eſt égal à 100; donc y eſt égal à 100 dont on a retranché 80, c'eſt-à-dire 20; donc les deux nombres cherchés ſont 80 & 20: en effet leur nombre eſt 100, & leur différence eſt 60.

Au reſte, je ne prétends pas faire voir par cet article la néceſſité de l'Algèbre, car elle ne ſeroit encore guère néceſſaire, ſi on ne propoſoit pas des queſtions plus compliquées que celle-là: j'ai voulu ſeulement faire voir par cet exemple très-ſimple, & à la portée de tout le monde, comment par le ſecours de l'Algèbre on parvient à trouver les nombres inconnus.

L'expreſſion algébrique d'une queſtion n'eſt autre choſe, comme l'a fort bien remarqué M. Neuton, que la traduction de cette même queſtion en caractères algébriques; traduction qui a cela de commode & d'eſſentiel, qu'elle ſe réduit à ce qu'il y a d'abſolument néceſſaire dans la queſtion, & que les conditions ſuperflues en ſont bannies. Nous allons en donner, d'après M. Neuton, l'exemple ſuivant.

Queſtion énoncée par le langage ordinaire.	*La même queſtion traduite algébriquement.*
On demande trois nombres avec ces conditions.	$x, y, z.$
Qu'ils ſoient en proportion géométrique continue.	$x:y::y:z$, ou $xz=yy$. *Voyez* PROPORTION.
Que leur ſomme ſoit 20.	$x+y+z=20.$
Et que la ſomme de leurs quarrés ſoit 140.	$xx+yy+zz=140.$

Ainſi la queſtion ſe réduit à trouver les trois inconnues x, y, z, par les trois équations $xz=yy$, $x+y+z=20$, $xx+yy+zz=140$. Il ne reſte

plus qu'à tirer de ces trois équations la valeur de chacune des inconnues.

On voit donc qu'il y a dans l'*Arithmétique univerſelle* deux parties à diſtinguer.

La première eſt celle qui apprend à faire les combinaiſons & le calcul des quantités repréſentées par des ſignes plus univerſels que les nombres; de manière que les quantités inconnues, c'eſt-à-dire dont on ignore la valeur numérique, puiſſent être combinées avec la même facilité que les quantités connues, c'eſt-à-dire auxquelles on peut aſſigner des valeurs numériques. Ces opérations ne ſuppoſent que les propriétés générales de la quantité, c'eſt-à-dire qu'on y enviſage la quantité ſimplement comme quantité, & non comme repréſentée & fixée par telle ou telle expreſſion particulière.

La ſeconde partie de l'*Arithmétique univerſelle* conſiſte à ſavoir faire uſage de la méthode générale de calculer les quantités, pour découvrir les quantités qu'on cherche par le moyen des quantités qu'on connoît. Pour cela il faut, 1.° repréſenter de la manière la plus ſimple & la plus commode la loi du rapport qu'il doit y avoir entre les quantités connues & les inconnues. Cette loi de rapport eſt ce qu'on nomme *équation*; ainſi, le premier pas à faire lorſqu'on a un problème à réſoudre, eſt de réduire d'abord le problème à l'équation la plus ſimple.

Enſuite il faut tirer de cette équation la valeur ou les différentes valeurs que doit avoir l'inconnue qu'on cherche; c'eſt ce qu'on appelle *réſoudre l'équation. Voyez l'article* EQUATION, où vous trouverez là-deſſus un plus long détail, auquel nous renvoyons, ayant dû nous borner dans cet article à donner une idée générale de l'*Arithmétique univerſelle*, pour en détailler les règles dans les articles particuliers. *Voyez auſſi* PROBLÈME, RACINE, *&c.*

La première partie de l'*Arithmétique univerſelle* s'appelle proprement *Algèbre*, ou ſcience du calcul des grandeurs en général; la ſeconde s'appelle proprement *Analyſe*: mais ces deux noms s'emploient aſſez ſouvent l'un pour l'autre. *V.* ALGÈBRE & ANALYSE.

Nous ignorons ſi les anciens ont connu cette ſcience: il y a pourtant bien de l'apparence qu'ils avoient quelque moyen ſemblable pour réſoudre au moins les queſtions numériques; par exemple, les queſtions qui ont été appellées *queſtions de Diophante. Voyez* DIOPHANTE; *voyez auſſi* APPLICATION *de l'Analyſe à la Géométrie.*

Selon M. l'Abbé de Gua, dans ſon excellente *Hiſtoire de l'Algèbre*, dont on trouve la plus grande partie à l'*art.* ALGÈBRE de ce Dictionnaire, Théon paroît avoir cru que Platon eſt l'inventeur de l'Analyſe; & Pappus nous apprend que Diophante & d'autres auteurs anciens s'y étoient principalement appliqués, comme Euclide, Appollonius, Ariſtée, Eratoſthène, & Pappus lui-même. Mais nous ignorons en quoi conſiſtoit préciſément leur Analyſe, & en quoi elle pouvoit différer de la nôtre ou lui reſſembler. M. de Malezieu, dans ſes *Elémens de Géométrie*, prétend qu'il eſt moralement impoſſible qu'Archimède ſoit arrivé à la plupart de ſes belles découvertes géométriques, ſans le ſecours de quelque choſe d'équivalent à notre Analyſe: mais tout cela n'eſt qu'une conjecture; & il ſeroit bien ſingulier qu'il n'en reſtât pas au moins quelque veſtige dans quelqu'un des ouvrages des anciens géomètres. M. de l'Hopital, ou plutôt M. de Fontenelle, qui eſt l'auteur de la préface des *infiniment petits*, obſerve qu'il y a apparence que M. Paſcal eſt arrivé à force de tête & ſans Analyſe, aux belles découvertes qui compoſent ſon *Traité de la roulette*, imprimé ſous le nom d'*Etonville*. Pourquoi n'en ſeroit-il pas de même d'Archimède & des anciens?

Nous n'avons encore parlé que de l'uſage de l'Algèbre pour la réſolution des queſtions numériques: mais ce que nous venons de dire de l'Analyſe des anciens, nous conduit naturellement à parler de l'uſage de l'Algèbre dans la Géométrie: cet uſage conſiſte principalement à réſoudre les problèmes géométriques par l'Algèbre, comme on réſout les problèmes numériques, c'eſt-à-dire à donner des noms algébriques aux lignes connues & inconnues; & après avoir énoncé la queſtion algébriquement, à calculer de la même manière que ſi on réſolvoit un problème numérique. Ce qu'on appelle en Algèbre *équation d'une courbe*, n'eſt qu'un problème géométrique indéterminé, dont tous les points de la courbe donnent la ſolution; & ainſi du reſte. Dans l'application de l'Algèbre à la Géométrie, les lignes connues ou données ſont repréſentées par des lettres de l'alphabet, comme les nombres connus ou donnés dans les queſtions numériques: mais il faut obſerver que les lettres qui repréſentent des lignes dans la ſolution d'un problème géométrique, ne pourroient pas toujours être exprimées par des nombres. Je ſuppoſe, par exemple, que dans la ſolution d'un problème de Géométrie, on ait deux lignes connues, dont l'une que j'appellerai *a* ſoit le côté d'un quarré, & l'autre que je nommerai *b* ſoit la diagonale de ce même quarré; je dis que ſi on aſſigne une valeur numérique à *a*, il ſera impoſſible d'aſſigner une valeur numérique à *b*, parce que la diagonale d'un quarré & ſon côté ſont incommenſurables. *V.* INCOMMENSURABLE, DIAGONALE, HYPOTHENUSE, *&c.* Ainſi, les calculs algébriques appliqués à la Géométrie ont un avantage, en ce que les caractères qui expriment les lignes données peuvent marquer des quantités commenſurables ou incommenſurables; au lieu que dans les problèmes numériques, les caractères qui repréſentent les nombres donnés ne peuvent repréſenter que des nombres commenſurables. Il eſt vrai que le nombre inconnu qu'on cherche, peut être repréſenté par une expreſſion algébrique qui déſigne un incommenſurable: mais alors c'eſt une marque que ce nombre inconnu & cherché

n'exiſte point, que la queſtion ne peut être réſolue qu'à-peu-près, & non exactement; au lieu que dans l'application de l'Algèbre à la Géométrie, on peut toujours aſſigner par une conſtruction géométrique la grandeur exacte de la ligne inconnue, quand même l'expreſſion qui déſigne cette ligne ſeroit incommenſurable. On peut même ſouvent aſſigner la valeur de cette ligne, quoiqu'on ne puiſſe pas en donner l'expreſſion algébrique, ſoit commenſurable, ſoit incommenſurable: c'eſt ce qui arrive dans le cas irréductible du troiſième degré. *Voyez* IRRÉDUCTIBLE.

Un des plus grands avantages qu'on a tirés de l'application de l'Algèbre à la Geométrie, eſt le calcul différentiel; on en trouvera l'idée au *mot* DIFFÉRENTIEL, avec une notion exacte de la nature de ce calcul. Le calcul différentiel a produit l'intégral. *Voyez* CALCUL & INTÉGRAL.

Il n'y a point de géomètre tant ſoit peu habile, qui ne connoiſſe aujourd'hui plus ou moins l'uſage infini de ces deux calculs dans la Géométrie tranſcendante.

M. Neuton nous a donné ſur l'Algèbre un excellent ouvrage, qu'il a intitulé: *Arithmetica univerſalis*. Il y traite des règles de cette ſcience, & de ſon application à la Géométrie. Il y donne pluſieurs méthodes nouvelles, qui ont été commentées pour la plupart par M. s'Graveſande dans un petit ouvrage très-utile aux commençans, intitulé: *Elementa algebræ*, & par M. Clairaut dans ſes Elémens d'Algèbre. *Voyez à l'article* ALGÈBRE les noms de pluſieurs auteurs qui ont traité de cette ſcience.

Sur la manière d'appliquer l'Algèbre à la Géométrie, c'eſt-à-dire de réduire en équation les queſtions géométriques, nous ne connoiſſons rien de meilleur ni de plus lumineux que les règles données par M. Neuton, *p. 82 & ſuiv. de ſon Arithmétique univerſelle*, édition de Leyde 1732, *juſqu'à la page 96*; elles ſont trop précieuſes pour être abrégées & trop longues pour être inſérées ici dans leur entier; ainſi, nous y renvoyons nos lecteurs: nous dirons ſeulement qu'elles peuvent ſe réduire à ces deux règles.

Première règle. Un problème géométrique étant propoſé (& on pourroit en dire autant d'un problème numérique) comparez enſemble les quantités connues & inconnues que renferme ce problème, & ſans diſtinguer les connues d'avec les inconnues, examinez comment toutes ces quantités dépendent les unes des autres; & quelles ſont celles qui étant connues, feroient connoître les autres en procédant par une méthode ſynthétique.

Seconde règle. Parmi ces quantités qui feroient connoître les autres, & que je nomme pour cette raiſon *ſynthétiques*, cherchez celle qui feroient connoître les autres le plus facilement, & qui pourroient être trouvées le plus difficilement, ſi on ne les ſuppoſoient point connues; & regardez ces quantités comme celles que vous devez traiter de connues.

C'eſt là-deſſus qu'eſt fondée la règle des Géometres, qui diſent que pour réſoudre un problème géométrique algébriquement, il faut le ſuppoſer réſolu: en effet, pour réſoudre ce problème, il faut ſe repréſenter toutes les lignes, tant connues qu'inconnues, comme des quantités qu'on a devant les yeux, & qui dépendent toutes les unes des autres, en ſorte que les connues & les inconnues puiſſent réciproquement & à leur tour être traitées, ſi l'on veut, d'inconnues & de connues. Mais en voilà aſſez ſur cette matière, dans un ouvrage où l'on ne doit en expoſer que les principes généraux. *Voyez* APPLICATION (*O*).

* ARITHMÉTIQUE *politique*; c'eſt celle dont les opérations ont pour but des recherches utiles à l'art de gouverner les peuples, telles que celles du nombre des hommes qui habitent un pays; de la quantité de nourriture qu'ils doivent conſommer; du travail qu'ils peuvent faire; du tems qu'ils ont à vivre; de la fertilité des terres; de la fréquence des naufrages, *&c.* On conçoit aiſément que ces découvertes & beaucoup d'autres de la même nature, étant acquiſes par des calculs fondés ſur quelques expériences bien conſtatées, un miniſtre habile en tireroit une foule de conſéquences pour la perfection de l'agriculture, pour le commerce tant intérieur qu'extérieur, pour les colonies, pour le cours & l'emploi de l'argent, *&c.* Mais ſouvent les miniſtres (je n'ai garde de parler ſans exception) croient n'avoir pas beſoin de paſſer par des combinaiſons & des ſuites d'opérations *arithmétiques*: pluſieurs s'imaginent être doués d'un grand génie naturel qui les diſpenſe d'une marche ſi lente & ſi pénible, ſans compter que la nature des affaires ne permet ni ne demande preſque jamais la préciſion géométrique. Cependant ſi la nature des affaires la demandoit & la permettoit, je ne doute point qu'on ne parvînt à ſe convaincre que le monde politique, auſſi bien que le monde phyſique, peut ſe régler à beaucoup d'égards par poids, nombre & meſure.

Le Chevalier Petty, Anglois, eſt le premier qui ait publié des eſſais ſous ce titre. Le premier eſt ſur la multiplication du genre humain; ſur l'accroiſſement de la ville de Londres, ſes degrés, ſes périodes, ſes cauſes & ſes ſuites. Le ſecond, ſur les maiſons, les habitans, les morts & les naiſſances de la ville de Dublin. Le troiſième eſt une comparaiſon de la ville de Londres & de la ville de Paris; le chevalier Petty s'efforce de prouver que la capitale de l'Angleterre l'emporte ſur celle de la France par tous ces côtés. M. Auzout a attaqué cet eſſai par pluſieurs objections, auxquelles M. le chevalier Petty a fait des réponſes. Le quatrième tend à faire voir qu'il meurt à l'Hôtel-Dieu de Paris environ trois mille malades par an, par mauvaiſe adminiſtration. Le cinquième eſt diviſé en cinq parties: la 1re eſt en réponſe à M. Auzout; la 2e contient la comparaiſon de Londres & de Paris ſur pluſieurs points; la troiſième évalue le nombre des paroiſſiens des 134 paroiſſes de Londres à 696 mille; la quatrième eſt une recherche ſur les habitans de Londres,

Digitized by Google

de Paris, d'Amſterdam, de Veniſe, de Rome, de Dublin, de Briſtol, & de Rouen; la cinquième a le même objet, mais relativement à la Hollande & au reſte des Provinces-Unies. Le ſixième embraſſe l'étendue & le prix des terres, les peuples, les maiſons, l'induſtrie, l'économie, les manufactures, le commerce, la pêche, les artiſans, les marins ou gens de mer, les troupes de terre, les revenus publics, les intérêts, les taxes, le lucre, les banques, les compagnies, le prix des hommes, l'accroiſſement de la marine & des troupes; les habitations, les lieux, les conſtructions de vaiſſeaux, les forces de mer, *&c.* relativement à tout pays en général, mais particulièrement à l'Angleterre, la Hollande, la Zéelande, & la France. Cet eſſai eſt adreſſé au Roi; c'eſt preſque dire que les réſultats en ſont favorables à la nation angloiſe. C'eſt le plus important de tous les eſſais du chevalier Petty; cependant il eſt très-court, ſi on le compare à la multitude & à la complication des objets. Le chevalier Petty prétend avoir démontré dans environ une centaine de petites pages *in*-12, gros caractère: 1.° Qu'une petite contrée avec un petit nombre d'habitans peut équivaloir par ſa ſituation, ſon commerce & ſa police, à un grand pays & à un peuple nombreux, ſoit qu'on les compare par la force ou par la richeſſe, & qu'il n'y a rien qui tende plus efficacement à établir cette égalité que la marine & le commerce maritime. 2.° Que toutes ſortes d'impôts & de taxes publiques tendent pluiôt à augmenter qu'à affoiblir la ſociété & le bien public. 3.° Qu'il y a des empêchemens naturels & durables à jamais, à ce que la France devienne plus puiſſante ſur mer que l'Angleterre ou la Hollande: nos françois ne porteront pas un jugement favorable des calculs du chevalier Petty ſur cette propoſition, & je crois qu'ils auront raiſon. 4.° Que par ſon fonds & ſon produit naturels, le peuple & le territoire de l'Angleterre ſont à-peu-près égaux en richeſſe & en force au peuple & au territoire de France. 5.° Que les obſtacles qui s'oppoſent à la grandeur de l'Angleterre, ne ſont que contingens & amovibles. 6.° Que depuis quarante ans la puiſſance & la richeſſe de l'Angleterre ſe ſont fort accrues. 7.° Que la dixième partie de toute la dépenſe des ſujets du roi ſuffiroit pour entretenir cent mille hommes d'infanterie, trente mille hommes de cavalerie, quarante mille hommes de mer; & pour acquitter toutes les autres charges de l'état, ordinaires & extraordinaires, dans la ſeule ſuppoſition que cette dixième partie ſeroit bien impoſée, bien perçue & bien employée. 8.° Qu'il y a plus de ſujets ſans emploi qu'il n'en faudroit pour procurer à la nation deux millions par an, s'ils étoient convenablement occupés, & que ces occupations ſont toutes prêtes, & n'attendent que des ouvriers. 9.° Que la nation a aſſez d'argent pour faire aller ſon commerce. 10.° Enfin que la nation a tout autant de reſſources qu'il lui en faut pour embraſſer tout le commerce de l'univers, de quelque nature qu'il ſoit.

Voilà comme on voit des prétentions bien exceſſives: mais quelles qu'elles ſoient, le lecteur fera bien d'examiner dans l'ouvrage du chevalier Petty les raiſonnemens & les expériences ſur leſquels il s'appuie: dans cet examen, il ne faudra pas oublier qu'il arrive des révolutions, ſoit en bien, ſoit en mal, qui changent en un moment la face des états, & qui modifient & même anéantiſſent les ſuppoſitions; & que les calculs & leurs réſultats ne ſont pas moins variables que les événemens. L'ouvrage du chevalier Petty fut compoſé avant 1699. Selon cet auteur, quoique la Hollande & la Zéelande ne contiennent pas plus de 1,000,000 d'arpens de terre, & que la France en contienne au moins 8,000,000, cependant ce premier pays a preſque un tiers de la richeſſe & de la force de ce dernier. Les rentes des terres en Hollande ſont à proportion de celles de France, comme de 7 ou 8 à 1. (Obſervez qu'il eſt queſtion ici de l'état de l'Europe en 1699; & c'eſt à cette année que ſe rapportent tous les calculs du chevalier Petty, bons au mauvais). Les habitans d'Amſterdam ſont $\frac{2}{3}$ de ceux de Paris ou de Londres; & la différence entre ces deux dernières villes n'eſt, ſelon le même auteur, que d'environ une vingtième partie. Le port de tous les vaiſſeaux appartenans à l'Europe, ſe montent à environ deux millions de tonneaux, dont les anglois ont 500,000, les Hollandois 900,000, les François 100,000, les Hambourgeois, Danois, Suédois, & les habitans de Dantzick 250,000; l'Eſpagne, le Portugal, l'Italie, *&c.* à-peu-près autant. La valeur des marchandiſes qui ſortent annuellement de la France, pour l'uſage de différens pays, ſe monte en tout à environ 5,000,000 livres ſterlin, c'eſt-à-dire, quatre fois autant qu'il en entroit dans l'Angleterre ſeule. Les marchandiſes qu'on fait ſortir de la Hollande pour l'Angleterre valent 300,000 livres ſterlin; & ce qui ſort de-là pour être répandu par tout le reſte du monde, vaut 18,000,000 livres ſterlin. L'argent que le roi de France leve annuellement en tems de paix fait environ 6 $\frac{1}{2}$ millions ſterlin. Les ſommes levées en Hollande & Zéelande ſont autour de 2,100,000 l. ſterlin; & celles provenantes de toutes les Provinces-unies ſont enſemble environ 3,000,000 liv. ſterlin. Les habitans d'Angleterre ſont à-peu-près au nombre de 6,000,000; & leurs dépenſes à raiſon de 7 livres ſterlin par an, pour chacun d'eux, ſont 42,000,000 liv. ſterlin, ou 80000 liv. ſterlin par ſemaine. La rente des terres en Angleterre eſt d'environ 8,000,000 ſterlin; & les intérêts & profits des biens *propres* à-peu-près autant. La rente des maiſons en Angleterre 4,000,000 l. ſterlin. Le profit du travail de tous les habitans ſe monte à 26,000,000 livres ſterlin par an. Les habitans d'Irlande ſont au nombre de 1,200,000.

Le bled conſommé annuellement en Angleterre, comptant le froment à 5 ſchelings le boiſſeau, & l'orge à 2 $\frac{1}{2}$, ſe monte à dix millions ſterlin. La marine d'Angleterre avoit beſoin en 1699, c'eſt-à-dire, du tems du chevalier Petty, ou à la fin du dernier ſiècle, de 36,000 hommes pour les vaiſſeaux de guerre, & 48,000 pour les vaiſſeaux marchands & autres; & il ne falloit pour toute la marine de France que 15,000 hommes. Il y a en France environ treize millions & demi d'ames; & en Angleterre, Ecoſſe & Irlande, environ neuf millions & demi. Dans les trois royaumes d'Angleterre, d'Ecoſſe & d'Irlande, il y a environ 20,000 eccléſiaſtiques; & en France, il y en a plus de 270,000. Le royaume d'Angleterre a plus de 40,000 matelots, & la France n'en a pas plus de 10,000. Il y avoit pour lors en Angleterre, en Ecoſſe, en Irlande, & dans les pays qui en dépendent, des vaiſſeaux dont le port ſe montoit environ à 60,000 tonneaux, ce qui vaut à-peu-près quatre millions & demi de livres ſterlin. La ligne marine autour de l'Angleterre, de l'Ecoſſe, de l'Irlande, & des îles adjacentes, eſt d'envir. 3,800,000 mille. Il y a dans le monde entier environ 300,000,000 d'ames, dont il n'y a qu'environ 80,000,000 avec leſquels les anglois & les hollandois ſoient en commerce. La valeur de tous les effets de commerce ne paſſe pas 45,000,000 ſterl. Les manufactures d'Angleterre qu'on fait ſortir du royaume ſe montent annuellement à environ 5,000,000 l. ſterl. Le plomb, le fer-blanc & le charbon, à 500,000 l. ſterl. par an. La valeur des marchandiſes de France qui entre en Angleterre, ne paſſe pas 1,200,000 livres ſterlin par an. Enfin il y a en Angleterre environ 6,000,000 ſterlin d'eſpèces monnoyées. Tous ces calculs, comme nous l'avons dit, ſont relatifs à l'année 1699, & ont dû ſans doute bien changer depuis.

M. Davenant, autre auteur d'*arithmétique politique*, prouve qu'il ne faut pas compter abſolument ſur pluſieurs des calculs du chevalier Petty; il en donne d'autres qu'il a faits lui-même, & qui ſe trouvent fondés ſur les obſervations de M. King. En voici quelques-uns.

L'Angleterre contient, dit-il, 39,000,000 d'arpens de terre. Les habitans, ſelon ſon calcul, ſont à-peu-près au nombre de 5,545,000 ames, & ce nombre augmente tous les ans d'environ 9000, déduction faite de ceux qui peuvent périr par les peſtes, les maladies, les guerres, la marine, *&c.* & de ceux qui vont dans les colonies. Il compte 530,000 habitans dans la ville de Londres; dans les autres villes & bourgs d'Angleterre 870,000, & dans les villages & hameaux 4,100,000. Il eſtime la rente annuelle des terres à 10,000,000 ſterlin; celle des maiſons & des bâtimens à 2,000,000 par an; le produit de toutes ſortes de grains, dans une année paſſablement abondante, à 9,075,000 liv. ſterlin; la rente annuelle des terres en bled à 2,000,000, & leur produit net au-deſſus de 9,000,000 ſterlin; la rente des pâturages, des prairies, des bois des forêts, des dunes, *&c.* à 7,000,000 ſterlin; le produit annuel des beſtiaux en beurre, fromage & lait, peut monter, ſelon lui, à environ 2 $\frac{1}{2}$ millions ſterlin. Il eſtime la valeur de la laine tondue annuellement à environ 2,000,000 ſterlin; celle des chevaux, qu'on éleve tous les ans à environ 250,000 liv. ſterlin; la conſommation annuelle de viande pour nourriture, à environ 3,350,000 liv. ſterlin; celle du ſuif & des cuirs environ 600,000 liv. ſterlin; celle du foin pour la nourriture annuelle des chevaux, environ 1,300,000 liv. ſterlin; & pour celle des autres beſtiaux, 1,000,000 ſterlin; le bois de bâtiment coupé annuellement 500,000 liv. ſterlin. Le bois à brûler, *&c.* environ 500,000 livres ſterlin. Si toutes les terres d'Angleterre étoient également diſtribuées parmi tous les habitans, chacun auroit pour ſa part environ 7 $\frac{1}{4}$ arpens. La valeur du froment, du ſeigle & de l'orge, néceſſaire pour la ſubſiſtance de l'Angleterre, ſe monte au moins à 6,000,000 ſterlin par an. La valeur des manufactures de laines travaillées en Angleterre eſt d'environ 8,000,000 par an; & toutes les marchandiſes de laine qui ſortent annuellement de l'Angleterre, paſſent la valeur de 2,000,000 ſterl. Le revenu annuel de l'Angleterre, ſur quoi tous les habitans ſe nourriſſent & s'entretiennent, & payent tous les impôts & taxes, ſe monte, ſelon lui, à environ 43,000,000: celui de la France à 81,000,000, & celui de la Hollande à 18,250,000 livres ſterlin.

Le major Grant, dans ſes obſervations ſur les *liſtes mortuaires*, compte qu'il y a en Angleterre 39,000 quarrés de terre; qu'il y a en Angleterre & dans la principauté de Galles 4,600,000 ames; que les habitans de la ville de Londres ſont à-peu-près au nombre de 640,000; c'eſt-à-dire, la quatorzième partie de tous les habitans de l'Angleterre; qu'il y a en Angleterre & dans le pays de Galles, environ 10,000 paroiſſes; qu'il y a 25,000,000 d'arpens de terre en Angleterre & dans le pays de Galles, c'eſt-à-dire, environ 4 arpens pour chaque habitant; que de 100 enfans qui naiſſent, il n'y en a que 64 qui atteignent l'âge de 6 ans; que dans 100, il n'en reſte que 40 en vie au bout de 16 ans; que dans 100, il n'y en a que 25 qui paſſent l'âge de 26 ans; que 16 qui vivent 36 ans accomplis, & 10 ſeulement dans 100 vivent juſqu'à la fin de leur 46e année; & dans le même nombre, qu'il n'y en a que 6 qui aillent à 56 ans accomplis; que 3 dans 100 qui atteignent la fin de 66 ans; & que dans 100 il n'y en a qu'un qui ſoit en vie au bout de 76 ans, & que les habitans de la ville de Londres ſont changés deux fois dans le cours d'environ 64 ans. *Voyez* VIE, *&c.* MM. de Moivre, Bernoulli, de Monmort & de Parcieux, ſe ſont exercés ſur des ſujets relatifs à l'*Arithmétique politique*: on peut conſulter *la doctrine des haſards*, de

Digitized by Google

M. de Moivre; l'*art de conjecturer*, de M. Bernoulli; l'*analyſe des jeux de haſard*, de M. de Mootmort; l'ouvrage *ſur les rentes viageres & les tontines*, &c. de M. de Parcieux, & quelques mémoires de M. Halley, répandus dans les *Tranſactions philoſophiques*, avec les articles de notre Dictionnaire, HASARD, JEU, PROBABILITÉ, COMBINAISON, ABSENT, VIE, MORT, NAISSANCE, ANNUITÉ, RENTE, TONTINE, &c. (*M.* DIDEROT).

* L'*Arithmétique politique* eſt, dans un ſens plus étendu, l'application du calcul aux ſciences politiques. Cette branche des Mathématiques a trois objets principaux, comme toutes celles qui ont pour but l'application du calcul à la connoiſſance de la nature : ainſi, on peut la diviſer en trois parties; la première eſt l'art de ſe procurer des faits précis & tels que le calcul puiſſe s'y appliquer, & de réduire les faits particuliers qui ont été obſervés à des réſultats plus ou moins généraux; la ſeconde a pour objet de tirer de ces faits les conſéquences auxquels ils conduiſent; la troiſième enfin doit enſeigner à déterminer la probabilité de ces faits & de ces conſéquences.

Dans la plupart des ſciences phyſiques on néglige preſque abſolument cette 3e partie, parce que les faits ſur leſquels on s'appuie, & par conſéquent les conſéquences qu'on en déduit, ont une probabilité très-approchante de la certitude; que d'ailleurs les faits ſont preſque toujours ſuſceptibles d'être connus avec une très-grande préciſion, ce qui diſpenſe de rechercher avec quel degré de probabilité on peut ſe répondre que les erreurs ne ſeront pas au-delà de certaines limites; & qu'enfin toutes les fois que ces faits ou leurs conſéquences ne doivent pas ſervir de baſe à notre conduite, il eſt en général peu important de déterminer avec exactitude leur degré de probabilité.

Ainſi, par exemple, ſi on a découvert une nouvelle planète, on cherche d'abord à s'en procurer des obſervations exactes; on déduit enſuite de ces obſervations les élémens de ſon orbite: mais perſonne ne ſonge à déterminer quel eſt le degré de probabilité qu'on ne s'eſt pas écarté de la vérité d'une quantité plus ou moins grande, ſoit parce qu'on ſait d'avance que cette probabilité diffère peu de la certitude, ſoit parce que la connoiſſance exacte de cette probabilité ſeroit abſolument inutile; & qu'il ſuffit de ſavoir qu'elle eſt ou fort grande ou très-petite.

Au contraire, ſi on appliquoit le calcul à des queſtions de médecine pratique, comme il faudroit régler ſa conduite d'après les réſultats de ce calcul, il ſeroit indiſpenſable de s'aſſurer de leur degré de probabilité.

La plupart des queſtions d'*Arithmétique politique* ſont dans ce dernier cas.

Par exemple, ſuppoſons qu'on veuille calculer le taux d'une rente viagère, il ne ſuffit pas de ſe procurer des tables de mortalité exactes & applicables à la queſtion qu'on ſe propoſe de réſoudre, & d'en déduire par le calcul le taux de cette rente, il faut de plus déterminer la probabilité que, par l'événement, le taux réel ne s'écartera pas de celui que donne le calcul au-delà de certaines limites.

L'*Arithmétique politique* n'a commencé à être une ſcience que vers la fin du ſiècle dernier, & il paroît que c'eſt en Angleterre qu'elle a pris naiſſance: il y a lieu de croire que les anciens n'en ont eu aucune idée. Les loix romaines aſſujettiſſoient les ſucceſſions teſtamentaires à un droit envers le Fiſc; & comme pour éluder la loi on ſe bornoit à léguer un ſimple uſufruit, on imagina d'aſſujettir cet uſufruit à une partie du droit. La proportion qu'il convient d'établir entre le droit payé pour la propriété & celui qu'il faut payer pour l'uſufruit, eſt une queſtion d'*Arithmétique politique* aſſez compliquée; mais on a lieu de croire que les romains ne ſavoient pas même que cette queſtion pût exiſter, & qu'ils fixèrent cette proportion au haſard.

Les recherches que l'on a faites ſur cette ſcience depuis le commencement de ce ſiècle, ſe bornent à des tables en général très-peu préciſes des productions de différens pays, de l'étendue de leur commerce, du profit annuel qui en réſulte, à l'examen de quelques queſtions de droit. (*Voyez* la thèſe de Nicolas Bernoulli, citée à l'article ABSENT) au calcul des annuités & des différentes eſpèces d'interêts, à celui des rentes viagères, des tontines & des autres emprunts de ce genre, au calcul des différentes formes de loterie, à la manière de former les tables de mortalité, & d'en déduire des conſéquences qui intéreſſent à-la-fois la politique & l'hiſtoire naturelle de l'homme.

On ne peut regarder ces recherches que comme une très-petite partie d'une des ſciences les plus étendues & les plus utiles. En général, les géomètres ſe ſont plus occupés des méthodes de calcul que de l'examen des principes d'après leſquels chaque queſtion devoit être réſolue; ils n'ont preſque traité que celles pour leſquelles la néceſſité & la poſſibilité d'y appliquer le calcul ſe faiſoit ſentir au premier coup-d'œil, & ils ont rarement cherché à y ſoumettre les objets qui paroiſſoient devoir s'y refuſer; enfin ils n'ont point étendu les principes & les méthodes de calcul qu'ils ont employés aux différentes queſtions auxquelles ces principes & ces calculs peuvent s'appliquer: leur but principal étoit le progrès de l'analyſe mathématique plutôt que celui des ſciences politiques.

Nous chercherons dans pluſieurs articles de ce Dictionnaire à faire ſentir toute l'importance & toute l'étendue d'une ſcience qu'on doit regarder encore comme preſque nouvelle, & qui ne peut faire de grands progrès qu'autant qu'elle ſera cul-

Digitized by Google

tivée par des hommes qui joindront à une connoiſſance approfondie des ſciences politiques, des talens pour la Géométrie. *Voyez* les articles Evénemens, Probabilité des décisions, Preuve, Produit, Prix, Population, Salubrité, Opinions, *&c.* (*M. D. C.*)

Arithmétique, pris adjectivement, ſe dit de tout ce qui a rapport aux nombres, ou à la ſcience des nombres, ou qui s'exécute par le moyen des nombres. On dit opération *arithmétique*, de toute opération ſur les nombres.

Moyen *arithmétique.*	*Voyez*	Moyen.
Progression *arithmétique.*		Progression.
Proportion *arithmétique.*		Proportion.
Rapport *arithmétique.*		Rapport.

Triangle arithmétique. Voyez Triangle.

Echelles arithmétiques, eſt le nom que donne M. de Buffon (*Mém. Acad. 1741*) aux différentes progreſſions de nombres, ſuivant leſquelles l'*Arithmétique* auroit pu être formée. Pour entendre ceci, il faut obſerver que notre *Arithmétique* ordinaire s'exécute par le moyen de dix chiffres, & qu'elle a par conſéquent pour baſe la progreſſion *arithmétique* décuple ou dénaire, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *voyez* Progression, *&c.* Il eſt vraiſemblable, comme nous l'avons remarqué plus haut, que cette progreſſion doit ſon origine au nombre des doigts des deux mains, par leſquels on a dû naturellement commencer à compter : mais il eſt viſible auſſi que cette progreſſion en elle-même eſt arbitraire, & qu'au lieu de prendre dix caractères pour exprimer tous les nombres poſſibles, on auroit pu en prendre moins ou plus de dix. Suppoſons, par exemple, qu'on en eût pris cinq ſeulement, 0, 1, 2, 3, 4 ; en ce cas tout nombre paſſé cinq, auroit eu plus d'un chiffre, & cinq auroit été exprimé par 10 ; car 1 dans la ſeconde place, qui dans la progreſſion ordinaire vaut dix fois plus qu'à la première place, ne vaudroit dans la progreſſion quintuple que cinq fois plus. De même 11 auroit repréſenté 6 ; 25 auroit été repréſenté par 100, & tout nombre au-deſſus de 25, auroit eu trois chiffres ou davantage. Au contraire ſi on prenoit vingt chiffres ou caractères pour repréſenter les nombres, tout nombre au-deſſous de 20 n'auroit qu'un chiffre ; tout nombre au-deſſous de 400 n'en auroit que deux, *&c.*

La progreſſion la plus courte dont on puiſſe ſe ſervir pour exprimer les nombres, eſt celle qui eſt compoſée de deux chiffres ſeulement, 0, 1, & c'eſt ce que M. Leibnitz a nommé *Arithmétique binaire. Voyez* Binaire. Cette *Arithmétique* auroit l'inconvénient d'employer un trop grand nombre de chiffres pour exprimer des nombres aſſez petits, & il eſt évident que cet inconvénient aura d'autant plus lieu, que la progreſſion qui ſervira de baſe à l'*Arithmétique*, aura moins de chiffres. D'un autre côté, ſi on employoit un trop grand nombre de chiffres pour l'*Arithmétique*, par exemple vingt ou trente chiffres au lieu de ſix, les opérations ſur les nombres deviendroient trop difficiles ; je n'en veux pour exemple que l'addition. Il y a donc un milieu à garder ici, & la progreſſion décuple, outre ſon origine qui eſt aſſez naturelle, paroît tenir ce milieu : cependant il ne faut pas croire que l'inconvénient fût fort grand, ſi on avoit pris neuf ou douze chiffres au lieu de dix. *Voyez* Chiffre & Nombre.

M. de Buffon, dans le mémoire que nous avons cité, donne une méthode fort ſimple & fort abrégée pour trouver tout d'un coup la manière d'écrire un nombre donné dans une échelle *arithmétique* quelconque, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant qu'on ſe ſerve d'un nombre quelconque de chiffres pour exprimer les nombres. *Voyez* Binaire. (*O*)

* Arithmétique (*machine*) ; c'eſt un aſſemblage ou ſyſtême de roues & d'autres pièces, à l'aide deſquelles des chiffres ou imprimés ou gravés ſe meuvent, & exécutent dans leur mouvement les principales règles de l'*Arithmétique*.

La première *machine arithmétique* qui ait paru, eſt de Blaiſe Paſcal, né à Clermont en Auvergne le 19 juin 1623 ; il l'inventa à l'âge de dix-neuf ans. On en a fait quelques autres depuis qui, au jugement même de MM. de l'Académie des Sciences, paroiſſent avoir ſur celle de Paſcal des avantages dans la pratique : mais celle de Paſcal eſt la plus ancienne ; elle a pu ſervir de modèle à toutes les autres : c'eſt pourquoi nous l'avons préférée.

Cette machine n'eſt pas extrêmement compliquée ; mais entre ſes pièces il y en a une ſur-tout qu'on nomme *le fautoir*, qui ſe trouve chargée d'un ſi grand nombre de fonctions, que le reſte de la machine en devient très-difficile à expliquer. Pour ſe convaincre de cette difficulté, le lecteur n'a qu'à jetter les yeux ſur les figures du recueil des machines approuvées par l'Académie, & ſur le diſcours qui a rapport à ces figures & à la machine de Paſcal : je ſuis sûr qu'il lui paroîtra, comme à nous, preſqu'auſſi difficile d'entendre la machine de Paſcal, avec ce qui en eſt dit dans l'ouvrage que nous venons de citer, que d'imaginer une autre *machine arithmétique*. Nous allons faire en ſorte qu'on ne puiſſe pas porter le même jugement de notre article, ſans toutefois nous engager à expoſer le méchaniſme de la machine de Paſcal d'une manière ſi claire, qu'on n'ait beſoin d'aucune contenſion d'eſprit pour le ſaiſir. Au reſte, cet endroit de notre Dictionnaire reſſemblera à beaucoup d'autres, qui ne ſont deſtinés qu'à ceux qui ont quelque habitude de s'appliquer.

Les

Les parties de la *machine arithmétique* ſe reſſemblant preſque toutes par leur figure, leur diſpoſition & leur jeu, nous avons cru qu'il étoit inutile de repréſenter la machine entière: la portion qu'on en voit *Pl. II. d'arithmétique*, ſuffira pour en donner une juſte idée. *N O P R*, *fig. 1*, eſt une plaque de cuivre qui forme la ſurface ſupérieure de la machine. On voit à la partie inférieure de cette plaque, une rangée *N O* de cercles *Q*, *Q*, *Q*, &c. tous mobiles, autour de leurs centres *Q*. Le premier à la droite a douze dents; le ſecond, en allant de droite à gauche, en a vingt; & tous les autres en ont dix. Les pièces qu'on apperçoit en *S*, *S*, *S*, &c., & qui s'avancent ſur les diſques des cercles mobiles *R*, *R*, *R*, &c., ſont des étochios ou arrêts qu'on appelle *potences*. Ces étochios ſont fixes & immobiles; ils ne poſent point ſur les cercles qui ſe peuvent mouvoir librement ſous leurs pointes; ils ne ſervent qu'à arrêter un ſtylet, qu'on appelle *directeur*, qu'on tient à la main, & dont on place la pointe entre les dents des cercles mobiles *Q*, *Q*, *Q*, &c. pour les faire tourner dans la direction 6, 5, 4, 3, &c. quand on ſe ſert de la machine.

Il eſt évident par le nombre des dents des cercles mobiles *Q*, *Q*, *Q*, &c. que le premier à droite marque les deniers; le ſecond en allant de droite à gauche, les ſous; le troiſième, les unités de livres; le quatrième, les dixaines; le cinquième, les centaines; le ſixième, les mille; le ſeptième, les dixaines de mille; le huitième, les centaines de mille: & quoiqu'il n'y en ait que huit, on auroit pu, en aggrandiſſant la machine, pouſſer plus loin le nombre de ces cercles.

La ligne *Y Z* eſt une rangée de trous, à-travers leſquels on apperçoit des chiffres. Les chiffres apperçus ici ſont 46,309 l. 15 ſ. 10 d. mais on verra par la ſuite qu'on en peut faire paroître d'autres à diſcrétion par les mêmes ouvertures.

La bande *P R* eſt mobile de bas en haut; on peut en la prenant par ſes extrémités *R*, *P*, la faire deſcendre ſur la rangée des ouvertures 46,309 l. 15 ſ. 10 d. qu'elle couvriroit: mais alors on appercevroit une autre rangée parallèle de chiffres à-travers des trous placés directement au-deſſus des premiers.

La même bande *P R* porte des petites roues gravées de pluſieurs chiffres, toutes avec une aiguille au centre, à laquelle la petite roue ſert de cadran: chacune de ces roues portent autant de chiffres que les cercles mobiles *Q*, *Q*, *Q*, &c. auxquelles elles correſpondent perpendiculairement. Ainſi, *V* 1 porte douze chiffres, ou plutôt a douze diviſions; *V* 2 en a vingt; *V* 3 en a dix; *V* 4 dix, &. ainſi de ſuite.

A B C D, *fig.* 2. eſt une tranche verticale de la machine, faite ſelon une des lignes ponctuées *m x*, *m x*, *m x*, &c. de la *figure* 1. n'importe laquelle; car chacune de ces tranchées, compriſe entre deux parallèles *m x*, *m x*, contient toutes les parties de la *fig.* 2: outre quelques autres dont nous ferons mention dans la ſuite. 1 *Q* 2 repréſente un des cercles mobiles *Q* de la *fig.* 1. ce cercle entraîne par ſon axe *Q* 3, la roue à chevilles 4, 5. Les chevilles de la roue 4, 5, font mouvoir la roue 6, 7, la roue 8, 9, & la roue 10, 11, qui ſont toutes fixées ſur un même axe. Les chevilles de la roue 10, 11, engrennent dans la roue 12, 13, & la font mouvoir, & avec elle le barillet 14, 15.

Sur le barillet 14, 15, *même fig.* 2, ſoient tracées l'une au-deſſus de l'autre, deux rangées de chiffres de la maniere qu'on va dire. Si l'on ſuppoſe que ce barillet ſoit celui de la tranche des deniers, ſoient tracées les deux rangées:

0, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
11, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Si le barillet 14, 15, eſt celui de la tranche des ſous, ſoient tracées les deux rangées:

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10,
19, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

Si le barillet 14, 15, eſt celui de la tranche des unités de livres, ſoient tracées les deux rangées:

0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Il eſt évident, 1.° que c'eſt de la rangée inférieure des chiffres tracés ſur les barillets, que quelques-uns paroiſſent à-travers les ouvertures de la ligne *X Z*, & que ceux qui paroîtroient à-travers les ouvertures couvertes de la bande mobile *P R*, ſont de la rangée ſupérieure. 2.° Qu'en tournant, *fig.* 1, le cercle mobile *Q*, on arrêtera ſous une des ouvertures de la ligne *X Z*, tel chiffre que l'on voudra; & que le chiffre retranché de 11 ſur le barillet des deniers, donnera celui qui lui correſpond dans la rangée ſupérieure des deniers; retranché de 29 ſur le barillet des ſous, il donnera celui qui lui correſpond dans la rangée ſupérieure des ſous; retranché de 9 ſur le barillet des unités de livres, il donnera celui qui lui correſpond dans la rangée ſupérieure des unités de livres, & ainſi de ſuite. 3.° Que pareillement celui de la bande ſupérieure du barillet des deniers, retranché de 11, donnera celui qui lui correſpond dans la rangée inférieure, &c.

La pièce *a b c d e f g h i k l*, qu'on entrevoit, *même fig.* 2. eſt celle qu'on appelle *le ſautoir*. Il eſt important d'en bien conſidérer la figure, la poſition & le jeu; car ſans une connoiſſance très-exacte de ces trois choſes, il ne faut pas eſpérer d'avoir une idée préciſe de la machine: auſſi avons-nous repété cette pièce en trois figures différentes,

a b c d e f g h i k l, *fig. 2*, eſt le ſautoir, comme nous venons d'en avertir : 1 2 3 4 6 7 *x y T z v*, l'eſt auſſi, *fig. 3.* & 1 2 3 4 5 6 7 8 9 l'eſt encore, *fig. 4.*

Le ſautoir, *fig. 2*, a deux anneaux ou portions de douilles, dans leſquelles paſſe la portion *f k* & *g l* de l'axe de la roue à chevilles 8 9; il eſt mobile ſur cette partie d'axe. Le ſautoir *fig. 3.* a une concavité ou partie échancrée 3, 4, 5; un coude 7, 8, 9, pratiqués pour laiſſer paſſer les chevilles de la roue 8, 9; deux anneaux dont on voit un en 9, l'autre eſt couvert par une portion de la roue 6, 7, à la partie inférieure de l'échancrure 3, 4, 5; en 2, une eſpèce de couliſſe, dans laquelle le cliquet 1 eſt ſuſpendu par le tenon 2, & preſſé par un reſſort entre les chevilles de la roue 8, 9. Pour qu'on apperçût ce reſſort & ſon effet, on a rompu, *fig 3*, un des côtés de la couliſſe en *x*, *y*; 12 eſt le cliquet; 2 le tenon qui le tient ſuſpendu; & *Z v* le reſſort qui appuie ſur ſon talon, & pouſſe ſon extrémité entre les chevilles de la roue 8, 9.

Ce qui précède bien entendu, nous pouvons paſſer au jeu de la machine. Soit *figure 2*, le cercle mobile t *Q* 2, mû dans la direction t *Q* 2, la roue à chevilles 4, 5, ſera mûe, & la roue à chevilles 6, 7; & *fig. 3.* la roue *VIII*, *IX*; car c'eſt la même que la roue 8, 9 de la *figure* 2. Cette roue *VIII*, *IX*, ſera mûe dans la direction *VIII*, *VIII*, *IX*, *IX*. La première de ſes deux chevilles *r*, *s*, entrera dans l'échancrure du ſautoir; le ſautoir continuera d'être élevé, à l'aide de la ſeconde cheville *R S*. Dans ce mouvement, l'extrémité 1 du cliquet ſera entraînée; & ſe trouvant à la hauteur de l'entre-deux de deux chevilles immédiatement ſupérieur à celui où elle étoit, elle y ſera pouſſée par le reſſort. Mais la machine eſt conſtruite de manière que ce premier échappement n'eſt pas plutôt fait, qu'il s'en fait une autre, celui de la ſeconde cheville *R S* de deſſous la partie 3, 4, du ſautoir : ce ſecond échappement laiſſe le ſautoir abandonné à lui-même; le poids de ſa partie 4 5 6 7 8 9, fait agir l'extrémité 1 du cliquet contre la cheville de la roue 8, 7, ſur laquelle elle vient de s'appuyer par le premier échappement; fait tourner la roue 8, 9, dans le ſens 8, 8, 9, 9, & par conſéquent auſſi dans le même ſens la roue 10, 11, 11, & la roue 12, 13, en ſens contraire, ou dans la direction 13, 13, 12; & dans le même ſens que la roue 12, 13, le barillet 14, 15. Mais telle eſt encore la conſtruction de la machine que, quand par le ſecond échappement, celui de la cheville *R S* de deſſous la partie 3, 4, du ſautoir, ce ſautoir ſe trouve abandonné à lui-même, il ne peut deſcendre & entraîner la roue 8, 9, que d'une certaine quantité déterminée. Quand il eſt deſcendu de cette quantité, la partie *T*, *fig.* 2. de la couliſſe rencontre l'étochio *r* qui l'arrête.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe 1.° que la roue *VIII*, *IX*, a douze chevilles, la roue *X*, *XI* autant, & la roue *XII*, *XIII* autant encore : 2.° que la roue 8, 9 a vingt chevilles, la roue 10, 11 vingt, & la roue 12, 13, autant : 3.° que l'extrémité *T* du ſautoir, *figure 3*, rencontre l'étochio *r* préciſément quand la roue 8, 9, *fig. 4*, a tourné d'une vingtième partie, il s'enſuivra évidemment que le barillet *XIV*, *XV*, ſera un tour ſur lui-même, tandis que le barillet 14, 15 ne tournera ſur lui-même que de ſa vingtième partie.

Si l'on ſuppoſe 2.° que la roue *VIII*, *IX* a vingt chevilles, la roue *X*, *XI* autant, & la roue *XII*, *XIII* autant : 2.° que la roue 8, 9, ait dix chevilles, la roue 10, 11 autant, & la roue 12, 13 autant : 3.° que l'extrémité *T* du ſautoir ſoit arrêtée, *figure 3*, par l'étochio *r*, que quand la roue 8, 9, *figure 4*, a tourné d'une dixième partie, il s'enſuivra évidemment que le barillet *XIV*, *XV* ſera un tour entier ſur lui-même, tandis que le barillet 14, 15 ne tournera ſur lui-même que de ſa dixième partie.

Si l'on ſuppoſe, 3.° que la roue *VIII*, *IX* ait dix chevilles, la roue *X*, *XI* autant, & la roue *XII*, *XIII* autant : 2.° que la roue 8, 9 ait pareillement dix chevilles, la roue 10, 11 autant, & la roue 12, 13 autant auſſi : 3.° que l'extrémité *T* du ſautoir *fig. 3*, ne ſoit arrêtée par l'étochio *r*, que quand la roue 8, 9, *fig. 4.* aura tourné d'un dixième, il s'enſuivra évidemment que le barillet *XIV*, *XV* ſera un tour entier ſur lui-même, tandis que le barillet 14, 15 ne tournera ſur lui-même que d'un dixième.

On peut donc, en général, établir tel rapport qu'on voudra entre un tour entier du barillet *XIV*, *XV*, & la partie dont le barillet 14, 15 tournera dans le même ſens.

Donc, ſi l'on écrit ſur le barillet *XIV*, *XV* les deux rangées de nombre ſuivantes, l'une au-deſſus de l'autre, comme on le voit,

0, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
11, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

& ſur le barillet 14, 15, les deux rangées ſuivantes, comme on le voit,

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10,
19, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

& que les zeros des deux rangées inférieures des barillets correſpondent exactement aux intervalles *A*, *B*, il eſt clair qu'au bout d'une révolution du barillet *XIV*, *XV*; le zero correſpondra encore à l'intervalle *B* : mais que ce ſera le chiffre *I* du barillet 14, 15, qui correſpondra dans le même tems à l'intervalle *A*.

Donc, ſi l'on écrit ſur le barillet *XIV*, *XV* les deux rangées ſuivantes, comme on les voit,

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10,
19, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

Digitized by Google

& ſur le barillet 14, 15, les deux rangées ſuivantes, comme on les voit,

0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.

9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

& que les zeros des deux rangées inférieures des barillets correſpondent en même tems aux intervalles *A*, *B*, il eſt clair que dans ce cas, de même que dans le premier, lorſque le zero du barillet *XIV*, *XV* correſpondra, après avoir fait un tour, à l'intervalle *B*, le barillet 14, 15 préſentera à l'ouverture ou eſpace *A*, le chiffre 1.

Il en ſera toujours ainſi, quelles que ſoient les rangées de chiffres que l'on trace ſur le barillet *XIV*, *XV*, & ſur le barillet 14, 15: dans le premier cas, le barillet *XIV*, *XV* tournera ſur lui-même, & préſentera les douze caractères à l'intervalle *B*, quand le barillet 14, 15, n'ayant tourné que d'un vingtième, préſentera à l'intervalle *A*, le chiffre 1. Dans le ſecond cas, le barillet *XIV*, *XV* tournera ſur lui-même, & préſentera ſes vingt caractères à l'ouverture ou intervalle *B*, pendant que le barillet 14, 15, n'ayant tourné que d'un dixième, préſentera à l'ouverture ou intervalle *A*, le chiffre 1. Dans le troiſième cas, le barillet *XIV*, *XV* tournera ſur lui-même, & aura préſenté ſes dix caractères à l'ouverture *B*, quand le barillet 14, 15, n'ayant tourné que d'un dixième, préſentera à l'ouverture ou intervalle *A*, le chiffre 1.

Mais au lieu de faire toutes ces ſuppoſitions ſur deux barillets, je peux les faire ſur un grand nombre de barillets, tous aſſemblés les uns avec les autres, comme on voit ceux de la *fig.* 4. Rien n'empêche de ſuppoſer à côté du barillet 14, 15 un autre barillet placé par rapport à lui, comme il eſt placé par rapport au barillet *XIV*, *XV*, avec les mêmes roues, un ſautoir & tout le reſte de l'aſſemblage. Rien n'empêche que je ne puiſſe ſuppoſer douze chevilles à la roue *VIII*, *IX* & les deux rangées 0, 11, 10, 9, *&c.* tracées

11, 0, 1, 2, *&c.*

ſur le barillet *XIV*, *XV*, vingt chevilles à la roue 8, 9, & les deux rangées 0, 19, 18, 17, 16, 15, *&c.*

19, 0, 1, 2, 3, 4, *&c.*

tracées ſur le barillet 14, 15; dix chevilles à la première, pareille à la roue 8, 9, & les deux rangées 0, 9, 8, 7, 6, *&c.* ſur le troiſième ba-

9, 0, 1, 2, 3, *&c.*

rillet; dix chevilles à la ſeconde pareille de 8, 9, & les deux rangées 0, 9, 8, 7, 6, *&c.* ſur le

9, 0, 1, 2, 3, *&c.*

quatrième barillet; dix chevilles à la troiſième pareille de 8, 9, & les deux rangées 0, 9, 8, 7, 6, *&c.*

9, 0, 1, 2, 3, *&c.*

ſur le cinquième barillet, & ainſi de ſuite.

Rien n'empêche non plus de ſuppoſer que tandis que le premier barillet préſentera ſes douze chiffres à ſon ouverture; le ſecond ne préſentera plus que le chiffre 1 à la ſienne; que tandis que le ſecond barillet préſentera ſes vingt chiffres à ſon ouverture, ou intervalle, le troiſième ne préſentera que le chiffre 1; que tandis que le troiſième barillet préſentera ſes dix caractères à ſon ouverture, le quatrième n'y préſentera que le chiffre 1; que tandis que le quatrième barillet préſentera ſes dix caractères à ſon ouverture, le cinquième barillet ne préſentera à la ſienne que le chiffre 1, & ainſi de ſuite.

D'où il s'enſuivra, 1.° qu'il n'y aura aucun nombre qu'on ne puiſſe écrire avec ces barillets; car après les deux échappements, chaque équipage de barillet demeure iſolé, eſt indépendant de celui qui le précède du côté de la droite, peut tourner ſur lui-même tant qu'on voudra dans la direction *VIII*, *VIII*, *IX*, *IX*, & par conſéquent offrir à ſon ouverture celui des chiffres de ſa rangée inférieure qu'on jugera à propos: mais les intervalles *A*, *B*, ſont aux cylindres nuds *XIV*, *XV*, 14, 15, ce que leur ſont les ouvertures de la ligne *Y*, *X*, *fig.* 1, quand ils ſont couverts de la plaque *NORP*.

2.° Que le premier barillet marquera des deniers, le ſecond des ſous, le troiſième des unités de livres, le quatrième des dixaines, le cinquième des centaines, *&c.*

3.° Qu'il faut un tour du premier barillet, pour un vingtième du ſecond; un tour du ſecond, pour un dixième du troiſième; un tour du troiſième, pour un dixième du quatrième; & que par conſéquent les barillets ſuivent entre leurs mouvemens la proportion qui règne entre les chiffres de l'Arithmétique, quand ils expriment des nombres; que la proportion des chiffres eſt toujours gardée dans les mouvemens des barillets, quelle que ſoit la quantités des tours qu'on faſſe faire au premier, ou au ſecond ou au troiſième, & que par conſéquent de même qu'on fait les opérations de l'*Arithmétique* avec des chiffres, on peut les faire avec les barillets & les rangées de chiffres qu'ils ont.

4.° Que, pour cet effet, il faut commencer par mettre tous les barillets de manière que les zéros de leur rangée inférieure correſpondent en même tems aux ouvertures de la bande *YZ*, & de la plaque *NORP*; car ſi tandis que le premier barillet, par exemple, préſente 0 à ſon ouverture, le ſecond préſente 4 à la ſienne, il eſt à préſumer que le premier barillet a déjà fait quatre tours; ce qui n'eſt pas vrai.

5.° Qu'il eſt aſſez indifférent de faire tourner les barillets dans la direction *VIII*, *VIII*, *IX*; que ce mouvement ne dérange rien à l'effet de la machine; mais qu'il ne faut pas qu'ils aient la liberté de rétrograder; & c'eſt auſſi la fonction du cliquet ſupérieur *C* de la leur ôter.

Il permet, comme on voit, aux roues de tourner dans le ſens *VIII*, *VIII*, *IX*: mais il les empêche de tourner dans le ſens contraire.

6.° Que les roues ne pouvant tourner que dans la direction *VIII*, *VIII*, *IX*, c'eſt de la ligne ou rangée de chiffres inférieure des barillets qu'il faut ſe ſervir pour écrire un nombre; par conſéquent pour faire l'addition; par conſéquent encore pour faire la multiplication; & que comme les chiffres des rangées ſont dans un ordre renverſé, la ſouſtraction ſe doit faire ſur la rangée ſupérieure, & par conſéquent auſſi la diviſion.

Mais tous ces corollaires s'éclairciront davantage par l'uſage de la machine, & la manière de faire les opérations.

Mais, avant que de paſſer aux opérations, nous ferons obſerver encore une fois que chaque roue 6, 7, *fig.* 4, a ſa correſpondance 4, 5, *fig.* 2; & chaque roue, 4, 5, ſon cercle mobile *Q*; que chaque roue 8, 9, a ſon cliquet ſupérieur & ſon cliquet inférieur; que ces deux cliquets ont une de leurs fonctions communes: c'eſt d'empêcher les roues *VIII*, *IX*, 8, 9, *&c.* de retrograder; enfin que le talon 1, pratiqué au cliquet inférieur, lui eſt eſſentiel.

Uſage de la machine arithmétique pour l'addition. Commencez par couvrir de la bande *P R*, la rangée ſupérieure d'ouvertures, en ſorte que cette bande ſoit dans l'état où vous la voyez *fig.* 1; mettez enſuite toutes les roues de la bande inférieure ou rangée à zero; & ſoient les ſommes à ajouter:

69	7	8
584	15	6
342	12	9

Prenez le conducteur; portez ſa pointe dans la huitième denture du cercle *Q*, le plus à la droite; faites tourner ce cercle juſqu'à ce que l'arrêt ou la potence *S* vous empêche d'avancer.

Paſſez à la roue des ſous, ou au cercle *Q* qui ſuit immédiatement celui ſur lequel vous avez opéré en allant de la droite à la gauche; portez la pointe du conducteur dans la ſeptième denture, à compter depuis la potence; faites tourner ce cercle juſqu'à ce que la potence *S* vous arrête; paſſez aux livres, aux dixaines, & faites la même opération ſur leur cercle *Q*.

En vous y prenant ainſi, votre première ſomme ſera évidemment écrite: opérez ſur la ſeconde préciſément comme vous avez fait ſur la première, ſans vous embarraſſer des chiffres qui ſe préſentent aux ouvertures, puis ſur la troiſième. Après votre troiſième opération, remarquez les chiffres qui paroîtront aux ouvetures de la ligne *YZ*, ils marqueront la ſomme totale de vos trois ſommes particlles.

Démonſtration. Il eſt évident que ſi vous faites tourner le cercle *Q* des deniers de huit parties, vous aurez 8 à l'ouverture correſpondante à ce cercle: Il eſt encore évident que ſi vous faites tourner le même cercle de ſix autres parties, comme il eſt diviſé en douze, c'eſt la même choſe que ſi vous l'aviez fait tourner de douze parties, plus 2, mais en le faiſant tourner de douze, vous auriez remis à zero le barillet des deniers correſpondant à ce cercle des deniers, puiſqu'il eût fait un tour exact ſur lui-même: mais il n'a pu faire un tour ſur lui-même, que le ſecond barillet, ou celui des ſous n'ait tourné d'un vingtième, & par conſéquent mis le chiffre 1 à l'ouverture des ſous. Mais le chiffre des deniers n'a pu reſter à zero; car ce n'eſt pas ſeulement de douze parties que vous l'avez fait tourner, mais de douze parties plus deux. Vous avez donc fait en ſus comme ſi le barillet des deniers étant à zero, celui des ſous à 1, vous euſſiez fait tourner le cercle *Q* des deniers de deux dentures: mais en faiſant tourner le cercle *Q* des deniers de deux dentures, on met le barillet des deniers à 2, ou ce barillet préſente 2 à ſon ouverture. Donc le barillet des deniers offrira 2 à ſon ouverture, & celui des ſous 1, mais 8 deniers & 6 deniers ſont 14 deniers, ou un ſou, plus 2 deniers; ce qu'il falloit en effet ajouter; & ce que la machine a donné. La demonſtration ſera la même pour tout le reſte de l'opération.

Exemple de la ſouſtraction. Commencez par baiſſer la bande *P R* ſur la ligne *X Y* d'ouvertures inférieures; écrivez la plus grande ſomme ſur les ouvertures de la ligne ſupérieure, comme nous l'avons preſcrit pour l'addition par le moyen du conducteur; faites l'addition de la ſomme à ſouſtraire, ou de la plus petite avec la plus grande, comme nous l'avons preſcrit à l'exemple de l'addition: cette addition faite, la ſouſtraction ſe fera auſſi. Les chiffres qui paroîtront aux ouvertures marqueront la différence des deux ſommes, ou l'excès de la grande ſur la petite, ce que l'on cherchoit.

Soit	9121	9	2
dont il faut ſouſtraire	8989	16	11

Si vous exécutez ce que nous vous avons preſcrit, vous trouverez aux ouvertures 131 9 3.

Démonſtration. Qnand j'écris le nombre 9121 l. 9 ſ. 2 d. pour faire paroître 2 à l'ouverture des deniers, je ſuis obligé de faire paſſer avec le directeur, onze dentures du cercle *Q* des deniers; car il y a à la rangée ſupérieure du barillet des deniers onze termes depuis 0 juſqu'à 2: ſi à ce deux j'ajoute encore 11, je tomberai ſur 3: car il faut encore que je faſſe faire onze dentures aux cercles Q: or comptant 11, depuis 2, on tombe ſur 3. La démonſtration eſt la même pour le reſte. Mais remarquez que le barillet des deniers n'a pu tourner de 22, ſans que le barillet des ſous n'ait tourné d'un vingtième ou de douze deniers. Mais comme à la rangée d'en haut, les chiffres vont en rétrogradant dans le ſens que les barillets tournent; à chaque tour du barillet des deniers, les chiffres du barillet des ſous diminuent d'une unité; c'eſt-à-dire que l'emprunt que l'on fait pour un barillet eſt acquitté ſur l'autre, ou que la ſouſtraction s'exécute comme à l'ordinaire.

Digitized by Google

Exemple de multiplication. Revenez aux ouvertures inférieures; faites remonter la bande *PR* ſur les ouvertures ſupérieures; mettez toutes les roues à zero; par le moyen du conducteur, comme nous l'avons dit plus haut. Ou le multiplicateur n'a qu'un caractère, ou il en a pluſieurs; s'il n'a qu'un caractère, on écrit, comme pour l'addition, autant de fois le multiplcande qu'il y a d'unité dans ce chiffre du multiplicateur: ainſi, la ſomme 1245 étant à multiplier par 3, j'écris ou poſe trois fois cette ſomme à l'aide de mes roues & des cercles *Q*; après la dernière fois, il paroît aux ouvertures 3735, qui eſt en effet le produit de 1245 par 3.

Si le multiplicateur a pluſieurs caractères, il faut multiplier tous les chiffres du multiplicande par chacun de ceux du multiplicateur, les écrire de la même manière que pour l'addition: mais il faut obſerver au ſecond multiplicateur de prendre pour première roue celle des dixaines.

La multiplication n'étant qu'une eſpèce d'addition, & cette règle ſe faiſant évidemment ici par voie d'addition, l'opération n'a pas beſoin de démonſtration.

Exemple de diviſion. Pour faire la diviſion, il faut ſe ſervir des ouvertures ſupérieures; faites donc deſcendre la bande *P R* ſur les inférieures; mettez à zero toutes les roues fixées ſur cette bande, & qu'on appelle *roues de quotient*; faites paroître aux ouvertures votre nombre à diviſer, & opérez comme nous allons dire.

Soit la ſomme 65 à diviſer par cinq; vous dites, en fix, cinq y eſt; & vous ferez tourner votre roue comme ſi vous vouliez additionner 5 & 6; cela fait, les chiffres des roues ſupérieures allant toujours en rétrogradant, il eſt évident qu'il ne paroîtra plus que 1 à l'ouverture où il paroiſſoit 6; car dans 0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1; 1 eſt le cinquième terme après 6.

Mais le diviſeur 5 n'eſt plus dans 1, marquez donc 1 ſur la roue des quotiens, qui répond à l'ouverture des dixaines; paſſez enſuite à l'ouverture des unités, ôtez-en 5 autant de fois qu'il ſera poſſible, en ajoutant 5 au caractère qui paroît à travers cette ouverture, juſqu'à ce qu'il vienne à cette ouverture ou zero, ou un nombre plus petit que cinq, & qu'il n'y ait que des zeros aux ouvertures qui précèdent: à chaque addition faites paſſer l'aiguille de la roue des quotiens qui eſt au deſſous de l'ouverture des unités, du chiffre 1 ſur le chiffre 2, ſur le chiffre 3; en un mot, ſur un chiffre qui ait autant d'unités que vous ferez de ſouſtractions: ici, après avoir ôté trois fois 5 du chiffre qui paroiſſoit à l'ouverture des unités, il eſt venu zero; donc 5 eſt 13 fois en 65.

Il faut obſerver ici qu'en ôtant une fois 5 du chiffre qui paroît aux unités, il vient tout de ſuite zero à cette ouverture; mais que pour cela l'opération n'eſt pas achevée, parce qu'il reſte une unité à l'ouverture des dixaines, qui fait, avec le zero qui ſuit, 10, qu'il faut épuiſer; or il eſt évident que 5 ôté deux fois de 10, il ne reſtera plus rien; c'eſt-à-dire que pour exhauſtion totale, ou que pour avoir zero à toutes les ouvertures, il faut encore ſouſtraire 5 deux fois.

Il ne faut pas oublier que la ſouſtraction ſe fait exactement comme l'addition, & que la ſeule différence qu'il y ait, c'eſt que l'une ſe fait ſur les nombres d'en bas, & l'autre ſur les nombres d'en haut.

Mais ſi le diviſeur a pluſieurs caractères, voici comment on opérera: ſoit 9989 à diviſer par 124, on ôtera 1 de 9, chiffre qui paroît à l'ouverture des mille; 2 du chiffre qui paroît à l'ouverture des centaines; 5 du chiffre qui paroît à l'ouverture des dixaines, & l'on mettra l'aiguille des cercles du quotient, qui répond à l'ouverture des dixaines, ſur le chiffre 1. Si le diviſeur 124 peut s'ôter encore une fois de ce qui paroîtra, après la première ſouſtraction, aux ouvertures des mille, des centaines & des dixaines, on l'ôtera & on tournera l'aiguille du même cercle du quotient ſur 2, & on continuera juſqu'à l'hexhauſtion la plus complette qu'il ſera poſſible; pour cet effet, il faudra réitérer ici la ſouſtraction huit fois ſur les trois mêmes ouvertures; l'aiguille du cercle du quotient qui répond aux dixaines, ſera donc ſur 8, & il ne ſe trouvera plus aux ouvertures que 69, qui ne peut plus ſe diviſer par 124; on mettra donc l'aiguille du cercle du quotient, qui répond à l'ouverture des unités, ſur 9, ce qui marquera que 124 ôté 80 fois de 9989, il reſte enſuite 69.

Manière de réduire les livres en ſous & les ſous en deniers. Réduire les livres en ſous, c'eſt multiplier par 20 les livres données; & réduire les ſous en deniers, c'eſt multiplier par douze. *Voyez* MULTIPLICATION.

Convertir les ſous en livres & les deniers en ſous, c'eſt diviſer dans le premier cas par 20, & dans le ſecond par douze. *Voyez* DIVISION.

Convertir les deniers en livres, c'eſt diviſer par 240. *Voyez* DIVISION.

Il parut en 1725 une autre machine *arithmétique*, d'une compoſition plus ſimple que celle de M. Paſcal, & que celle qu'on avoit déjà faites à l'imitation; elle eſt de M. de l'Epine; & l'Académie a jugé qu'elle contenoit pluſieurs choſes nouvelles & ingénieuſement penſées. On la trouvera dans le recueil des machines: on y en verra encore une autre de M. Boitiſſendeau, dont l'Académie fait auſſi l'éloge. Le principe de ces machines une fois connu, il y a peu de mérite à les varier: mais il falloit trouver ce principe; il falloit appercevoir que ſi l'on fait tourner verticalement de droite à gauche un barillet chargé de deux ſuites de nombres placées l'une au deſſus de l'autre, en cette ſorte, 0, 9, 8, 7, 6 &c.

9, 0, 1, 2, 3 &c.

l'addition ſe faiſoit ſur la rangée ſupérieure, & la

ſouſtraction ſur l'inférieure, préciſément de la même manière. (*M. Diderot*).

ARM

ARMILLAIRE, adj. *en Aſtronomie*; c'eſt ainſi que l'on appelle une *ſphère artificielle*, compoſée de pluſieurs cercles de métal ou de bois, qui repréſentent différens cercles de la ſphère du monde, mis enſemble dans leur ordre naturel. Ce mot *armillaire* eſt formé d'*armilla*, qui veut dire un bracelet. La ſphère *armillaire* ſert à aider l'imagination pour concevoir l'arrangement des cieux & le mouvement des corps céleſtes.

On en voit la repréſentation dans la première *planche d'Aſtronomie*; elle ſera expliquée au mot *ſphère*. Il y a cette différence entre le globe & la ſphère *armillaire*, que la ſphère eſt à jour, & ne contient préciſément que les principaux cercles; au lieu que le globe eſt entièrement ſolide, & que les cercles y ſont ſimplement tracés. Outre la ſphère *armillaire*, qui repréſente les différens cercles qu'on imagine ſur le globe terreſtre ou céleſte, il y a d'autres ſphères *armillaires*, qui repréſentent les orbites ou les cercles que décrivent les planètes dans les différens ſyſtêmes. Ainſi, il y a la ſphère *armillaire* de Ptolemée, celle de Copernic, celle de Tycho: ces différentes ſphères repréſentent les différens arrangemens des planètes, ſuivant ces aſtronomes. Mais quoique le ſyſtême de Copernic ſoit le véritable, la ſphère de Ptolemée eſt la plus uſitée, & ſuffit pour les notions élémentaires, comme étant la plus ſimple.

ARMILLES, ſ. m. pl. (*Aſtronomie. Inſtrum.*) Les *armilles* d'Alexandrie ſont célèbres dans l'Aſtronomie, par les obſervations de Tymocharès & d'Eratoſthene. La plus ancienne obſervation faite à Alexandrie ſous le règne des Ptolemées, environ 294 ans avant J. C., ſur la déclinaiſon de l'épi de la Vierge, fut faite avec ces *armilles*; & ces obſervations ſervirent à Hipparque pour découvrir le changement de ſituation des étoiles fixes ou la préceſſion des équinoxes. Ces *armilles* conſiſtoient probablement en deux cercles de cuivre, fixés dans le plan de l'équateur & du méridien, & peut-être un troiſième cercle mobile, à-peu-près comme l'aſtrolabe que Ptolemée décrit dans l'Almageſte. Ces *armilles* avoient une demi-aune de diamètre, ſuivant Proclus; & comme l'aune des anciens étoit, ſuivant quelques auteurs, la longueur des bras étendus, Flamſteed penſe que ces *armilles* pouvoient avoir trois pieds de diamètre. *Hiſtoria cæleſtis, prolegomena, p. 19, 21, 30*; & il croit qu'on pouvoit obſerver à cinq minutes près avec ces *armilles*. Ptolemée s'en ſervit auſſi pour obſerver les équinoxes, depuis l'an 132 de J. C. juſqu'à l'an 147, à l'exemple d'Hipparque, dont Ptolemée rapporte de ſemblables obſervations; mais celles de Ptolemée ſont tout-à-fait défectueuſes.

Tycho-Brahé avoit auſſi des *armilles* ou des cercles mobiles les uns dans les autres, pour obſerver les poſitions des aſtres. *Voyez* Planches d'Astronomie, *fig. 229*, où ces *armilles* équatoriennes ſont repréſentées. Le cercle extérieur *N Z H* repréſente le méridien, & il eſt ſuppoſé en effet placé dans le plan du méridien; en ſorte que le point *N* regarde directement le midi, & que le point *H* ſoit au nord: ce cercle étoit de cuivre poli, & diviſé de minute en minute. Les autres cercles étoient ſeulement couverts de lames de cuivre. Autour de l'axe *P A*, tournent les deux cercles *F I* & *Q N*; le cercle *F I* n'eſt point diviſé, parce qu'il ne ſert qu'à ſoutenir & porter l'équateur *N M R* qui eſt mobile. L'axe *P A* eſt de cuivre, & porte un cylindre *D* au centre de cette ſphère. Les pinnules *R* & *N* qui ſont ſur l'équateur, ſont de cuivre; elles ſervent à meſurer les diſtances des aſtres au méridien ou les angles horaires, & les différences d'aſcenſion droite. On a même cet avantage avec un équateur mobile, c'eſt lorſqu'on met un aſtre ſur le degré d'aſcenſion droite qui lui convient, on voit dans le méridien même l'aſcenſion droite du milieu du ciel, dont les aſtronomes ont ſouvent beſoin; d'où l'on conclut l'heure qu'il eſt quand on ſait l'aſcenſion droite du ſoleil.

Le cercle intérieur *V Q C* eſt un cercle horaire, un cercle de déclinaiſon, ou un méridien qui tourne autour de l'axe *P A*, & dont le plan eſt toujours perpendiculaire à celui de l'équateur *R M N*. On dirige ce méridien mobile vers l'aſtre dont on veut meſurer la déclinaiſon; & au moyen des pinnules mobiles *Q* ou *C*, & du cylindre *D* qui eſt au centre de l'inſtrument porté ſur l'axe même, on s'aligne vers l'étoile dont la déclinaiſon ſe trouve marquée par la pinnule.

Toute cette machine étoit placée ſur un pied de cuivre très-ſolide, qu'il faut concevoir au-deſſous de *T*. (*D. L.*)

ARP

ARPENTAGE, ſ. m. (*Géométrie.*) C'eſt proprement l'art ou l'action de meſurer les terreins, c'eſt-à-dire, de prendre les dimenſions de quelques portions de terre, de les décrire ou de les tracer ſur une carte, & d'en trouver l'aire. *Voy.* Mesure & Carte, *&c.*

L'*arpentage* eſt un art très-ancien: on croit même que c'eſt lui qui a donné naiſſance à la Géométrie. *Voyez* Géométrie.

L'*arpentage* a trois parties; la première conſiſte à prendre les meſures & à faire les obſervations néceſſaires ſur le terrein même; la ſeconde, à mettre ſur le papier ces meſures & ces obſervations; la troiſième, à trouver l'aire du terrein.

La première partie eſt proprement ce qu'on appelle l'*arpentage*; la ſeconde eſt l'art de lever ou de faire un plan; la troiſième eſt le calcul du toiſé.

Digitized by Google

De plus, la première ſe diviſe en deux parties, qui conſiſtent à faire les obſervations des angles & à prendre les meſures des diſtances. On fait les obſervations des angles avec quelqu'un des inſtrumens ſuivans: le graphomètre, le demi-cercle, la planchette, la bouſſole, *&c.* On peut voir la deſcription & la maniere de faire uſage de ces inſtrumens, aux *articles* GRAPHOMETRE, PLANCHETTE, BOUSSOLE, CERELE *d'Arpenteur*, &c.

On meſure les diſtances avec la chaîne ou l'odomètre. *Voyez* la deſcription & la manière d'appliquer ces inſtrumens, aux *articles* CHAÎNE & ODOMETRE *ou* COMPTE-PAS.

La ſeconde partie de l'*arpentage* s'exécute par le moyen du rapporteur & de l'échelle d'arpenteur. *Voyez*-en les uſages aux *articles* RAPPORTEUR, ECHELLE, *&c.* Voy. *auſſi* CARTE.

La troiſième partie de l'*arpentage* ſe fait en réduiſant les différentes diviſions, les différens enclos, *&c.* en triangles, en quarrés, en parallélogrammes, en trapeſes, *&c.* mais principalement en triangles; après quoi l'on détermine l'aire ou la ſurface de ces différentes figures, ſuivant les règles expoſées aux *articles* AIRE, TRIANGLE, QUARRÉ, *&c.*

La croix d'*arpentage* ou le bâton d'arpenteur eſt un inſtrument peu connu & encore moins uſité en Angleterre, quoiqu'en France, *&c.* l'on s'en ſerve au lieu de graphomètre ou de quelqu'autre inſtrument ſemblable. Il eſt compoſé d'un cercle de cuivre, ou plutôt d'un limbe circulaire gradué, & de plus diviſé en quatre parties égales par deux lignes droites qui ſe coupent au centre à angles droits; à chacune des quatre extrémités de ces lignes & au centre ſont attachées deux pinules ou des viſières, & le tout eſt monté ſur un bâton. *Voyez* BATON. (*E*)

* Il s'eſt élevé depuis quelque temps une queſtion relative à la pratique de l'*arpentage*. Il s'agit de ſavoir ſi, dans la meſure d'un terrein incliné, on doit prendre ou ſa ſuperficie réelle ou celle de ſa baſe horizontale.

Nous remarquerons d'abord que cette queſtion n'eſt pas directement du reſſort de la Géométrie. En effet, quelque manière qu'on prenne, il faudra néceſſairement déterminer les limites du terrein qu'on meſure & ſon inclinaiſon ſur l'horizon, & après cela, ſoit qu'on meſure ſa baſe horizontale, ſoit qu'on meſure ſa ſuperficie, on voit que le réſultat final détermine également le même terrein.

Mais l'*arpentage* eſt encore plus l'art de reconnoître, de partager & d'évaluer un champ, que celui d'en marquer la poſition, de le meſurer & de le diviſer; & c'eſt dans cette partie civile & économique de l'art, qu'il peut ſeulement y avoir quelques difficultés qu'on réſoudra facilement dans tous les cas, à l'aide des principes ſuivans.

1.° On peut propoſer de meſurer un tel nombre d'arpens de terre, pris dans un champ dont la poſition eſt donnée. Dans ce cas, il faut examiner d'abord ſi cette quantité à prendre n'a pas été déterminée par un *arpentage* antérieur; & ſi cela eſt, & qu'on connoiſſe la méthode qu'on a ſuivie, il faut encore la ſuivre. Si c'eſt le premier *arpentage*, nous remarquerons que le ſeul but qu'on puiſſe avoir, eſt de prendre la méthode qui donne en général un produit de culture proportionnel à la meſure; ainſi, ſi le produit d'un plan incliné étoit à celui de ſa baſe horizontale comme la ſuperficie de ces deux plans, ce ſeroit la ſuperficie du terrein incliné qu'il faudroit meſurer: mais c'eſt ce qu'on ne peut aſſurer. Car ſi la difficulté de la culture, les ravines, la dégradation des terreins eſt plus que compenſée par la facilité de placer les plantes à des diſtances horizontales moins grandes, il eſt aiſé de voir que cet avantage n'eſt pas, à beaucoup près, dans la proportion dont je viens de parler: en effet, il faudroit pour cela qu'une ſuperficie inclinée à 60 degrés, par exemple, produiſit autant que la même ſuperficie horizontale; ce que perſonne ne s'aviſera de ſoutenir. Ainſi, il ſera en général plus commode de meſurer ſeulement la baſe horizontale, & de ſe conduire, par rapport à l'avantage des terreins inclinés, comme ſi dans le même champ on avoit des terreins de différentes valeurs.

2.° Si on a un champ à diviſer en raiſon donnée, il faut encore préférer la méthode de meſurer la baſe horizontale, & on auroit alors à partager un champ horizontal, mais dont les différentes parties ſont inégales quant au produit. Ainſi, pour que le partage ſoit égal, il faut, au lieu de le diviſer en parties égales, le diviſer en parties qui ſoient entr'elles en raiſon inverſe de leur produit.

3.° S'il eſt queſtion d'évaluer un champ par la quantité de ſa ſuperficie, on voit que pour une évaluation exacte, il faut ou meſurer ſa baſe horizontale, & avoir égard aux avantages de l'inclinaiſon, ou meſurer ſa ſuperficie inclinée, & avoir égard à ſon déſavantage ſur une ſuperficie égale & horizontale. Or, puiſque dans aucun des deux cas une ſimple meſure ne ſuffit, c'eſt la méthode de meſurer la baſe horizontale qu'il faut préférer.

Elle eſt, dans tous les cas, auſſi exacte pour le but civil, qui eſt le rapport des produits plutôt que celui des ſurfaces, & l'autre ne peut être pratiquée avec exactitude ſur des terreins de courbures ſouvent irrégulières, ſans des attentions & des précautions qu'on ne doit pas attendre des arpenteurs.

Lorſqu'il eſt queſtion de lever des plans & de déſigner les terreins meſurés par leurs limites, la manière de prendre, pour leur ſuperficie, celle du plan incliné, rend la conſtruction & l'uſage de ces plans preſqu'impratiquable, & c'eſt une raiſon pour faire préférer l'autre méthode toutes les fois qu'un *arpentage* fait antérieurement, & qui doit ſervir de règle, n'oblige pas à prendre la première: je crois même qu'il ſeroit utile de faire une règle géné-

Digitized by Google

rale qui aſtreignit à ſuivre la méthode qu'on vient de voir être la meilleure; & dans les cas où l'autre auroit été employée d'avance, on détermineroit aiſément qu'elle ſeroit, dans la méthode de meſurer la baſe horizontale, la meſure des terreins auxquels on auroit aſſigné une meſure par l'autre méthode.

La méthode qui ne meſure que les baſes s'appelle, par les gens de l'art, *méthode de cultellation*, & celle qui meſure le plan incliné, *méthode de développement*; les arpenteurs préféreront longtemps cette dernière, quoique très-ſautive entre leurs mains, parce que, de la manière dont ils l'emploient, elle eſt beaucoup plus aiſée dans la pratique, & que ſur des terreins peu inclinés & peu étendus, ſes inconvéniens ſont aſſez bornés. (*M. D. C.*)

ARPENTER, v. act. & neut. (*Géom.*) c'eſt l'action de meſurer un terrein, c'eſt-à-dire, de l'évaluer en arpens. *Voyez* ARPENT & ARPENTAGE.

ARPENTEUR, ſ. m. (*Géom.*) On appelle ainſi celui qui meſure, ou dont l'office eſt de meſurer les terreins, c'eſt-à-dire, de les évaluer en arpens ou en toute autre meſure convenue dans le pays où ſe fait l'arpentage. *Voyez* ARPENTAGE. Il faut qu'un *arpenteur* ſache bien l'Arithmétique & la Géométrie pratiques; on ne devroit même jamais en recevoir à moins qu'ils ne fuſſent inſtruits de la théorie de leur art. Celui qui ne ſait que la pratique eſt l'eſclave de ſes règles; ſi la mémoire lui manque, ou s'il ſe préſente quelque circonſtance imprévue, ſon art l'abandonne, ou il s'expoſe à commettre de très-grandes erreurs; mais quand on eſt muni d'une bonne théorie, c'eſt-à-dire, quand on eſt bien rempli des raiſons & des principes de ſon art, on trouve alors des reſſources; on voit toujours clairement ſi la nouvelle route que l'on va ſuivre conduit droit au but, ou juſqu'à quel point elle peut en écarter. (*E*)

A R R

ARRÉRAGES ſ. m. (*calcul des probabilités*) ſe dit des paiemens d'une rente ou redevance annuelle, pour raiſon deſquels le débiteur eſt en retard. On ne peut pas demander au-delà de 29 années d'*arrérages* d'une rente foncière, ni plus de cinq d'une rente conſtituée. Tous les *arrérages* échus antérieurement aux 29 années ou aux cinq, ſont preſcrits par le laps de tems, à moins que la preſcription n'en ait été interrompue par des commandemens ou demandes judiciaires. *Voyez* RENTE, INTÉRÊT, *&c.* (*H*)

Toute rente peut être regardée comme le denier d'une certaine ſomme prêtée; ſoit donc a la ſomme prêtée, & m le denier, c'eſt-à-dire, la fraction qui déſigne la partie de la ſomme qu'on doit payer pour la rente: ſi l'intérêt eſt ſimple, la ſomme dûe au bout d'un nombre d'années q pour les *arrérages* ſera amq; c'eſt-à-dire, l'intérêt dû à la fin de chaque année, multiplié par le nombre des années: & ſi l'intérêt eſt compoſé, la ſomme dûe au bout de ce tems ſera $a(1+m)^q - a$, c'eſt-à-dire, la ſomme totale dûe à la fin du nombre d'années exprimé par q; de laquelle ſomme il faut retrancher le principal.

Pour avoir l'expreſſion arithmétique de $a(1+m)^q - a$, ſuppoſons que la ſomme prêtée ou le principal ſoit 1,000,000 liv. que le nombre des années ſoit 10, & que le denier ſoit 20, il faudra chercher une fraction qui ſoit égale à $\frac{21}{20}$ multiplié par lui-même 10 fois moins une, c'eſt-à-dire, 9 fois; ce qu'on peut trouver aiſément par le ſecours des logarithmes (*Voyez* LOGARITHME), & cette fraction étant diminuée de l'unité & multipliée par 1,000,000, donnera la ſomme cherchée.

Ceux de nos lecteurs qui ſont un peu algébriſtes, verront aiſément ſur quoi ces deux formules ſont fondées. Les autres en trouveront la raiſon à l'*article* INTÉRÊT, avec beaucoup d'autres remarques importantes ſur cette matière.

On pourroit au reſte ſe propoſer ici une difficulté. Dans le cas où l'intérêt eſt ſimple, ce qui dépend de la convention entre le débiteur & le créancier, le débiteur ne doit en tout à la fin d'un nombre d'années q, que la ſomme totale $a+amq$, compoſée du principal a, & du denier am répété autant de fois qu'il y a d'années: ainſi, retranchant de la ſomme totale qui eſt dûe le principal a, il ne reſte que amq d'*arrérages* à payer en argent comptant. Mais dans le cas où l'intérêt eſt compoſé, l'intérêt joint au principal devient chaque année un nouveau principal: ainſi, à la fin de la $q-1^e$ année, ou ce qui revient au même, au commencement de la q^e année, le débiteur eſt dans le même cas que s'il recevoit du créancier la ſomme $a(1+m)^{q-1}$ de principal. Cette ſomme travaillant pendant l'année, le débiteur doit à la fin de cette année la ſomme totale $a(1+m)^q$, d'où retranchant le principal $a(1+m)^{q-1}$ qui eſt cenſé prêté à la fin de l'année précédente, il s'enſuit, ou il paroit s'enſuivre que le débiteur à la fin de la q^e année doit payer au créancier en argent comptant la ſomme $a(1+m)^q - a(1+m)^{q-1}$, & non pas $a(1+m)^q - a$. Pour rendre cette difficulté plus ſenſible, examinons en quoi conſiſte proprement le paiement d'une rente. Un particulier prête une ſomme à un autre; au bout de l'année le débiteur doit la ſomme totale $a+am$, tant pour le principal que pour l'intérêt; de cette ſomme totale il ne paie que la partie am; ainſi, il reſte débiteur de la partie a comme au commencement de la première année: donc le débiteur qui paie exactement ſa rente eſt dans le même cas que ſi chaque année il rendoit au créancier la ſomme $a+am$, & qu'en même tems le créancier lui reprêtât la ſomme a; donc tout ce que le débiteur

ne rend

ne rend point au créancier eſt cenſé au commencement de chaque année former un nouveau principal dont il doit à la fin de l'année les intérêts en argent comptant. Ainſi, à la fin de la $q-1^e$ année le débiteur eſt cenſé recevoir $a(1+m)^{q-1}$ de principal; donc, à la fin de l'année ſuivante, il doit payer $a(1+m)^q - a(1+m)^{q-1}$ d'argent comptant, par la même raiſon que s'il recevoit b en argent comptant il devroit payer à la fin de l'année $b(1+m)-b$.

La réponſe à cette difficulté, eſt que la quantité d'argent que le débiteur doit payer dépend abſolument de la convention qu'il fera avec le créancier, & que d'une manière ou d'une autre le créancier n'eſt nullement léſé; car ſi le débiteur paie à la fin de la q^e année la ſomme $a(1+m)^q - a$, il ne devra donc plus au créancier au commencement de l'année ſuivante que la ſomme a; il ſe retrouvera dans le même cas où il étoit avant le tems où il a ceſſé de payer, & à la fin de l'année $q+1$, il ne devra au créancier que la ſomme am. Mais ſi le débiteur ne paie que la ſomme $a(1+m)^q - a(1+m)^{q-1}$, laquelle eſt moindre que $a(1+m)^q - a$, toutes les fois que q eſt plus grand que 1, comme on le ſuppoſe ici; alors le débiteur au commencement de la $q+1^e$ année ſe trouvera redevable d'une ſomme plus grande que a; & s'il veut en faire la rente annuelle, il devra payer $a(1+m)^q \times m$ d'intérêt chaque année en argent comptant. Ainſi, le créancier recevra une ſomme moindre ou plus grande dans les années qui ſuivront celle du paiement des *arrérages*, ſelon que le débiteur aura donné pour le paiement de ces *arrérages* une ſomme plus ou moins grande. Il n'eſt donc léſé ni dans l'un ni dans l'autre cas, & tout dépend de la convention qu'il voudra faire avec le débiteur.

Autre queſtion qu'on peut faire ſur les *arrérages* dans le cas d'intérêt compoſé. Nous avons vu que le débiteur au commencement de la q^e année doit la ſomme totale $a(1+m)^{q-1}$; ſuppoſons qu'il veuille s'acquitter au milieu de l'année ſuivante, & non pas à la fin, que doit-il payer pour les *arrérages?* Il eſt viſible que pour réſoudre cette queſtion il faut d'abord ſavoir ce que le débiteur doit au milieu de la q^e année. En premier lieu, le principal ou ſomme totale $a(+m)^{q-1}$ étant multiplié par $1+m$, doit donner la ſomme qui ſera dûe à la fin de la q^e année, ſavoir $a(1+m)^q$, ou, ce qui revient au même, le débiteur devra à la fin de cette année $a(1+m)^{q-1}$, plus l'intérêt de cette ſomme, c'eſt-à-dire, $a(1+m)^{q-1} \times m$. Dans le cours de l'année, il doit d'abord $a(1+m)^{q-1}$ qui eſt le principal; il doit de plus une portion de ce principal pour l'intérêt qui court depuis le commencement de l'année: cette portion doit certainement être moindre que $a(1+m)^{q-1} \times m$, qui eſt l'intérêt dû à la fin de l'année: mais quelle doit-elle être? Bien des gens s'imaginent que pour l'intérêt de la demi-année il faut prendre la moitié de l'intérêt de l'année, c'eſt-à-dire, $a(1+m)^{q-1} \times \frac{m}{2}$, le tiers de l'intérêt pour le tiers de l'année, & ainſi du reſte: mais ils ſont dans l'erreur. En effet, qu'arrive-t-il dans le cas de l'intérêt compoſé? c'eſt que les ſommes dûes au bout de chaque année ſont en progreſſion géométrique, comme il eſt aiſé de le voir. Or pourquoi cette loi n'auroit-elle pas lieu auſſi pour les portions d'années, comme pour les années entières? J'avoue que je ne vois point quelle en pourroit être la raiſon. La ſomme dûe à la fin de la $q-1^e$ année eſt $a(1+m)^{q-1}$, celle qui eſt dûe à la fin de la q^e année eſt $a(+m)^q$, celle qui ſeroit dûe à la fin de la $q+1^e$ ſeroit $a(1+m)^{q+1}$; & ces trois ſommes ſont dans une proportion géométrique continue. Donc la ſomme dûe au milieu de la q^e année doit être moyenne proportionnelle géométrique entre les deux ſommes dûes au commencement & à la fin de cette année; c'eſt-à-dire, entre $a(1+m)^{q-1}$ & $a(1+m)^q$; donc cette ſomme ſera $a(1+m)^{q-\frac{1}{2}} = a(1+m)^{q-1} \times (1+m)^{\frac{1}{2}}$. Or cette ſomme eſt moindre que $a(1+m)^{q-1} + a(1+m)^{q-1} \times \frac{m}{2}$, qui ſeroit dûe ſuivant l'hypothèſe que nous combattons.

De même, s'il eſt queſtion de ce qui eſt dû au bout du tiers de la q^e année, on trouvera que la ſomme cherchée eſt la première de deux moyennes proportionnelles géométriques entre $a(1+m)^{q-1}$, & $a(1+m)^q$, c'eſt-à-dire, $a(1+m)^{q-1}$; & en général k étant un nombre quelconque d'années entier, rompu, ou en partie entier, & en partie fractionnaire, on aura $a(1+m)^k$ pour la ſomme dûe à la fin de ce nombre d'années.

Dans l'hypothèſe que nous combattons, on ſuppoſe que l'intérêt eſt regardé comme compoſé d'une année à l'autre, mais que, dans le cours d'un ſeule & unique année, il eſt traité comme intérêt ſimple; ſuppoſition bizarre, qui ne peut être admiſe que dans le cas d'une convention formelle entre le créancier & le débiteur. En effet, dans cette ſuppoſition, le débiteur paieroit plus qu'il ne doit réellement payer, comme nous l'avons vu tout-à-l'heure. Nous traiterons cette matière plus à fond à l'*article* INTÉRÊT, & nous eſpérons la mettre dans tout ſon jour, & y joindre pluſieurs autres remarques curieuſes. Mais comme l'obſervation précédente peut être utile, & eſt aſſez peu connue, nous avons cru devoir la placer d'avance dans cet article.

Soit donc $\frac{t}{r}$ la portion d'année écoulée, il eſt viſible, par ce que nous venons de dire, que le créancier doit, au bout de cette portion, la ſomme totale $a\,(1+m)^{q-1+\frac{t}{r}}$, &, pour avoir les *arrérages*, il faudra retrancher de cette ſomme ou le principal a, ou le principal $a\,(1+m)^{q-1}$; ce qui dépend, comme nous l'avons obſervé, de la convention mutuelle du débiteur & du créancier.

On peut propoſer une autre queſtion dans le cas de l'intérêt ſimple. Dans ce cas, il y a cette convention, du moins tacite, entre le créancier & le débiteur, que le principal ſeul, touché par le débiteur, & prêté par le créancier, produit chaque année $a\,m$ d'intérêt, & que l'intérêt (non payé chaque année) eſt un argent mort, ou un principal qui ne produit point d'intérêt; ainſi, dans le cas où cette convention tacite ſeroit ſans reſtriction, la ſomme totale dûe à la fin de la q^e année ſeroit $a + a\,m\,q$, & les *arrérages* ſeroient $a\,m\,q$. Mais ſi la convention entre le débiteur & le créancier étoit, par exemple, que le débiteur payât tous les cinq ans l'intérêt ſimple $5\,a\,m$, & que le débiteur fût quinze ans ſans payer, alors la ſomme $a + 5\,a\,m$ dûe à la fin de la cinquième année, eſt regardée comme un nouveau principal ſur le paiement & les intérêts duquel le créancier peut faire au débiteur telles conditions qu'il lui plaît. Suppoſons, par exemple que, par leur convention, il doive porter intérêt ſimple durant cinq ans: en ce cas, au bout des cinq années qui ſuivent les cinq premières, la ſomme totale dûe par le débiteur ſera $a + 5\,a\,m + a\,m + 25\,a\,m\,m$; & à la fin de cinq années ſuivantes, c'eſt-à-dire, au bout des quinze années révolues, la ſomme dûe ſera $a + 5\,a\,m + 5\,a\,m + 25\,a\,m\,m + 5\,a\,m + 25\,a\,m\,m + 25\,a\,m\,m + 125\,a\,m^3 = a + 15\,a\,m + 75\,a\,m\,m + 125\,a\,m^3$. *Voyez* INTÉRÊT, ANNUITÉ, RENTE, TONTINE, *&c.* (*O*)

ARRIÈRE-MAIN, *terme de Paumier*; prendre une balle d'*arrière-main*, c'eſt la prendre à ſa gauche. Pour cela, il faut avoir le bras plié, & l'étendre en la chaſſant.

ARIOPH (*Aſtr.*), nom de la belle étoile à la queue du cygne.

ARTEMON, ſ. m. (*Méchan.*): troiſième mouffle qui eſt au tas du polyſpaſte ou plutôt du triſpaſte. *Voyez* POLYSPATON.

ARTIFICIEL, ſe dit en *Aſtronomie* du globe par lequel on repréſente la concavité du ciel, ou la convexité de la terre. On appelle auſſi *ſphère artificielle* la ſphère armillaire.

L'*horizon artificiel* eſt l'horizon rationel ou mathématique, diſtingué de l'horizon ſenſible de chaque obſervateur, qui varie ſuivant le plus ou moins de hauteur.

Le *jour artificiel* eſt la durée du temps que le ſoleil reſte ſur l'horizon. *Clavius*, *dans ſon Commentaire ſur la ſphere* de Sacro Boſco. (*D. L.*)

ARTIFICIEL. On appelle en *Géométrie* lignes *artificielles* des lignes tracées ſur un compas de proportion ou une échelle quelconque, leſquelles repréſentent les logarithmes des ſinus & des tangentes, & peuvent ſervir, avec la ligne des nombres, à réſoudre aſſez exactement tous les problèmes de trigonométrie, de navigation, *&c.* Les nombres *artificiels* ſont les ſécantes, les ſinus & les tangentes. *V.* SÉCANTE, SINUS & TANGENTE. *Voyez auſſi* LOGARITHME. (*E*).

A S

AS, *au jeu de Trictrac*, ſe dit du ſeul point qui eſt marqué ſur une des faces du dez que l'on joue; au jeu de cartes, de celles qui n'ont qu'une ſeule figure placée dans le milieu. L'*as* vaut aux cartes ou un, dix, ou même onze, ſelon le jeu qu'on joue.

ASANGUE (*Aſtr.*) nom de la lyre.

ASCENDANT (*Aſtron.*), ſe dit dans pluſieurs circonſtances pour indiquer le mouvement qui ſe fait en montant. Le *nœud aſcendant* d'une planète eſt le point où elle traverſe l'écliptique en paſſant du midi au nord, comme le nœud deſcendant eſt celui par lequel elle paſſe du nord au midi. Le nœud aſcendant de la lune s'appelloit auſſi *tête de dragon*; il ſe repréſente ainſi ☊; le nœud deſcendant eſt celui qui lui eſt oppoſé ☋.

Les *ſignes aſcendans* ſont les trois premiers & les trois derniers de l'écliptique, c'eſt-à-dire, le bélier, le taureau, les gemeaux, le capricorne, le verſeau & les poiſſons; ils ont été appellés ainſi, parce que le ſoleil, en parcourant ces ſignes, s'élève de jour à autre au-deſſus de l'horizon dans nos régions ſeptentrionales, & ſemble monter vers notre zénit. Malgré l'étymologie du mot de ſignes aſcendans, le nom eſt reſté affecté aux ſignes que nous venons de nommer, même pour le pays où le ſoleil ne monte pas lorſqu'il eſt dans ces ſignes-là; mais lorſqu'il arrive qu'un Aſtronome parle des ſignes *aſcendans* uniquement à raiſon de ce que le ſoleil s'élève, en ſorte que pour d'autres pays, ces ſignes ſoient ſujets à changer, il doit en avertir; les ſix autres ſignes ſont appellés *deſcendans* par une raiſon contraire, parce que le ſoleil, en les décrivant, paroît deſcendre & s'éloigner de notre zénit.

On appelle quelquefois *aſcendant* le point de l'écliptique, ſitué dans l'horizon oriental, c'eſt-à-dire le point qui ſe lève; les aſtronomes en font le calcul pour trouver la ſituation de l'écliptique dans les éclipſes de ſoleil, & en conclure les paralaxes. *Voyez* NONAGÉSIME. Les aſtrologues appelloient le même point *horoſcope*, & le calculoient pour dreſſer le *thème* d'une nativité. La

Digitized by Google

diviſion du ciel en douze maiſons commençoit dans ce point ; & l'on diſoit qu'une planète dominoit à l'*aſcendant*, lorſqu'elle répondoit à ce point de l'écliptique ſitué dans l'horizon. C'eſt de-là peut-être qu'eſt venue l'expreſſion avoir de l'*aſcendant* ſur quelqu'un, par comparaiſon avec l'influence conſidérable que l'on ſuppoſoit dans l'horoſcope ſur la conduite les inclinations & le ſort des hommes. (*D. L.*)

A S C

ASCENDANTE (PROGRESSION), *Géométrie.* Quelques géomètres nomment *progreſſion aſcendante*, celle dont les termes vont en croiſant : telle eſt la progreſſion arithmétique des nombres naturels 1, 2, 3, &c. (*J. D. C.*)

ASCENSION, ſ. f. eſt proprement une *élévation* ou un *mouvement en haut*. *Voyez* ELÉVATION.

C'eſt dans ce ſens qu'on dit l'*aſcenſion* des liqueurs dans les pompes, dans les tuyaux capillaires. *V.* POMPE, TUYAUX CAPILLAIRES (*O*).

ASCENSION, *en Aſtronomie*, eſt l'arc compris entre le point équinoxial & le point de l'équateur qui ſe lève avec une étoile ; elle eſt droite ou oblique ; l'*aſcenſion* droite du ſoleil ou d'une étoile eſt l'arc de l'équateur compris entre le dégré de l'équateur qui ſe lève avec le ſoleil ou avec l'étoile dans la ſphère droite, & le point équinoxial ou le commencement d'Ariès. *V.* SPHÈRE. C'eſt le dégré & la minute de l'équateur, à compter depuis le commencement d'Ariès, qui paſſe par le méridien avec le ſoleil, une étoile ou quelqu'autre point du ciel. *Voyez* SOLEIL, ETOILE.

On rapporte l'*aſcenſion droite* au méridien, parce qu'il fait toujours un angle droit avec l'équinoxial, au lieu qu'il n'en eſt ainſi de l'horizon que dans la ſphère droite.

Deux étoiles fixes qui ont la même *aſcenſion* droite, c'eſt-à-dire qui ſont à la même diſtance du premier degré d'Ariès, ou, ce qui revient au même, qui ſont dans un même méridien, ou cercle de déclinaiſon, ſe lèvent en même tems dans la ſphère droite, c'eſt-à-dire pour les peuples qui habitent l'équateur. Si elles ne ſont pas dans le même méridien, l'intervalle qui s'écoule entre leurs paſſages au méridien, eſt la différence de leurs *aſcenſions* droites. Dans la ſphère oblique, où l'horizon coupe tous les méridiens obliquement, différens points d'un méridien ne ſe lèvent ni ne ſe couchent jamais en même tems : ainſi, deux étoiles qui ſont dans un même méridien, ne ſe lèvent ni ne ſe couchent jamais en même tems pour ceux qui ont la ſphère oblique, c'eſt-à-dire qui habitent entre l'équateur & le pole ; & plus la ſphère eſt oblique, c'eſt-à-dire plus on eſt près du pole, plus l'intervalle de tems qui eſt entre leur lever & leur coucher eſt grand. *Voyez* LEVER, COUCHER, &c.

Ainſi, l'arc de l'*aſcenſion* droite d'une étoile eſt la portion de l'équateur, compriſe entre le commencement d'Ariès & le point de l'équateur qui paſſe au méridien avec elle.

L'ASCENSION *oblique* eſt un arc de l'équateur, compris entre le premier point d'Ariès & le point de l'équateur, qui ſe lève en même tems que l'aſtre, dans la ſphère oblique. *V.* SPHÈRE.

L'*aſcenſion* oblique ſe prend d'occident en orient, & elle eſt plus ou moins grande, ſelon la différente obliquité de la ſphère.

La différence entre l'*aſcenſion* droite & l'*aſcenſion* oblique, s'appelle *différence aſcenſionelle*.

Pour trouver par la trigonométrie ou par le globe l'*aſcenſion* oblique du ſoleil, *voyez* ASCENSIONNEL.

La détermination de l'*aſcenſion* droite du ſoleil & de celle d'une étoile fixe eſt la baſe de toute l'aſtronomie ; auſſi M. de la Caille a-t-il intitulé *Aſtronomiæ fundamenta*, le livre dans lequel il a donné toutes les obſervations qu'il avoit faites à ce ſujet ; & comme l'*aſcenſion* droite d'une ſeule étoile fixe donne facilement celle de toutes les autres, la principale difficulté conſiſte à s'aſſurer d'une étoile pour ſervir de terme de comparaiſon.

On ne peut déterminer l'*aſcenſion* droite d'une étoile que par celle du ſoleil ; car, comme c'eſt le ſoleil qui parcourt & qui marque l'écliptique, de même que le point équinoxial quand il traverſe l'équateur, on ne peut reconnoître les diſtances à ce point équinoxial que par le ſoleil qui en fournit l'indication.

D'un autre côté, l'on ne peut déterminer l'*aſcenſion* droite du ſoleil que par le moyen de ſa déclinaiſon, & celle-ci ſe conclut de la hauteur méridienne ; ainſi, la hauteur du ſoleil à midi eſt le point d'où il faut partir. Suppoſons qu'on ait obſervé à Paris la hauteur du ſoleil, & qu'après l'avoir corrigée par la réfraction & la parallaxe, on ait trouvé cette hauteur à midi de 51° 10′, on ſait que la hauteur de l'équateur n'eſt que de 41° 10′ à Paris, on retranchera l'une de l'autre, & l'on aura 10d pour la déclinaiſon du ſoleil, ou la quantité dont il eſt éloigné de l'équateur. Alors dans le triangle formé par l'écliptique, l'équateur & le cercle de déclinaiſon, on connoît le petit côté qui eſt la déclinaiſon du ſoleil, & l'angle oppoſé qui eſt l'obliquité de l'écliptique 23° 28′, il eſt aiſé de trouver l'autre côté qui eſt l'*aſcenſion* droite du ſoleil, & l'hypothénuſe qui eſt la longitude comptée ſur l'écliptique.

Mais cette méthode dépend de la réfraction, de la parallaxe, de la hauteur de l'équateur & de l'obliquité de l'écliptique, car chacune des erreurs que l'on commettroit dans un de ces élémens, influeroit & en produiroit une deux ou trois fois plus grande ſur l'*aſcenſion* droite ; pour y remédier, il n'y a qu'à faire la même opération deux fois en ſix mois, à la même hauteur du ſoleil, avant

& après le ſolſtice ; l'erreur qui augmentoit l'*aſcenſion* droite avant le ſolſtice la diminue néceſſairement après, & en prenant le milieu des deux réſultats, on a la véritable *aſcenſion* droite du ſoleil. C'eſt à cela que revient la méthode la plus parfaite, & celle qui eſt adoptée actuellement par les meilleurs aſtronomes, pour obſerver l'*aſcenſion* droite du ſoleil ; elle conſiſte à le comparer deux fois l'année avec la même étoile, lorſqu'il ſe trouve dans ſon parallèle avant & après le ſolſtice ; nous allons expliquer cette méthode qui a ſervi, ſoit à M. le Monnier pour ſon zodiaque, ſoit à M. de la Caille pour conſtruire le nombreux catalogue d'étoiles que nous avons de lui. *V.* FLAMESTEED, *Hiſtoria cœleſtis*, in-fol. *Hiſtoire celeſte*, par M. le Monnier, 1741, in-4.° ; *Leçons d'Aſtronomie*, par M. de la Caille, 1761, in-8.°, pag. 175.

Soit *E K Q E*, *planches d'Aſtr.*, *fig.* 42, l'équateur *E H Q R E* l'écliptique, *A* une étoile & *S* le ſoleil, lorſqu'il paſſe dans le même parallèle que l'étoile *A*, c'eſt-à-dire, quand ſa déclinaiſon *D S* eſt égale à la déclinaiſon *A C* de l'étoile. Suppoſons que ce jour-là on ait obſervé la différence d'*aſcenſion* droite *D C* entre le ſoleil & l'étoile *A* ; le ſoleil ayant paſſé enſuite par le ſolſtice *H*, reviendra quelques mois après au point *G* de l'écliptique, & il aura encore la même déclinaiſon *G B* que l'étoile ; ſa diſtance *B Q* à l'équinoxe d'automne ſera pour lors égale à la diſtance *E D*, où il ſe trouvoit dans la première obſervation par rapport à l'équinoxe du printems ; je ſuppoſe que ce jour là on obſerve encore la différence *C B* d'*aſcenſion* droite entre le ſoleil & la même étoile, on ajoutera enſemble les deux différences obſervées, *D C* & *C B*, l'on aura *D B*, qui eſt le mouvement total en *aſcenſion* droite qu'a eu le ſoleil dans l'intervalle des deux obſervations ; la moitié *D K* ou *B K* de ce mouvement, ſera la diſtance au colure des ſolſtices, parce que le ſoleil étoit chaque fois à une égale diſtance, ſoit des équinoxes, ſoit des ſolſtices ; enfin le complément de *D K* ſera *E D*, *aſcenſion* droite du ſoleil dans la première obſervation ; d'où l'on conclura l'*aſcenſion* droite *E C* de l'étoile ; en ſorte que par cette obſervation l'on aura les *aſcenſions* droites du ſoleil & de l'étoile.

L'uſage de cette méthode exige dans la pratique de l'Aſtronomie quelques attentions & quelques corrections que l'on peut voir, ainſi que l'exemple détaillé dans le quatrième livre de mon *Aſtronomie*.

C'eſt en appliquant cette méthode à des centaines d'obſervations, que la Caille a trouvé l'*aſcenſion droite* de Sirius, le 1 janvier 1750 de 98° 32′ 2″, & celle de la Lyre 277° 7′ 4″ : ces poſitions fondamentales ne diffèrent que de quelques ſecondes de celles que Bradley, Mayer & M. le Monnier ont aſſignées par des obſervations & des méthodes très-différentes : cela ſuffit pour montrer quel degré de certitude il y a dans la méthode & dans l'obſervation des *aſcenſions droites*.

J'ai dit qu'une ſeule *aſcenſion droite* donnoit aiſément toutes les autres ; il ne faut qu'obſerver la différence des paſſages au méridien, ou par des hauteurs correſpondantes, ou par une lunette méridienne, & convertir en degrés la différence des tems, on aura celle des *aſcenſions droites* des deux aſtres obſervés. On choiſit pour terme de comparaiſon les étoiles les plus brillantes, telles Sirius & la Lyre, afin que l'on puiſſe les voir de jour & en tout tems de l'année pour y comparer toutes les étoiles obſervées dans une même nuit, & dont on veut avoir l'*aſcenſion droite*. On trouvera au mot *étoile* un catalogue des *aſcenſions droites* des principales étoiles.

L'*aſcenſion droite* du milieu du ciel, eſt une choſe dont les aſtronomes ſe ſervent très-ſouvent, ſurtout pour calculer les éclipſes par le moyen du nonagéſime ; c'eſt l'*aſcenſion droite* du point de l'équateur qui ſe trouve dans le méridien ; elle eſt égale à la ſomme de l'*aſcenſion droite* du ſoleil & de l'angle horaire ou du tems vrai réduit en degrés, ou à la ſomme de la longitude moyenne du ſoleil & du tems moyen. (*D. L.*)

ASCENSIONNEL, adj. *différence aſcenſionnelle*, *terme d'Aſtr.* La *différence aſcenſionnelle* eſt la différence entre l'aſcenſion oblique & l'aſcenſion droite d'un même point de la ſurface de la ſphère. *Voyez* ASCENSION.

Ainſi, de 27ᵈ 54′ qui eſt l'aſcenſion droite du premier degré du taureau, ôtant 14ᵈ 24′ qui eſt l'aſcenſion oblique du même degré ſur l'horizon de Paris, le reſte 13ᵈ 30′ en eſt la *différence aſcenſionnelle*. Si on réduit en heures & minutes, les degrés & minutes de la *différence aſcenſionnelle*, on connoît de combien les jours de l'année auxquels elle répond, diffèrent du jour de l'équinoxe : car ajoutant le double du tems de cette *différence aſcenſionnelle* aux 12 heures du jour de l'équinoxe on a la durée des longs jours, le ſoleil parcourant la moitié de l'écliptique, qui eſt du côté du pole apparent ; & ſi l'on ôte ce même tems de 12 heures, on aura la longueur des petits jours, qui arrivent quand le ſoleil parcourt la moitié de l'écliptique, qui eſt du côté du pole inviſible.

Ainſi, le double de 13ᵈ 30′ eſt 27ᵈ, leſquels réduits en tems, à raiſon de 4′ d'heure pour chaque degré, on aura une heure & 48′ : ce qui fait connoître que le ſoleil étant le 20 Avril au premier degré du taureau, le jour eſt de 13 heures 48′ ſur l'horizon de Paris, enſuite dequoi l'on connoît facilement l'heure du lever & du coucher du ſoleil, en négligeant la réfraction. Dans les ſignes ſeptentrionaux, les aſcenſions droites des degrés de l'écliptique ſont plus grandes que leurs aſcenſions obliques ; mais au contraire aux ſignes méridionaux, les aſcenſions droites des degrés de la même écliptique ſont plus petites que leurs aſcenſions obliques.

Pour avoir la *différence aſcenſionnelle*, la latitude du lieu & la déclinaiſon du ſoleil étant données, on fait cette proportion : le rayon eſt à la tan-

Digitized by Google

gente de la latitude, comme la tangente de la déclinaiſon du ſoleil eſt au ſinus de la *différence aſcenſionnelle*. Si le ſoleil eſt dans un des ſignes ſeptentrionaux, & qu'on ôte la *différence aſcenſionnelle* de l'aſcenſion droite, le reſte ſera l'aſcenſion oblique. Si le ſoleil eſt dans un des ſignes méridionaux, il faudra ajouter la *différence aſcenſionnelle* à l'aſcenſion droite, & la ſomme ſera l'aſcenſion oblique. C'eſt ainſi qu'on a conſtruit des tables d'aſcenſions obliques pour les différens degrés de l'écliptique, ſous différentes élévations du pole. Mais on y ſupplée aujourd'hui par les tables des arcs ſemidiurnes.

ASCHEMIE, (*Aſtron.*) nom du petit chien Procyon.

ASCHÉRE, (*Aſtron.*) nom du grand chien Sirius.

ASCIENS, (*Aſtron.*) nom des peuples qui étant entre les tropiques, ont quelquefois le ſoleil au zénit, & n'ont point d'ombre à midi ce jour là, ce mot eſt compoſé de σκιὰ, ombre, avec un α privatif. *Voyez* AMPHISCIENS.

ASCONE, nom que les Italiens ont quelquefois donné aux cometes.

A S P

ASPECT, ſ. m. *aſpectus*, *en Aſtronomie*, ſe dit de la ſituation des étoiles ou des planètes, les unes par rapport aux autres; ou bien c'eſt une certaine configuration ou relation mutuelle entre les planètes, qui vient de leurs ſituations dans le zodiaque, en vertu deſquelles les aſtrologues croient que leur puiſſance ou leurs forces croiſſent ou diminuent, ſelon que leurs qualités actives ou paſſives ſe conviennent ou ſe contrarient. *Voyez* PLANÈTE, ASTROLOGIE.

Quoique ces configurations puiſſent être variées & combinées de mille manières, néanmoins on n'en conſidere qu'un petit nombre; c'eſt pourquoi on définit plus exactement l'*aſpect*, la rencontre ou l'angle des rayons lumineux qui viennent de deux planètes à la terre. *Voyez* RAYON & ANGLE.

La doctrine des *aſpects* a été introduite par les aſtrologues comme le fondement de leurs prédictions. Ainſi, Kepler définit l'*aſpect*, un angle formé par des rayons, qui partant de deux planètes, viennent ſe rencontrer ſur la terre, & qui ont la propriété de produire quelque influence naturelle. Quoique toutes ces opinions ſoient des chimères, nous allons les rapporter ici en peu de mots.

Les anciens comptoient cinq *aſpects*, à ſavoir, la conjonction marquée par le caractère ☌, l'oppoſition par ☍, l'*aſpect*, trine par △, l'*aſpect* quadrat par □, & l'*aſpect* ſextile par ⚹. La conjonction & l'oppoſition ſont les deux *aſpects* extrêmes, le premier étant le moindre de tous, & le ſecond le plus grand ou le dernier. *Voyez* CONJONCTION & OPPOSITION.

L'*aſpect* trigone ou trine eſt la troiſième partie d'un cercle, ou l'angle meſuré par l'arc *A B. Tab. Aſtron. fig.* 285.

L'*aſpect* tétragone ou quadrat eſt la quatrième partie d'un cercle, ou l'angle meſuré par le quart de cercle *A D*: l'*aſpect* ſextile, qui eſt la ſixième partie d'un cercle ou d'un angle, eſt meſuré par le ſextant *A G*. *Voyez* TRIGONE, TETRAGONE, QUADRAT & SEXTILE.

Par rapport aux influences qu'on ſuppoſe aux *aſpects*, on les diviſe en *benins*, *malins* & *indifférens*.

L'*aſpect* quadrat & l'oppoſition ſont réputés *malins* ou *mal-faiſans*; le trine & le ſextile *benins* ou *propices*; & la conjonction un *aſpect indifférent*. *Voyez* le livre *de judiciis*, attribué à Ptolemée.

Aux cinq *aſpects* des anciens, les modernes en ont ajouté beaucoup d'autres, comme le *décile* qui contient la dixième partie d'un cercle; le *tridécile*, qui en contient trois dixièmes; & le *biquintile*, qui en contient quatre dixièmes ou deux cinquièmes. Kepler en ajoute d'autres, qu'il dit avoir reconnu efficaces par des obſervations météorologiques, tel que le *demi-ſextile*, qui contient la douzième partie d'un cercle, & le *quincunce*, qui en contient cinq douzièmes. Enfin nous ſommes redevables aux médecins aſtrologues d'un *aſpect octile*, contenant un huitième de cercle, & d'un *aſpect trioctile*, qui en contient les trois huitièmes. Quelques médecins y ont encore mis l'*aſpect quintile*, contenant un cinquième du cercle, & l'*aſpect biquintile*, qui, comme on a déjà dit, en contient les deux cinquièmes.

Caractères des aſpects.

☌ Conjonction.	*T d* Tridecile.
S S Semi-ſextile.	△ Trine.
⚹ Sextile.	*B q* Biquintile.
Q Quintile.	*V c* Quinconce.
□ Quadrat *ou* Quartile.	☍ Oppoſition.

L'angle intercepté entre deux planètes dans l'*aſpect* de la conjonction eſt = 0; dans l'*aſpect* ſemi-ſextile, il contient 30°; dans le décile 36°; dans l'octile 45°; dans le ſextile 60°; dans le quintile 72°; dans le quartile 90°; dans le tridécile 108°; dans le trine 120°; dans le trioctile 135°; dans le biquintile 144°; dans le quincunce 150°; dans l'oppoſition 180°.

Ces angles ou intervalles ſe comptent par les degrés de longitude des planètes, tellement que les *aſpects* ſont cenſés les mêmes, ſoit qu'une planète ſe trouve dans l'écliptique, ou qu'elle ſoit hors de ce cercle.

On diviſe ordinairement les *aſpects* en *partiles* & *platiques*. Les *aſpects* partiles ont lieu quand les planètes ſont diſtantes les unes des autres d'autant de degrés préciſément qu'en contient quelqu'une

des diviſions précédentes. Il n'y a que ceux-là qui ſoient proprement des *aſpects*. Les *aſpects* platiques arrivent quand les planètes ne ſont pas les unes par rapport aux autres préciſément dans quelqu'une des diviſions dont nous venons de parler. (*O*)

ASPIRANT, adj. m. *en Hydraulique :* on appelle un tuyau *aſpirant*, celui dont on ſe ſert dans une pompe pour élever l'eau à une certaine hauteur. Il doit être d'un plomb moulé bien épais & reſorgé, de crainte des ſoufflules qui empêcheroient l'eau de monter. (*K*)

ASPIRATION, ſ. f. eſt la même choſe, *en Hydraulique*, qu'*aſcenſion*. L'eau dans les pompes ne peut guère être aſpirée qu'à 25 ou 26 pieds de haut, quoique l'on puiſſe la pouſſer, ſuivant les règles, juſqu'à 32 pieds, pourvu que l'air extérieur comprime la ſurface de l'eau du puits ou de la rivière dans laquelle trempe le tuyau de l'*aſpiration*; alors la colonne d'eau fait équilibre avec la colonne d'air. *Voyez* POMPE.

Si on n'aſpire l'eau qu'à 20 ou 26 pieds de haut, c'eſt afin que le piſton ait plus de vivacité & plus de force pour tirer l'eau. *Voyez* AIR, POMPE. (*K*)

A S S

ASSURANCES (*maritimes*). Nous nous bornerons dans cet article à donner, comme dans l'article *abſens*, les principes généraux d'après leſquels on peut appliquer le calcul aux différentes queſtions qui peuvent ſe préſenter.

I. Le traité d'*aſſurance* conſiſte en général de la part du commerçant à payer à l'aſſureur une certaine partie de la valeur d'un bâtiment ou d'une cargaiſon, à condition que ſi la cargaiſon ou le bâtiment viennent à périr, l'aſſureur lui en paiera le prix total.

De quelque manière que les traités d'*aſſurance* ſoient formés, ils ſe réduiſent néceſſairement à des combinaiſons de ce traité ſimple que nous venons de définir, & ils doivent être calculés d'après les mêmes principes.

Le motif qui fait former un de ces traités eſt de la part de chacun des contractans l'opinon que ce traité lui eſt avantageux. Nous examinerons donc dans quel ſens un traité d'*aſſurance* peut être regardé comme étant avantageux à-la-fois à l'aſſureur & au commerçant.

Nous avertirons d'abord ici que dans toute la ſuite de ce t^er^ article nous ferons abſtraction de l'intérêt de l'argent conſidéré indépendamment du riſque des entrepriſes, & par conſéquent que nous ſuppoſerons les paiemens ou les recettes de part & d'autre réduits au même tems.

Suppoſons maintenant qu'un négociant riſque, dans différentes entrepriſes, une ſomme a, en ſorte que ſa miſe dans n, entrepriſes ſoit na; ſuppoſons que l'eſpérance de réuſſir dans chaque entrepriſe ſoit g, que la probabilité qu'il perdra ſes fonds ſoit p, & qu'on ait $g+p=1$. les termes de la ſérie, $g^n + ng^{n-1}p + \left(\frac{n}{2}\right)g^{n-2}p^2 + \left(\frac{n}{3}\right)g^{n-3}p^3 \ldots + \left(\frac{n}{m}\right)g^{n-m}p^m \ldots + p^n = g+p^n$ $\left(\frac{n}{m}\right)$ étant $\frac{n,\ n-1\ \ n-m+1}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot m}$ exprimeront les probabilités de réuſſir dans n, $n-1 \ldots m \ldots 1, 0$ entrepriſes, & de perdre dans $0, 1 \ldots m \ldots n-1, n$ autres entrepriſes.

Soit maintenant b la ſomme qu'il gagnera dans chaque entrepriſe heureuſe, & qui eſt ici la ſeule partie du profit, deſtinée à compenſer le riſque, il eſt clair que, pour le terme $\left(\frac{n}{m}\right)g^{n-m}p^m$, il perdra ma, & gagnera $\overline{n-m}\,b$. Il ſera donc en gain tant que $\overline{n-m}\,b > ma$, & il commencera à être en perte lorſque $ma > \overline{n-m}\,b$.

Un homme raiſonnable ne doit ſe livrer au commerce que dans le cas où il trouve une probabilité aſſez grande qu'il retirera ſes fonds, avec l'intérêt commun & le prix de ſon travail.

Il lui faudroit ſans doute une probabilité à peine différente de la certitude de ne pas perdre la totalité de ſes fonds, & même d'en conſerver la partie qui eſt néceſſaire à ſa ſubſiſtance & à celle de ſa famille; & une probabilité encore très-grande de ne pas les diminuer juſqu'à un certain point.

Mais nous ne conſidérons d'abord ici que la première condition, celle d'avoir une eſpérance aſſez grande de retirer, avec ſes avances, leur intérêt & le ſalaire de ſon travail.

Il y a trois cas à conſidérer, celui où $\frac{b}{a} = \frac{p}{g}$, celui où $\frac{b}{a} > \frac{p}{g}$, celui où $\frac{b}{a} < \frac{p}{g}$, ſi $\frac{b}{a} = \frac{p}{g}$: il eſt clair que l'on aura du profit tant $\overline{n-m}\cdot p > mg$.

Cela poſé, faiſons $g = \frac{g'}{g'+p'}$, & $p = \frac{p'}{g'+p'}$, p' & g' étant des nombres entiers, & ſoit $n = \overline{p'+g'}\,n'$.

Il eſt clair, 1.° que, ſi $\frac{b}{a} = \frac{p}{g} = \frac{p'}{g'}$, lorſque $m = p'n'$ & $\overline{n-m} = g'n'$, on aura $\overline{n-m}\,b = ma$, & qu'il n'aura pas de gain. Le gain ceſſera donc au terme $\left(\frac{n}{p'n'}\right)g^{n-p'n'}p^{p'n'}$. Or ſi $g > p$ la ſomme de tous les termes, juſqu'à celui-là inclusivement, tend toujours à s'approcher de la valeur $\frac{1}{2}$, après l'avoir d'abord ſurpaſſée. Ainſi, plus le Négociant continuera ſon commerce, plus il ap-

Digitized by Google

prochera d'avoir une probabilité de gagner égale à celle de perdre.

La même choſe aura lieu, ſi $p > g$, excepté que la probabilité de perdre ſera d'abord plus grande, & ſe rapprochera enſuite de l'égalité.

Suppoſons maintenant $\frac{b}{a} > \frac{p}{g}$ ou $\frac{p'}{g'}$, & égal à $\frac{p'+1}{g'-1}$: par exemple, il eſt clair que le gain du commerçant s'étendra juſqu'au terme $\left(\frac{n}{p'+1}\right)^{n-\overline{p'+1}\,n'}_{g} \overline{\frac{n'}{p'+1}}_{p}$

Or, dans ce cas, ſoit que g ſoit plus grand, ſoit qu'il ſoit plus petit que p, la ſomme de tous ces termes, qui exprime la probabilité du gain pour le négociant, croîtra continuellement, juſqu'à ſe rapprocher indéfiniment de l'unité, à meſure que n' croîtra. Mais ſi $g > p$ elle pourra aller en décroiſſant, juſqu'à un certain terme.

On trouvera la concluſion préciſément contraire, dans le cas où $\frac{b}{a} < \frac{p}{g}$ ou $\frac{p'}{g'}$.

Dans ce ſecond cas, ſi $g < p$ la probabilité pourra aller d'abord en croiſant & enſuite en décroiſſant.

Il ſuit de ce que nous venons de dire que pour qu'un négociant puiſſe avoir de l'avantage en continuant un commerce expoſé à des riſques, il faut que le rapport du profit à la miſe ſoit plus grand que celui du riſque au ſuccès.

On peut auſſi voir par cette formule que la règle de faire ces deux rapports égaux n'a pu être établie que parce que c'eſt le ſeul cas où les limites de la probabilité de la perte ou du gain ſont également $\frac{1}{2}$. Ces deux probabilités étant, l'une croiſſante, l'autre décroiſſante, à meſure que le nombre de riſques courus augmente, ſelon que la probabilité du riſque eſt inférieure ou ſupérieure à celle du gain.

Il ſuit de ce qu'on vient d'expoſer, que, pourvu que $\frac{b}{a} > \frac{p}{g}$, on peut avoir une probabilité toujours de plus en plus grande de gagner; que, ſi on ſuppoſe cette probabilité donnée, c'eſt-à-dire, qu'on fixe un *minimum* de probabilité en-deçà duquel on regarderoit comme imprudent de s'expoſer au riſque; plus $\frac{b}{a}$ ſera grand, moins il faudra répéter de fois la même entrepriſe pour obtenir cette probabilité, & réciproquement que plus le nombre des entrepriſes ſera petit, plus il faudra que $\frac{b}{a}$ ſoit grand.

Suppoſons ici, pour plus de ſimplicité, que ces entrepriſes ſe faſſent à-la-fois; ſi le bien d'un commerçant A eſt na, il ne pourra faire que n entrepriſes & il faudra que ſon profit ſoit b; mais ſi le bien d'un autre commerçant B eſt nma, m étant un nombre entier, il pourra faire mn entrepriſes, & par conſéquent il pourra avoir la même probabilité de gagner, en ſe contentant d'un profit b' plus petit que b. Mais puiſque $b' < b$ la concurrence entre les négocians ſera tomber le profit au-deſſous de b dont le négociant A ne pourra faire le commerce avec aſſez d'avantage.

Il eſt vrai que ſi A partageoit la ſomme na en mn parties, il pourroit ſe contenter du même profit que B, & qu'ainſi il peut réparer ſon déſavantage, pourvu qu'il diviſe ſes riſques en plus petites parties; mais cela n'eſt pas toujours poſſible dans la pratique & dans le cas, le Négociant peut être intéreſſé à trouver un moyen de ſe mettre à l'abri du danger de perdre.

Les *aſſurances* ſont ce moyen.

Le riſque des aſſureurs ſe répandant ſur un nombre d'objets beaucoup plus grands que celui du négociant; ils peuvent, en conſervant une très-grande probabilité de gagner, ſe contenter d'un profit beaucoup plus petit.

Le taux de l'*aſſurance* ſe détermine donc pour chaque eſpèce de riſque par un certain milieu que la concurrence établit entre la partie du profit que le négociant peut abandonner, & celle qui eſt néceſſaire à l'aſſureur pour avoir une très-grande probabilité de gagner; & plus il y aura de concurrence entre les négocians & les aſſureurs, plus ce prix moyen approchera de ce dernier terme, & plus le prix des denrées baiſſera pour les acheteurs.

Nous allons chercher à déterminer les deux limites du taux d'*aſſurance*. Soit a la miſe première d'un négociant dont il attend le retour au bout de deux ans, par exemple; $a \cdot \overline{1+c}^{2}$ eſt ce qu'il doit recevoir au bout de deux ans, c étant le denier d'intérêt pour les entrepriſes, où il n'y a pas de riſque, ſoit de plus c' le profit qu'il doit tirer de cette entrepriſe comme ſalaire de ſon tems & de ſes peines, & b le profit qui réſulteroit du ſuccès, il eſt clair que $b - (2c + c^2 + c')a$ eſt ce qu'il peut donner pour aſſurer cette ſomme au bout de deux années. Soit n le nombre de ſes entrepriſes, g la probabilité du ſuccès, p celle de la perte, & ſoit pris $\overline{g+p}^{n}$, développé ſuivant tous ſes termes.

La perte du négociant pour chaque vaiſſeau qui périra, ſera exprimée par $a\left(\overline{1+c}^{2} + c'\right)$; ſon gain, pour chaque vaiſſeau qui arrivera, ſera $b - \overline{2c + c^2 + c'}\,a$.

Ainſi, prenons un terme $\left(\frac{n}{m}\right) g^{n-m} p^{m}$ pour le dernier où le négociant ſeroit en gain, puiſqu'il perd m fois, ſa perte ſera $m \cdot a \cdot \left(\overline{1+c}^{2} + c'\right)$, & ſon gain $\overline{n-m}\left(b - \overline{2c + c^2 + c'}\,a\right)$; il

commencera donc à perdre lorſque $\frac{m}{n-m} > \frac{b-2c+c^2+c'a}{a(1+c^2+c')}$.

Si donc l'on connoît b, on aura (connoiſſant m pour le dernier terme, où $\frac{m}{n-m}$ eſt plus petit que l'autre membre) la probabilité que le négociant ne ſera pas en perte; & ſi on appelle P la probabilité néceſſaire pour entreprendre le commerce avec prudence, en prenant la valeur de m qui y répond, on aura la valeur de b pour laquelle le négociant commence à avoir de l'avantage à faire aſſurer.

Soit maintenant n' le nombre de vaiſſeaux qu'un aſſureur doit aſſurer, il faudra qu'au bout de deux années, il perde $a+b$ pour chaque bâtiment qui aura péri, & qu'il touche b' pour chacun des vaiſſeaux.

Soit donc g la probabilité qu'un vaiſſeau ſe ſauvera, & p la probabilité qu'il périra, nous prendrons $\overline{g+p}^{n'} = g^{n'} + n' g^{n'-1} p + \left(\frac{n'}{2}\right) g^{n'-2} p^2 \ldots\ldots$

Si maintenant on appelle P' la probabilité que l'aſſureur doit avoir de ne point perdre ſur les n' vaiſſeaux, on pouſſera cette ſérie juſqu'au terme où la ſomme eſt égale ou plus grande que P', ſoit $\left(\frac{n'}{m'}\right) g^{n'-m'} p^{m'}$ ce terme, il eſt clair que l'aſſureur perdroit alors $m'(a+b)+e$, e repréſentant ici le ſalaire de ſa peine; mais il lui doit être payé $n'b'$: donc on aura $b' = \frac{m'}{n'}(a+b) + \frac{e}{n'}$. Suppoſons enſuite que $b' = b - \overline{2c+c^2+c'a}$, nous aurons $b = \left(\frac{m'}{n'} + 2c + c^2 + c'\right) \frac{n'}{n'-m'} a + \frac{e}{n'-m'}$, & ce ſera la plus petite valeur poſſible de b, où la concurrence puiſſe faire tomber le commerce, en ſuppoſant qu'il reſte encore avantageux.

Il eſt bon d'expliquer ici ce que nous entendons par le profit de l'aſſureur & par celui du négociant.

Le profit du négociant eſt la ſomme qu'il doit gagner chaque année pour avoir un motif ſuffiſant de faire cet emploi de ſes fonds, & de ne pas préférer un autre emploi qui demande moins de peine.

Le profit de l'aſſureur doit être, outre les dépenſes de bureau & de correſpondance dont il doit être rembourſé, une ſomme ſuffiſante pour lui faire préférer cette manière de faire valoir ſes fonds.

Il arrive ſouvent qu'un négociant n'ayant point fait aſſurer, parce que le riſque étoit très-petit, ſe trouve expoſé à de nouveaux riſques par des événemens imprévus.

Cette circonſtance change abſolument ſon état. Suppoſons en effet qu'il ait mis ſur quatre vaiſſeaux toute ſa fortune, & que le danger ſoit de trois contre un, il aura le danger $\frac{81}{256}$ de tout perdre, le danger $\frac{108}{256}$ de perdre trois vaiſſeaux; & comme ſoit à cauſe des marchandiſes déjà emmagaſinées, ſoit à cauſe de la diminution de conſommation, l'augmentation du prix eſt bien loin d'être dans les premiers momens proportionnelle à celle du riſque; il eſt évident qu'il ſera expoſé à un très-grand danger de perdre ſa fortune, du moins en grande partie.

L'état de l'aſſureur n'eſt pas changé par cet événement; il en réſulte ſeulement que g étant diminué, & p augmenté, il faut, pour parvenir à une probabilité égale, que l'aſſureur exige une plus grande différence entre $\frac{b'}{a+b}$ & p'.

Ce ſera donc alors, avec ce qu'exige néceſſairement l'aſſureur, qu'il faut comparer l'état du négociant; pour cela, ſoit a ſa miſe avec les intérêts $a+b$ ce qu'il la vendra, b' le prix auquel l'aſſureur aſſure $a+b$, le négociant touchera $a+b-b'$; il ſe trouvera donc en perte toutes les fois que $b' > b$.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé que le négociant cherchoit à mettre abſolument hors de riſque, ſoit la totalité de ſes fonds & de ſes profits de commerce, ſoit dans le cas d'un riſque extraordinaire, toute la partie de ſes fonds, que les circonſtances lui permettent de mettre en ſûreté. Nous avons ſuppoſé également que l'aſſureur vouloit obtenir un certain degré de probabilité de ne rien perdre, & d'être rembourſé de ſes dépenſes; mais cette ſuppoſition n'eſt pas rigoureuſe.

Suppoſons en effet qu'un négociant riſque une ſomme a, il ſera poſſible qu'il ſe contente d'une probabilité P de retirer a, d'une probabilité plus grande P' de ne perdre que la partie de ſon profit, deſtinée à le dédommager de ſes peines, d'une probabilité plus grande encore P'' de ne perdre que les intérêts de ſes fonds, & qu'il ne cherche que la certitude de ne pas entamer ſes fonds au-delà d'un certain terme.

De même dans le cas où des dangers imprévus expoſeroient le négociant à perdre tout, & où l'*aſſurance* ne lui ſauvera qu'une partie de ſa miſe, il peut arriver qu'il ſe contente de la certitude de ne point perdre au-delà d'un certain terme, & qu'il préfère de riſquer plus pour conſerver l'eſpérance de quelque profit.

Il parviendra à ce but, en ne faiſant aſſurer qu'une partie de ſes marchandiſes, ſoit en faiſant aſſurer en entier ſeulement une partie des navires, ſoit en ne faiſant aſſurer ſur chacun qu'une partie de leur valeur. Dans l'un & l'autre cas, ſon état n'eſt pas le même. Suppoſons, en effet, que r n

ſoit

ſoit le nombre total des vaiſſeaux, n celui qu'il faudroit ne pas aſſurer, pour que n, vaiſſeaux non aſſurés, équivaluſſent à une valeur a' non aſſurée ſur rn vaiſſeaux; ce qui, a étant la valeur d'un vaiſſeau, donne $a' = \frac{a}{r}$

Le terme où le négociant commencera à perdre ſera $\left(\frac{rn}{rm}\right) g^{rn-rm} p^{rm}$ dans un cas, & $\left(\frac{n}{m}\right)_{n-m}^{m} g^{n-m} p^{m}$ dans un autre. Cela poſé, le rapport de la perte au profit peut être ici plus grand ou plus petit que $\frac{g}{p}$; ſi ce rapport eſt plus grand, le négociant trouvera du déſavantage à répandre ſon riſque ſur un plus grand nombre de vaiſſeaux; ſi au contraire il eſt plus petit, il y trouvera de l'avantage: mais cependant cet avantage pourra, même dans ce cas, ne commencer à avoir lieu que lorſque le nombre des vaiſſeaux ſera très-grand.

Quant à l'aſſureur, on trouvera d'une manière ſemblable, que plus il aſſurera de bâtimens, plus il aura de probabilité de ne pas perdre au-delà du terme pour lequel il a voulu acquérir une grande probabilité; mais que s'il baiſſe le rapport du taux d'*aſſurance* à la ſomme aſſurée au-deſſous du rapport de la probabilité de la perte du bâtiment à celle du nombre des bâtimens aſſurés, plus il aſſurera de bâtimens, moins il aura de probabilité de gagner, en ſorte qu'il ne doit tomber au-deſſous de ce taux que dans des cas rares, & où il ne s'agit que d'aſſurer un petit nombre de vaiſſeaux.

Nous avons ſuppoſé juſqu'ici que l'on connoiſſoit, 1.° la probabilité de la perte de chaque bâtiment qu'on ſe propoſe d'aſſurer; 2.° le degré de probabilité qu'un négociant ou un aſſureur doit avoir de ne point perdre pour qu'il puiſſe s'expoſer à un riſque, ſans mériter qu'on l'accuſe d'imprudence.

Il faut donc chercher à connoître ces deux données.

II. La probabilité du riſque que court un vaiſſeau ne peut être connue que par l'obſervation du ſort qu'ont éprouvé des vaiſſeaux dans des circonſtances qu'on peut regarder comme ſemblables.

On trouvera, article *événemens* la méthode de déduire de la connoiſſance des événemens paſſés la probabilité des événemens futurs qu'on ſuppoſe aſſujettis aux mêmes loix.

Il en réſulte, 1.° que pour avoir quelque probabilité ſur la loi des événemens futurs, il faut que le nombre des événemens paſſés ſoit très-grand, & ſurpaſſe de beaucoup celui des événemens futurs dont on calcule la probabilité.

2.° Que, dans ce cas, ſi N eſt le nombre des vaiſſeaux perdus, par exemple, & M celui des vaiſſeaux qui n'ont point péri, on pourra ſans une grande erreur, ſuppoſer pour le nombre n de vaiſſeaux à aſſurer $g = \frac{M+1}{M+N+2}$, $p = \frac{N+1}{M+N+2}$, pourvu que n ſoit beaucoup plus petit que $M+N$.

3.° Que cette détermination de g & p n'eſt pas conſtante, mais doit varier pour chaque genre de commerce, à meſure qu'on eſt inſtruit d'événemens nouveaux; ainſi, lorſque l'on ſaura que, ſur les n vaiſſeaux, M' ont été ſauvés, & N' ont péri, il faudra, ſi on veut calculer de nouveau les *aſſurances* pour n nouveaux vaiſſeaux, faire $g = \frac{M+M'+1}{M+N+M'+N'+2}$, & $p = \frac{N+N'+1}{M+N+M'+N'+2}$.

4.° Que, ſi on a $M > N$ la valeur de g, $\frac{M+1}{M+N+2}$ eſt trop grande, & celle de p trop petite, & que ſi au contraire $N > M$, la valeur de g ci-deſſus eſt trop petite, & celle de p trop grande.

Mais lorſque $M+N$ eſt beaucoup plus grande que n, cette différence eſt très-petite; & dans les différens cas particuliers, on pourra en aſſigner les limites, & avoir une valeur de g & de p, qui repréſentera ces quantités aſſez exactement pour la pratique. *Voyez* l'article ÉVÉNEMENS.

III. Nous avons ſuppoſé qu'il y avoit dans différentes circonſtances un degré de probabilité de ne pas perdre, au-delà duquel un négociant ou un aſſureur ne doit pas s'expoſer à riſquer du moins une partie conſidérable de ſa fortune.

On pourroit, d'après des principes généraux, chercher à déterminer ce degré pour les différens cas que peuvent ſe préſenter dans la conduite de la vie. *Voyez* l'article PROBABILITÉ. Mais il peut être auſſi très-utile de ſavoir comment dans la pratique les hommes qui paſſent pour ſages, & dont les projets ont réuſſi, ont réſolu le même problème; par exemple, quelle a été la probabilité de ne pas perdre que les aſſureurs ont ſu ſe procurer dans les différens bureaux d'*aſſurances* qui ont pu continuer le commerce avec avantage.

La ſolution de cette queſtion peut être enviſagée de deux manières. Suppoſons, par exemple, que l'on ait des tables pour différens taux d'*aſſurance* qui contiennent le nombre des vaiſſeaux aſſurés, le nombre des vaiſſeaux qui ont péri, celui des vaiſſeaux qui n'ont point éprouvé d'accidens, on aura par conſéquent g & p par l'article précédent, & le taux d'*aſſurance* étant connu, on cherchera dans $\overline{g+p}^{n}$ le terme $g^{n-m} p^{m}$, tel que pour $g^{n-m-1} p^{m+1}$; l'aſſureur ſeroit en perte, & par conſéquent $g^{n} + n g^{n-1} p \cdots + \binom{n}{m} g^{n-m} p^{m}$ exprimera la probabilité qu'il avoit de ne pas perdre.

Cette méthode auroit quelque inexactitude ; en effet, on détermine ici la probabilité que court chaque vaiſſeau, d'après ce qui eſt arrivé, après l'*aſſurance*, au lieu que c'eſt ce qui s'eſt paſſé avant le contrat d'*aſſurance* qui a décidé l'opinion de l'aſſureur ; ainſi, il ſeroit plus exact de prendre le moyen ſuivant. On déterminera *g* & *p* d'après les événemens d'un commerce ſemblable, antérieurs à l'époque qu'on voudroit conſidérer ; on chercheroit enſuite pour cette époque la probabilité que l'aſſureur a eu de ne pas perdre ; le taux d'*aſſurance*, étant celui que l'aſſureur a fixé à cette même époque. Mais il faut recommencer le calcul pour chaque époque, parce que l'aſſureur étant inſtruit des événemens arrivés aux bâtimens aſſurés peut former un jugement différent de celui qu'il avoit formé avant de les connoître.

On ſent enfin qu'on ne peut employer pour élémens dans cette détermination que des taux d'*aſſurance*, choiſis parmi ceux où le négociant faiſant aſſurer avant que ſes bâtimens ſoient expoſés au riſque, ce taux d'*aſſurance* eſt réglé entre l'aſſureur & lui au-deſſous du terme où le négociant perdroit, en faiſant aſſurer, & au-deſſus de celui où l'aſſureur s'expoſeroit trop à perdre en aſſurant. En effet, il eſt aiſé de voir que dans le cas où le négociant eſt obligé de faire aſſurer pour ſauver une partie de ſa fortune, que des événemens imprévus ont expoſée, il doit arriver ſouvent que cette circonſtance l'oblige à faire aſſurer à un taux trop fort.

On a étendu les *aſſurances* à beaucoup d'autres riſques que ceux des entrepriſes maritimes.

Nous nous bornerons à parler des *aſſurances* des édifices contre les incendies ; il eſt facile d'y appliquer les principes généraux que nous venons d'expoſer ; & même comme ici les riſques pendant un long-tems, ſont abſolument ſemblables, & le taux des *aſſurances* conſtant, on pourroit, ſi l'on avoit un relevé exact des regiſtres d'une chambre d'*aſſurances* pour cet objet, en tirer avec plus de facilité & d'exactitude, que dans toute autre circonſtance, le degré de probabilité de ne point perdre, d'après lequel ce taux a été réglé par les aſſureurs.

A la vérité, cette détermination ne pourroit point s'appliquer rigoureuſement aux autres cas, aux *aſſurances* maritimes, par exemple ; en effet, comme ici le taux eſt très-foible, & la perte des aſſureurs très-grande pour chaque événement contraire, il eſt évident qu'ils doivent ſe procurer une très-grande probabilité de ne pas perdre : d'ailleurs, comme en ce genre il y a peu de concurrence entre les aſſureurs, & que l'intérêt d'aſſurer ſa maiſon eſt très-grand pour chaque particulier ; il eſt très-vraiſemblable que le taux de ces *aſſurances* eſt, dans les pays où elles ont lieu, beaucoup plus fort qu'il ne devroit être ; mais ces tables donneroient du moins pour la probabilité de ne point perdre, qu'exige la prudence, une limite exacte, au-deſſous de laquelle cette probabilité ne doit deſcendre beaucoup dans aucun cas.

Nous avons ſuppoſé toujours ici le paiement de la choſe aſſurée, lorſqu'elle périt, comme ſe faiſant à une époque fixe, ainſi que le paiement de la prime d'*aſſurance*. Lorſqu'au contraire le terme où l'aſſureur doit payer dépend du moment où l'accident arrive, ou il a connoiſſance de la perte, le problême devient plus compliqué, par exemple, ſi un homme s'aſſujettit à donner chaque année 100 liv. pendant 10 ans pour aſſurer une maiſon de 100,000 liv., à condition que l'aſſureur lui paiera cette ſomme un mois après que la maiſon aura été détruite par un incendie. On voit que la probabilité de l'incendie & la ſomme donnée, qu'on doit regarder comme produiſant un intérêt variant continuellement ; & que ſi les principes pour réſoudre cette queſtion ſont les mêmes que ci-deſſus, leur application peut exiger des recherches de calcul très-difficiles.

Nous ne nous arrêterons pas plus long-tems ſur cet objet. Il nous ſuffit d'avoir expoſé les principes généraux ſur leſquels le calcul doit s'appuyer. L'application à la pratique demanderoit des recherches trop étendues, & il ſeroit peut-être même aſſez difficile de ſe procurer les données néceſſaires pour rendre cette application aſſez exacte pour pouvoir être utile. Il s'eſt formé à Londres un établiſſement, ſous le titre de *Société*, pour l'équitable *aſſurance* des vies & ſurvivances. Nous en parlerons en détail, *art.* SOCIÉTÉ. (*M. D. C.*)

ASSURER, v. a. en *Méchanique*, ſignifie *rendre ferme*.

A S T

ASTACUS, *Voyez* CANCER.

ASTAROTH, nom de la planète de vénus.

ASTÉRÉOMETRE, (*Aſtron.*) Inſtrument deſtiné à calculer le lever & le coucher des aſtres, dont on connoît la déclinaiſon & l'heure du paſſage au méridien. M. Jeaurat en a donné la deſcription & la figure dans les Mémoires de l'Académie pour 1779. Un plateau circulaire mobile, divité en 24 heures & en minutes, tourne autour de ſon centre ; une règle mobile entre deux couliſſes ſe meût parallélement à elle-même, de manière à intercepter ſur la circonférence du cercle, un arc égal à la durée du jour. Les couliſſes entre leſquelles ſe meût la régle, ſont diviſées, ſuivant les degrès de déclinaiſon, par le moyen de la table des arcs ſémidiurnes, de manière qu'en plaçant la règle ſur la déclinaiſon, elle intercepte ſur le cercle une quantité double de l'arc ſémidiurne ; alors mettant à la partie ſupérieure de l'inſtrument le nombre qui marque le paſſage d'un aſtre au méridien, la règle marque ſur le cercle d'un côté le lever, de l'autre le coucher de l'aſtre. (*D. L.*)

ASTERIO *Voyez* CHIENS DE CHASSE.

ASTÉRISME, *aſteriſmus*, ſ. m. ſignifie *en Aſtronomie* la même choſe que *conſtellation*. *Voyez*

Digitized by Google

CONSTELLATION. Ce mot vient du grec ἀστὴρ, *ſtella*, étoile. *Voyez* ETOILE. (*O*)

ASTEROPE, (*Aſtron.*) l'une des filles d'Atlas, & l'une des ſept étoiles principales qui compoſent les Pleïades. Ovide, *Faſt. IV*, 170. (*D. L.*)

ASTRAL; ce mot vient du latin *aſtrum*, qui lui-même vient du mot grec ἀστὴρ, *étoile*. Il eſt peu en uſage: mais on s'en ſert quelquefois pour ſignifier ce qui a rapport aux étoiles, ou qui dépend des étoiles & des aſtres. *Voyez* ETOILE.

Année aſtrale ou *ſidérale*, c'eſt le tems que la terre emploie à faire ſa révolution autour du ſoleil; c'eſt-à-dire, à revenir d'un point de ſon orbite au même point. Elle eſt différente de l'année tropique, qui eſt le tems qui s'écoule entre deux équinoxes de printems ou d'automne; & cette année eſt plus courte de 20′ 24″; que l'année ſidérale qui eſt de 365ⁱ 6ʰ 9′ 11″ & $\frac{56}{100}$, tandis que l'année tropique eſt de 365ⁱ 5ʰ 48′ 48″.

ASTRE, *aſtrum*, ſ. m. eſt un mot général qui s'applique aux étoiles, tant fixes qu'errantes; c'eſt-à-dire aux étoiles proprement dites, aux planètes & aux comètes. *Voyez* ETOILE, PLANETE, &c.

ASTRÉE. *Voyez* VIERGE.

ASTROCYNOLOGIE, *aſtrocinologia*, mot compoſé du grec ἀστρον, *aſtre*, κυων, *chien*, & λογος, *diſcours*, *traité*. C'eſt le nom d'un ouvrage de Fiorentini ſur les jours caniculaires, cité dans les actes de Leipſick, *acta eruditorum 1702. Déc. 514.* *Voyez* CANICULAIRE.

ASTROKYON; nom de la belle étoile appellée auſſi SIRIUS.

ASTROLABE, ſ. m. (*Aſtronomie*); inſtrument d'Aſtronomie dont les anciens ſe ſervoient pour les obſervations; il y en a eu de pluſieurs eſpèces, ou plutôt le même nom a été donné à pluſieurs eſpèces d'inſtrumens très-différens. Celui de Ptolemée, décrit dans ſon Almageſte (*liv. v, ch. 1, l. viij, f. 4.* ἀστρολαβον), avoit deux cercles exactement tournés, placés l'un dans l'autre à angles droits; l'un repréſentoit l'écliptique, & l'autre le colure des ſolſtices, ſur lequel on marquoit les poles de l'équateur. Un troiſième cercle tournoit autour des poles de l'écliptique ſur deux cylindres, qui y étoient fixés: il ſervoit à marquer les longitudes. Un quatrième cercle au-dedans des trois autres portoit deux pinules ou deux trous qui ſervoient à viſer à la lune, ou à un autre aſtre, pour meſurer leur longitude & leur latitude. L'*aſtrolabe* dont parle Copernic, étoit compoſé de ſix cercles, tant fixes que mobiles (*l. ij, c. 14*), à-peu-près dans le goût des *Armilles*, *fig. 219. V.* EQUATORIAL.

Mais ce que l'on a appellé *aſtrolabe* dans les ſiècles poſtérieurs, n'eſt proprement que le planiſphère de Ptolemée, ſur lequel il y avoit ſeulement une règle avec deux pinules pour meſurer la hauteur d'un aſtre: c'eſt celui qui a été décrit dans une foule de livres du 16ᵉ ſiècle. On appella auſſi *météoroſcope* cet *aſtrolabe* planiſphère; le *Torquetum* imaginé par les arabes, & qu'on a même attribué aux anciens Caldéens, avoit auſſi des ſurfaces planes au lieu d'armilles, ſuivant Tycho (*Aſtronomiæ inſtauratæ mecanica, p. 39*). Enfin on a appellé *aſtrolabe* de mer un ſimple cercle avec une alidade pour prendre hauteur en mer: c'eſt ainſi que ce mot eſt employé dans Bion, *Traité de la conſtruction des inſtrumens de Mathématiques*, 1752, *p. 268.*

L'*aſtrolabe* planiſphère, ſur lequel on a fait tant d'ouvrages, eſt une projection des cercles de la ſphère ſur un plan, par le moyen de laquelle on réſout les problèmes de la ſphère, comme de trouver les aſcenſions droites, les déclinaiſons, les amplitudes, les hauteurs, les levers & les couchers d'étoiles, même les maiſons céleſtes; car quand l'*aſtrolabe* étoit à la mode, on faiſoit beaucoup d'uſage de l'Aſtrologie judiciaire, & par conſéquent des douze maiſons.

Dans l'*aſtrolabe* de Ptolemée, l'œil étoit ſuppoſé au pole; l'équateur étoit le plan de projection, & tous les méridiens étoient des lignes droites.

Dans l'*aſtrolabe* de Gemma Friſius, l'œil eſt ſuppoſé au point d'orient ou d'occident, en même tems que le point équinoxial; ainſi, l'équateur & l'écliptique y ſont repréſentés par des lignes droites, ainſi que le colure des équinoxes & le cercle horaire de ſix heures; mais ces lignes droites ſont diviſées inégalement, les degrés ſont plus petits vers le centre que vers les bords, comme dans la projection ſtéréographique. Le plan de projection eſt un méridien, & l'œil eſt ſuppoſé au point d'orient ou au pole du méridien.

Dans l'*aſtrolabe* de Roias, auteur eſpagnol, l'œil eſt ſuppoſé à une diſtance infinie comme dans la projection ortographique, & les degrés ſont beaucoup plus petits ſur les bords & plus grands vers le centre; cet *aſtrolabe* peut s'appeller auſſi *analemme*. Meſſealla donna aſſez bien la conſtruction & l'uſage de l'*aſtrolabe* planiſphère; mais il s'étendit peu ſur la théorie. Celle de Ptolemée, dans ſon *Planiſphère*, eſt pleine de calculs fatiguans, & peu propre à inſtruire; ce que les grecs Nicephore & Proclus en ont donnée eſt ſi obſcur & ſi incomplet, que l'on pourroit croire qu'ils n'ont pas entendu cette théorie, du moins ils n'ont pas ſu la rendre intelligible. Jordanus fut le premier qui rendit cette théorie d'une manière ſatisfaiſante. Stoffler expliqua très-bien enſuite la conſtruction & l'uſage de l'*aſtrolabe*; & Maurolycus dans ſes opuſcules, publiés en 1575, en donna une théorie lumineuſe fondée ſur les ſections coniques d'Apollonius.

Dans les grands *aſtrolabes* en cuivre qui ont un pié de diamètre, qu'on exécutoit, ſur-tout en Flandre vers 1565, on trouve celui que Gemma Friſius nommoit univerſel, *Planiſphærium catho-*

licum, *Aſtrolabium catholicum*, & de l'autre côté, l'*aſtrolabe* de Ptolemée, *Planiſphærium particulare*. On peut voir pour la théorie & les uſages de celui-ci Clavius (*Operum*, *t. 3*), & pour l'*aſtrolabe* univerſel, l'ouvrage d'Adrien Metius (*Primum mobile*, *Amſterd. 1633*): celui-ci étoit profeſſeur de mathématiques en Friſe, & il a fait graver les figures de l'*aſtrolabe* de Ptolemée & de celui de Gemma. *Voyez* auſſi Bion, uſage des *aſtrolabes*, 1702. La pièce la plus apparente de l'*aſtrolabe* univerſel, ou planiſphère, eſt ce qu'on appelle l'*araignée*. *Planches d'Aſtronomie*, *fig. 230*. On l'appelle auſſi *reſeau*, *rete*; c'eſt un chaſſis évidé où il y a des crochets qui marquent par leurs pointes les poſitions des principales étoiles; *A* pour l'aigle, *B* pour arcturus, *C* pour la couronne, *S* pour ſirius, *O* pour le pied d'orion.

Ce chaſſis porte une écliptique, & tourne ſur une autre plaque fixe où ſont marqués l'équateur, les tropiques, l'horizon *HH* & ſes parallèles, les verticaux, ſuivant l'*aſtrolabe* de Ptolemée, pour trouver les ſituations des aſtres par rapport à tous ces cercles, & réſoudre ainſi la plupart des problèmes de la ſphère. La plaque du fond ſe retourne & ſe change pour préſenter les horizons de différens pays, & réſoudre différens problèmes. L'alidade, qui tourne ſur le tout, marque les déclinaiſons & les durées du jour: nous l'avons repréſenté ſéparément à côté de l'*aſtrolabe*.

Le pole eſt ſuppoſé au centre de l'araignée; le cercle extérieur de la plaque ſituée au-deſſous, repréſente le tropique du capricorne projetté ſur l'équateur; le petit cercle intérieur eſt le tropique du cancer; celui du milieu *E Q* eſt l'équateur: on y met auſſi l'écliptique.

Une alidade mobile autour du centre, diviſée en dégrés de déclinaiſons, ſe place ſur les dégrés d'aſcenſion droite marqués autour du limbe, & ſert à indiquer ſur l'*aſtrolabe* la poſition des étoiles. Les plus brillantes ſont chacune déſignées par une des pointes du chaſſis mobile. Ce ſont ces différens bras qui donnent à ce plan une figure d'araignée.

L'horizon eſt auſſi tracé ſous l'araignée avec les verticaux. Quand on amène ſur l'horizon oriental une étoile, & qu'on place l'alidade ſur cette étoile, elle marque ſur la circonférence la différence aſcenſionnelle. L'alidade étant menée enſuite ſur le lieu du ſoleil pour ce jour-là, on a la différence des heures ſur le bord du cercle, & c'eſt l'heure du lever de l'étoile.

On trace encore ſur l'*aſtrolabe* des verticaux des cercles de hauteur, & l'on s'en ſert pour trouver la hauteur du ſoleil à une heure quelconque. On place l'alidade ſur l'heure; on tourne l'araignée, juſqu'à ce que le point du zodiaque où eſt le ſoleil vienne ſous l'alidade; & ce point marque, parmi les cercles de hauteur, le dégré de hauteur du ſoleil, en même tems qu'il marque, entre les cercles verticaux, l'azimut du ſoleil.

La partie poſtérieure de l'*aſtrolabe*, qu'on appelle ſpécialement le *planiſphère univerſel*, contient un grand nombre de cercles, comme les méridiens d'une mappemonde, & les parallèles à l'équateur; en conſéquence, nous n'en avons pas donné ici de figure particulière. Ces cercles y ſont tracés ſuivant les règles de la projection ſtéréographique, l'œil étant ſuppoſé à la partie de la circonférence directement oppoſée au centre du *planiſphère*. On y voit des heures le long de l'équateur, des étoiles marquées ſuivant leurs aſcenſions droites & leurs déclinaiſons, & une ligne droite paſſant par le centre pour repréſenter l'écliptique. Ces mêmes cercles repréſentent auſſi, quand on le veut, les cercles de latitude & les parallèles à l'écliptique, ou bien les verticaux & les almicantarats, ſuivant que les deux points de concours de ces cercles ſe prennent pour les poles de l'équateur, de l'écliptique ou de l'horizon. Sur un cercle d'un pié de diamètre, il y a autant de méridiens que de degrés, du moins juſqu'à ce qu'on ſoit aſſez près des poles pour être forcé à ne les tirer que de 2 en 2, de 10 en 10, & même de 30 en 30 dans le dernier degré.

La règle qui tourne autour du centre de ce *planiſphère*, s'appelle *la ligne horizontale*, parce qu'en effet elle repréſente communément l'horizon; mais on y marque auſſi le dégré de l'écliptique, & toujours par des diviſions inégales plus grandes, à meſure qu'on s'éloigne du centre, comme dans la projection ſtéréographique. Avec cette alidade on trouve ſur le planiſphère l'aſcenſion droite & la déclinaiſon d'un aſtre dont on connoît la longitude & la latitude, & l'on réſout tous les autres problèmes de la ſphère comme avec un globe, & même avec plus de commodité, parce qu'un planiſphère eſt moins embarraſſant, & plus d'exactitude, parce qu'un globe n'eſt jamais bien rond.

Lorſque l'alidade qui tourne ſur ce plan repréſente l'horizon; ſi on la place à 49° du pole, elle coupera le tropique du cancer ſur le méridien de 8 heures; ce qui fait voir que le ſoleil ſe couche à 8 heures le jour du ſolſtice d'été, & ainſi des autres cas.

Si l'on veut connoître l'aſcenſion & la déclinaiſon d'un aſtre, comme d'Arcturus, dont on connoît la longitude 6ˢ 21°, & la latitude 31°, on conſidère les cercles convergens comme des cercles de latitude, & les petits cercles comme des parallèles à l'écliptique; l'on y marque la poſition de l'étoile, & on y fait venir le bras ou l'index, ou une équerre qui puiſſe être fixée à la règle. On fait mouvoir la règle juſqu'à 23° ½ de l'écliptique, & la pointe du même index montre 31° pour les cercles convergens, & 20 ½ pour le parallèle, c'eſt-à-dire, que l'étoile eſt à 31° du

Digitized by Google

point équinoxial, ou à 211° d'aſcenſion droite; & à 20 ½ de déclinaiſon.

On demande la hauteur & l'azimut du ſoleil à deux heures pour Paris, lorſqu'il a 15° de déclinaiſon boréale: à l'endroit où le cercle de 30 degrés coupe le parallèle de 15°, on marque la place du ſoleil; on met la règle à 49° du pole, & l'index ſur la place du ſoleil; on ramène enſuite la règle ſur l'équateur, & la conſidérant comme horizon, l'index marque ſur les parallèles celui de 48°, qui eſt la hauteur du ſoleil, & ſur les cercles convergens celui de 46 degrés, à compter du cercle extérieur, & ce ſera l'azimut du ſoleil, à compter du méridien.

Cette opération eſt fondée ſur ce que dans la projection ſtéréographique tous les cercles qui paſſent par le centre ſont des lignes droites, diviſées de la même manière, & que les cercles qui leur ſont perpendiculaires ou parallèles ont la même configuration. Ainſi, dès que l'écliptique, par exemple, & l'équateur ſont placés entr'eux convenablement, une étoile rapportée à l'équateur par l'index eſt également bien rapportée à l'écliptique, & il ne s'agit, pour en compter les degrés de longitude & de latitude, que de tranſporter la règle avec l'index ſur le cercle qui eſt tout diviſé avec ſes parallèles & ſes cercles perpendiculaires convergens.

Il ſeroit bien inutile de s'étendre ſur les uſages de cet *aſtrolabe* dont on ne fait plus d'uſage; mais il falloit en dire quelque choſe, parce qu'on en trouve encore fréquemment chez les ouvriers d'inſtrumens, quoique la plupart aient été fondus comme mitraille, pour en employer le cuivre à d'autres choſes.

Dans les trois eſpèces d'*aſtrolabes* dont nous avons parlé, il y avoit un défaut commun, celui d'altérer tellement les figures des conſtellations, qu'elles n'étoient pas faciles à comparer avec le ciel, & d'avoir en quelques endroits des degrés ſi ſerrés, qu'ils ne laiſſoient pas d'eſpace ſuffiſant pour les opérations. Comme ces deux défauts ont le même principe, la Hire voulut y remédier en même tems, en trouvant une poſition de l'œil d'où les diviſions des cercles projettés fuſſent moins inégales dans toute l'étendue de l'inſtrument. Les deux premiers *aſtrolabes* plaçoient l'œil au pole du cercle & du plan de projection, le troiſième à une diſtance infinie, & ils rendoient les diviſions inégales dans un ordre contraire. La Hire trouva un point moyen, d'où elles ſont ſuffiſamment égales. Il prend pour ſon point de projection celui d'un méridien, & par conſéquent fait un *aſtrolabe univerſel;* & il place l'œil ſur l'axe de ce méridien prolongé de la valeur du ſinus de 45 degrés; c'eſt-à-dire que ſi le diamètre du méridien eſt ſuppoſé de 200 parties, il le faut prolonger de 70 à-peu-près. De ce point ou l'œil eſt placé, une ligne tirée au milieu du quart de cercle, paſſe préciſément par le milieu du rayon qui lui répond; & puiſque de cette manière les deux moitiés égales du quart de cercle répondent aux deux moitiés égales du rayon, il n'eſt pas poſſible que les autres parties égales du quart de cercle répondent à des parties du rayon qui ſoient fort inégales. La Hire fit exécuter par cette méthode des planiſphères ou îles *aſtrolabes* plus commodes; mais comme il n'étoit pas abſolument démontré que le point de vue d'où les diviſions de la moitié du quart de cercle & de la moitié du rayon ſont égales, fût celui d'où les autres diviſions ſont les plus égales qu'il ſe puiſſe, Parent chercha en général quel étoit ce point, & s'il n'y en avoit pas quelqu'un d'où les diviſions des autres parties fuſſent moins inégales, quoique celles des moitiés ne ſoient pas égales. En ſe ſervant donc de la géométrie des infiniment petits, Parent détermina le point d'où un diamètre étant diviſé, les inégalités ou différences de toutes ſes parties priſes enſemble ſont la moindre quantité qu'il ſe puiſſe; mais il ſeroit encore à deſirer que la démonſtration s'étendît à prouver que cette ſomme d'inégalités, la moindre de toutes, eſt diſtribuée entre toutes les parties dont elle réſulte, le plus également qu'il ſe puiſſe: car ce n'eſt préciſément que cette condition qui rend les parties les plus égales entr'elles qu'elles puiſſent l'être; & il ſeroit poſſible que des grandeurs dont la ſomme des différences ſeroit moindre, ſeroient plus inégales, parce que cette ſomme totale ſeroit répandue plus inégalement. Parent chercha auſſi le point où doit être placé l'œil pour voir les zones égales d'un hémiſphère les plus égales qu'il ſe puiſſe, par exemple, les zones d'un hémiſphère de la terre partagé de 10 en 10 degrés. Ce point eſt à l'extrémité d'un diamètre de 200 parties, qui eſt l'axe des zones prolongé de 110 ½. *Voyez l'hiſt. de l'Acad. des Sciences*, 1701, *pag.* 100, & 1702, *pag.* 70. Mais alors on commençoit à abandonner l'uſage des *aſtrolabes*, en ſorte qu'on en a exécuté fort peu dans les nouvelles conſtructions. Ceux que l'on trouve encore de tems en tems ſont des *aſtrolabes* de Gemma Friſius. Au reſte, comme on réſout les mêmes problèmes par le moyen du globe, on ne fait plus uſage des *aſtrolabes*. (*D. L.*)

ASTROLOGIE, mot dérivé de ἀστὴρ, étoile, & de λόγος, diſcours: ainſi l'*Aſtrologie* ſeroit, en ſuivant le ſens de ce terme, la connoiſſance du ciel & des aſtres, & c'eſt auſſi ce qu'il exprimoit dans ſon origine; mais la ſignification de ce mot a changé, & nous appellons maintenant Aſtronomie ce que les anciens appelloient *Aſtrologie*.

L'*Aſtrologie* judiciaire eſt l'art de prédire les évènemens futurs par les aſpects, les poſitions & les influences des corps céleſtes.

L'*Aſtrologie* paſſe pour avoir pris naiſſance dans la Chaldée, d'où elle pénétra en Egypte, en Grèce & en Italie. Il y a des auteurs qui la font Egyptienne d'origine, & qui en attribuent l'invention à

Digitized by Google

Cham : quant à nous, c'eſt des Arabes que nous la tenons. Le peuple Romain en fut tellement infatué, que les aſtrologues ou les mathématiciens, car c'eſt ainſi qu'on les appelloit alors, ſe ſoutinrent dans Rome malgré les édits des empereurs qui les en banniſſoient.

L'*Aſtrologie*, étant auſſi analogue à la ſuperſtition & à la crédulité des peuples qu'elle étoit favorable au crédit de ceux qui ſavoient l'employer, fut auſſi de tout temps cultivée, autant & plus que l'Aſtronomie : celle-ci eut même les plus grandes obligations à l'*Aſtrologie*. (*M. Goguet, I, 215, III, 115; Kepler, Tab. Rud. præf. pag.* 4.) Aujourd'hui les livres d'*Aſtrologie* ſont auſſi mépriſés qu'ils ſont mépriſables.

Les règles de l'*Aſtrologie*, que l'on prétendoit tirer de la nature des choſes, étoient dans le fond abſolument arbitraires : ainſi, la partie du ciel qui étoit à l'orient ou qui ſe levoit, formoit la maiſon de nativité ou la maiſon de vie, & celle qui alloit ſe coucher étoit la maiſon de la mort. *Voyez* MAISON.

Les influences des planètes étoient également arbitraires. Saturne, étant très-éloigné, étoit ſuppoſé une planète de nature froide. Jupiter, Vénus & la Lune étoient des planètes tempérées & bienfaiſantes; Saturne & Mars des planètes dangereuſes. Le Soleil & Mercure participoient aux propriétés des unes & des autres, ſuivant les circonſtances. (*Ptolemeus de judicis.*) Chaque planète avoit parmi les ſignes du Zodiaque une maiſon d'exaltation, où elle étoit cenſée exercer ſon pouvoir; mais les règles de l'*Aſtrologie* n'étoient pas par-tout les mêmes, & l'on a beaucoup varié dans les principes comme dans les applications.

Actuellement ce n'eſt que dans les pays d'ignorance, en Aſie, au Japon, dans les iſles Maldives, où l'*Aſtrologie* eſt recherchée. Nous ne pouvons lire les anciens livres des aſtrologues Européens, ſans déplorer l'ignorance & l'aveuglement du vulgaire, qui s'eſt laiſſé ſi long-temps abuſer par de ſi ſottes prédictions, & de faire obſerver combien il étoit utile pour le genre humain de pénétrer & d'approfondir les ſciences qui ont ſu enfin guérir les hommes d'une ſi miſérable imbécillité & d'une ſtupidité ſi flétriſſante.

Ce n'eſt pas ſans peine qu'enfin l'eſprit philoſophique a diſſipé ces erreurs; on venoit encore quelquefois, au commencement de ce ſiècle, conſulter, ſur l'avenir, des aſtronomes de l'Académie, & en 1705, M. Lieutaud crut devoir mettre à la tête de la *Connoiſſance des Temps* : « On ne trouvera ici aucune prédiction, parce que l'Académie n'a jamais reconnu de ſolidité dans les règles que les anciens ont données pour prévoir l'avenir par les configurations des aſtres. » En liſant dans le Mercure (*1763, Janvier, 11 vol. pag.* 95), une lettre où je racontois la curioſité que le Grand-Seigneur eut, en 1762, de recevoir tous les ouvrages publiés par les aſtronomes de l'Académie, on remarquera qu'il demandoit ſur-tout les prédictions qui ſe faiſoient ſur l'avenir par la ſcience des aſtres. Peut-être Sa Hauteſſe ne deſiroit nos livres d'Aſtronomie, que dans l'eſpérance d'y voir le ſort des puiſſances qui ſembloient alors acharnées à ſe détruire.

Voy. MAISONS, THÈME, HOROSCOPE, DIRECTION, PROMISSEUR, SIONIFICATEUR. (*D. L.*)

ASTROMETRE. *Voy.* HÉLIOMETRE.

ASTRONOMIE, *Aſtronomia*, ſcience des mouvemens céleſtes, des phénomènes qu'on obſerve dans le ciel, & de tout ce qui a rapport aux aſtres. C'eſt une partie des Mathématiques mixtes, dans laquelle on apprend à connoître les grandeurs, les mouvemens & les diſtances des étoiles, des planètes & des comètes, autant que l'induſtrie humaine, aidée de l'obſervation & du calcul, peut nous y faire pénétrer. Le mot d'*Aſtronomie* vient des mots grecs Ἀστρο, *aſtre*, Νόμος, *loi*. Les grecs appelloient cette ſcience Aſtrologie; mais ce dernier terme eſt réſervé aujourd'hui à la ſcience conjecturale dont nous avons parlé *au mot* ASTROLOGIE.

L'*Aſtronomie* eſt de toutes les ſciences, celle qui nous préſente le tableau le plus grand, le plus ſublime, le plus digne d'occuper l'eſprit humain, par la nobleſſe & l'immenſité de ſes objets. Auſſi les plus grands philoſophes de l'antiquité parlèrent de l'*Aſtronomie* avec admiration. Laërce raconte qu'on demandoit à Anaxagore pour quel objet il étoit né; il répondit que c'étoit pour contempler les aſtres. S'il y a dans cette réponſe de l'exagération en faveur de l'*Aſtronomie*, on y voit au moins l'enthouſiaſme avec lequel un homme de génie contemploit le ſpectacle du ciel.

Pythagore diſoit que les hommes ne devroient avoir que deux études, celle de la nature pour éclairer l'eſprit, celle de la vertu pour régler le cœur. On regarde avec raiſon l'étude de la morale comme la plus néceſſaire & la plus digne de l'homme. *The proper ſtudy of mankind is man*, dit Pope; mais on ſe tromperoit en croyant qu'on peut être véritablement philoſophe ſans l'étude des ſciences naturelles : pour être ſage, non par foibleſſe, mais par principe; il faut ſavoir réfléchir & penſer fortement, il faut, à force d'étude, s'être affranchi des préjugés qui trompent la raiſon, & qui s'oppoſent au développement de l'eſprit. Voilà pourquoi Pythagore ne vouloit point recevoir de diſciple qui n'eût étudié les Mathématiques.

Platon faiſoit auſſi le plus grand cas de l'*Aſtronomie*. *Voyez* ce qu'il en dit dans ſon 35ᵉ livre, intitulé *Epinomis vel philoſophus*, que Marcile-Ficin appelle *le Tréſor de Platon*. *Nolite ignorare Aſtronomiam ſapientiſſimum quiddam eſſe.* Il va juſqu'à dire dans un autre endroit que les yeux ont

Digitized by Google

été donnés à l'homme à cauſe de l'*Aſtronomie* : c'étoit peut-être l'idée d'Ovide lorſqu'il diſoit :

Finxit in effigiem moderantum cuncta deorum,
Pronaque cùm ſpectent animalia cætera terram,
Os homini ſublime dedit cœlumque tueri
Juſſit, & erectos ad ſidera tollere vultus.

Métam. I. 85.

Peut-on enviſager ſans un mouvement de compaſſion & de honte, la ſtupidité des peuples qui croyoient autrefois qu'en faiſant un grand bruit dans une éclipſe de lune, on apportoit du remède aux ſouffrances de cette déeſſe, ou que ces éclipſes étoient produites par des enchantemens ?

Cum fruſtra reſonant æra auxiliaria lunæ.
Met. IV. 333.

Cantus & è curru lunam deducere tentat,
Et faceret, ſi non æra repulſa ſonent.
Tib. I. 8.

Indépendamment de ces terreurs qui dégradent le peuple, on trouve dans l'hiſtoire pluſieurs traits qui montrent le déſavantage que l'ignorance de l'*Aſtronomie* donna à des généraux, à des nations entières. Nicias, général des athéniens, avoit réſolu de quitter la Sicile avec ſon armée; une éclipſe de lune dont il fut frappé lui fit perdre le moment favorable, & fut cauſe de la mort du général & de la ruine de ſon armée, ſuivant Plutarque; perte ſi funeſte aux athéniens, qu'elle fut l'époque de la décadence de leur patrie. Alexandre même, avant la bataille d'Arbelle, fut obligé de faire raſſurer ſon armée effrayée par une éclipſe de lune; il fit venir des aſtronomes égyptiens, & ordonna des ſacrifices. Paul Emile, la veille de la bataille contre Perſée, fit auſſi des ſacrifices à la lune & à la terre, comme aux divinités qui cauſoient les éclipſes.

On voit au contraire d'autres généraux, à qui leurs connoiſſances en *Aſtronomie* ne furent pas inutiles. Périclès conduiſoit la flotte des Athéniens, il arriva une éclipſe de ſoleil qui cauſa une épouvante générale; le pilote même trembloit. Périclès le raſſura par une comparaiſon familière : il prit le bout de ſon manteau, & lui en couvrant les yeux, il lui dit : crois-tu que ce que je fais-là ſoit un ſigne de malheur ? non, ſans doute, dit le Pilote; cependant c'eſt auſſi une éclipſe pour toi, & elle ne diffère de celle que tu as vûe, qu'en ce que la lune étant plus grande que mon manteau, elle cache le ſoleil à un plus grand nombre de perſonnes.

Agatocles, Roi de Syracuſe, dans une guerre d'Afrique vit auſſi, dans un jour déciſif, la terreur ſe répandre dans ſon armée, à la vue d'une éclipſe; il ſe préſenta devant ſes ſoldats, leur en expliqua les cauſes & diſſipa leurs craintes. Tacite parle d'une éclipſe dont Druſus ſe ſervit pour appaiſer une ſédition. On raconte des choſes de cette eſpèce à l'occaſion de Sulpitius Gallus, lieutenant de Paul Emile dans la guerre contre Perſée, & de Dion, Roi de Sicile.

Nous liſons un fait également honorable à l'*Aſtronomie*, dans l'épître que Roias adreſſe à Charles-Quint, en lui dédiant ſes commentaires ſur le planiſphere.

Chriſtophe Colomb, en commandant l'armée que Ferdinand, Roi d'Eſpagne, avoit envoyée à la Jamaïque, dans les premiers tems de la découverte de cette île, ſe trouva dans une diſette de vivres ſi générale, qu'il ne lui reſtoit aucune eſpérance de ſauver ſon armée, & il alloit être à la diſcrétion des Sauvages : l'approche d'une éclipſe de lune fournit à cet habile homme un moyen de ſortir d'embarras. Il fit dire aux chefs des Sauvages que ſi dans quelques heures on ne lui envoyoit pas toutes les choſes qu'il demandoit, il alloit les livrer aux derniers malheurs, & qu'il commenceroit par priver la lune de ſa lumière. Les Sauvages mépriſèrent d'abord ſes menaces; mais auſſi-tôt qu'ils virent que la lune commençoit en effet à diſparoître, ils furent frappés de terreur; ils apportèrent tout ce qu'ils avoient aux pieds du Général, & vinrent eux-mêmes demander grace.

Combien les hommes ne doivent-ils pas s'applaudir d'avoir perfectionné l'*Aſtronomie* aſſez pour s'affranchir de cette miſérable imbécillité, dont ils furent ſi long-tems dupes; l'aventure de l'année 1186 dut couvrir de honte les aſtrologues de toute l'Europe. Chrétiens, Juifs ou Arabes, ils s'étoient tous réunis pour annoncer ſept ans auparavant, par des lettres qui furent publiées par toute l'Europe, une conjonction de toutes les planettes, qui devoit être accompagnée de ſi terribles ravages, qu'il y avoit à craindre un bouleverſement univerſel. On s'attendoit à voir la fin du monde; cette année ſe paſſa néanmoins comme à l'ordinaire, mais cent autres menſonges auſſi bien avérés n'auroient pas ſuffi pour détacher des hommes ignorants & crédules des préjugés de leur enfance; il a fallu qu'un eſprit de philoſophie & de recherche ſe répandit parmi les hommes, leur développa l'étendue & les bornes de la nature, & les accoutumât à ne plus s'effrayer ſans examen & ſans preuve.

Les comètes furent ſur-tout, comme on le ſait, un de ces grands objets de terreur que l'*aſtronomie* a enfin diſſipés, même parmi le peuple. On eſt fâché de trouver encore des préjugés auſſi étrangers dans le plus beau poëme du ſeizième ſiècle.

Qual con le chiome ſanguinoſe orrende
Splender cometa ſuol per l'aria aduſta
Ch'i regni muta ei fieri morti adduce
E a purpurei tiranni in fauſta luce.
Gerus. liber. VII. 52.

Digitized by Google

Les charmes de la poéſie ſont actuellement employés d'une manière bien plus philoſophique & plus utiles. Témoin ce beau paſſage de Voltaire au ſujet des comètes, dans ſon épitre à la Marquiſe du Châtelet.

Comètes que l'on craint à l'égal du tonnerre,
Ceſſez d'épouvanter les peuples de la terre;
Dans une ellipſe immenſe achevez votre cours,
Remontez deſcendez près de l'aſtre du jour;
Lancez vos feux, volez & revenant ſans ceſſe,
Des mondes épuiſés ranimez la vieilleſſe.

C'eſt ainſi que l'étude approfondie & les progrès de la véritable *aſtronomie* ont diſſipé des préjugés abſurdes & rétabli notre raiſon dans tous ſes droits. Mais ce n'eſt point à cela ſeul que ſe réduit l'utilité de cette ſcience, elle contribue au bien général de plus d'une manière.

On ſait aſſez que la Coſmographie & la Géographie ne peuvent ſe paſſer de l'*Aſtronomie*. Les obſervations de la hauteur du pole, apprirent aux hommes que la terre étoit ronde; les éclipſes de lune ſervirent à connoître les longitudes des différens pays de la terre, ou leurs diſtances mutuelles d'occident en orient. La découverte des ſatellites de jupiter a donné une plus grande perfection à nos cartes géographiques & marines, que n'auroient pu faire mille ans de navigations & de voyages, & quand leur théorie ſera encore mieux connue, la méthode des longitudes ſera encore plus exacte & plus facile. L'étendue de la méditerannée étoit preſque inconnue vers l'an 1600; on la croyoit de 53 degrès, au lieu de 35 qu'il y a réellement, on connoît aujourd'hui cette étendue auſſi exactement que celle de France.

C'eſt à l'*Aſtronomie* qu'on fut redevable des premières navigations des Phéniciens, & c'eſt encore à elle que nous devons la découverte du nouveau monde. Chriſtophe Colomb avoit une connoiſſance intime de la ſphère, peut-être plus que perſonne de ſon tems, puiſqu'elle lui donna cette certitude & lui inſpira cette confiance avec laquelle il dirigea ſa route vers l'occident, certain de rejoindre par l'orient le continent de l'Aſie, ou d'en trouver un nouveau.

S'il reſte actuellement quelque choſe à deſirer pour la perfection & la ſûreté de la navigation, c'eſt de trouver aiſément les longitudes en mer; on les a quand on veut par le moyen de la lune, comme on le ſera voir au mot Longitude, & ſi les navigateurs étoient un peu aſtronomes, leur eſtime ne les tromperoit jamais de dix lieues, tandis qu'ils ſont à deux cents lieues d'incertitude dans des voyages ordinaires. L'uſage que l'on fait de l'*Aſtronomie* pour le Calendrier, pour la Chronologie, pour la Gnomonique, ſont des objets ſur leſquels nous aurons occaſion de nous étendre dans d'autres articles de cet ouvrage. Enfin M. Dupuis a fait voir que toute la Mythologie de l'antiquité ſe réduit à des ſymboles & des allégories aſtronomiques; il eſt évident qu'il faut connoître très-bien le ciel pour pouvoir les entendre; c'eſt par-là que M. Dupuis eſt parvenu à cette ſingulière découverte dont j'ai rendu compte dans le quatrième volume de mon *Aſtronomie*.

La Météorologie, c'eſt-à-dire, la connoiſſance des changemens de l'air, des vents, des pluies, des ſéchereſſes, des mouvemens du thermomètre & du baromètre, a certainement un rapport bien eſſentiel & bien immédiat avec la ſanté du corps humain; il eſt probable que l'*Aſtronomie* ſeroit d'une utilité ſenſible, ſi l'on étoit parvenu, à force d'obſervations, à trouver les influences phyſiques du ſoleil & de la lune ſur l'atmoſphère & les révolutions qui en réſultent. M. Toaldo a cru reconnoître que la période de 19 ans de la lune ramène les années pluvieuſes; *Della vera influenza degli aſtri, delle ſtagion ſi mutazioni di tempo, ſaggio ameteorologico in Padova 1781*, in-4°. & le ſaros météorologique 1781. Sur la Météorologie appliquée à la médecine, *Voyez* la diſſertation de M. Retz, Amiens 1780, in-8.° Galilen avertit les médecins d'avoir égard au cours des aſtres; je ne doute pas qu'il ne voulut parler des principes de l'Aſtrologie judiciaire & des influences qu'on imaginoit alors d'après une ignorante ſuperſtition. Mais en réduiſant tout à ſa juſte valeur, il paroît que les attractions qui ſoulèvent deux fois le jour les eaux de l'océan, peuvent bien influer ſur l'état de l'atmoſphère. On peut conſulter, à ce ſujet, Hoffmann, Méad & autres qui en ont parlé aſſez au long; il faudroit que les médecins conſultaſſent au moins l'expérience à cet égard, & qu'ils examinaſſent ſi ces cerciſes & les paroxiſmes des maladies n'ont pas quelque correſpondance avec les ſituations de la lune, par rapport à l'équateur, aux ſyzygies & aux apſides; pluſieurs médecins habiles m'en ont perſuadé.

Ces différens avantages qui ſe raſſemblent en faveur de l'*Aſtronomie*, l'ont fait rechercher de tous les tems & chez tous les peuples du monde. Joſephe dans ſes antiquités judaïques, fait remonter juſqu'à Adam l'étude de l'*Aſtronomie* & les découvertes qu'on y fit. Il nous dit que les deſcendans de Seth y firent des progrès conſidérables, & que voulant en conſerver la mémoire, ils gravèrent ſur des colonnes de pierre & de brique leurs obſervations aſtronomiques. Joſephe attribue à Abraham les premières connoiſſances des Egyptiens.

On voit pluſieurs paſſages dans le livre de Job, où Dieu même parle d'*Aſtronomie*: *numquid conjungere valebis micantes ſtellas pleyadas, aut gyrum arcturi poteris diſſipare? numquid producis lucifèrum in tempore ſuo & veſperum ſuper filios terræ conſurgere facis?*

On attribue auſſi à Moïſe des connoiſſances de même eſpèce: du moins S. Etienne dit de lui dans

dans les actes des Apôtres, qu'il étoit versé *in omni sapientia Egyptiorum*; ce qu'on doit entendre principalement de la connoissance des astres, qui avoit rendu les Egyptiens si célèbres.

C'est ce qui a fait dire à quelques savans, que les Patriarches avoient été les premiers inventeurs de l'*Astronomie*; M. l'abbé Renaudot, dans son Mémoire sur l'origine de la sphère, *Acad. des inscript. T. 1*, semble incliner pour cette opinion; il en apporte plusieurs raisons, mais nous osons croire avec Basnage qu'elles ne méritent pas d'être réfutées. Il en seroit peut-être de même de l'origine mythologique, rapportée par les Grecs, si la célébrité des noms que la fable nous a conservés, ne méritoit du moins des citations. En lisant les Auteurs qui ont parlé de l'origine de l'*Astronomie*, on trouve une discordance & une obscurité dont on ne pourroit se tirer, si l'on ne distinguoit exactement les époques, ainsi que les différentes parties de l'*Astronomie*, & les degrés des connoissances dont on prétend parler; nous distinguerons donc avec soin la Mythologie, qui remonte tout au plus à 2400 ans avant l'ère chrétienne, tems auquel on a accoutumé de supposer le déluge : les observations Caldéennes, qui ne vont guère qu'à 720 ans avant Jesus-Christ, & les recherches de détails qui ne commencent que 400 ans avant l'ère chrétienne.

M. Bailly, dans son Histoire de l'*Astronomie*, remonte encore plus haut, & jusqu'à un peuple antediluvien, dont la mémoire s'est perdue; M. Dupuis fait aussi remonter l'*Astronomie* des Egyptiens, à plusieurs milliers d'années avant l'époque ordinaire du déluge. On peut voir le Mémoire que j'ai cité.

Quoi qu'il en soit, on voit assez que cette *Astronomie* ancienne ne comprenoit autre chose que la connoissance du mouvement diurne, celle des révolutions apparentes de la lune & du soleil, la situation & les noms des étoiles & des constellations les plus remarquables, & les tems de l'année où elles étoient cachées par le soleil. *V.* Héliaque. Les Caldéens y ajoutèrent des observations plus exactes sur les éclipses de la lune, avec une légère connoissance des planètes; mais ce ne fut enfin que 400 ans avant Jesus-Christ, qu'on rechercha les inégalités de la lune & des autres planètes, la durée de leurs révolutions, la situation de leurs orbites, la grandeur de la terre & la forme du système planétaire, & qu'on entreprit de prédire les éclipses.

Pline le naturaliste se plaint vivement de la négligence des anciens à écrire l'histoire de l'*Astronomie* : c'est une ingratitude, dit-il, & une dépravation de l'esprit; on aime à remplir ses annales de guerres & de carnages pour faire connoître les crimes des humains, tandis qu'on leur laisse ignorer la structure de l'univers, & les bienfaits de ceux qui les ont éclairés. *Liv. 2, c. 9.* Diodore de Sicile parlant des Atlantes, raconte assez au long ce qu'ils disoient de la naissance des Dieux, & il ajoute que leur sentiment n'est pas en cela fort éloigné de celui des Grecs; ainsi, nous le rapporterons comme une des sources de la Mythologie grecque. Les Atlantes étoient le peuple le plus police de l'Afrique : leur pays étoit riche & rempli de grandes villes. Ils prétendoient que les Dieux avoient pris naissance sur les côtes maritimes de leur pays, & cela s'accorde assez, ajoute Diodore, avec ce que les Grecs en racontent. Leur premier Roi fut Uranus. Ce Prince rassembla dans les villes des hommes qui, avant lui, étoient répandus dans les campagnes; il régla leurs usages & les retira de la vie grossière qu'ils menoient. Comme il étoit soigneux observateur des astres, il détermina plusieurs circonstances de leurs révolutions; il mesura l'année par le cours du soleil, & les mois par celui de la lune, & il désigna le commencement & la fin des saisons. Ces peuples qui ne savoient pas encore combien le mouvement des astres est égal & constant, étonnés de la justesse de ses prédictions, crurent qu'il étoit d'une nature plus qu'humaine, & après sa mort ils lui rendirent des honneurs divins à cause de son habilité dans l'*Astronomie*, & des bienfaits qu'ils avoient reçus de lui. Diodore *L. III, T. 1, pag. 444* de la trad. françoise de Terrasson.

Parmi les fils d'Uranus, les deux plus célèbres furent Atlas & Saturne, qui se partagèrent le royaume d'Uranus. Atlas eut en partage les côtes maritimes; on dit qu'il excelloit dans l'*Astronomie*, & que ce fut lui qui représenta l'univers par une sphère. C'est pour cette raison qu'on a prétendu qu'Atlas portoit le monde sur ses épaules. Diod. *pag. 453*. Mais probablement la constellation du bouvier, dont la tête étoit autrefois près du pole & de l'axe du monde, a donné lieu à cette fable d'Atlas.

Cicéron l'expliquoit de la même manière que Diodore : *nec verò Atlas cœlum sustinere traderetur, nisi cœlestium divina cognitio nomen eorum ad errorem fabulæ traduxisset.* Tuscul. liv. 5, c. 8. Presque tous les auteurs attribuent à Atlas l'invention de la sphère & les premières connoissances des mouvemens célestes. *Voyez*, au sujet d'Atlas, Homere dans l'Odissée, *liv. 1, v. 52.* Vitruve *liv. 6; c. 10.* Virgile, *Æneid 1, 745.* Diodore, *liv. 4, tom. 2, pag. 62 de l'édition françoise.* Plin, *liv. 2, c. 8.* Weidler, *hist. astronomiæ, pag. 3 & 11.* Atlas donna son nom aux peuples qui habitoient les côtes, & à l'une des plus grandes chaines de montagnes qu'il y ait en Afrique.

Diodore de Sicile ajoute, qu'Atlas fit part de ses lumières à Hercule, pour reconnoître le service que ce héros lui avoit rendu, en délivrant ses filles qui avoient été enlevées par des voleurs. Hercule transmit aux Grecs ces connoissances qu'il avoit reçues d'Atlas, & passa dans la suite pour l'inventeur de l'*Astronomie*. *Sophocles in palamede, Vossius de natura artium.*

Le P. Pétau eſtime qu'Atlas a vécu vers l'an 1638 avant Jeſus-Chriſt, & Hercule 400 ans plus tard. Ceux qui rapportent le ſiécle d'Atlas à 2400 ans avant Jeſus-Chriſt, le placent au tems où vécut Noé, ſuivant les commentateurs de l'Ecriture; c'eſt auſſi le ſiécle d'Yao, ſuivant les Chinois, & c'eſt la plus haute antiquité qu'on ait coutume de donner aux élémens de la plus ſimple *Aſtronomie*, en admettant même la tradition des Grecs ſur l'ancienneté d'Atlas.

Aux fables d'Uranus, d'Atlas & d'Hercule, on doit ajouter celle de tous les hommes illuſtres qui s'étoient diſtingués dans l'*Aſtronomie* & qui paſſerent pour inventeurs; Lucien dans ſon petit ouvrage ſur l'Aſtrologie, expliqua par-là les fables d'Orphée, Tirésias, Atrée, Thieſte, Bellerophon, Phrixus, Dædale, Paſiphaé, Endimion, Phaéton: tous, au jugement même des anciens, durent leur célébrité à leurs connoiſſances dans l'*Aſtronomie*: les hommes étonnés, admiroient avec un ſaint reſpect ceux qui leur avoient appris des choſes auſſi ſublimes. Cicéron, *Tuſcul. quæſt. liv. 5, c. 8.* Pline 2. 9.

Enfin l'on ſait aſſez que la Mythologie des Grecs & l'hiſtoire de ſes héros eſt mêlée avec les noms des ſignes, des conſtellations & des planetes, on en peut voir les détails dans Aratus, Hyginus, Manilius, Lucien. *Voyez* auſſi Joſ Scaliger dans ſes notes ſur Manilius. Riccioli dans ſon Almageſte, *tom. 1, pag. 398* & Blaew ou Phil. Cæſius, *cœlum aſtronomico poeticum, 1662.* Enfin le mémoire de M. Dupuis, qui explique la Mythologie par les levers & les aſpects des conſtellations, & il cite en témoignage Porphyre, Syncſius, Jamblique, Athénagore, &c.

Juſqu'ici ce n'eſt qu'une tradition obſcure & fabuleuſe; mais vers le tems de l'expédition des argonautes, 1300 ou 1400 ans avant Jeſus-Chriſt, l'*Aſtronomie* fit quelques progrès. Le centaure Chiron, Theſſalien, que d'autres ont dit être fils de Saturne, apprit le premier aux hommes la juſtice & le culte des dieux, & les figures du ciel, ſuivant l'auteur de la *Titanomachie*, cité par Clement d'Alexandrie, *Strom. liv. 1, ch. 15*; il en eſt auſſi parlé dans Auſone, *Edyllium 5, v. 20*, comme ayant été élevé & inſtruit par Achille. *Mém. Acad. des Inſcriptions & Belles-Lettres, tome xiv. 361. xvij. 46.*

L'expédition des argonautes paroît liée avec l'établiſſement des conſtellations dans la Gréce, ſuivant Newton dans ſa chronologie, & Fréret dans ſa défenſe de la chronologie, publiée en 1758. Cela ſemble prouver que ces noms furent donnés par les grecs aux conſtellations, peu après le voyage des argonautes. C'eſt auſſi ce que penſoit Sénéque quand il diſoit, il n'y a pas encore 1500 ans que la grèce a compté & nommé les étoiles *Nat. quæſt. liv. 7. 25.* Sénéque écrivoit vers l'an 65; ainſi, il ſuppoſoit que ces noms étoient plus anciens de 1400 ans tout au plus que notre ère vulgaire.

ASTRONOMIE *caldéenne.* Les habitans des vaſtes plaines de Sennaar, où fut bâtie la ville de Babylone, ſont les plus anciens aſtronomes, & les premiers de tous les obſervateurs dont les obſervations nous ſoient parvenues. Tout concouroit à porter leur attention vers le ciel; la garde des troupeaux faiſoit leur principale occupation: mais la chaleur du jour leur faiſoit choiſir le tems de la nuit pour leurs travaux, leurs exercices & leurs voyages; en ſorte que le ſpectacle des aſtres les devoit occuper, pour ainſi dire, malgré eux. Ajoutons à cela, que dans ces plaines, dont quelques-unes étoient couvertes ſouvent d'un ſable léger que le vent diſperſoit facilement, les aſtres devoient ſervir à reconnoître les chemins (*Voyages des Indes orientales*, Carré, *chap. 1, pag. 230*), & à ſe conduire dans les voyages; enfin la curioſité, la ſuperſtition, & peut-être le goût de l'Aſtrologie, ajoutés dans la ſuite à des motifs plus raiſonnables, achevèrent de porter les caldéens vers l'*Aſtronomie.* Ils furent, peut-être, les premiers à y faire des progrès diſtingués. Les égyptiens devroient peut-être les précéder dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, & quelques auteurs ont donné la préférence aux égyptiens, ſur-tout Lucien & Marsham; l'un parmi les anciens; l'autre parmi les modernes, & enfin M. Dupuis, qui trouve les noms de tous les ſignes du zodiaque, d'accord avec le calendrier rural des égyptiens.

L'*Aſtrologie* des babyloniens eſt citée dans divers endroits de l'écriture. Pluſieurs auteurs ont regardé Abrahaam comme un aſtronome caldéen qui avoit appris l'Arithmétique & l'*Aſtronomie* aux égyptiens, *Philo de nobilitate, pag. 702, edit. de Cologne*, 1613; Joſephe, Alexandre Polyhiſtor & Artapanus, cités par Euſébe, *præp. ev. liv. ix, ch. 16, 17 & 18*; Voſſius, *ch. 30, §. 6*, il eſt parlé de pluſieurs conſtellations dans le livre de Job, *ch. 9*, & Job étoit arabe de nation, c'eſt-à-dire, voiſin de la Babylonie. On trouve dès le tems d'Achaz, 750 ans avant Jeſus-Chriſt, l'uſage des cadrans ſolaires à Jéruſalem, & il paroît qu'on les avoit reçus des babyloniens, à qui Hérodote en attribue l'invention (II. 109); d'ailleurs, on voit que ce prince avoit des liaiſons avec Teglath-Phalaſar, roi d'Aſſyrie, *Reg. iv, 16, v. 8.* Les babyloniens envoyérent à Ezéchias, pour s'informer de ce qui étoit arrivé au cadran d'Achaz, dont ils avoient entendu parler. *Paralip. l. 2, c. 32.*

Il y a dans la Babylonie, dit Strabon, des philoſophes très-occupés de l'Aſtrologie, & qu'on appelle *caldéens.* Quelques-uns, ajoute-t-il, croient pouvoir annoncer aux hommes, dès leur naiſſance, ce qui doit leur arriver; mais ils ſont déſavoués par les autres. La nation des caldéens, & la Babylonie qu'ils habitent, eſt voiſine de l'Arabie & de la mer qu'on appelle *Perſique.* Strabon, *l. 16, p. 739, édit. de Paris*, 1620: il dit ailleurs que les grecs avoient appris cette

Digitized by Google

ſcience des égyptiens & des caldéens, *lib. 17, p. 806.*

Cicéron raconte auſſi que les aſſyriens, qui habitoient de vaſtes plaines, où rien ne pouvoit borner la vue, & empêcher la contemplation du ciel, avoient donné tout leur ſoin à la connoiſſance des aſtres, *de Divinatione, l. 1, n.os 2 & 93.* Diodore de Sicile, quoique prévenu en faveur des égyptiens, dit préciſément que les caldéens ſont les plus habiles aſtrologues qu'il y ait au monde, comme ayant cultivé la ſcience des aſtres avec plus de ſoin qu'aucune autre nation, *l. 2, t. 1, p. 280.* Vitruve en parle à-peu-près de même, *l. 9, c. 7.*

Platon les joint aux égyptiens ſous le nom des ſyriens. *Epin. pag. 622, édit. de 1548*, comme nous le dirons bientôt; ils ſont également cités comme inventeurs de l'Aſtrologie dans Ariſtote, *de cœlo* (II. 12), & dans ſon commentateur Simplicius, *fol. 77, verſo, édit. lat. de Veniſe*, 1540; dans Pline, *vij. 56*; dans la vie de Pythagore, par Jamblique, *c. 29, ſect. 158*; dans le commentaire grec de Théon ſur Aratus, *pag. 80, édit. de Paris*, 1559; dans Achille Tatius, au commencement de ſon *Iſagoge, Petavii uranologion, pag. 73, édit. d'Anvers*, 1705; dans Solinus *Aſia, cap. 65, p. 168*; dans Martianus Capella, *l. 6, de Babyl. p. 225, édit. de 1599.* S. Clément d'Alexandrie, après avoir dit que les égyptiens furent les premiers qui apprirent aux hommes l'Aſtrologie, ajoute auſſi-tôt, & de même auſſi les caldéens, *Stromatum, l. 1, art. 16. p. 361* de l'édition grecque & latine faite à Oxfort en 1715, & il les cite toujours enſemble. (*pag. 354, &c.*)

Parmi les modernes, Voſſius a été ſur-tout perſuadé que les babyloniens avoient été les premiers inventeurs de l'*Aſtronomie*, *de naturâ artium, l. III, cap. 30, p. 105. Voyez* auſſi M. Goguet, de l'origine des loix, des arts & des ſciences, *t. 1, p. 215, in-4.°*, & M. l'abbé Renaudot dans le premier volume des *Mémoires de l'Académie des Inſcriptions.*

Les caldéens prétendoient avoir des obſervations de 470 mille ans; mais il y a lieu de croire que c'étoient des jours. *Voyez* ANNÉE. Ptolemée, dans ſon *Almageſte*, le plus ancien ouvrage d'*Aſtronomie* que ayons, emploie trois éclipſes de la lune, dont la première avoit été obſervée à Babylone, 720 ans avant J. C.; il paroît donc que c'eſt vers cette date qu'il faut placer les plus anciennes obſervations qui euſſent mérité d'être conſervées. Tout ce qui avoit précédé n'étoit qu'un commencement groſſier de connoiſſances aſtronomiques; il ſe réduiſoit à l'obſervation du zodiaque, des tems du lever & du coucher héliaque des conſtellations, du retour des phaſes de la lune. Il n'y a point d'apparence que la période des 18 ans & 10 jours, qui ramène à peu-près les éclipſes dans le même ordre, ait été connue de ces premiers caldéens, quoiqu'on l'ait appellée *période caldaïque.*

Le temple de Jupiter Bélus, que Semiramis avoit fait bâtir à Babylone, renfermoit une tour immenſe, qui, ſuivant Hérodote, *l. 1, n.° 181*, avoit un ſtade de hauteur, environ 100 toiſes, & autant de largeur, bâtie avec des briques & de l'aſphalte, au-deſſus de laquelle il y avoit encore ſept grandes tours les unes ſur les autres; elles ſubſiſtoient même du tems d'Hérodote, 440 ans avant Jeſus-Chriſt. Diodore de Sicile dit qu'on convient que ce temple étoit d'une hauteur exceſſive, & que les caldéens y avoient parfaitement obſervé les levers & les couchers des aſtres. *L. II, t. 1, p. 233.*

Diodore de Sicile nous apprend auſſi que les caldéens n'avoient qu'une théorie imparfaite des éclipſes; qu'ils n'oſoient les déterminer, ni en prédire le tems. *L. II, t. 1, p. 279.* Ils connoiſſoient bien les planètes, mercure, vénus, mars, jupiter & ſaturne; mais il paroît qu'ils connoiſſoient mal la durée de leurs révolutions, puiſque Ptolemée, long-tems après, ne ſe flattoit pas encore de les connoître bien; ils faiſoient leur année de 365 jours, & il ne paroît pas qu'ils connuſſent encore l'erreur de ſix heures.

Hérodote nous dit expreſſément que les grecs avoient appris des babyloniens l'uſage du pole, du gnomon & de la diviſion du jour en douze parties; le pole étoit un inſtrument fait pour montrer l'heure du jour; le gnomon ſervoit à montrer les longueurs de l'ombre en différentes ſaiſons, & par conſéquent la longueur de l'année. Pherecydes, vers l'an 540, fit un cadran ſolaire dans l'île de Scyros, l'une des Cyclades, comme nous l'apprend Diogène Laërce; mais Anaximandre, mort l'an 547, en avoit fait un à Lacédémone, & l'horloge d'Achaz paroît devoir faire remonter cette découverte au moins juſqu'à l'an 727. Il ne ſeroit pas étonnant qu'elle eût paſſée des babyloniens aux ſyriens, & de Damas à la Judée. Il n'y eut à Rome de cadran ſolaire que l'an 306 avant Jeſus-Chriſt; ce fut Papirius Curſor qui le fit faire. *Cenſor. ch. 23; Pline, vij. 60.*

Geminus parle beaucoup des obſervations des caldéens; mais il ne diſtingue pas celles qui avoient été faites ſous les rois de Babylone, & ſous les princes Médoperſans: on ne ſait pas s'il y en eut beaucoup depuis la priſe de Babylone par Cyrus juſqu'à la conquête d'Alexandre. Celles dont parle Ptolemée ſe terminent à l'an 492 avant J. C., à la réſerve de deux éclipſes de lune des années 384 & 383, & de quelques obſervations de mercure, que je crois avoir été faites à Babylone; les rois de Perſe n'y réſidant point, négligèrent probablement d'y encourager les ſciences. La révolte arrivée vers l'an 510, avoit déjà préparé la décadence de cette ville. La réputation des caldéens en *Aſtronomie* occaſionna encore long-

tems après les impoſtures des avanturiers, qui, ſous le nom de caldéens, alloient prédire l'avenir à la crédule populace :

Caldæis ſed major erit fiducia.

Juven. 6. 553.

mais alors la ſuperbe Babylone étoit en ruine, & ne reſſembloit plus qu'à un déſert; les ſciences avoient paſſé en Grèce & en Egypte.

Les égyptiens s'attribuèrent l'invention de l'*Aſtronomie*; ils ſont cités conjointement avec les caldéens, dans le plus grand nombre des auteurs grecs. Hérodote attribue ſur-tout aux égyptiens la plus grande partie des connoiſſances des grecs: Ariſtote, Pline, Macrobe (*Somn. ſcip.* 22), attribuent la première invention de l'*Aſtronomie* aux égyptiens & aux caldéens, conjointement, Voſſius, *de naturâ artium*, *l. III*, *c.* 30, §. 13, *p.* 106.

Marsham étoit perſuadé que l'*Aſtronomie* avoit pris naiſſance en Egypte, & non pas en Caldée. *Canon chronicus*, *p.* 143, 475, 481, *édit. de* 1696; mais il accorde aux babyloniens le rétabliſſement des ſciences en Egypte, après la deſtruction de l'empire de Perſe; car, dit-il, pendant le tems où l'Egypte fut gouvernée par les perſes, les arts y furent négligés, & paſsèrent à Babylone. (*p.* 475. 505) Marsham parle des deux mercures, dont l'un ſurnommé Thoth, fut regardé comme l'inventeur de l'*Aſtronomie*, peu de tems après le déluge, & le ſecond ſurnommé Triſmégiſte, vécut peu apres Moyſe, 1500 ans avant Jeſus-Chriſt (*p.* 34 & 241). Il cite Syncelle, Euſebe & Jamblique. Les égyptiens ſe vantoient d'avoir envoyé des colonies par toute la terre: ſelon eux, Bélus en avoit conduit une dans la Babylonie; il y avoit inſtitué les prêtres caldéens, qui s'adonnèrent à l'étude des aſtres, à l'imitation des prêtres, des naturaliſtes & des aſtrologues égyptiens. *Diod. Sic. l.* 1, *pag.* 56 & 173. Pauſanias dit auſſi que Babylone tiroit ſon nom de Belus, égyptien.

Cependant la manière myſtérieuſe & énigmatique dont s'expliquoient les prêtres égyptiens, en enveloppant leurs connoiſſances ſous des hyéroglyphes & des emblêmes, fait qu'on n'a rien ſu de poſitif ſur la date & l'origine de leur première *Aſtronomie*; elle étoit peut-être plus ancienne, mais plus bornée.

Diodore de Sicile, quoique très-favorable aux prétentions des égyptiens, dit peu de choſe de leurs connoiſſances en ce genre, ſi ce n'eſt qu'ils marquoient au juſte les révolutions des planètes & leurs mouvemens directs, ſtationnaires & rétrogrades. *Diod. t.* 1, *p.* 172.

Diodore, en parlant des habitans de Thèbes ou Diospolis, ville de la haute Egypte, qui ſe prétendoient les plus anciens habitans de la terre, & les premiers inventeurs de l'*Aſtronomie*, dit ſeulement, il paroît qu'ils avoient obſervé ſoigneuſement les éclipſes, & qu'ils faiſoient des prédictions à ce ſujet; mais Diodore ne dit pas préciſément & clairement, comme M. Terraſſon le lui fait dire, qu'ils prédiſoient des éclipſes, *l.* 1, *t.* 1, *p.* 119.

Diogène Laërce, dit auſſi que depuis le tems de Niſus, 1200 ans avant J. C. juſqu'à celui d'Alexandre, les égyptiens avoient obſervé 373 éclipſes du ſoleil, & 832 de la lune; mais il ne dit point où & comment on avoit fait ces obſervations.

Il ne paroît pas qu'Hipparque ait fait aucun uſage des éclipſes obſervées en Egypte, dont probablement le tems & la meſure n'avoient pas été aſſez bien déterminés; il ne ſe ſervit que de celles de Babylone.

On eſt incertain ſi les égyptiens ont connu plus de 400 ans avant J. C. l'erreur d'environ ſix heures qu'il y a dans les années communes de 365 jours; il ſemble qu'ils l'ignoroient alors, comme le croient M. Goguet & M. Dupuy. *Mém. de l'Acad. des Inſcript. tom.* 29, *pag.* 116. *Voyez* ANNÉE.

Hérodote n'en parle pas; mais Platon & Eudoxe, 80 ans après Hérodote, apprirent des égyptiens, comme une choſe myſtérieuſe & ſecrette, la circonſtance des ſix heures. Strabon, *l.* 17, *p.* 806; ce qui ſemble prouver que la découverte étoit récente en Egypte. Goguet, *t.* 3, *pag.* 98.

C'eſt alors probablement qu'on diſtingua l'année aſtronomique & l'année civile; celle-ci continua cependant à être de 365 jours. (*Geminus*, *c.* 6.) *Voyez* l'hiſtoire du *calendrier égyptien*, par M. de la Nauze, dans les *Mém. de l'Acad. des Inſcript. t.* 14, *p.* 334. M. Dupuy, *t.* 29. M. des Vignoles, Miſcell. Berolin. *t.* 4, *p.* 1. Théod. Gaza, *de menſibus*, *apud Petav. in Uranol. Cenſor. c.* 18, *p.* 93.

Diogène Laërce attribue beaucoup de connoiſſances aux égyptiens; mais il paroît, par ce que nous venons de dire, que c'eſt environ à l'an 400 avant J. C. qu'il faut rapporter ce qu'il en dit. Suivant cet auteur, on ſavoit en Egypte que les étoiles étoient des feux; que le monde étoit rond comme une boule; que la lune s'éclipſoit en entrant dans l'ombre de la terre, & que le mouvement des planètes étoit fort inégal. (*in proemio*, *p.* 3.) Diodore de Sicile dit à-peu-près la même choſe, *liv.* 1, *tom.* 1, *pag.* 149, *édit. françoiſe.*

Il en eſt probablement de même de ce que rapporte Macrobe (*Somn. ſcip. l.* 1, *c.* 19), quand il dit: les égyptiens ont découvert que le cercle décrit par le ſoleil eſt environné par un cercle extérieur que mercure décrit, & que le cercle de vénus renferme encore celui de mercure, de manière que ces deux aſtres ſont au-delà du ſoleil lorſqu'ils ſont à la partie ſupérieure de leurs orbites. Vitruve, *l.* 9, *c.* 4, en parle aſſez au long, comme nous le dirons à l'occaſion du ſyſ-

Digitized by Google

tême de Copernic, qui étendit cette belle idée à toutes les autres planetes; ils eurent la première idée de la pluralité des mondes, & Orphée la répandit parmi les grecs. *Voyez* PLURALITÉ.

La période ou ſemaine de ſept jours, dont chacun eſt conſacré à une des ſept planètes, ſuivant Hérodote, *l. II, c. 82*, & Dion Caſſius, *liv. 37*, fut un établiſſement des égyptiens, adopté enſuite par les grecs & par les romains.

Le lever & le coucher des étoiles en divers tems de l'année a dû être un des premiers objets de l'attention des peuples obſervateurs; auſſi les égyptiens en avoient dreſſé des tables, comme il paroît par un paſſage de Diodore de Sicile, *l. 1, p. 46 de l'édit. de 1604*, où il s'agit du tombeau d'Oſymandias, roi d'Héliopolis. On y voyoit un cercle d'or de 365 coudées (chacune répond à 20 $\frac{1}{2}$ pouces). On voyoit un jour de l'année à chaque coudée, avec le lever & le coucher des étoiles, qui répondoient à chaque jour, & les propriétés qu'on leur attribuoit. Ce cercle fut enlevé ſous le règne de Cambyſe, roi de Perſe, lors de la conquête de l'Egypte, 524 ans avant J. C.

Le lever héliaque de ſirius ou de la canicule, fut ſur-tout obſervé ſoigneuſement en Egypte. Ce genre d'obſervations avoit précédé, ſelon les apparences, tous les autres, & remonte peut-être à 4 mille ans avant J. C., ou même beaucoup plus haut, ſuivant quelques auteurs.

Strabon, qui voyagea en Egypte vers le tems d'Auguſte, ne trouva preſque plus de veſtiges de ces ſciences parmi les prêtres d'Egypte, & les égyptiens n'avoient brillé long-tems auparavant qu'à raiſon de l'ignorance des grecs; mais au tems de Strabon, leurs ſciences & leur célébrité avoient paſſé aux habitans de la Grèce, comme la plupart des grands établiſſemens de la Grece avoient été formés par des colonies venues d'Egypte.

Les grecs inſtruits à l'école des égyptiens, les ont regardé comme les inventeurs de toutes les ſciences, & leurs écrivains en ont parlé ſur ce ton; de ſorte qu'il devient très-difficile pour nous de démêler le mérite des autres nations, ſur-tout des caldéens. Nous croyons cependant que les caldeens étoient preſque auſſi ignorans en *Aſtronomie* 800 ans avant J. C.; que les péruviens & les mexicains ſe ſont trouvés l'être dans le 15e ſiècle.

ASTRONOMIE *des Grecs.* Platon attribue aux barbares, c'eſt-à-dire, aux étrangers, toute la philoſophie des grecs, comme l'obſerve S. Clément d'Alexandrie. *Stromatum, l. 1, c. 15, p. 355.* Il remarque encore que Pythagore étoit tyrrenien; Antiſthènes, phrigien; Thalès, phénicien; qu'Orphée étoit de Thrace; & Homere, égyptien, ſuivant le plus grand nombre. Tout annonce l'antériorité des africains & des aſiatiques ſur les grecs.

Thalès de Milet, que pluſieurs ont dit être phénicien, parut dans un tems où les grecs n'avoient encore aucune *Aſtronomie* planétaire, environ 600 ans avant J. C. Diogène Laërce (*l. 1, p. 6, édit. de 1594*), d'après Eudeme, qui avoit fait l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, nous apprend que Thalès fut le premier des grecs qui détermina le cours du ſoleil d'un ſolſtice à l'autre, & qui régla la diviſion de l'année. Il voyagea en Egypte étant déjà avancé en âge: Thalès fut le premier qui apprit aux grecs la cauſe des éclipſes, *de Placit. phil. l. II, ch. 24*; il connoiſſoit la rondeur de la terre, & la diviſoit en zones par le moyen des tropiques & des cercles polaires; il parloit du cercle oblique du zodiaque, du méridien, qui coupe tous les cercles en s'étendant du nord au ſud, & de la grandeur du diametre apparent du ſoleil.

Hérodote, *l. 1, n.° 74*; Cicéron, *de divin. 1*; Pline, *II. 12*, aſſurent que Thalès avoit prédit aux joniens une éclipſe totale de ſoleil, qui arriva pendant la guerre des lydiens & des mèdes. Riccioli & Neuton croient que cette éclipſe fut celle du mois de mai, 585 ans avant J. C. Suivant Bayer dans les mémoires de Pétersbourg, & M. Coſſard dans les Tranſactions philoſophiques de 1753, ce fut celle qui arriva le 18 mai 603, à huit heures du matin: M. Chaſſebœuf la met à 621. Au reſte, la manière dont Hérodote raconte cette prédiction eſt ſi vague, qu'on a peine à croire qu'elle ait réellement été faite; mais s'il étoit vrai que Thalès eût prédit une éclipſe de ſoleil, ce ne pourroit être que par le moyen de la période générale de 18 ans & 11 jours, dont il auroit eu connoiſſance par les égyptiens ou caldéens; car on n'étoit pas encore au point de pouvoir prédire les éclipſes par un calcul exact des mouvemens de la lune.

L'année des grecs, auſſi bien que celle des égyptiens, avoit été originairement de 354 jours; elle étoit encore de 360 au tems de Solon. (*Marsham, pag. 360.*)

A l'égard des planètes, vénus eſt la ſeule dont il ſoit parlé dans Héſiode & dans Homère, comme dans l'Ecriture. Démocrite ſoupçonnoit qu'il y avoit pluſieurs étoiles errantes; mais il n'avoit pas oſé en déterminer le nombre. *Sen. quæſt. nat. l. 7, cap. 3*, & les grecs ne connoiſſoient point encore les mouvemens des cinq planètes, lorſque Eudoxe en apporta d'Egypte la première connoiſſance, 380 ans avant J. C. Les grecs en voyant vénus briller, tantôt le ſoir & tantôt le matin, en avoient fait deux planètes différentes, eſperos & coſphoros. On prétend que Pythagore fut le premier qui fit connoître aux grecs que ces deux aſtres n'en faiſoient qu'un. Stobée, *Ecl. phyſ. l. 1, p. 55*; Plin. *liv. II, cap. 8*; Diog. Laërce, *l. 8, ſect. 14.*

Anaximandre, né 610 ans avant Jeſus-Chriſt; enſuite Anaximène, Anaxagore, Démocrite, Phi-

Iolaus de Crotone, ſont célébrés par les auteurs grecs comme ayant contribué aux progrès de l'*Aſtronomie*. Eudoxe naquit 421 ans avant J. C. Cicéron dit qu'on peut le regarder comme le prince des aſtronomes; & cela au jugement des hommes les plus ſavans, *de Divinat. II.* 87. Sextus Empiricus cite Eudoxe avec Hipparque, c'eſt-à-dire, avec le plus grand aſtronome de la grèce. *Adverſ. Mathem. lib. 5. initio.* Cependant en voyant combien la ſphère d'Eudoxe, ou la ſituation des cercles de la ſphère par rapport aux étoiles, qu'on lui attribue, eſt différente de celle qui devoit avoir lieu de ſon tems, on a ſujet de croire qu'Eudoxe n'obſerva preſque point lui-même, & n'écrivit que d'après les égyptiens, chez leſquels il avoit été pour apprendre l'*Aſtronomie*, comme le racontent Cicéron, Strabon, Diogène Laërce. Sénèque dit auſſi qu'Eudoxe rapporta le premier de l'Egypte la connoiſſance des mouvemens planétaires. *Quæſt. nat. 7. 3.*

Vitruve lui attribue l'invention de l'araignée, eſpèce de cadran ſolaire. *Arachnen Eudoxus aſtrologus, non nulli dicunt Appollonium.* (IX. 9. *initio.*) Hipparque, l'un des plus grands aſtronomes dont les obſervations nous ſoient parvenues, cite quelquefois Eudoxe avec éloge. On peut encore citer Pytheas parmi les aſtronomes grecs; cependant leurs progrès furent lents & médiocres juſqu'au tems où Ptolemée Philadephe ranima les ſciences à Alexandrie, en ſe déclarant le protecteur des ſavans, vers l'an 280 avant J. C. Les obſervations de Timocharès, d'Ariſtylle, d'Eratoſthène & d'Hipparque, donnèrent à l'*Aſtronomie* une nouvelle face. Ces obſervations firent connoître la grandeur de la terre, la préceſſion des équinoxes, la durée & les inégalités des mouvemens planétaires; mais les connoiſſances que l'on eut ſur cette partie étoient encore bien imparfaites: auſſi Ptolemée fait-il cette remarque à l'occaſion d'Hipparque: le tems depuis lequel nous avons des obſervations des planètes rédigées par écrit, eſt ſi court en comparaiſon de la grandeur d'une telle entrepriſe, qu'on ne peut être aſſuré des prédictions qu'on en feroit pour un long eſpace de tems..... Ainſi je penſe qu'Hipparque, amateur du vrai, entreprit à la vérité ce travail pour les mouvemens du ſoleil & de la lune, en démontrant, autant qu'il étoit poſſible, que ces mouvemens étoient réellement circulaires; mais il ne l'entreprit pas pour les autres cinq planètes, du moins autant qu'il paroît par les ouvrages que nous avons pu avoir de lui. *Almageſte, liv. ix, chap. 2.*

Poſidonius doit être auſſi compté au nombre des aſtronomes grecs; c'eſt lui dont Pline a adopté les opinions ſur les diſtances des planètes, & elles étoient fort exactes; il vivoit 80 ans avant J. C.

Pour avoir ſur les aſtronomes grecs tous les détails poſſibles de la plus vaſte érudition; il faut conſulter Fabricius, *Biblioth. græcæ, t. 11.* On a l'hiſtoire de l'*Aſtronomie* de Weidler, qui a fait très-grand uſage du livre de Fabricius: on peut auſſi conſulter Scaliger dans ſes prolégomènes ſur Manilius, Voſſius, *de Sci. mat.* le P. Pétau, *Uranologion*, & ſur-tout l'hiſtoire de l'*Aſtronomie* par M. Bailly.

Les romains, occupés de l'art militaire, cultivèrent peu les ſciences. Le Senatus-Conſulte, de l'an 52 de J. C., par lequel les mathématiciens furent chaſſés d'Italie, renouvellé par Domitien, en 83, dut éloigner encore le goût des Mathématiques. Nous n'y voyons d'autre aſtronome connu que Menelaüs, qui vivoit à Rome au commencement du règne de Trajan, l'an de Jeſus-Chriſt 98. (*Petau, l. xj, cap. 23*). Il détermina les longitudes de pluſieurs étoiles, par le moyen des conjonctions de la lune: il en eſt parlé dans Ptolemée, *vij. 3.*

Ptolemée eſt le ſeul de tous les anciens aſtronomes dont il nous ſoit reſté un ouvrage important: c'eſt à lui que nous ſommes obligés d'avoir recours pour l'hiſtoire de cette ſcience; on en peut voir la notice dans Weidler, *pag. 184, 202,* & ci-devant *au mot* ALMAGESTE.

Théon d'Alexandrie eſt le ſeul ſucceſſeur de Ptolemée dont il nous reſte un livre utile, qui eſt un commentaire ſur l'*Almageſte* de Ptolemée; il y a une éclipſe de ſoleil obſervée à Alexandrie l'an 365. Il eut une fille nommée Hypatia, dont les connoiſſances en *Aſtronomie* excitèrent une ſi grande jalouſie parmi ſes concitoyens, qu'elle fut aſſaſſinée, déchirée & traînée dans les rues par la populace d'Alexandrie. Boulliaud, *Aſtron. phil. p. 15.* Il cite Suidas & Heſychius, *in vitis Phil.*

L'éclipſe obſervée par Théon, avec celle que Thius obſerva l'an 500 à Athènes, ſont preſque les ſeules obſervations qui aient été faites dans la Grèce depuis Ptolemée; ſi cependant l'on cherchoit avec ſoin dans les manuſcrits des grandes bibliothèques, il ſeroit poſſible qu'il s'en trouvât encore quelques-unes.

On ne voit pas préciſément dans quel tems les ſciences s'éteignirent dans la Grèce; nous ſavons ſeulement que dans la diviſion de l'Empire, l'Egypte reſta aux Empereurs d'Orient juſqu'à l'an 614 qu'elle fut ôtée à l'Empereur Héraclius par les Perſes, ſous la conduite de Coſroës (*Abulfaragius, Hiſt. Dynaſt.*); ſous Omar, ſecond Caliſe ou ſecond ſucceſſeur de Mahomet, Alexandrie fut priſe par Amrou Ebno'l-Aas, & la fameuſe bibliothèque fut brûlée l'an 641. Ce fut-là le terme du progrès des Sciences en Egypte & en Grèce; car les Arabes n'eurent d'abord ni le goût ni le loiſir de s'en occuper.

ASTRONOMIE *des Arabes.* Il ſe paſſa près de 200 ans de guerres & de révolutions avant que les Arabes fiſſent rien pour les ſciences. Mais enfin, les Caliſes de Babylone ayant étendu leur domination juſqu'aux Indes, le loiſir les dirigea vers l'étude; le ſecond Caliſe de la famille des Abbaſſides

Digitized by Google

fut Almanſor ou Almanſour, Prince rempli de connoiſſances, & qui commença de répandre dans ſon Empire le goût de l'étude. *Hiſtoria compendioſa Dineſtiarum, autore Georgio Abulpharajio*, &c., 1763, 2 vol in-4., pag. 160. *Voyez auſſi le Dictionnaire de Bayle*, au mot ABULPHARAGE.

Almamon, fils de Harun Al-Rashid, & petit-fils d'Almanſor, parvint à l'Empire en 814; ayant été élevé avec ſoin & dans l'amour des ſciences, il s'appliqua à les cultiver & à les faire fleurir dans ſes états; il demanda aux Empereurs Grecs les livres de Philoſophie qu'il y avoit chez eux. Si c'eſt à Michel le Begue, qu'il avoit vaincu pluſieurs fois, cet Empereur, qui ne ſavoit ni lire ni écrire, ne dut pas ſe rendre fort difficile à cet égard; Almamon raſſembla des interprètes habiles tels que Meluë ſon Médecin, pour en faire des traductions; il encourageoit ſes ſujets à les étudier; il fréquentoit les ſavans & aſſiſtoit à leurs exercices (*Abulpharage, page 160*). Il fit traduire l'Almageſte; il détermina l'obliquité de l'écliptique; il fit meſurer un degré de la terre ſur les bords de la mer rouge, comme on le voit dans les *Elémens d'Aſtronomie* d'Alfragan, qui vivoit dans le même tems, c'eſt-à-dire vers l'an 830.

Albategnius, Prince Arabe, qui vivoit l'an 912, fit auſſi des obſervations à Araële en Méſopotamie, & à Antioche. Il rectifia les tables de Ptolemée, & ſes obſervations ſervirent encore dans la ſuite pour les tables Alphonſines. Nous avons auſſi des obſervations de Tabeth & de Ibn-Iounis.

On trouve dans les tranſactions philoſophiques de la Société royale de Londres un Mémoire d'Edouard-Bernard, où il eſt parlé d'un très-grand nombre d'Aſtronomes Arabes, dont les ouvrages n'exiſtent qu'en manuſcrits: une ſeule bibliothèque d'Oxford en renferme plus de quarante qui contiennent des traités ou des obſervations aſtronomiques; il y en a pluſieurs dans la bibliothèque du Roi à Paris, & dans la bibliothèque de l'Eſcurial, dont on a publié le catalogue il y a quelques années. Il ſeroit bien à ſouhaiter que nos ſavans Interprètes vouluſſent tourner leurs vues ſur ces objets, qui ſeroient plus utiles que les romans qu'ils ont traduits, & qui illuſtreroient la Littérature orientale dont ils s'occupent.

Les Arabes, dans le VIIIe ſiècle, s'emparèrent de l'Eſpagne; ils y portèrent leur *Aſtronomie* & la Philoſophie péripatéticienne, & il y eut pluſieurs hommes célèbres qui firent long-tems la réputation de l'Eſpagne. Parmi les Aſtronomes on compte ſur-tout Arzachel & Alhazen.

Les ſciences pénétrèrent avec le Muſulmaniſme juſques dans la Perſe, & de-là dans la Tartarie & dans les Indes. Il nous en reſte un monument précieux dans les ouvrages d'Ulug-Beg ou Ulug-Beigh, qui étoit petit-fils du grand Tamerlan, & qui, vers l'an 1430, régnoit dans la Bactriane: la capitale de ſon Empire étoit Samarkande, ſituée à 39 degrés 37′ 23″ de latitude, & 6 degrés à l'orient de la mer caſpienne. La domination de ce Prince s'étendoit ſur les deux rives du fleuve Oxus ou Gihon, qu'on appelle auſſi Gilhus. Nous avons de lui un catalogue célèbre des longitudes & des latitudes des étoiles. Ulug-Beg compoſa auſſi des tables aſtronomiques pour le méridien de Samarkande, tant ſur ſes obſervations que ſur celles de Salaheddin Al-Roumi, qui en avoit formé l'entrepriſe. On dit que ces tables étoient ſi exactes, qu'elles différoient peu de celles de Tycho-Brahé. *D'Herbelot, page 935.*

ASTRONOMIE *des Chinois*. Quoique l'*Aſtronomie* ait été cultivée très-anciennement à la Chine, elle y avoit fait peu de progrès, & il ſemble que l'on voie les Chinois ſuivre pas à pas les autres nations dans leurs progrès. Le P. Gaubil a compoſé une hiſtoire de l'*Aſtronomie* chinoiſe, publiée par le P. Souciet en 1729 & 1732, dans laquelle on trouve d'aſſez grands détails hiſtoriques; mais on n'y trouve, pour ainſi dire, qu'une ſeule obſervation de l'an 1278, dont les Aſtronomes aient profité.

Dans les premiers ſiècles de l'Hiſtoire de la Chine il n'eſt fait mention que d'une ſeule éclipſe, que les uns rapportent à l'année 1948 av. J. C. d'autres à 2159; le P. Gaubil la fixe au 12 Octobre 2155, tome II, pag. 115, en comptant à la manière des chronologiſtes ordinaires. M. Fréret, étayé des calculs de M. Caſſini, la place au 23 Septembre 2007. (*Acad. des Inſcrip. XVIII, 251*); mais ces différences prouvent que l'éclipſe eſt très-douteuſe.

Dans les ſiècles poſtérieurs, juſqu'à l'an 721, il n'y a de même qu'une ſeule éclipſe dont il ſoit fait mention; elle arriva le 6 ſeptembre 776 avant J. C. (II. 154); la ſuite des 32 éclipſes rapportées par Confucius dans le Tchun-Tſicou, ne commence qu'à l'an 721, & va juſqu'à l'an 480; mais les Caldéens obſervoient alors avec aſſiduité & avec préciſion, en ſorte qu'on ſeroit tenté de croire que les Chinois avoient emprunté des Caldéens les obſervations dont ils ont enrichi leur hiſtoire; on y trouve d'ailleurs de fauſſes éclipſes, ſuivant le P. Couplet. (*M. Caſſini, Règles de l'Aſtronomie indienne*).

Vers l'an 66 avant J. C., Lieou-Hin écrivit un cours entier d'*Aſtronomie*. Il ſuppoſoit l'obliquité de l'écliptique de 24 degrés chinois, ou 23°, 39 minutes 18 ſecondes. Il ignoroit le mouvement propre des étoiles, auſſi-bien que toutes les équations & les inégalités de la lune, du ſoleil & des planètes. Il rapportoit à l'équateur la ſituation de tous les aſtres. Ainſi, l'on voit que l'*Aſtronomie* étoit moins avancée à la Chine qu'à Alexandrie, où Hipparque venoit de découvrir la préceſſion des équinoxes.

L'an 206 de J. C., Lieou-Hong & Tſay-Yong parlèrent les premiers des inégalités de la lune qu'ils faiſoient de cinq degrés chinois; ils reconnurent que la longueur de l'année n'étoit pas tout-à-fait de 365 jours ſix heures, mais l'*Aſtronomie* de Ptolemée étoit alors connue dans tout l'orient, & il

Digitized by Google

n'eſt pas poſſible qu'on n'en eut connoiſſance à la Chine.

Les obſervations de Co-Cheou-King faites à Pekin avec un gnomon de 40 piés de hauteur, l'an 1278, ſont de beaucoup poſtérieures à celles que les Arabes avoient faites au tems d'Almamon & d'Albategnius. Enfin l'*Aſtronomie* étoit extrêmement négligée, lorſque les Miſſionnaires Jéſuites y portèrent celle des Européens, qui fut bientôt adoptée par ordre des Empereurs.

Renouvellement de l'Aſtronomie. Depuis l'an 800 juſqu'à l'année 1300, l'Europe étant plongée dans la plus profonde ignorance, il n'y eut de bons ouvrages & de gens habiles que parmi les Arabes. L'Empereur Frédéric II, vers l'an 1230, prépara le renouvellement des ſciences, en ſe déclarant protecteur des ſavans. Il rétablit l'Univerſité de Naples; il fonda celle de Vienne en Autriche en 1237; il donna une nouvelle vigueur aux écoles de Boſogne & de Palerme; il fit traduire de l'arabe pluſieurs anciens livres de Médecine & de Philoſophie, en particulier l'Almageſte de Ptolemée qui fit la première époque du renouvellement de l'*Aſtronomie* en Europe.

Sacro-Boſco, mort en 1256, fut un des premiers qui acquirent de la réputation dans l'*Aſtronomie* : Alphonſe, Roi de Caſtille, fit conſtruire des tables nommées *Alphonſines*, en 1252. Purbachius publia en 1460 ſes Théoriques, ſur leſquelles il y a eu pluſieurs commentaires; il mourut en 1461. Gaſſendi a compoſé la vie de Purbachius, tome V, auſſi bien que Melchior Adam *vitæ germ. philoſop. Heidelbergæ*, 1615, in-8°. Tannſtetter, dans la préface qu'il a miſe dans les tables des éclipſes de cet auteur, & Weidler, page 301, ont donné le catalogue de tous ſes ouvrages. Quoiqu'il fût très-peu obſervateur, l'on trouve cependant quelques obſervations de lui, avec celles de Regiomontanus & de Waltherus, publiées par Schoner.

Mais c'eſt à Regiomontanus que commence la liſte des véritables obſervateurs, & le renouvellement de l'*Aſtronomie*. Ses obſervations & celles de ſon diſciple Waltherus ſont encore aujourd'hui d'un très-grand ſecours aux aſtronomes.

Copernic commença vers l'an 1507 à méditer ſur l'*Aſtronomie*, à faire de nouvelles recherches & de nouvelles tables des mouvemens céleſtes, & il finit en 1543 ſon fameux livre *de revolutionibus orbium cœleſtium*, qui fait époque dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*. *V.* SYSTÈME DE COPERNIC.

Pierre Apian publia en 1540 ſon *Aſtronomicum Cæſareum*; Eraſme Reinhold compoſa en 1551 des tables aſtronomiques, dédiées à Albert de Brandebourg, Duc de Pruſſe, qui étoit ſon bienfaiteur, & intitulées par cette raiſon: *Tabulæ pruteniceæ*; elles étoient faites ſur les obſervations de Copernic & & de Ptolemée; mais elles étoient plus exactes que celles de Copernic, parce que celui-ci, à qui les longueurs des calculs déplaiſoient, avoit mis peu de ſoin dans la conſtruction de ſes tables aſtronomiques; ſouvent même elles ne repréſentent pas exactement les obſervations ſur leſquelles l'auteur les avoit établies. Les tables de Reinhold ſont pour le méridien de Kœnigsberg, capitale du royaume de Pruſſe ſur la mer baltique. Reinhold publia encore pluſieurs ouvrages, & il en préparoit beaucoup d'autres, lorſqu'il mourut en 1553.

Oronce Finé, Gemma Friſius, Leovitius, Jean Fernel, Pierre Cardan, Rheticus, Nonius, Stadius, Mœſtlinus ſe diſtinguèrent auſſi dans le XVIe ſiècle, les uns par des éphémérides, les autres par des tables, des traités ou des inventions d'*Aſtronomie*. Le Landgrave de Heſſe-Caſſel, Guillaume IV, fut le Souverain qui contribua le plus par ſa protection, ſes dépenſes & ſes travaux perſonnels au rétabliſſement de l'*Aſtronomie* depuis 1561 juſqu'en 1592 : il s'appliqua lui-même aux obſervations aſtronomiques; il s'attacha Rothmann & Birgius, le premier qui étoit grand aſtronome, & le ſecond qui excelloit à faire les inſtrumens connus de ſon tems; ſes obſervations ſont les meilleures qui aient été faites avant Tycho : la plupart ont été publiées à Leyde en 1618; on les trouve encore avec le catalogue des étoiles tiré des obſervations de ce Prince dans l'Hiſtoire céleſte de Tycho, publiée en 1666; les autres ſont en manuſcrits; il y en a une copie dans la bibliothèque de l'Academie des Sciences de Paris.

Enfin parut TYCHO-BRAHÉ, le plus grand obſervateur qu'il y ait eu; il fut le premier qui, par l'exactitude & le nombre de ſes obſervations, donna lieu à la perfection de l'*Aſtronomie*; toutes les théories, les tables & les découvertes de Képler ſont fondées ſur ſes obſervations, & leurs noms, à la ſuite d'Hipparque & de Ptolemée, doivent aller à l'immortalité.

Depuis l'an 1582 juſqu'en 1597, Tycho fit à Uranibourg une ſi grande quantité d'obſervations ſur toutes les parties de l'*Aſtronomie*, que non-ſeulement il perfectionna toutes les théories & tous les calculs dont on faiſoit uſage avant lui, mais il donna lieu à Kepler de découvrir ſes fameuſes loix des mouvemens planétaires qui ont conduit Newton à la découverte de l'attraction, & qui par conſéquent ont amené l'*Aſtronomie* au degré de perfection où nous la poſſédons actuellement. Tycho mourut le 24 octobre 1601.

KEPLER, né en 1571, mort en 1631, donna, en 1626, les meilleures tables qu'on eût eu juſqu'alors ſous le nom de *Tables rudolphines*; il découvrit les véritables loix des mouvemens planétaires, & à cet égard on peut le regarder comme le premier de tous les aſtronomes qui aient jamais paru.

Voici maintenant les aſtronomes du XVIIe ſiècle qui ont précédé l'établiſſement des Académies. Jean Bayer publia en 1603 des cartes céleſtes où toutes les étoiles étoient marquées par des lettres grecques dont on ſe ſert encore aujourd'hui. Le P. Clavius, Jéſuite, donna un vaſte traité du calendrier; Pitiſcus publia des tables de ſinus beaucoup plus étendues

étendues qu'on ne les avoit avant lui. Fabricius découvrit la changeante de la Baleine : Magini calcula d'amples éphémérides, ainſi que David Origan. Simon Marius découvrit la nébuleuſe d'Andromède, & diſputa à Galilée la découverte des ſatellites de jupiter. Snellius publia une meſure de la terre en 1617. Nicolas Muler donna, en 1611, de bonnes tables aſtronomiques, intitulées : *tabulæ friſicæ*.

Neper, baron écoſſois, mérite d'être célébré dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, pour l'invention des logarithmes qu'il publia à Edimbourg, en 1614. *V.* LOGARITHMES.

Lansberg ou Lansbergius, né à Gand en 1560, donna en 1632 des tables aſtronomiques dont on s'eſt ſervi long-tems, quoique peu exactes ; il y a pluſieurs ouvrages de lui, qu'on a imprimés, en 1663, à Middelbourg en un vol. *in-fol.* Il mourut en 1632 en Zélande où il étoit miniſtre de la religion proteſtante.

Henri Briggs, profeſſeur de Géométrie à Oxford, commença le calcul des grandes tables de logarithmes dont nous nous ſervons encore. Il mourut le 26 janvier 1630, à l'âge de 74 ans.

Juſtus Byrgius, né en Suiſſe en 1552, travailloit aux obſervations & aux inſtrumens mathématiques à Caſſel, comme nous l'avons dit en parlant du Landgrave de Heſſe. Il avoit beaucoup de talent : on dit qu'il eut avant Neper l'idée des logarithmes, & avant Huygens, celle du pendule dans les horloges. Il mourut en 1633.

Laurent Eichſtadius compoſoit ſes éphémérides à Dantzick en 1634 ; il donna, en 1644, ſes tables aſtronomiques. On a de lui quelques obſervations. Jérémie Horroccius ou Horrockes s'occupoit d'*Aſtronomie* en Angleterre dès 1635 ; il mourut le 3 janvier 1641 à l'âge de 22 ou 23 ans. Le recueil de ſes ouvrages a été imprimé à Londres en 1678, in-4.°, avec des additions de Flamſteed.

Guillaume Crabtrée, drapier de Broughton, près de Manchester dans la province de Lancaſtre, obſerva le paſſage de vénus en 1639 ; il fit beaucoup d'obſervations aſtronomiques, comme on le voit par celles que Wallis fit imprimer avec les œuvres d'Horroccius. Crabtrée mourut, comme ſon ami Horroccius, en 1641. *Voyez Sherburn* dans ſon *Manilius*, où il y a une chronologie des aſtronomes.

Galilée, né à Florence en 1564, mort en 1642, eſt célèbre par la découverte des ſatellites de jupiter, des loix d'accélération, de la libration de la lune, de taches du ſoleil ; il fut un des premiers reſtaurateur de la Phyſique & de l'*Aſtronomie*. Il fit le premier des lunettes d'approche, & s'ouvrit par-là un nouveau ciel ; il mit hors de doute le ſyſtême de Copernic. *Voyez ſon Eloge* par le P. Friſi.

Longomontanus, ou Chriſtian Severini, fils d'un laboureur de Danemarck, naquit en 1562 ; il vécut pendant huit ans chez Tycho ; il lui ſervoit beaucoup pour ſes obſervations & ſes calculs. Il mourut à Copenhague en 1647. Nous avons de lui des tables, & l'*Aſtronomia danica*, qui eſt un très-bon ouvrage. *Voyez Bartholinus de Scriptis Danorum* ; le *Dictionnaire de Bayle*, au mot LONGOMONTANUS ; *M. Lenoble, au tome II d'Uranie ou des Tableaux des Philoſophes.* Longomontanus eſt appellé mal-à-propos Chriſtophe dans Voſſius, dans Moreri, dans le Catalogue d'Oxfort, & dans le *Diarium* de Witte.

Chriſtophe Scheiner, jéſuite, né dans la Souabe en 1575, mort à Neiſſ en 1650 ; nous en parlerons à l'occaſion des taches du ſoleil, qu'il découvrit, ou du moins qu'il obſerva le premier d'une manière complette.

Denis Petau, jéſuite, un des plus habiles chronologiſtes qu'il y ait eu, & l'un des plus grands calculateurs en matière d'*Aſtronomie* ancienne ; il étoit encore hiſtorien, poëte, orateur, & critique plein de ſagacité : il naquit à Orléans en 1583, & mourut à Paris en 1652. Son grand ouvrage *de Doctrina temporum*, & ſur-tout le troiſième volume, intitulé *Uranologion*, renferme beaucoup de choſes importantes en *Aſtronomie*.

Pierre Gaſſendi, né en 1592 près de Digne, mourut à Paris en 1655. *Voyez* le Mémoire de M. l'abbé Goujet ſur le Collége royal, *tom. II, pag. 157, in-12.* Dans le recueil de ſes ouvrages en cinq volumes *in-folio*, il y a beaucoup d'obſervations & de diſſertations aſtronomiques.

Jean-Baptiſte Morin, né à Villefranche en Beaujolois, le 23 février 1583, fut profeſſeur de Mathématique au Collège royal de France ; il devint célèbre par ſon livre ſur la ſcience des longitudes, dont la première partie parut en 1634. Nous avons de lui beaucoup de bons ouvrages ; il mourut en 1656. *Voyez* le Mém. hiſtorique ſur le Collége royal, par M. l'abbé Goujet, *tom. II, p. 137, édit. in-12.*

Thomas Street, publia en 1661 à Londres, des tables caroline, dont les aſtronomes ont fait long-tems uſage, & qui ont été réimprimées en 1705 & en 1710 ; ce fut Halley lui-même qui prit ſoin de l'édition de 1710.

Cornelius, marquis de Malvaſia, compoſa ſes éphémérides à Bologne en 1672. Domin. Caſſini obſervoit avec lui, & il fut un des plus illuſtres amateurs de cette ſcience ; il étoit ſénateur de Bologne, & général des troupes du duc de Modène.

Adrien Auzout obſervoit à Paris en 1666 & 1668. Ses obſervations ſont dans l'hiſtoire céleſte de M. le Monnier ; il eſt regardé comme l'inventeur du *Micromètre* à curſeur ou à fil mobile, & il a partagé avec M. Picard le mérite d'avoir fit appliquer les lunettes au quart de cercle, invention que M. de l'Iſle attribue à Roberval : Auzout mourut en 1691.

Staniſlas Lubienietzki, gentilhomme polonois, fut l'auteur du grand ouvrage, intitulé : *Theatrum Come-*

ticum, en deux volumes *in-folio*. Amſt. 1667, réimprimé à Leyde en 1681, & il fut empoiſonné en 1675. *Voyez* le Dictionnaire de Bayle.

Gabriel Mouton, né à Lyon, étoit docteur en Théologie, & maître de chœur à l'égliſe collégiale de Saint-Paul de la même ville; il publia en 1670 un ouvrage, intitulé : *Obſervationes diametrorum*, où il y a des obſervations, des tables, des remarques très-intéreſſantes. L'auteur avoit beaucoup de talent pour l'*Aſtronomie*; ce fut lui qui calcula les logarithmes des ſinus & des tangentes, de ſecondes en ſecondes, avec onze chiffres pour les quatre premiers degrés: le manuſcrit eſt à la bibliothèque de l'Académie; M. Maraldi & M. Guerin en ont des copies : le P. Pezenas, à qui je l'avois communiqué, l'a fait imprimer, du moins les huit premiers chiffres dans ſon édition des logarithmes, à Avignon. Mouton propoſa le premier l'uſage d'une meſure fixe, & l'uſage des interpolations aſtronomiques par les ſecondes & troiſièmes différences. *Voyez* INTERPOLATION.

Jean-Baptiſte Riccioli, jéſuite, étoit né à Ferrare en 1598 : nous citerons ſouvent ſon *Almageſte*, ſon *Aſtronomie réformée*, ſa *Géographie réformée*, qui ſont les ouvrages les plus utiles aux aſtronomes, non-ſeulement comme de vaſtes collections, mais comme des traités complets pour leur tems; il mourut en 1671 : le P. Grimaldi travailloit avec lui, & il le cite ſouvent dans ſes ouvrages.

Nicolas Mercator étoit né dans le Holſtein, province de Danemarck; il donna une coſmographie, en 1651, des inſtitutions aſtronomiques en 1676 : ſa logarithmotechnie en 1678, & quelques pièces dans les *Tranſactions philoſophiques*, *n.° 13 & 57*. *Voyez* le nouveau Dictionnaire hiſtorique & critique pour ſervir de ſupplément ou de continuation au Dictionnaire de Bayle, par Jacques-George de Chaufepied, à Amſterdam, 1750, 1756, quatre vol. *in-folio*.

Jean Hévélius (Hevelke), naquit à Dantzick le 28 janvier 1611; il mourut le 28 janvier 1687. Ses obſervations, faites depuis 1641 juſqu'à 1678, ſont un immenſe tréſor pour l'*Aſtronomie*, d'après lequel on calcule encore les mouvemens des planètes: mais ce ne fut pas le ſeul mérite d'Hévélius; il perfectionna l'art des inſtrumens d'*Aſtronomie*, & il fit pour ſes progrès des dépenſes ſi conſidérables, qu'elles étoient dignes d'exciter l'émulation des ſouverains.

L'Académie des Sciences de Paris, établie en 1666, forme une des époques les plus mémorables dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, comme dans celle des autres ſciences qu'elle embraſſe. Toute les parties de l'*Aſtronomie* ont été découvertes ou perfectionnées dans le ſein de cette compagnie, comme on peut le voir dans le recueil des mémoires faits avant 1699, en onze volumes, dans l'hiſtoire de l'Académie, par Duhamel, & l'hiſtoire céleſte, par M. le Monnier, publiée en 1741. ce dernier ouvrage eſt un recueil des anciennes obſervations de l'Académie. *Voyez* auſſi l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, par Weidler, *pag. 518 & ſuiv.* Parmi les découvertes eſſentielles de l'*Aſtronomie*, qui y ont été faites, nous devons compter les ſatellites de ſaturne, la grandeur & la figure de la terre, l'application du pendule aux horloges, celle des lunettes aux quarts de cercle, faite en 1668, & celle des micromètres aux lunettes, la propagation ſucceſſive de la lumière, &c. Les principaux points de l'*Aſtronomie* y furent tous diſcutés & établis, ſpécialement la théorie du ſoleil & de la lune, leurs inégalités, leurs diamètres, leurs parallaxes, les réfractions, l'obliquité de l'écliptique, les inégalités des ſatellites de jupiter.

La ſociété royale de Londres fut formée vers le même tems, & comme l'Académie des ſciences, par des aſſemblées de curieux & de ſavans, qui ſe réunirent à Oxford & à Londres. Les plus célèbres étoient Boyle, Ward, Wallis, Wilkins, Petty, Willis, Goddard, Mathieu Wren, Chriſtophe Wren. Wallis fait remonter l'établiſſement de cette ſociété à l'an 1645, dans la préface de *Peter Langtoft's chronicle*, édition de Thomas Hearne. M. Birch dit que Théodore Haak, qui étoit du Palatinat, donna le premier l'idée de ces aſſemblées philoſophiques. *Voyez* l'hiſtoire de la ſociété royale, par Thomas Sprat, *in-8.°*, édition françoiſe de 1669, *page 72*, & ſur-tout le grand ouvrage, intitulé : *The hiſtory of the royal ſociety of London, for improving of natural knowledge, from its firſt riſe; By Thomas Birch, D. D. ſecretary to the royal ſociety*, 1756 & 1757, 4 vol. *in-4.°* Cette hiſtoire ne va que juſqu'en 1687, & il n'y a point de table de matières; mais on y trouve beaucoup d'anecdotes curieuſes pour l'hiſtoire des ſciences, & un détail jour par jour de tout ce qui ſe paſſa dans les aſſemblées de la ſociété royale, depuis le 28 novembre 1660, tems où l'on convint de tenir des ſéances réglées au collége de Greſham, dans l'appartement de Rooke, & de former un corps d'académie, *according to the manner in other countries*, comme on le faiſoit dans d'autres pays; en effet, l'établiſſement des académies en France, qui datoit de 1323, époque des jeux floraux de Toulouſe, avoit eu lieu à Paris même, pour les ſciences, & le chancelier Bacon parle de ces aſſemblées d'une manière brillante, dans un paſſage remarquable, dont j'ai donné la traduction dans le mercure de janvier 1759. L'ouvrage eſt intitulé : *Franciſci Baconi de Verulamio, ſcripta in naturali & univerſali philoſophia. Amſtel. 1653, p. 318.*

Les aſtronomes de Paris étoient Gaſſendi, Auzout, Roberval; ceux d'Angleterre étoient Rook, Hooke, Wren, Ward : mais l'Académie des ſciences fit bientôt l'acquiſition de Picard,

Digitized by Google

Caſſini, Huygens; & la Société royale eut bientôt Flamſteed & Neuton.

Chriſtian Huygens, de Zuylichem en Hollande, fils d'un conſeiller du prince d'Orange, naquit en 1619; le premier ouvrage par lequel il acquit de la célébrité, fut le *Syſtema Saturnium*, 1659, où il expliqua les apparences ſingulières de l'anneau de ſaturne, ſur leſquelles Galilée & Hévélius s'étoient totalement abuſés; il annonça dans le même ouvrage la découverte d'un ſatellite de ſaturne, qu'il avoit découvert en 1655.

L'application du pendule aux horloges, qu'il avoit annoncée dès l'année 1658, fut détaillée en 1673 dans l'ouvrage, intitulé: *Horlogium oſcillatorium*. Il mourut en Hollande le 8 juillet 1695.

Jean-Dominique Caſſini, naquit à Perinaldo, dans le comté de Nice, le 8 juin 1625. Il fut un de ces hommes rares, qui ſemblent formés par la nature pour donner aux ſciences une nouvelle face: l'*Aſtronomie*, accrue & perfectionnée dans toutes ſes parties par les découvertes de Caſſini, éprouva entre ſes mains une des plus étonnantes révolutions. A l'âge de 25 ans, il fut fait profeſſeur de Mathématiques à Bologne; il traça la méridienne de S. Petrone, qui devint le plus grand & le meilleur inſtrument d'*Aſtronomie*; il obſerva les comètes de 1664 & 1665, ſur leſquelles il compoſa des ouvrages; il obſerva la rotation de jupiter & celle de mars; il donna des tables des ſatellites de jupiter en 1666: il fut appellé à Paris en 1669; là il détermina la parallaxe du ſoleil; il obſerva la comète de 1680, ſur laquelle il compoſa un traité; il découvrit la lumière zodiacale en 1683, & quatre ſatellites de ſaturne en 1684: le roi fit frapper une médaille à cette occaſion. En 1700, il continua de tracer dans les provinces méridionales de la France la grande méridienne, qui avoit été commencée par Picard; il obſerva la libration de la lune; enfin, après un grand nombre d'autres ouvrages, devenu aveugle, ainſi que Galilée, il mourut comblé de gloire le 14 Septembre 1712, laiſſant pour ſucceſſeur Jean-Jacques Caſſini ſon fils, que l'Académie a perdu en 1756, mais dont le fils & petit-fils continuent à enrichir l'*Aſtronomie* par leurs travaux.

Jean Picard, né à la Flèche en Anjou, l'un des plus anciens & des plus célèbres aſtronomes qu'ait eu l'Académie des ſciences dans le tems de ſon établiſſement, obſervoit déjà à Paris dès 1645 avec Gaſſendi. Il entreprit en 1669 la meſure de la terre; il fut envoyé en 1671 à Uranibourg, où avoit obſervé Tycho-Brahé, pour en déterminer plus exactement la longitude & la latitude, afin de pouvoir comparer ſans aucune erreur les obſervations de Paris avec celles de l'île d'Huenne.

Picard employa le premier des lunettes ſur les quarts de cercle: Morin avoit eu cette idée dès 1640; il s'établit en 1673 à l'obſervatoire royal. Le roi y étant venu le premier mai 1682, fut charmé de l'activité, du zèle & des progrès des aſtronomes qui y obſervoient. Il envoya ſes ordres pour la continuation de la méridienne de France; mais Picard, qui devoit y travailloit, mourut le 12 octobre 1682.

Jean Flamſteed a été le plus célèbre obſervateur d'Angleterre. L'hiſtoire céleſte qu'il nous a laiſſée en trois volumes *in-folio*, contient un recueil prodigieux d'obſervations faites pendant 33 ans, avec un catalogue fameux de près de trois mille étoiles. Il naquit à Derby le 19 août 1646. Dès l'an 1670, on voit de lui des calculs aſtronomiques dans les Tranſactions philoſophiques. Dans les œuvres d'Horoccius, publiées en 1672, on trouve des obſervations & des tables du ſoleil qu'il avoit faites. En 1676, il entra en poſſeſſion de l'obſervatoire royal, que Charles II, par les ſoins du chevalier Moor, venoit de faire conſtruire à Greenwich, près de Londres: c'eſt-là qu'il exécuta le grand Catalogue dont nous avons parlé, ouvrage immortel, que les aſtronomes ont entre les mains, & que je viens de faire réimprimer dans mon huitième volume des éphémérides: c'eſt ſur les obſervations de Flamſteed que ſont fondées les tables de Halley. Flamſteed mourut le 31 octobre 1719.

Iſaac Neuton, naquit le 25 décembre 1642: le nom ſeul de ce génie étonnant tient lieu d'éloges. La découverte de l'attraction ſuffit pour le rendre immortel dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*. Il mourut le 10 mars 1727: ſon éloge eſt dans l'hiſtoire de l'Académie pour la même année.

Nous allons rappeller auſſi en abrégé les aſtronomes, qui, ayant eu moins de célébrité, ont cependant contribué ſenſiblement aux progrès de l'*Aſtronomie*. Le recueil des *Tranſactions philoſophiques* de la ſociété royale de Londres, compoſé des mémoires de cette illuſtre Académie, ne commença qu'en 1665, comme le journal des ſavans de Paris, qui parut le 5 janvier 1665, & dont l'auteur étoit M. de Sallo, conſeiller au Parlement. *Voyez* le Journal des Savans de janvier 1764. On rendit compte des Tranſactions philoſophiques dans le journal du 30 mars. Ces deux ouvrages ſe reſſembloient un peu, & formèrent dès-lors un commerce réciproque des ſavans de Paris & de Londres avec ceux du reſte de l'Europe.

Laurent Rook, premier profeſſeur d'*Aſtronomie*, & enſuite de Géométrie au collége de Greſham à Londres, fut un des premiers qui obſervèrent exactement les immerſions & les émerſions des ſatellites de jupiter; il contribua beaucoup à l'établiſſement de la Société royale de Londres, & mourut le 27 juin 1662 à l'âge de 40 ans. Son épitaphe, faite par l'évêque Seth-Ward, eſt imprimée dans le catalogue de Sherburn à la tête de ſon *Manilius* anglois.

Iſmaël Bouilliaud, né à Loudun en 1605, fit

beaucoup d'obſervations aſtronomiques : le manuſcrit eſt dans la bibliothèque du roi ; il y en a une copie au dépôt de la marine. Son *Aſtronomie philolaïque* eſt un des meilleurs livres que l'on ait fait pour déterminer les orbites de toutes les planètes : on y trouve de bonnes tables aſtronomiques. Boulliaud mourut à Paris en 1694.

Parmi les obſervations de Boulliaud, on en trouve d'un jardinier de Vizille en Dauphiné, nommé Feronce : cela rappelle les noms de pluſieurs payſans qui ſe ſont fait remarquer dans l'*Aſtronomie*.

Pierre Anich, dont le P. Hell a parlé dans ſes éphémérides pour 1767. Chrét. Gartner, marchand de fer à Dolkewitz, qui découvrit les petites comètes de l'automne 1757 & de l'été 1758. Jean-George Palitzſch, payſan à Prohlis, entre Dreſde & Pirna, qui découvrit le premier la fameuſe comète de 1759 ; il eſt très-inſtruit, & cependant il ne néglige point ſon métier. Bernoulli, *Nouv. litt. 5. 51*.

Robert Hooke, né en 1635, fut un des plus ſavans hommes de l'Angleterre ; il fut, pour ainſi dire, l'occaſion de la découverte de l'attraction & de celle de l'aberration ; il découvrit une tache dans jupiter en 1664. *Philoſ. tranſ. n.° 1*. Il fit beaucoup d'ouvrages aſtronomiques ; il mourut à Londres le 3 mars 1702.

David Gregori, étoit neveu de Jacques Gregori, mathématicien célèbre ; il fut fait, en 1691, profeſſeur d'*Aſtronomie* à Oxford. En 1702, il publia ſes *Elémens d'Aſtronomie, in-folio*, qui ont eu de la réputation, & qu'on a réimprimés à Genève en 1726, *in-4.°* L'auteur étoit mort dès l'an 1708.

Guillaume Whiſton publia ſa Théorie de la Terre en 1696, ſes Leçons d'Aſtronomie a Cambridge en 1707, & quelques autres ouvrages très-bien faits, où il y a des diſſertations intéreſſantes.

Matthieu de Chazelles, né à Lyon le 25 Juillet 1657, fit à Marſeille & dans ſes voyages du Levant, beaucoup d'obſervations importantes. Il mourut le 16 Janvier 1710. Son éloge eſt dans l'hiſtoire de l'Académie des Sciences pour la même année. La collection de ſes obſervations eſt dans les manuſcrits de M. de l'Iſle, de même que celles du P. Feuillée, minime, qui fit pluſieurs voyages pour la Géographie, celles du P. Sigalloux, qui lui ſuccéda, & celles du P. Laval, jéſuite, faites à Marſeille, à Toulon, & dans des voyages ſemblables à ceux de M. de Chazelles.

Godefroi Kirch, né en 1640, à Guben dans la baſſe Luſace, avoit demeuré chez Hévélius. Il publia des Ephémérides en 1681. Il s'établit à Berlin en 1700 ; il y fit un grand nombre d'obſervations, & il mourut le 25 Juillet 1710, à l'âge de 71 ans. Ses obſervations ſont raſſemblées dans les manuſcrits de M. de l'Iſle, de même que celles de MM. Wagner, Hoffman, Eimmart, Wurtzelbau, Roſl, Zumbach de Koesfeld, &c.

Olaus Romer, ou Roemer, né en 1644 en Danemarck, vint en France en 1672, avec Picard : ce fut lui qui découvrit la propagation ſucceſſive de la lumière en 1675. Il retourna, en 1681, à Copenhague, où il fit diverſes obſervations. Il mourut le 19 Septembre 1710. L'incendie du 20 Octobre 1728, qui arriva à Copenhague, a conſumé ce qui reſtoit de ſes manuſcrits. M. Horrebow a publié une partie de ſes obſervations.

Philippe de la Hire, né à Paris le 18 Mars 1640, publia ſes premières Tables Aſtronomiques en 1687 ; il fit un très-grand nombre d'obſervations, de tables, de recherches aſtronomiques. Il y a eu deux de ſes fils dans l'Académie des Sciences. Il mourut à Paris le 21 Avril 1718. *Voy.* ſon éloge dans l'hiſtoire de l'Académie. Ses obſervations depuis 1685 juſqu'en 1718, ſont dans les manuſcrits de M. de l'Iſle, qui avoit eu communication de tous ſes papiers.

François Bianchini, né à Vérone le 13 Décembre 1662, mort à Rome le 2 Mars 1729, fit beaucoup d'obſervations, principalement ſur la rotation de Vénus, *heſperi & phoſphori nova phænomena*, 1728. Il eſt appellé *Blanchinus* dans tous ſes ouvrages Latins ; mais en Italien, l'on dit *Bianchini*. Ses obſervations ont paru à Vérone en 1737, *in-folio*.

Jacques-Philippe Maraldi, né à Perinaldo dans le Comté de Nice, le 21 Août 1665, eſt mort à Paris le premier Décembre 1729 ; il avoit attiré auprès de lui, en 1728, M. Jean-Dominique Maraldi ſon neveu, aujourd'hui de l'Académie des Sciences, retiré à Perinaldo. *Hiſtoire de l'Acad.* 1729. Ils ont perfectionné l'un & l'autre, la théorie, des ſatellites de Jupiter, & pluſieurs autres branches de l'Aſtronomie.

Eugène de Lonville, né le 14 Juillet 1671, obſervoit à Paris dès l'année 1704 ; il mourut à Carré près d'Orléans, le 10 Octobre 1732. Il y a une copie de toutes ſes obſervations dans les manuſcrits de M. de l'Iſle au dépôt de la Marine. Il travailla principalement ſur l'obliquité de l'écliptique. Ce fut lui qui le premier appliqua le micrometre au quart de cercle, invention très-utile.

Euſtache Manfredi, né à Bologne le 20 Septembre 1674, mort le 15 Février 1739. (Voyez *l'Hiſtoire de l'Académie*, 1739.)

Chriſtfried Kirch, né en 1694, a fait de très-bonnes obſervations à Dantzick, & enſuite à Berlin où il vivoit, & calculoit des éphémérides avec ſes trois ſœurs ; il publia, en 1740, des obſervations choiſies. Il mourut le 9 Mars 1740. Voyez *Miſcellanea Berolinenſia*.

Parmi les aſtronomes morts depuis quelques années, & qui ont contribué aux progrès de l'Aſtronomie, on compte ſur-tout Halley, & Bradley célèbre par la découverte de l'aberration & de la nutation ; la Caille, qui a travaillé lui ſeul autant que tous les autres aſtronomes de ſon temps pris enſemble ; Joſeph-Nicolas de l'Iſle, frère du célèbre géographe de ce nom ; Bouguer, connu par un

Digitized by Google

très-beau traité de la figure de la terre; enfin Tobie Mayer, mort en 1762, à l'âge de 39 ans, à qui nous devons les meilleures tables de la lune que l'on ait faites.

Après avoir fait en abrégé l'hiſtoire de l'Aſtronomie, je vais indiquer l'ordre que l'on doit ſuivre pour l'étudier, en obſervant de mettre en lettres CAPITALES *les mots qu'il faudra chercher dans ce Dictionnaire, pour ſuivre une méthode régulière & facile.*

LA MÉTHODE la plus naturelle pour traiter de l'*Aſtronomie* & pour l'étudier, conſiſte à ſuivre l'ordre des phénomènes qu'on obſerve, & des conſéquences que l'on peut en tirer. Le premier de tous les phénomènes céleſtes, le plus ſimple de tous, le plus frappant & le plus facile à obſerver, eſt le MOUVEMENT DIURNE, c'eſt-à-dire, celui que paroit avoir tout le ciel; il s'achève dans l'eſpace d'environ 24 h. Nous voyons chaque jour le ſoleil ſe lever & ſe coucher: ſi nous faiſons attention aux aſtres qui ne paroiſſent que la nuit, nous les verrons de même, pour la plupart, ſe lever & ſe coucher tous les jours, c'eſt-à-dire, paroître ſur l'horizon du côté de l'orient, & ſe cacher ſous l'horizon du côté de l'occident.

En conſidérant d'une manière plus attentive & plus ſuivie ce mouvement général des aſtres, pendant l'eſpace d'une nuit ou de pluſieurs, on remarque bientôt que chaque étoile décrit un cercle dans l'eſpace d'environ 24 h. Les étoiles qui ſont plus au nord décrivent de plus petits cercles que les autres; & l'on voit tous ces cercles décrits par différentes étoiles, diminuer de plus en plus, aller enfin ſe perdre & ſe confondre en un point élevé de la rondeur du ciel, que nous appellons le *Pôle du monde*. Celui que nous voyons en Europe eſt le pôle boréal, ſeptentrional ou arctique. Ainſi, pour ſe former une idée de l'*Aſtronomie*, il faut d'abord apprendre à connoître le pôle du monde, c'eſt-à-dire, l'endroit du ciel étoilé vers lequel il ſe trouve placé. On remarque dans le ciel une étoile qui en eſt fort proche, & qu'on nomme pour cette raiſon l'ÉTOILE POLAIRE. On reconnoit cette étoile par le moyen de la conſtellation de la grande ourſe appellée communément le *chariot de David* (*planches d'Aſtron. fig.* 2.), dont les deux dernières étoiles indiquent une direction qui tend à l'étoile polaire, & cette ſeule conſtellation peut nous faire connoître toutes les autres. *Voy.* CONSTELLATION.

Lorſqu'on a reconnu le pôle du monde autour duquel ſe fait le mouvement diurne, il eſt naturel de concevoir le pôle qui lui eſt oppoſé, c'eſt-à-dire, le pôle auſtral & antarctique, & l'ÉQUATEUR qui eſt un cercle placé à égales diſtances des deux pôles. On rapporte à l'équateur les ſituations des différentes étoiles par ASCENSIONS DROITES & par DÉCLINAISONS, & l'on a un nouveau moyen de diſtinguer & de reconnoître en tout temps les différentes conſtellations.

Parmi les aſtres dont on avoit obſervé le *mouvement diurne*, on apperçut bientôt qu'il y en avoit dont la ſituation n'étoit pas toujours la même, & qui changeoient de place par rapport aux autres; on les appella PLANÈTES, & c'eſt l'obſervation de leurs mouvemens, comme de ceux du ſoleil & de la lune, qui a fait le premier objet de curioſité & de difficulté dans l'*Aſtronomie*.

Le plus ſimple & le plus ſenſible de tous ces mouvemens propres, celui qui dut frapper le plus tous les yeux, fut le mouvement de la lune qui s'achève en un mois.

Après le mouvement propre de la lune, le plus remarquable eſt le MOUVEMENT ANNUEL du ſoleil: ſi l'on remarque le ſoir du côté de l'occident quelque étoile fixe après le coucher du ſoleil, & qu'on la conſidère attentivement pluſieurs jours de ſuite à la même heure, on la verra de jour en jour plus près du ſoleil, en ſorte qu'elle diſparoîtra & ſera effacée par les rayons du ſoleil dont elle étoit aſſez loin quelques jours auparavant. Il ſera aiſé en même-temps de reconnoître que c'eſt le ſoleil qui s'eſt approché de l'étoile, & que ce n'eſt pas l'étoile qui s'eſt approchée du ſoleil. En effet, on verra que tous les jours les étoiles ſe lèvent & ſe couchent aux mêmes points de l'horizon vis-à-vis des mêmes objets terreſtres, qu'elles ſont toujours aux mêmes diſtances les unes des autres, tandis que le ſoleil change continuellement les points de ſon lever & de ſon coucher, & ſa diſtance aux étoiles: on verra d'ailleurs chaque étoile ſe lever tous les jours environ 4 minutes plutôt que le jour précédent relativement au ſoleil; on ne doutera pas que le ſoleil ſeul n'ait changé de place par rapport à l'étoile, & ne ſe ſoit rapproché d'elle. Cette obſervation peut ſe faire en tout temps; mais il faut prendre garde à ne pas confondre une étoile fixe avec une planète; nous apprendrons ci-après à les diſtinguer.

Le premier phénomène que préſente le mouvement propre du ſoleil, eſt donc celui-ci. Le ſoleil ſe rapproche de jour en jour des étoiles qui ſont plus orientales que lui, c'eſt-à-dire qu'il s'avance chaque jour vers l'orient; ainſi, le mouvement propre du ſoleil ſe fait d'occident en orient: tous les jours il eſt d'environ un degré, & au bout de 365 jours, on revoit l'étoile vers le couchant à la même heure & au même endroit où elle paroiſſoit l'année précédente à pareil jour, c'eſt-à-dire, que le ſoleil eſt venu ſe placer au même point par rapport à l'étoile; ainſi, le ſoleil a fait une révolution: c'eſt ce que nous appellons le mouvement annuel. En l'obſervant pendant pluſieurs années, on a reconnu que la durée de chacun de ces retours du ſoleil, par rapport à une étoile, étoit de 365 jours, 6 h 9′ 11″; c'eſt ce qu'on appelle l'*année ſydérale*.

Après avoir conſidéré attentivement les étoiles, on reconnut bientôt qu'il y avoit cinq aſtres preſque ſemblables aux étoiles, mais qui changeoient

Digitized by Google

de poſition par rapport aux autres, & ce ſont les PLANÈTES. On en remarqua une dont le changement eſt très-lent, & qui, pour faire le tour du ciel & répondre ſucceſſivement aux différentes étoiles fixes, emploie 29 ans 177 jours; c'eſt ſaturne: une autre qui faiſoit la même révolution dans l'eſpace d'environ 12 ans, c'eſt jupiter; une troiſième qui parcouroit toute la circonférence du ciel en un an & 322 jours, c'eſt mars. La quatrième, qui paroiſſoit la plus brillante de toutes, & que nous appellons *vénus*, accompagne le ſoleil qu'elle précède quelquefois le matin, ou qu'elle ſuit après ſon coucher; elle revient à-peu-près à la même poſition dans l'eſpace de 584 jours. Cette circonſtance peut la faire reconnoître au défaut de ſa révolution, qu'on ne peut ſuivre, par rapport aux étoiles fixes, comme celles des trois précédentes: enfin la cinquième planète, & la plus difficile à voir, parce qu'elle ſuit toujours le ſoleil de très-près, eſt mercure, que nous voyons revenir à la même poſition par rapport au ſoleil, dans l'eſpace de 116 jours.

Après avoir ainſi reconnu les planètes, on vit que la trace de leur mouvement s'écartoit peu de celle du ſoleil, & l'on voulut rapporter tout à celle-ci qu'on appella l'ÉCLIPTIQUE, & dont l'obliquité, par rapport à l'équateur, eſt de 23ᵈ 28′. On rapporte à l'écliptique les poſitions des aſtres par le moyen des LONGITUDES & des LATITUDES; celles-ci s'obſervent par le moyen des aſcenſions & des déclinaiſons qui ſuppoſent la détermination des équinoxes & l'obſervation de la HAUTEUR DU PULE.

La néceſſité de rapporter les aſtres à l'équateur, à l'écliptique, à l'horizon & au méridien, a fait imaginer la trigonométrie ſphérique, par le moyen de laquelle on aſſigne les mouvements & les poſitions des aſtres dans tous les ſens, lorſqu'on en a déterminé les circonſtances dans deux directions différentes.

Les révolutions des planètes étant inégales, on a cherché à reconnoître leurs ÉQUATIONS ou inégalités, leurs EXCENTRICITÉS, leurs APHÉLIES. Les plans des orbites étant tous différens les uns des autres, il a été néceſſaire de déterminer leurs INCLINAISONS & leurs NŒUDS. Les loix de Kepler ont fait connoître les rapports des révolutions avec les diſtances & la règle des principales inégalités des planètes, des ſatellites & des comètes; elles ont conduit à la découverte de l'ATTRACTION, & celle-ci a fait trouver les petites inégalités qui avoient échappé à l'obſervation.

Les diſtances abſolues des planètes, par rapport à nous, étoient une des plus grandes difficultés de l'Aſtronomie: on eſt parvenu à les découvrir par le moyen des PARALLAXES, & celles-ci ont fait connoître plus exactement les circonſtances des ÉCLIPSES de ſoleil qui étoient les plus difficiles à calculer. Indépendamment des révolutions des planètes, on obſerve auſſi leurs ROTATIONS & la figure de leurs taches ou de leurs bandes, qui conduiſent à la détermination de leurs équateurs ou de leurs axes de rotation.

Les obſervations qui ont ſervi à toutes ces découvertes, ſe font par le moyen d'un grand nombre d'inſtruments, tels ſont les LUNETTES, QUARTS DE CERCLES, MICROMÈTRES, HÉLIOMÈTRES, LUNETTES MÉRIDIENNES, LUNETTES PARALLATIQUES, HORLOGES à pendules, *&c.* Les obſervations ſe font principalement par le moyen des HAUTEURS, des diſtances entre différens aſtres, de leurs PASSAGES au méridien, de leurs conjonctions, de leurs OPPOSITIONS. Les obſervations exigent des corrections à raiſon de la RÉFRACTION qui change les hauteurs, les levers & les couchers des aſtres, de même que la parallaxe.

Enfin les uſages & les applications de cette ſcience ſe trouvent dans la prédiction des éclipſes, dans l'obſervation des LONGITUDES EN MER, dans la Géographie, la chronologie, le calendrier, la gnomonique; c'eſt en conſultant tous les articles que nous venons d'indiquer, qu'on parviendra à trouver dans ce *Dictionnaire*, malgré les inconvéniens de l'ordre alphabétique, un cours complet d'*Aſtronomie*.

Nous ne pouvons mieux terminer cet article que par un catalogue des meilleurs livres d'*Aſtronomie*.

On en trouvera un recueil immenſe dans l'ouvrage qui a pour titre: *Joannis Friderici Weidleri Bibliographia aſtronomica, temporis, quo libri vel compoſiti vel editi ſunt ordine ſervato. Wittenbergæ 1755, 126 pag. in-8.* Cette bibliographie eſt comme la ſuite d'un excellent ouvrage du même auteur, intitulé: *Joannis Friderici Weidleri Hiſtoria Aſtronomiæ, ſive de ortu & progreſſu Aſtronomiæ, Wittembergæ 1741, 624 pages in-4.°*, dans laquelle on trouvera de très-grands détails ſur tous les aſtronomes connus par quelqu'ouvrage que ce puiſſe être. Nous ne mettrons dans notre catalogue que les livres modernes que tout le monde peut avoir à Paris. Les ouvrages de Ptolemée, de Tycho, de Kepler, d'Hévélius, de Riccioli, Boulliaud *&c.*, devroient être à la tête du catalogue; mais ils ſont ſi rares, qu'il ſeroit inutile de les indiquer à ceux qui veulent actuellement ſe former une bibliothèque; d'ailleurs nous aurons occaſion de les citer preſque tous.

Je commencerai par avertir ici que la collection des *Mémoires de l'Académie des Sciences* de Paris renferme le plus riche tréſor que nous ayons en *Aſtronomie*: toutes les parties de cette vaſte ſcience y ſont traitées dans le plus grand détail & de la manière la plus complette. Il y en a actuellement 81 volumes *in-4.°* depuis 1699 inclusivement, juſqu'au volume de 1779, publié en 1782. Il y a auſſi onze volumes de *Mémoires* faits avant 1699, neuf volumes de pièces qui ont remporté les prix propoſés par l'Académie, & neuf des *Mémoires préſentés par des ſavans étrangers*. Les *Tranſactions*

Digitized by Google

philoſophiques de la ſociété royale de Londres, depuis 1665 juſqu'à préſent, renferment auſſi une riche collection de *Mémoires d'Aſtronomie*. Les *Mémoires de l'Académie* de Berlin, depuis 1747, contiennent encore beaucoup d'excellentes choſes ſur l'*Aſtronomie* phyſique; les *Mémoires* de Péterſbourg, de Bologne, & de pluſieurs autres Académies, méritent auſſi d'être cités avec éloge.

Il y a quelques ouvrages élémentaires d'*Aſtronomie* en Angleterre, qui ſont très-bons, tels que ceux de Street, Mercator, Whiſton, Keill, Long, Ferguſon, Leadbetter, Dunthorn, Hodgſon, Coſſard, &c. Nous n'en dirons rien, parce que nous écrivons ſur-tout pour les lecteurs françois, & parce qu'ils ne contiennent guère autre choſe que ce qui eſt contenu dans ceux qui ſont imprimés à Paris. Nous ne citerons les livres étrangers que lorſqu'ils ſeront abſolument néceſſaires à un aſtronome, tels que les ouvrages de Flamſteed & l'*optique* de Smith, dont il y a deux éditions françoiſes imprimées à Avignon & à Breſt en 1767, avec les tables des logarithmes de Gardiner.

Traités généraux d'Aſtronomie.

Hiſtoire de l'Aſtronomie, par M. Bailly 1775—1782, 4 vol. *in*-4.°, chez les freres de Bure. *Gregori Aſtronomiæ Elementa*, 2 vol. *in*-4.°. *Wolfii Elementa matheſeos. Elémens d'Aſtronomie*, par M. Caſſini, avec les *tables aſtronomiques* du même auteur. Paris, 1740, 2 vol. *in*-4.° de l'imprimerie royale: ce livre contient ſur-tout la détermination des orbites planétaires.

Inſtitutions aſtronomiques, par M. le Monnier, *in*-4.° 1746, chez la veuve Deſaint, rue du Foin. C'eſt une traduction du livre de Keill, augmentée conſidérablement; on y trouve les tables de la lune de Flamſteed.

Leçons élémentaires d'Aſtronomie géométrique & Phyſique, par M. de la Caille, 1780, *in*-8.°, chez la veuve Deſaint. C'eſt un excellent abrégé de toute l'*Aſtronomie*.

Tables aſtronomiques de M. Halley *pour le ſoleil, la lune les planètes & les comètes, augmentées de pluſieurs tables nouvelles pour les ſatellites, les étoiles fixes*, Chappe & de la Lande 1759, *in*-8.°. chez Bailly, rue Saint-Honoré.

Aſtronomie, diviſée en vingt-quatre livres, de la Lande, 2 vol. *in*-4.°, 1764, ſeconde édition en 3 vol., 1771; le quatrième a paru en 1781, chez la veuve Deſaint, rue du Foin. Cet ouvrage renferme un abrégé de tout ce qu'on a fait juſqu'ici dans la théorie & la pratique de l'*Aſtronomie*, la connoiſſance des mouvemens du ſoleil, de la lune, des planètes, des comètes, des ſatellites & des étoiles fixes; la deſcription de tous les inſtrumens; la manière de les vérifier & de s'en ſervir; l'hiſtoire des aſtronomes célèbres, celle de leurs ouvrages & de leurs découvertes, ſuivant l'ordre naturel qui les a dû produire; le calcul intégral appliqué aux attractions céleſtes; la manière de connoître les conſtellations; un recueil d'obſervations choiſies; des tables nouvelles pour le ſoleil, la lune, les planètes & les ſatellites; enfin tout ce qui eſt néceſſaire pour bien connoître l'*Aſtronomie*, & l'indication conſtante de toutes les ſources où l'on peut trouver de plus amples détails ſur chaque branche de cette ſcience. On n'a rien oublié pour rendre ce livre le plus complet qu'il puiſſe être, dans l'état actuel de l'*Aſtronomie*.

Hiſtoria cœleſtis, Flamſteed, 1725, 3 vol. *in-fol.* Ce grand ouvrage comprend une collection prodigieuſe d'obſervations aſtronomiques, avec le grand *catalogue d'étoiles* du même auteur, que nous citerons plus d'une fois.

Tables of logarithms. London, 1742, *in*-4.°, par Gardiner. Le P. Pezenas les fit réimprimer à Avignon en 1770, avec une augmentation des quatre premiers degrés en ſecondes, & M. Jombert eſt occupé à en faire une ſeconde édition *in*-8.°; ces tables ſont les plus étendues & les plus commodes qu'on puiſſe trouver actuellement, celles d'Ulacq étant devenues très-rares.

On trouve à Paris chez la veuve Deſaint, de petites tables abrégées extrêmement commodes pour de moindres opérations; mais dans les grands calculs aſtronomiques, il eſt indiſpenſable d'avoir des logarithmes de ſinus de 10 en 10 ſ., & ceux des nombres juſqu'à cent mille tels qu'on les trouve dans les tables d'Ulacq, *Trigonometria artificialis*, &c. *Goudæ*, *1633*, ou dans les tables que nous venons de citer.

A Compleat Syſtem of opticks by Robert Smith, 1738, Cambridge, 2 vol. *in*-4.° Cet excellent ouvrage contient toutes les théories de l'optique une ample deſcription des inſtrumens d'*Aſtronomie* & d'optique. Il en a paru deux traductions françoiſes en 1767, avec des augmentations, l'une du P. Pezenas, l'autre de M. le Roy.

Traités particuliers d'Aſtronomie.

La *Figure de la terre*, par M. Bouguer, 1749, *in*-4.°, 374 pages, chez Jombert, rue Dauphine. Ce livre renferme les meilleures recherches pour la pratique & la théorie des obſervations délicates.

Meſure des trois premiers degrés du méridien, par M. de la Condamine 1751, *in*-4.°, de l'Imprimerie royale. *Journal du voyage*; &c. avec pluſieurs ſupplémens. Cet ouvrage eſt très-méthodique, très-clair, très-bien écrit, également curieux pour la partie hiſtorique, & pour la partie aſtronomique.

La Méridienne de Paris vérifiée, &c. par M. Caſſini de Thuri, 1744, *in*-4.° On y trouve une multitude d'obſervations faites par M. de Thury & M. de la Caille pour *la figure de la terre*.

De litteraria expeditione, &c. PP. Boſcovich & Maire, *in*-4.° à Rome; traduit en françois &

imprimé à Paris en 1770 : ce livre eſt de même nature que celui de M. Bouguer.

Hiſtoire céleſte ou *recueil d'obſervations faites dans le dernier ſiècle* ; par M. Picard, la Hire, *&c.* avec un diſcours préliminaire, par M. le Monnier 1741, *in-4.°*

Obſervations aſtronomiques de M. le Monnier, *in-folio*, 1751-1771, de l'imprimerie royale. Il y a déja quatre livres d'imprimés d'environ 60 pages chacun : M. Maskelyne a donné en Angleterre un ſemblable recueil.

La figure de la terre, déterminée par les obſervations faites au cercle polaire, *&c.* par M. de Maupertuis, 1738, *in-8.°*

Degré du méridien entre Paris & Amiens, déterminé par la meſure de M. Picard, & par les obſervations de MM. de Maupertuis, Clairaut, Camus, le Monnier, 1740, *in-8.°*

Dimenſio graduum meridiani Viennenſis & Hungarici, à Joſ. Lieſganig. Vindobonæ 1770.

Connoiſſance des tems ou *connoiſſance des mouvemens céleſtes*, depuis 1760 juſqu'en 1784. Chez Montard, rue des Mathurins. On trouve dans ce livre, grand nombre d'obſervations & de tables nouvelles pour l'uſage des aſtronomes.

Ephémérides de la Caille, depuis 1745 juſqu'en 1774, 6 vol. *in-4.°* chez Hériſſant, rue de la Parcheminerie. Tous ces volumes, ſur-tout le dernier, ſont enrichis de *mémoires intéreſſans ſur l'Aſtronomie* : le ſeptième & le huitième volume ſont de moi.

Il y a de ſemblables *éphémérides* publiées à Bologne, par M. Zanoni.

Ephemerides aſtronomicæ, par Hell, depuis 1757 juſqu'à 1783. *Viennæ*, *in-8.°* Tous ces volumes renferment auſſi beaucoup de tables & d'obſervations intéreſſantes, de même que les éphémérides de Berlin (en allemand), & de Milan en latin.

On a commencé à publier à Londres, en 1767, un ouvrage encore plus conſidérable, intitulé : *The Nautical Almanac*, dont il a déjà paru 20 volumes : ils contiennent un détail prodigieux ſur les diſtances & les mouvemens de la lune, relativement à la manière de trouver les longitudes en mer. Guide du navigateur par M. Levêque, à Nantes.

Livres d'Aſtronomie phyſique, fondés ſur les calculs de l'attraction.

Théorie de la figure de la terre, par M. Clairaut, 1743, *in-8.°*

Recherches ſur la préceſſion des équinoxes, par M. d'Alembert, 1749, *in-4.°* chez Barbou, rue Mathurins.

Theoria motus lunæ, L. Euler, 1772 *in-4.°* à Pétersbourg.

Théorie du mouvement des comètes, par M. Clairaut, 1760 *in-8.°* chez Panckoucke, rue des Poitevins.

Recherches ſur différens points importans du ſyſtême du monde, par M. d'Alembert, 1754 & ſuiv. 3 vol. *in-4.°* chez David.

Opuſcules mathématiques, 8 vol. *in-4.°* 1768, *&c.* chez Barbou.

Pièce ſur la théorie de la lune, par M. Clairaut, avec de nouvelles tables de la lune, ſeconde édition, 1765, chez Deſaint & Saillant.

Pièce ſur les inégalités de Saturne, qui a remporté le prix de l'Académie en 1748, par M. Euler. Cette pièce eſt la première où l'on ait traité le problème des trois corps par une méthode analytique & nouvelle. T. Simpſon a donné, en 1740, 1743 & 1757, trois volumes de différens *mémoires* ou opuſcules en anglois, parmi leſquels on en trouve pluſieurs ſur l'*aſtronomie phyſique*, faits de main de maître : l'auteur eſt mort en 1760. *Connoiſſance des mouvemens céleſtes* pour 1767. On trouvera l'indication de tous les livres nouveaux d'*Aſtronomie* dans le *Recueil pour les aſtronomes*, & les nouvelles littéraires de M. Jean Bernoulli, à Berlin 1771 & ſuiv. On les trouve à Paris chez la veuve Deſaint.

Sur les cartes céleſtes qui repréſentent les différentes conſtellations. *Voyez* CARTES CÉLESTES.

ASTRONOMIE ſphérique, c'eſt celle qui traite de la ſituation & des rapports des cercles de la ſphère entr'eux, du mouvement diurne, & des apparences des mouvemens planétaires.

ASTRONOMIE théorique, c'eſt celle qui conſidère les mouvemens réels, inégalités, diſtances & grandeurs des aſtres.

ASTRONOMIE phyſique ; elle a pour objet les cauſes de ces mouvemens, telles que l'attraction, dont les calculs ont éclairé cette ſcience au point de lui donner une nouvelle face.

ASTRONOMIE nautique ; elle enſeigne à trouver l'heure en mer, la longitude & la latitude d'un vaiſſeau, ſa route & les autres circonſtances utiles à la navigation. Elle a été traitée ſpécialement par Maupertuis, Bouguer, la Caille, Pezenas, M. le Monnier, M. l'Evêque.

ASTRONOMIE comparée, eſt celle où l'on examine les phénomènes qui ont lieu pour les habitans des autres planètes, s'il y en a ; Kepler en a traité dans ſon *Aſtronomia lunaris*, & l'on en trouvera un exemple au mot JUPITER. (*D. L.*)

ASTRONOMIQUE, adj. *aſtronomicus*, on entend par ce mot tout ce qui a rapport à l'Aſtronomie. *Voyez* ASTRONOMIE.

Calendrier aſtronomique. Voyez CALENDRIER.

Heures aſtronomiques. Voyez HEURE.

Obſervations aſtronomiques. Voyez OBSERVATIONS CÉLESTES.

Fractions Aſtronomiques, nom que quelques auteurs ont donné aux fractions ſexagéſimales, à cauſe

cauſe de l'uſage qu'on en fait dans les calculs *aſtronomiques*. *Voyez* SEXAGÉSIMAL, CALCUL.

Tables aſtronomiques. *Voyez* TABLES.

Théologie aſtronomique, c'eſt le titre d'un ouvrage de M. Derham, chanoine de Windſor, de la Société royale de Londres, dans lequel l'auteur ſe propoſe de démontrer l'exiſtence de Dieu par les phénomènes admirables des corps céleſtes. *Voyez* THÉOLOGIE. (*O*)

ASTROPHANOMETRE, nom que M. Jeaurat avoit donné à l'inſtrument appellé ci-deſſus *aſtériometre*.

ASTROSTATE. *Voyez* HÉLIOSTATE.

ASUGIA, nom de la conſtellation d'Orion.

A S Y

ASYMÉTRIE, ſ. f. compoſé de *α* privatif, de *συν*, *avec*, & de *μετρον*, *meſure*, c'eſt-à-dire, *ſans meſure*. On entend par ce mot un défaut de proportion ou de correſpondance entre les parties d'une choſe. *Voyez* SYMMÉTRIE.

Ce mot déſigne *en Mathématique*, ce qu'on entend plus ordinairement par *incommenſurabilité*. Il y a incommenſurabilité entre deux quantités, lorſqu'elles n'ont aucune meſure: tels ſont le côté du quarré & ſa diagonale: en nombres les racines ſourdes comme $\sqrt{2}$, *&c.* ſont auſſi incommenſurables aux nombres rationels. *Voyez* INCOMMENSURABLE, SOURD, QUARRÉ, *&c.* (*E*)

ASYMPTOTE, ſ. f. *aſymptotus*, *terme de Géométrie*. Quelques auteurs définiſſent l'*aſymptote* une ligne indéfiniment prolongée, qui va en s'approchant de plus en plus d'une autre ligne qu'elle ne rencontrera jamais. *Voyez* LIGNE. Mais cette définition générale de l'*aſymptote* n'eſt pas exacte, car elle peut être appliquée à des lignes qui ne ſont pas des *aſymptotes*. En effet, ſoit (*fig. 20, n.° 2, ſect. con.*) l'hyperbole *K S L*; ſon axe *S M*; ſon axe conjugué *A B*. On ſait que ſi du centre *C*, on mene les droites indéfinies *C D*, *C E*, parallèles aux lignes *B S*, *A S*, tirées du ſommet *S* de l'hyperbole, aux extrémités de ſon axe conjugué: ces lignes *C D*, *C E*, ſeront les *aſymptotes* de l'hyperbole *K S L*.

Maintenant, ſoient tirées les parallèles *f g*, *h i*, *&c.* à l'*aſymptote C D*: il eſt évident que ces parallèles indéfiniment prolongées, vont en s'approchant continuellement de l'hyperbole qu'elles ne rencontreront jamais. La définition précédente de l'*aſymptote* convient donc à ces lignes; elle n'eſt donc pas exacte.

Qu'eſt-ce donc qu'une *aſymptote* en général? C'eſt une ligne, qui étant indéfiniment prolongée, s'approche continuellement d'une autre ligne auſſi indéfiniment prolongée, de maniere que ſa diſtance à cette ligne ne devient jamais zéro abſolu, mais peut toujours être trouvée plus petite qu'aucune grandeur donnée.

Soit tirée la ligne *N o p q* perpendiculairement à l'*aſymptote C D*, & à ſes parallèles *f g*, *h i*, *&c.*: il eſt evident que l'*aſymptote C D* peut approcher de l'hyperbole plus près que d'aucune grandeur donnée; car la propriété de l'*aſymptote C D* conſiſte en ce que le produit de *C p* par *p q* eſt toujours conſtant; d'où il s'enſuit que *C p* augmentant à l'infini, *p q* diminue auſſi à l'infini: mais la diſtance des parallèles *f g*, *h i*, à cette courbe ſera toujours au moins de *N p*, de *o p*, *&c*; & par conſéquent ne ſera pas plus petite qu'aucune grandeur donnée. *Voyez* HIPERBOLE.

Le mot *aſymptote* eſt compoſé de *α* privatif, de *συν*, *avec*, & de *πιπτω*, *je tombe*, c'eſt-à-dire, qui n'eſt pas co-incident, ou qui ne rencontre point. Quelques auteurs latins ont nommé les *aſymptotes*, *lineæ intactæ*.

Certains géomètres diſtinguent pluſieurs eſpèces d'*aſymptotes*; il y en a, ſelon ces auteurs, de *droites*, de *courbes*, &c. Ils diſtribuent les courbes en *concaves*, *convexes*, &c. & ils propoſent un inſtrument pour les tracer toutes: le mot d'*aſymptote* tout court ne déſigne qu'une *aſmyptote* droite.

L'*aſymptote* ſe définit encore plus exactement une ligne droite, qui étant indéfiniment prolongée, s'approche continuellement d'une courbe ou d'*une portion de courbe* auſſi prolongée indéfiniment, de manière que ſa diſtance à cette courbe ou portion de courbe ne devient jamais zéro abſolu, mais peut toujours être trouvée plus petite qu'aucune grandeur donnée.

Je dis, 1.° d'une courbe ou d'une portion de courbe, afin que la définition convienne, tant aux courbes ſerpentantes qu'aux autres.

Car la ligne *f h* (*fig. 20, n.° 3*) ne peut être conſidérée comme l'*aſymptote* de la courbe ſerpentante *m n o p r s*, que quand cette courbe a pris un cours réglé relativement à elle, c'eſt-à-dire, un cours par lequel elle a été toujours en s'en approchant.

Je dis, 2.° que la diſtance de l'*aſymptote* à la courbe peut toujours être trouvée moindre qu'aucune grandeur donnée; car, ſans cette condition, la définition conviendroit à l'*aſymptote* & à ſes parallèles. Or une définition ne doit convenir qu'à la choſe définie.

On dit quelquefois que deux courbes ſont *aſymptotes* l'une à l'autre, lorſqu'indéfiniment prolongées elles vont en s'approchant continuellement, ſans pouvoir jamais ſe rencontrer. Ainſi, deux paraboles de même paramètre, qui ont pour axe une même ligne droite, ſont *aſymptotes* l'une à l'autre.

Entre les courbes du ſecond degré, c'eſt-à-dire, entre les ſections coniques, il n'y a que l'hyperbole qui ait des *aſymptotes*.

Toutes les courbes du troiſième ordre ont toujours quelques branches infinies, mais ces branches infinies n'ont pas toujours des *aſymptotes*; témoin

les paroles cubiques, & celles de M. Newton a nommées *paraboles divergentes du troiſième ordre.* Quant aux courbes du quatrième, il y en a une infinité, qui non-ſeulement n'ont pas quatre *aſymptotes*, mais qui n'en ont point du tout, & qui n'ont pas même de branches infinies, comme l'ellipſe de M. Caſſini. *Voyez* COURBE, BRANCHE, ELLIPSE, *&c.*

La conchoïde, la ciſſoïde, & la logarithmique qu'on ne met point au nombre des courbes géométriques, ont chacune une *aſymptote. Voyez* COURBE.

L'*aſymptote* de la conchoïde eſt très-propre pour donner des notions claires de la nature des *aſymptotes* en général. Soit (*Planche de l'Analyſe, fig. 1*) *M M A M* une portion de conchoïde, *C* le pole de cette courbe, & *B D* une ligne droite au-delà de laquelle les parties *Q M*, *E A*, *Q M*, &c. des droites tirées du pole *C*, ſont toutes égales entr'elles. Cela poſé, la droite *B D* ſera l'*aſymptote* de la courbe. Car la perpendiculaire *M I* étant plus courte que *M O*, & *M R* plus courte que *M Q*, &c., il s'enſuit que la droite *B D* va en s'approchant continuellement de la courbe *M M A M*; de ſorte que la diſtance *M R* va toujours en diminuant, & peut être auſſi petite qu'on voudra, ſans cependant être jamais abſolument nulle. *Voyez* DIVISIBILITÉ, INFINI, &c. *Voyez auſſi* CONCHOIDE.

On trace de la manière ſuivante les *aſymptotes* de l'hyperbole. Soit (*Planche des ſect. coniq. fig. 20*) une droite *D E* tirée par le ſommet *A* de l'hyperbole, parallèle aux ordonnées *M m*, & égale à l'axe conjugué *d e*; en ſorte que la partie *A E* ſoit égale à la moitié de cet axe, & l'autre partie *D A* égale à l'autre moitié. Les deux lignes tirées du centre *C* de l'hyperbole par les points *D* & *E*, ſavoir *C F* & *C G*, ſeront les *aſymptotes* de cette courbe.

Il réſulte de tout ce que nous avons dit juſqu'ici, qu'une courbe peut avoir dans certains cas pour *aſymptote* une droite, & dans d'autres cas une courbe. Toutes les courbes qui ont des branches infinies, ont toujours l'une ou l'autre de ces *aſymptotes*, & quelquefois toutes les deux; l'*aſymptote* eſt droite, quand la branche infinie eſt hyperbolique; l'*aſymptote* eſt courbe, lorſque la branche infinie eſt parabolique, & alors l'*aſymptote* courbe eſt une parabole d'un degré plus ou moins élevé. Ainſi, la théorie des *aſymptotes* des courbes dépend de celle de leurs branches infinies. *Voyez* BRANCHE.

Une courbe géométrique ne peut avoir plus d'*aſymptotes* droites, qu'il n'y a d'unités dans l'expoſant de ſon ordre. *Voyez* Stirling, *Enum. lin. 3. ord. prop. vj. cor. 7*, & l'*Introduction à l'analyſe des lignes courbes*, par M. Cramer, *page 344, art. 147.* Ce dernier ouvrage contient une excellente théorie des *aſymptotes* des courbes géométriques & de leurs branches, *chap. viij.*

Si l'hyperbole *G M R* (*fig. 12*) eſt une des courbes, dont la nature exprimée par l'équation aux *aſymptotes*, ſoit renfermée dans l'équation générale $x^m y^n = a^{m+n}$; tirez la droite *P M*, par-tout où vous voudrez, parallèle à l'*aſymptote C S*; achevez le parallélogramme *P C O M.* Ce parallélogramme ſera à l'eſpace hyperbolique *P M G B*, terminé par la ligne *P M*, par l'hyperbole indéfiniment continue vers *G*, & par la partie *P B* de l'*aſymptote* indéfiniment prolongée du même côté, comme $m - n$ eſt à n. Ainſi, lorſque m ſera plus grand que n, l'eſpace hyperbolique ſera quarrable. Si $m = n$, comme dans l'hyperbole ordinaire, le parallélogramme *P C O M* ſera à l'eſpace hyperbolique comme zéro eſt à 1, c'eſt-à-dire, que cet eſpace ſera infini relativement au parallélogramme, & par conſéquent non quarrable. Enfin ſi m eſt moindre que n, le parallélogramme ſera à l'eſpace hyperbolique comme un nombre négatif à un nombre poſitif, l'eſpace *P M G B* ſera infini, & l'eſpace *M P C E* ſera quarrable. *Voyez* la fin du cinquième livre *des ſections coniques* de M. le marquis de l'Hopital. *Voy. auſſi un mémoire de* M. Varignon, imprimé en 1705, parmi ceux de l'Académie royale des Sciences, & qui a pour titre *Reflexions ſur les eſpaces plus qu'infinis de* M. Wallis. Ce dernier géomètre prétendoit que l'eſpace *P M G B*, étant au parallélogramme comme un nombre poſitif à un nombre négatif, l'eſpace *P M G B* étoit plus qu'infini. M. Varignon cenſure cette expreſſion, qui n'eſt pas ſans doute trop exacte. Ce qu'on peut aſſurer avec certitude, c'eſt que l'eſpace *P M G B* eſt un eſpace plus grand qu'aucun eſpace fini, & par conſéquent qu'il eſt infini.

Pour le prouver, & pour rendre la démonſtration plus ſimple, faiſons $a = 1$, & nous aurons l'équation $x^m y^n = 1$ ou $y = x^{-\frac{m}{n}}$ (*Voyez* EXPOSANT). Donc $y\,dx$, élément de l'aire $PMGB = x^{-\frac{m}{n}}\,dx$, dont l'intégrale (*voyez* INTÉGRAL) eſt $\frac{x^{-\frac{m}{n}+1}}{-\frac{m}{n}+1}$; pour compléter cette intégrale, il faut qu'elle ſoit $= 0$, lorſque $x = 0$; d'où il s'enſuit que l'intégrale complète eſt $\frac{0^{-\frac{m}{n}+1}}{-\frac{m}{n}+1} + \frac{x^{-\frac{m}{n}+1}}{-\frac{m}{n}+1}$. Donc,

1.° ſi $m < n$, on a $1 - \frac{m}{n}$ égal à une quantité poſitive. Ainſi, l'intégrale ſe réduit à $\frac{x^{1-\frac{m}{n}}}{1-\frac{m}{n}}$ qui

repréſente l'eſpace $ECPM$; d'où l'on voit que cet eſpace eſt fini tant que x eſt fini, & que quand x devient infini, l'eſpace devient infini auſſi. Donc l'eſpace total renfermé par la courbe & ſes deux *aſymptotes*, eſt infini; & comme l'eſpace $ECPM$ eſt fini, il s'enſuit que l'eſpace reſtant $PMGB$ eſt infini.

Il n'y a que l'hyperbole ordinaire où les eſpaces $PMGB$, $ECPM$, ſoient tous deux infinis; dans toutes les autres hyperboles l'un des eſpaces eſt infini, & l'autre fini; l'eſpace infini eſt $PMGB$ dans le cas de $m < n$, & dans le cas de $m > n$ c'eſt $PMCE$. Mais il faut obſerver de plus que dans le cas de $m < n$, l'eſpace infini $PMGB$ eſt plus grand en quelque manière que celui de l'hyperbole ordinaire, quoique l'un & l'autre eſpaces ſoient tous deux infinis; c'eſt-là ſans doute ce qui a donné lieu au terme *plus qu'infini* de M. Wallis. Pour éclaircir cette queſtion, ſuppoſons $CP = 1$ & $PM = 1$, & imaginons par le point M une hyperbole équilatere entre les deux *aſymptotes* CB, CE, que je ſuppoſe faire ici un angle droit; enſuite par le même point M décrivons une hyperbole, dont l'équation ſoit $x^m y^n = 1$, m étant $< n$: il eſt viſible que dans l'hyperbole ordinaire $y = x^{-1}$, & que, dans celle-ci, $y = x^{-\frac{m}{n}}$; d'où l'on voit que x étant plus grand que 1, c'eſt-à-dire, que CP, l'ordonnée correſpondante de l'hyperbole ordinaire ſera plus petit que celle de l'autre hyperbole. En effet, ſi x eſt plus grand que 1, & que $\frac{m}{n}$ ſoit < 1, il ſuit que $x^{1-\frac{m}{n}}$ ſera $> x^{-1}$, puiſque m étant $< n$, on a $x^n > x^m$, lorſque x eſt plus grand que 1. D'où il s'enſuit que $x > x^{\frac{m}{n}}$ & $\frac{1}{x}$ ou $x^{-1} > \frac{1}{x^{\frac{m}{n}}}$ ou $x^{-\frac{m}{n}}$. Donc l'eſpace $PMGB$ de l'hyperbole repréſentée par $x^m y^n = 1$, renfermera l'eſpace de l'hyperbole ordinaire repréſentée par l'équation $xy = 1$, & ayant la même ordonnée PM. Ainſi, quoique ce dernier eſpace ſoit infini, on peut dire que l'autre, qui eſt infini à plus forte raiſon, eſt en quelque manière un infini plus grand. *Voy. à l'article* INFINI, la notion claire & nette que l'on doit ſe former de ces prétendus infinis plus grands que d'autres.

Soit MS (*fig. 33*) une logarithmique, PR ſon *aſymptote*, PT ſa ſoutangente, & PM une de ſes ordonnées. L'eſpace indéterminé $RPMS$ ſera égal à $PM \times PT$; & le ſolide engendré par la révolution de la courbe autour de ſon *aſymptote* PV, ſera égal à la moitié du cylindre, qui auroit pour hauteur une ligne égale à la ſoutangente, & pour demi-diamètre de ſa baſe une ligne égale à l'ordonnée QV. *Voyez* LOGARITHMIQUE. (*O*)

ASYMPTOTIQUE, *aſymptoticus*, adj. m. *eſpace aſymptotique*, eſt l'eſpace renfermé entre une hyperbole & ſon aſymptote, ou en général entre une courbe & ſon aſymptote; cet eſpace eſt quelquefois fini, & quelquefois infini. *Voyez* ASYMPTOTE. (*O*)

ATA

ATAIR, nom de la belle étoile de l'aigle.

ATAUR, nom de la conſtellation du taureau.

ATIN, ATIR ou ATYR, nom de l'étoile appellée auſſi *aldebaran*.

ATLAS, nom que doit avoir eu la conſtellation du *bouvier*, ſuivant M. Dupuis, qui explique, par cette conſtellation, toutes les fables d'Atlas.

ATLANTIDES, nom des pleiades dans Ovide.

ATMOSPHERE, ſ. f. (*Hyd.*) nom qu'on donne à l'air qui environne la terre. *Voy. ci-deſſus le mot* AIR, & *le Dictionnaire de Phyſique.*

Sur l'atmoſphère de la lune & des planètes, *voy. les mots* LUNE, PLANÈTE.

ATTELIER DU SCULPTEUR, (*Aſtron.*) nom d'une conſtellation méridionale introduite par l'abbé de la Caille, dans ſon *Planiſphère des étoiles auſtrales*; il l'appelle *Apparatus ſculptoris*. Elle eſt ſituée ſur le colure des ſolſtices, au-deſſus de la grue & du phénix. La plus belle étoile de cette conſtellation eſt de la cinquième grandeur; ſon aſcenſion droite au commencement de 1750, étoit de $11^d\ 38'\ 58''$, & ſa déclinaiſon $30^d\ 43'\ 3''$ auſtrale. Voy. *Cælum Auſtrale ſtelliferum 1763*. (*D. L.*)

ATTOUCHEMENT, ſ. m. (*Géom.*) point d'*attouchement*, qu'on appelle auſſi point de *contact* ou de *contingence*, eſt le point dans lequel une ligne droite touche une ligne courbe, ou dans lequel deux courbes ſe touchent. *Voyez* CONTINGENCE.

On dit ordinairement en Géométrie, que le point d'*attouchement* vaut deux points d'interſection, parce que la tangente peut être regardée comme une ſécante qui coupe la courbe en deux points infiniment proches. En effet, diſent les géomètres, concevons, par exemple, une ligne droite indéfinie qui coupe un cercle en deux points; imaginons enſuite que cette ligne droite ſe meuve parallélement à elle-même vers le ſommet du cercle; les deux points d'interſection ſe rapprocheront inſenſiblement, & enfin ſe confondront, ou ne feront plus qu'un point, lorſque par ce mouvement la ſécante ſera devenue tangente, c'eſt-à-dire ne ſera plus que toucher le cercle.

Comme il n'y a point réellement de quantités infiniment petites, & que par conſéquent l'on ne ſauroit concevoir deux points infiniment proches (*voy.* INFINI & INFINIMENT PETIT), il eſt très-important de ſe former une idée nette de cette façon de parler, que *le point d'attouchement vaut deux points d'interſection infiniment proches*. Elle ſignifie ſeulement que le point d'*attouchement* eſt la *limite*

en le terme de tous les doubles points d'interſection des ſécantes parallèles à la tangente, c'eſt-à-dire que ſi on mène parallélement à la tangente une ligne qui coupe en deux points la courbe, par exemple le cercle, on peut toujours imaginer cette ligne à une telle diſtance de la tangente, que la diſtance des deux points d'interſection ſoit auſſi petite qu'on voudra; mais que cette diſtance ne deviendra pourtant jamais abſolument nulle, à moins que la ſécante ne ſe confonde abſolument avec la tangente. Cette idée des *limites* eſt très-utile pour réduire la Géométrie des infiniment petits à des notions claires. *Voyez* LIMITE, *&c.*

Au reſte, il n'eſt queſtion juſqu'ici que du point d'*attouchement* ſimple; car il y a des points d'*attouchement* qui équivalent à trois points d'interſection, comme dans l'*attouchement* au point d'inflexion; d'autres équivalent à quatre points d'interſection, comme dans l'*attouchement* au point de ſerpentement infiniment petit, & ainſi à l'infini; *voy.* INFLEXION, SERPENTEMENT: ce qui, en réduiſant la choſe à des notions claires, ſignifie ſimplement que la valeur de la ſécante devenue touchante, a dans ce cas trois ou quatre, *&c.* racines égales dans l'équation de la courbe; je dis *de la ſécante devenue touchante*, car il y a des cas où une ſécante a pluſieurs racines égales, ſans être touchante, comme dans les points doubles & dans les points conjugués. Ce qui diſtingue ces points des points d'*attouchement*, c'eſt que ſi vous donnez une autre direction à la ligne qui étoit tangente, en la faiſant toujours paſſer par le point d'*attouchement*, alors elle ne coupe plus la courbe qu'en un point, & l'équation, qui repréſente ſon interſection, ceſſe d'avoir des racines égales; au lieu que, dans les points multiples & conjugués, la ſécante a toujours pluſieurs racines égales, quelque poſition qu'on lui donne, pourvu qu'elle paſſe toujours par le point multiple ou conjugué. *Voy.* RACINE, INTERSECTION, POINT MULTIPLE, POINT CONJUGUÉ, *&c.* (*O*).

ATTRACTIF, adj. m. ſe dit de ce qui a le pouvoir ou la propriété d'attirer. *Voy.* ATTRACTION, *&c.* Ainſi on dit *force attractive*, vis attractiva, *&c.*

La vertu *attractive* de l'aimant ſe communique au fer, en faiſant toucher le fer à l'aimant. *Voy. le Dictionnaire de Phyſique.* (*O*).

ATTRACTION, ſ. f. *attractio* ou *tractio*, compoſé de *ad* & de *traho*, je tire, ſignifie, *en Méchanique*, l'action d'une force motrice, par laquelle un mobile eſt tiré ou rapproché de la puiſſance qui le meut. *Voyez* PUISSANCE & MOUVEMENT.

Comme la réaction eſt toujours égale & contraire à l'action, il s'enſuit que, dans toute *attraction*, le moteur eſt attiré vers le mobile autant que le mobile vers le moteur. *Voyez* ACTION & RÉACTION.

Dans l'uſage ordinaire, on dit qu'un corps *A* eſt attiré vers un autre corps *B*, lorſque *A* eſt lié ou attaché avec *B* par le moyen d'une corde, d'une courroie ou d'un bâton: c'eſt de cette manière qu'un cheval tire un chariot ou une barque; & en général, on dit qu'un corps en attire un autre, lorſqu'il communique du mouvement à cet autre par le moyen de quelque corps placé entr'eux, & que le corps moteur précède celui qui eſt mû.

De plus, lorſqu'on voit deux corps libres éloignés l'un de l'autre s'approcher mutuellement ſans que l'on apperçoive de cauſe, on donne encore à ce phénomène le nom d'*attraction*; & c'eſt principalement dans ce dernier ſens qu'il a été employé par les philoſophes anciens & modernes. L'*attraction* priſe dans le premier ſens, ſe nomme plus communément *traction*. *Voyez* TRACTION.

Attraction ou *force attractive*, dans l'ancienne Phyſique, ſignifie une force naturelle qu'on ſuppoſe inhérente à certains corps, & en vertu de laquelle ils agiſſent ſur d'autres corps éloignés, & les tirent à eux. *Voyez* FORCE.

Le mouvement que ces prétendues forces produiſent, eſt appellé, par les péripatéticiens, *mouvement d'attraction*, & en pluſieurs occaſions, *ſuction*; & ils rapportent différens exemples où, ſelon eux, ce mouvement ſe remarque: ainſi, nous reſpirons l'air, diſent-ils, par *attraction* ou *ſuction*; de même nous ſuçons par *attraction* une pipe de tabac: c'eſt encore par *attraction* qu'un enfant tette: c'eſt par *attraction* que le ſang monte dans les ventouſes, que l'eau s'élève dans les pompes, & la fumée dans les cheminées, les vapeurs & les exhalaiſons ſont attirées par le ſoleil, le fer par l'aimant, les pailles & la pouſſière par l'ambre & les autres corps électriques. *Voyez* SUCTION.

Si ces philoſophes avoient fait un plus grand nombre d'expériences, ils auroient bientôt reconnu que ces différens phénomènes venoient de l'impulſion d'un fluide inviſible. Ainſi, la plupart des effets que les anciens attribuoient à l'*attraction*, ſont aujourd'hui attribués à des cauſes plus naturelles & plus ſenſibles, principalement à la preſſion de l'air. *Voyez* AIR & PRESSION.

C'eſt la preſſion de l'air, par exemple, qui produit les phénomènes de l'inſpiration des ventouſes, de la ſuction des pompes, des vapeurs, des exhalaiſons, *&c.* *Voy.* RESPIRATION, SUCTION, POMPE, VENTOUSE, VAPEUR, FUMÉE, EXHALAISON, *&c.* (*Diction. de Phyſ.*)

Sur les phénomènes de l'*attraction* électrique & magnétique, *voyez* MAGNÉTISME & ELECTRICITÉ. *Ibid.*

La puiſſance oppoſée à l'*attraction* eſt appellée *répulſion*; & on obſerve que la répulſion a lieu dans quelques effets naturels. *Voy.* RÉPULSION.

Attraction ou *puiſſance attractive*, ſe dit plus particulièrement, *dans la philoſophie Newtonienne*, d'une puiſſance ou principe, en vertu duquel toutes les parties, ſoit d'un même corps, ſoit de corps différens, tendent les unes vers les autres;

Digitized by Google

ou pour parler plus exactement, l'*attraction* eſt l'effet d'une puiſſance par laquelle chaque particule de matière tend vers une autre particule. *Voyez* MATIERE & PARTICULE. Les lois & les phénomènes de l'*attraction* ſont un des points principaux de la philoſophie Neutonienne. *Voy.* PHILOSOPHIE NEUTONIENNE.

Quoique ce grand philoſophe ſe ſerve du mot d'*attraction*, comme les philoſophes de l'ecole, cependant, ſelon la plupart de ſes diſciples, il y attache une idée bien différente. Nous diſons *ſelon la plupart de ſes diſciples*, car nous ne faiſons que détailler ici ce qui a été dit ſur l'*attraction*, nous réſervant à expoſer à la fin de cet article notre ſentiment particulier.

L'*attraction* dans la Philoſophie ancienne étoit, ſelon eux, une eſpèce de qualité inhérente à certains corps, & qui réſultoit de leurs *formes* particulières & ſpécifiques; & l'idée que les anciens philoſophes attachoient à ce mot de *forme*, étoit fort obſcure.

L'*attraction neutonienne*, au contraire, eſt un principe indéfini, c'eſt-à-dire, par lequel on ne veut déſigner ni aucune eſpèce ou manière d'action particulière, ni aucune cauſe phyſique d'une pareille action, mais ſeulement une tendance en général, un *conatus accedendi* ou *effort pour s'approcher*, quelle qu'en ſoit la cauſe phyſique ou métaphyſique; c'eſt-à-dire, ſoit que la puiſſance qui le produit ſoit inhérente aux corps même, ſoit qu'elle conſiſte dans l'impulſion d'un agent extérieur.

Auſſi Neuton dit-il expreſſément dans ſes *principes*, qu'il ſe ſert indifféremment des mots d'*attraction*, d'*impulſion* & de *propenſion*, & avertit le lecteur de ne pas croire que par le mot d'*attraction* il veuille déſigner une manière d'action ou ſa cauſe efficiente, & ſuppoſer qu'il y a réellement une force attractive dans des centres qui ne ſont que des points mathématiques, *liv. I, pag. 5.* Et, dans un autre endroit, il dit qu'il conſidère les forces centripètes comme des *attractions*, quoique peut-être elles ne ſoient, phyſiquement parlant, que de véritables impulſions, *ib. pag. 147.* Il dit auſſi dans ſon *Optique*, *pag. 322*, que ce qu'il appelle *attraction*, eſt peut-être l'effet de quelque impulſion qui agit ſuivant les lois différentes de l'impulſion ordinaire, ou peut-être auſſi l'effet de quelque cauſe qui nous eſt inconnue.

Si on conſidère l'*attraction*, continuent les neutoniens, comme une qualité qui réſulte des formes particulières de certains corps, on doit la proſcrire avec les ſympathies, antipathies & qualités occultes. Mais, quand on a une fois écarté cette idée, on remarque dans la nature un grand nombre de phénomènes, entre autres la peſanteur des corps ou leur tendance vers un centre, qui ſemblent n'être point l'effet d'une impulſion, ou dans leſquels au moins l'impulſion n'eſt pas ſenſible: de plus, ajoutent-ils, cette action paroît différer à quelques égards de l'impulſion que nous connoiſſons; car l'impulſion eſt toujours proportionnelle à la ſurface des corps, au lieu que la gravité agit ſur les parties ſolides & intérieures, & eſt toujours proportionnelle à la maſſe, & par conſéquent doit être l'effet d'une cauſe qui pénètre toute leur ſubſtance.

D'ailleurs les obſervations nous ont appris qu'il y a divers cas où les corps s'approchent les uns des autres, quoiqu'on ne puiſſe découvrir en aucune maniere qu'il y ait quelque cauſe extérieure qui agiſſe pour les mettre en mouvement. Quiconque attribue ce mouvement à une impulſion extérieure, ſuppoſe donc un peu trop légèrement cette cauſe. Ainſi, quand on voit que deux corps éloignés s'approchent l'un de l'autre, on ne doit pas ſe preſſer de conclure que ces corps ſont pouſſés l'un vers l'autre par l'action d'un fluide ou d'un autre corps inviſible, juſqu'à ce que l'expérience l'ait demontré, comme il eſt arrivé dans les phénomènes que les anciens attribuoient à l'horreur du vuide, & qu'on a reconnus être l'effet de la preſſion de l'air. Encore moins doit-on attribuer ces phénomènes à l'impulſion, lorſqu'il paroît impoſſible, ou au moins très-difficile, de les expliquer par ce principe, comme il eſt prouvé à l'égard de la peſanteur. Muſſch. *Eſſai de Phyſique.*

Le principe inconnu de l'*attraction*, c'eſt-à-dire, inconnu par la cauſe (car les effets ſont ſous les yeux de tout le monde) eſt ce que l'on appelle *attraction*; &, ſous ce nom général, on comprend toutes les tendances mutuelles dans leſquelles l'impulſion ne ſe manifeſte pas, & qui par conſéquent ne peuvent s'expliquer par le ſecours d'aucunes lois connues de la nature.

C'eſt de-là que ſont venues les différentes ſortes d'*attractions*; ſavoir la peſanteur, l'aſcenſion des liqueurs dans les tuyaux capillaires, la rondeur des gouttes de fluide, *&c.*, qui ſont l'effet d'autant de différens principes agiſſans par des loix différentes; *attractions* qui n'ont rien de commun, ſinon qu'elles ne ſont peut-être point l'effet d'une cauſe phyſique, & qu'elles paroiſſent réſulter d'une force inhérente aux corps, par laquelle ils agiſſent ſur des corps éloignés, quoique notre raiſon ait beaucoup de difficulté à admettre une pareille force.

L'*attraction* peut ſe diviſer, eu égard aux lois qu'elle obſerve, en deux eſpèces. La première s'étend à une diſtance ſenſible: telles ſont l'*attraction* de la peſanteur qui s'obſerve dans tous les corps, & l'*attraction* du magnétiſme, de l'électricité, *&c.* qui n'a lieu que dans certains corps particuliers. *Voyez les loix de chacune de ces attractions, aux mots* GRAVITÉ, MAGNÉTISME, *&c.*

L'*attraction* de la gravité, que les mathématiciens appellent auſſi *force centripete*, eſt un des plus grands principes & des plus univerſels de la nature. Nous la voyons & nous la ſentons dans les corps qui ſont proches de la ſurface de la terre, (*Voyez*

PESANTEUR); & nous trouvons par obſervation, que la même force (c'eſt-à-dire, cette force qui eſt toujours proportionnelle à la quantité de matière, & qui agit en raiſon inverſe du quarré de la diſtance), que cette force, dis-je, s'étend juſqu'à la lune & juſqu'aux autres planètes premières & ſecondaires, auſſi-bien que juſqu'aux comètes; & que c'eſt par elle que les corps céleſtes ſont retenus dans leurs orbites. Or comme nous trouvons la peſanteur dans tous les corps qui ſont le ſujet de nos obſervations, nous ſommes en droit d'en conclure par une des régles reçues en Philoſophie, qu'elle ſe trouve auſſi dans tous les autres: de plus, comme nous remarquons qu'elle eſt proportionelle à la quantité de matière de chaque corps, elle doit exiſter dans chacune de leurs parties; & c'eſt par conſequent une loi de la nature, que chaque particule de matière tende vers chaque autre particule. *Voyez* la preuve plus étendue de cette vérité, & l'application de ce principe aux mouvemens des corps céleſtes, ſous les *articles* PHILOSOPHIE NEUTONIENNE, SOLEIL, LUNE, PLANÈTE, COMETE, SATELLITE, CENTRIPETE, CENTRIFUGE.

C'eſt donc de l'*attraction*, ſuivant M. Neuton, que proviennent la plupart des mouvemens, & par conſéquent des changemens qui ſe font dans l'univers: c'eſt par elle que les corps peſans deſcendent, & que les corps légers montent; c'eſt par par elle que les projectiles ſont dirigés dans leur courſe, que les vapeurs montent, & que la pluie tombe; c'eſt par elle que les fleuves coulent, que l'air preſſe, que l'océan a un flux & reflux. *Voyez* MOUVEMENT, DESCENTE, ASCENSION, PROJECTILE, VAPEUR, PLUIE, FLEUVE, FLUX & REFLUX, AIR, ATMOSPHERE, *&c.* Les mouvemens qui réſultent de ce principe, ſont l'objet de cette partie ſi étendue des Mathématiques, qu'on appelle *Méchanique* ou *Statique*, comme auſſi de l'*Hydroſtatique*, de l'*Hydraulique*, *&c.* &c. qui en ſont comme les branches & la ſuite, *&c.* *Voyez* MÉCHANIQUE, STATIQUE, HYDROSTATIQUE, PNEUMATIQUE; *voyez auſſi* MATHÉMATIQUE, PHILOSOPHIE, *&c.*

La ſeconde eſpèce d'*attraction* eſt celle qui ne s'étend qu'à des diſtances inſenſibles. Telle eſt l'*attraction* mutuelle qu'on remarque dans les petites parties dont les corps ſont compoſés; car ces parties s'attirent les unes les autres au point de contact, ou extrêmement près de ce point, avec une force très-ſupérieure à celle de la peſanteur, mais qui décroit enſuite à une très-petite diſtance, juſqu'à devenir beaucoup moindre que la peſanteur. Un auteur moderne a appellé cette force *attraction de cohéſion*, ſuppoſant que c'eſt elle qui unit les particules élémentaires des corps pour en faire des maſſes ſenſibles.

Toutes les parties des fluides s'attirent mutuellement, comme il paroit par la ténacité & par la rondeur de leurs gouttes, ſi on en excepte l'air, le feu & la lumière, qu'on n'a jamais vus ſous la forme de gouttes. Ces mêmes fluides ſe forment en gouttes dans le vuide comme dans l'air, ils attirent les corps ſolides, & en ſont réciproquement attirés; d'où il paroit que la vertu attractive ſe trouve répandue par-tout. Qu'on mette l'une ſur l'autre deux glaces de miroir bien unies, bien nettes & bien ſéches, on trouvera alors qu'elles tiennent enſemble avec beaucoup de force, de ſorte qu'on ne peut les ſéparer l'une de l'autre qu'avec peine. La même choſe arrive dans le vuide, lorſqu'on retranche une petite portion de deux balles de plomb, en ſorte que leurs ſurfaces deviennent unies à l'endroit de la ſection, & qu'on les preſſe enſuite l'une contre l'autre avec la main, en leur faiſant faire en même tems la quatrième partie d'un tour; on remarque que ces balles tiennent enſemble avec une force de 40 ou 50 livres. En général, tous les corps dont les ſurfaces ſont unies, ſéches & nettes, principalement les métaux, ſe collent & s'attachent mutuellement l'un à l'autre quand on les approche; de ſorte qu'il faut quelque force pour les ſéparer. Muſſch. *eſſai de Phyſ.*

Les corps s'attirent réciproquement, non-ſeulement lorſqu'ils ſe touchent, mais auſſi lorſqu'ils ſont à une certaine diſtance les uns des autres: car mettez entre les deux glaces de miroir dont nous venons de parler, un fil de ſoie fort fin, alors ces deux glaces ne pourront pas ſe toucher, puiſqu'elles ſeront éloignées l'une de l'autre de toute l'épaiſſeur du fil; cependant on ne laiſſera pas de voir que ces deux glaces s'attirent mutuellement, quoiqu'avec moins de force que lorſqu'il n'y avoit rien entr'elles. Mettez entre les glaces deux fils que vous aurez tordus enſemble, enſuite trois fils tors de même, & vous verrez que l'*attraction* diminuera à meſure que les glaces s'éloigneront l'une de l'autre. Muſſch. *ibid.*

On peut encore faire voir d'une manière bien ſenſible cette vertu attractive par une expérience curieuſe. Prenez un corps ſolide & opaque, qui finiſſe en pointe, ſoit de métal, ſoit de pierre, ou même de verre; ſi des rayons de lumière parallèles paſſent tout près de la pointe ou du tranchant de ce corps dans une chambre obſcure, alors le rayon qui ſe trouvera tout près de la pointe, ſera attiré avec beaucoup de force vers le corps; &, après s'être détourné de ſon chemin, il en prendra un autre, étant briſé par l'*attraction* que ce corps exerce ſur lui. Le rayon un peu plus éloigné de la pointe eſt auſſi attiré, mais moins que le précédent, & ainſi il ſera moins rompu, & s'écartera moins de ſon chemin. Le rayon ſuivant qui eſt encore plus éloigné, ſera auſſi moins attiré & moins détourné de ſa première route. Enfin, à une certaine diſtance fort petite, il y aura un rayon qui ne ſera plus attiré du tout, ou du moins ſenſiblement, qui conſervera ſans ſe rompre ſa direction primitive. Muſch. *ibid.*

Digitized by Google

C'eſt à M. Newton que nous devons la découverte de cette dernière eſpèce d'*attraction*, qui n'agit qu'à de très-petites diſtances; comme c'eſt à lui que nous devons la connoiſſance plus parfaite de l'autre, qui agit à des diſtances conſidérables. En effet, les loix du mouvement & de la percuſſion des corps ſenſibles dans les différentes circonſtances où nous pouvons les ſuppoſer, ne paroiſſent pas ſuffiſantes pour expliquer les mouvemens inteſtins des particules des corps, d'où dépendent les différens changemens qu'ils ſubiſſent dans leurs contextures, leurs couleurs, leurs propriétés; ainſi, notre philoſophie ſeroit néceſſairement en défaut, ſi elle étoit fondée ſur le principe ſeul de la gravitation, porté même auſſi loin qu'il eſt poſſible. *Voyez* LUMIÈRE, COULEUR, *&c.*

Mais outre les loix ordinaires du mouvement dans les corps ſenſibles, les particules dont ces corps ſont compoſés, en obſervent d'autres, qu'on n'a commencé à remarquer que depuis peu de tems, & dont on n'a encore qu'une connoiſſance fort imparfaite. M. Newton, à la pénétration duquel nous en devons la première idée, s'eſt preſque contenté d'en établir l'exiſtence; &, après avoir prouvé qu'il y a des mouvemens dans les petites parties du corps, il ajoute que ces mouvemens proviennent de certaines puiſſances ou forces, qui paroiſſent différentes de toutes les forces que nous connoiſſons. « C'eſt en vertu de ces forces, ſelon » lui, que les petites particules des corps agiſſent » les unes ſur les autres, même à une certaine diſ- » tance, & produiſent par-là pluſieurs phénomènes » de la nature. Les corps ſenſibles, comme nous » avons déjà remarqué, agiſſent mutuellement les » uns ſur les autres; & comme la nature agit d'une » manière toujours conſtante & uniforme, il eſt » fort vraiſemblable qu'il y a beaucoup de forces » de la même eſpèce; celles dont nous venons de » parler s'étendent à des diſtances aſſez ſenſibles, » pour pouvoir être remarquées par des yeux » vulgaires: mais il peut y en avoir d'autres qui » agiſſent à des diſtances trop petites, pour qu'on » ait pu les obſerver juſqu'ici; & l'électricité, par » exemple, agit peut-être à de telles diſtances, » même ſans être excitée par le frottement. »

Cet illuſtre auteur confirme cette opinion par un grand nombre de phénomènes & d'expériences, qui prouvent clairement, ſelon lui, qu'il y a une puiſſance & une action *attractive* entre les particules, par exemple, du ſel & de l'eau; entre celles du vitriol & de l'eau, du fer & de l'eau forte, de l'eſprit de vitriol & du ſalpetre. Il ajoute que cette puiſſance n'eſt pas d'une égale force dans tous les corps; qu'elle eſt plus forte, par exemple, entre les particules du ſel de tartre & celles de l'eau-forte, qu'entre les particules du ſel de tartre & celles de l'argent: entre l'eau forte & la pierre calaminaire, qu'entre l'eau-forte & le fer: entre l'eau forte & le fer, qu'entre l'eau forte & le cuivre; encore moindre entre l'eau forte & l'argent, ou entre l'eau-forte & le mercure. De même l'eſprit de vitriol agit ſur l'eau, mais il agit encore davantage ſur le fer & ſur le cuivre.

Il eſt facile d'expliquer par l'*attraction* mutuelle la rondeur que les gouttes d'eau affectent; car comme ces parties doivent s'attirer toutes également & en tout ſens, elles doivent tendre à former un corps, dont tous les points de la ſurface ſoient à diſtances égales de ſon centre. Ce corps ſeroit parfaitement ſphérique, ſi les parties qui les compoſent étoient ſans peſanteur: mais cette force qui les fait deſcendre en embas, oblige la goutte de s'alonger un peu; & c'eſt pour cette raiſon, que les gouttes de fluide attachées à la ſurface inférieure des corps, dont le grand axe eſt vertical, prennent une figure un peu ovale. On remarque auſſi cette même figure dans les gouttes d'eau qui ſont placées ſur la ſurface ſupérieure d'un plan horizontal; mais alors le petit axe de cette figure eſt vertical, & ſa ſurface inférieure, c'eſt-à-dire celle qui touche le plan, eſt plane; ce qui vient tant de la peſanteur des particules de l'eau, que de l'*attraction* du corps ſur lequel elles ſont placées, & qui altere l'effet de leur *attraction* mutuelle. Auſſi, moins la ſurface ſur laquelle la goutte eſt placée, a de force pour attirer ſes parties, plus la goutte reſte ronde: c'eſt pour cette raiſon, que les gouttes d'eau qu'on voit ſur quelques feuilles de plantes, ſont parfaitement rondes, au lieu que celles qui ſe trouvent ſur du verre, ſur des métaux ou ſur des pierres, ne ſont qu'à demi-rondes, ou quelquefois encore moins. Il en eſt de même du mercure, qui ſe partage ſur le papier en petites boules parfaitement rondes, au lieu qu'il prend une figure applatie lorſqu'il eſt mis ſur du verre ou ſur quelqu'autre métal. Plus les gouttes ſont petites, moins elles ont de peſanteur; & par conſéquent lorſqu'elles viendront à s'attirer, elles formeront un globule beaucoup plus rond que celui qui ſera formé par les groſſes gouttes, comme on pourroit le démontrer plus au long, & comme l'expérience le confirme. Il eſt à remarquer que tous ces phénomènes s'obſervent également dans l'air & dans le vuide. *Muſſch.*

On peut s'aſſurer encore de la force avec laquelle les particules d'eau s'*attirent*, en prenant une phiole dont le cou ſoit fort étroit, & n'ait pas plus de deux lignes de diamètre, & en renverſant cette phiole, après l'avoir rempli d'eau: car on remarquera alors qu'il n'en ſort pas une ſeule goutte.

Comme dans une goutte d'eau, les parties qui s'attirent réciproquement ne reſtent pas en repos avant que d'avoir formé une petite boule, de même auſſi deux gouttes d'eau ſituées l'une proche de l'autre, & légérement attirées par la ſurface ſur laquelle elles ſe trouvent, ſe précipiteront l'une vers l'autre par leur *attraction* mutuelle; & dans l'*inſtant* même de leur premier contact, elles ſe réuniront & formeront une boule, comme on l'obſerve en effet; la même choſe arrive à deux gouttes de mercure.

Digitized by Google

Lorſqu'on verſe enſemble les parties de divers liquides, elles s'attirent mutuellement; celles qui ſe touchent alors, tiennent l'une à l'autre par la force avec laquelle elles agiſſent; c'eſt pourquoi les liquides pourront en ce cas ſe changer en un corps ſolide, qui ſera d'autant plus dur, que l'*attraction* attra été plus forte; ainſi ces liquides ſe coagulcront. *Muſſch.*

Lorſqu'on a fait diſſoudre des parties de ſel dans une grande quantité d'eau, elles ſont attirées par l'eau avec plus de force qu'elles ne peuvent s'attirer mutuellement, & elles reſtent ſéparées aſſez loin les unes des autres: mais lorſqu'on fait évaporer une grande quantité de cette même eau, ſoit par la chaleur du ſoleil, ſoit par celle du feu, ſoit par le moyen du vent, il s'éleve ſur la ſurface de l'eau une pellicule fort mince, formée par les particules de ſel qui ſe tiennent en haut, & dont l'eau s'eſt évaporée. Cette pellicule, qui n'eſt compoſée que des parties de ſel, peut alors agirer & ſéparer de l'eau qui eſt au-deſſous, différentes particules ſalines, avec plus de force que ne pouvoit faire auparavant cette même eau déjà diminuée de volume; car, par l'évaporation d'une grande quantité d'eau, les parties ſalines ſe rapprochent davantage, & s'uniſſent beaucoup plus qu'auparavant; & l'eau ſe trouvant en moindre quantité, elle a auſſi moins de force pour pouvoir agir ſur les parties ſalines qui ſont alors attirées en-haut vers la pellicule de ſel à laquelle elles ſe joignent. Cette petite peau devient par conſéquent plus épaiſſe & plus peſante que le liquide qui eſt au-deſſous, puiſque la peſanteur ſpécifique des parties ſalines eſt beaucoup plus grande que celle de l'eau; ainſi, dès que cette peau eſt devenue fort peſante, elle ſe briſe en piéces; ces morceaux tombent au fond, & continuent d'attirer d'autres parties ſalines; d'où il arrive qu'augmentant encore de volume, ils ſe forment en groſſes maſſes de différentes grandeurs appellées *cryſtaux*. Muſſch.

L'air, quoiqu'il doive ſurnager tous les liquides que nous connoiſſons, & qui ſont beaucoup moins peſans que lui, ne laiſſe pas d'en être *attiré*, & de ſe mêler avec eux; & M. Petit a fait voir par pluſieurs expériences, de quelle manière il eſt adhérent aux corps fluides, & ſe colle, pour ainſi dire, aux corps ſolides. *Mém. Acad. 1731.*

Les effervéſcences qui arrivent lorſqu'on mêle enſemble différens liquides, nous donnent un exemple remarquable de ces ſortes d'*attractions* entre les petites parties des corps fluides; on en verra ci-deſſous une explication un peu plus détaillée.

Il n'eſt pas non plus fort difficile de prouver que les liquides ſont attirés par les corps ſolides. En effet, qu'on verſe de l'eau dans un verre bien net, on remarquera qu'elle eſt attirée ſur les côtés contre leſquels elle monte & auxquels elle s'attache, de ſorte que la ſurface de la liqueur eſt plus baſſe au milieu que celle qui touche les parois du verre, & qui devient concave: au contraire, lorſqu'on verſe du mercure dans un verre, ſa ſurface devient convexe, étant plus haute au milieu que proche les parois du verre; ce qui vient de ce que les parties du mercure s'attirent réciproquement avec plus de force, qu'elles ne ſont attirées par le verre.

Si on prend un corps ſolide bien net, & qui ne ſoit pas gras, & qu'on le plonge dans un liquide, & qu'enſuite on le leve fort doucement & qu'on l'en retire, la liqueur y reſtera attachée, même quelquefois à une hauteur aſſez conſidérable; en ſorte qu'il reſte entre le corps & la ſurface du liquide, une petite colonne qui y demeure ſuſpendue: cette colonne ſe détache & retombe lorſqu'on a élevé le corps aſſez haut, pour que la peſanteur de la colonne l'emporte ſur la *force attractive*. Muſſch.

La force avec laquelle le verre attire les fluides, ſe manifeſte principalement dans les expériences ſur les tuyaux capillaires. *Voyez* TUYAUX CAPILLAIRES.

Il y a une infinité d'autres expériences qui conſtatent l'exiſtence de ce principe d'*attraction* entre les particules des corps.

Toutes ces actions en vertu deſquels les particules des corps tendent les unes vers les autres, ſont appellées en général par Newton du nom indéfini d'*attraction*, qui eſt également applicable à toutes les actions par leſquels les corps ſenſibles agiſſent les uns ſur les autres, ſoit par impulſion, ou par quelqu'autre force moins connue: & par-là cet auteur explique une infinité de phénoménes, qui ſeroient inexplicables par le ſeul principe de la gravité: tels ſont la cohéſion, la diſſolution, la coagulation, la cryſtalliſation, l'aſcenſion des fluides dans les tuyaux capillaires, les ſecrétions animales; la fluidité, la fixité, la fermentation, *&c.* *Voyez dans les Dictionnaires de Phyſique & de Chimie, les articles* COHÉSION, DISSOLUTION, COAGULATION, CRISTALLISATION, ASCENSION, SECRÉTION, FERMENTATION, *&c.*

« En admettant ce principe, ajoute cet illuſtre » auteur, on trouvera que la nature eſt par-tout » conforme à elle-même, & très-ſimple dans ſes » opérations; qu'elle produit tous les grands mou- » vemens des corps céleſtes par l'*attraction* de la » gravité qui agit ſur les corps, & preſque tous » les petits mouvemens de leurs parties, par le » moyen de quelqu'autre puiſſance *attractive* ré- » pandue dans ces parties. Sans ce principe il n'y » auroit point de mouvement dans le monde; & » ſans la continuation de l'action d'une pareille » cauſe, le mouvement périroit peu-à-peu, puiſqu'il » devroit continuellement décroître & diminuer, » ſi ces puiſſances actives n'en reproduiſoient » ſans ceſſe de nouveaux. » *Optique, page 373.*

Il eſt facile de juger après cela combien ſont injuſtes ceux des philoſophes modernes qui ſe déclarent hautement contre le principe de l'*attraction*, ſans en apporter d'autre raiſon, ſinon qu'ils ne conçoivent

ſongeoient pas comment un corps peut agir ſur un autre qui en eſt éloigné. Il eſt certain que, dans un grand nombre de phénomènes, les philoſophes ne reconnoiſſent point d'autre action, que celle qui eſt produite par l'impulſion & le contact immédiat: mais nous voyons dans la nature pluſieurs effets, ſans y remarquer d'impulſion: ſouvent même nous ſommes en état de prouver, que toutes les explications qu'on peut donner de ces effets, par le moyen des loix connues de l'impulſion, ſont chimériques & contraires aux principes de la méchanique la plus ſimple. Rien n'eſt donc plus ſage & plus conforme à la vraie Philoſophie, que de ſuſpendre notre jugement ſur la nature de la force qui produit ces effets. Par-tout où il y a un effet, nous pourons conclure qu'il y a une cauſe, ſoit que nous la voyions ou que nous ne la voyions pas. Mais quand la cauſe eſt inconnue, nous pouvons conſidérer ſimplement l'effet, ſans avoir égard à la cauſe, & c'eſt même à quoi il ſemble qu'un philoſophe doit ſe borner en pareil cas: car, d'un côté, ce ſeroit laiſſer un grand vuide dans l'hiſtoire de la nature, que de nous diſpenſer d'examiner un grand nombre de phénomènes ſous prétexte que nous en ignorons la cauſe; & de l'autre, ce ſeroit nous expoſer à faire un roman, que de vouloir raiſonner ſur des cauſes qui nous ſont inconnues. Les phénomènes de l'*attraction* ſont donc la matière des recherches phyſiques; & en cette qualité ils doivent faire partie d'un ſyſtême de phyſique: mais la cauſe de ces phénomènes n'eſt du reſſort du phyſicien, que quand elle eſt ſenſible, c'eſt-à-dire, quand elle paroît elle-même être l'effet de quelque cauſe plus relevée (car la cauſe immédiate d'un effet ne paroît elle-même qu'un effet, la première cauſe étant inviſible). Ainſi, nous pouvons ſuppoſer autant de cauſes d'*attraction* qu'il nous plaira, ſans que cela puiſſe nuire aux effets. L'illuſtre Newton ſemble même être indécis ſur la nature de ces cauſes: car il paroît quelquefois regarder la gravité, comme l'effet d'une cauſe immatérielle (*Optiq. page 343, &c.*); & quelquefois il paroît la regarder comme l'effet d'une cauſe matérielle. *Ibid. page 325.*

Dans la philoſophie neutonienne, la recherche de la cauſe eſt le dernier objet qu'on a en vue: jamais on ne penſe à la trouver que quand les loix de l'effet & les phénomènes ſont bien établis, parce que c'eſt par les effets ſeuls qu'on peut remonter juſqu'à la cauſe: les actions mêmes les plus palpables & les plus ſenſibles n'ont point une cauſe entièrement connue: les plus profonds philoſophes ne ſauroient concevoir comment l'impulſion produit le mouvement, c'eſt-à-dire, comment le mouvement d'un corps paſſe dans un autre par le choc: cependant la communication du mouvement par l'impulſion eſt un principe admis, non-ſeulement en Philoſophie, mais encore en Mathématique; & même une grande partie de la Méchanique élémentaire, a pour objet les loix & les effets de cette communication. *Voyez* PERCUSSION & COMMUNICATION *de mouvement.*

Concluons donc que quand les phénomènes ſont ſuffiſamment établis, les autres eſpèces d'effets, où on ne remarque point d'impulſion, ont le même droit de paſſer de la Phyſique dans les Mathématiques, ſans qu'on s'embarraſſe d'en approfondir les cauſes qui ſont peut-être au-deſſus de notre portée: il eſt permis de les regarder comme cauſes occultes (car toutes les cauſes le ſont, à parler exactement), & de s'en tenir aux effets, qui ſont la ſeule choſe immédiatement à notre portée.

Neuton a donc éloigné avec raiſon de ſa philoſophie cette diſcuſſion étrangère & métaphyſique; & malgré tous les reproches qu'on a cherché à lui faire là-deſſus, il a la gloire d'avoir découvert dans la méchanique un nouveau principe, qui étant bien approfondi, doit être infiniment plus étendu que ceux de la méchanique ordinaire: c'eſt de ce principe ſeulement que nous pouvons attendre l'explication d'un grand nombre de changemens qui arrivent dans les corps, comme productions, générations, corruptions, *&c.* en un mot, de toutes les opérations ſurprenantes de la Chimie. *Voyez* GÉNÉRATION, CORRUPTION, OPÉRATION, CHIMIE, *&c.* (*Dict. de Phyſ. & de Ch.*)

Quelques philoſophes anglois ont approfondi les principes de l'*attraction.* M. Keil en particulier a tâché de déterminer quelques-unes des loix de cette nouvelle cauſe, & d'expliquer par ce moyen pluſieurs phénomènes généraux de la nature, comme la cohéſion, la fluidité, l'élaſticité, la fermentation, la molleſſe, la coagulation. M. Freind, marchant ſur ces traces, a encore fait une application plus étendue de ces mêmes principes aux phénomènes de la Chymie. Auſſi quelques philoſophes ont été tentés de regarder cette nouvelle méchanique comme une ſcience complette, & de penſer qu'il n'y a preſqu'aucun effet phyſique dont la force *attractive* ne fourniſſe une explication immédiate.

Cependant en tirant cette conſéquence, il y y auroit lieu de craindre qu'on ne ſe hâtât un peu trop: un principe ſi fécond a beſoin d'être examiné encore plus à fond; & il ſemble qu'avant d'en faire l'application générale à tous les phénomènes, il faudroit examiner plus exactement ſes loix & ſes limites. L'*attraction* en général eſt un principe ſi complexe, qu'on peut par ſon moyen expliquer une infinité de phénomènes différens les uns des autres: mais, juſqu'à ce que nous en connoiſſions mieux les propriétés, il ſeroit peut-être bon de l'appliquer à moins d'effets, & de l'approfondir davantage. Il ſe peut faire que toutes les *attractions* ne ſe reſſemblent pas, & que quelques-unes dépendent de certaines cauſes particulières, dont nous n'avons pu nous former juſqu'à préſent aucune

idée, parce que nous n'avons pas aſſez d'obſervations exactes, ou parce que les phénomènes ſont ſi peu ſenſibles qu'ils échappent à nos ſens. Ceux qui viendront apres nous, découvriront peut-être ces diverſes ſortes de phénomènes : c'eſt pourquoi nous devons rencontrer un grand nombre de phénomènes qu'il nous eſt impoſſible de bien expliquer, ou de démontrer avant que ces cauſes ayent été découvertes. Quant au mot d'*attraction*, on peut ſe ſervir de ce terme juſqu'à ce que la cauſe ſoit mieux connue.

Pour donner un eſſai du principe d'*attraction*, & de la manière dont quelques philoſophes l'ont appliqué, nous joindrons ici les principales loix qui ont été données par M. Neuton, M. Keil, M. Freind, *&c.*

THÉOR. I. Outre la force *attractive* qui retient les planètes & les comètes dans leurs orbites, il y en a une autre par laquelle les différentes parties dont les corps ſont compoſés, s'attirent mutuellement les unes les autres ; & cette force décroît plus qu'en raiſon inverſe du quarré de la diſtance.

Cethéoreme, comme nous l'avons déjà remarqué, peut ſe démontrer par un grand nombre de phénomènes. Nous ne rappellerons ici que les plus ſimples & les plus communs : par exemple, la figure ſphérique que les gouttes d'eau prennent, ne peut provenir que d'une pareille force : c'eſt par la même raiſon que deux boules de mercure s'uniſſent & s'incorporent en une ſeule dès qu'elles viennent à ſe toucher, ou qu'elles ſont fort près l'une de l'autre : c'eſt encore en vertu de cette force que l'eau s'éleve dans les tuyaux capillaires, *&c.*

A l'égard de la loi préciſe de cette *attraction*, on ne l'a point encore déterminée : tout ce que l'on ſait certainement, c'eſt qu'en s'éloignant du point de contact, elle décroît plus que dans la raiſon inverſe du quarré de la diſtance, & que par conſéquent elle ſuit une autre loi que la gravité. En effet, ſi cette force ſuivoit la loi de la raiſon inverſe du quarré de la diſtance, elle ne ſeroit guere plus grande au point de contact que fort proche de ce point ; car M. Neuton a démontré dans ſes *Principes mathématiques*, que ſi l'*attraction* d'un corps eſt en raiſon inverſe du quarré de la diſtance, cette *attraction* eſt finie au point de contact, & qu'ainſi elle n'eſt guere plus grande au point de contact, qu'à une petite diſtance de ce point ; au contraire, lorſque l'*attraction* décroît plus qu'en raiſon inverſe du quarré de la diſtance, par exemple, en raiſon inverſe du cube, ou d'une autre puiſſance plus grande que le quarré ; alors, ſelon les démonſtrations de M. Neuton, l'*attraction* eſt infinie au point de contact, & finie à une très-petite diſtance de ce point. Ainſi, l'*attraction* au point de contact eſt beaucoup plus grande, qu'elle n'eſt à une très-petite diſtance de ce même point. Or il eſt certain par toutes les expériences, que l'*attraction* qui eſt très-grande au point de contact, devient preſque inſenſible à une très-petite diſtance de ce point. D'où il s'enſuit que l'*attraction* dont il s'agit, décroît en raiſon inverſe d'une puiſſance plus grande que le quarré de la diſtance : mais l'expérience ne nous a point encore appris, ſi la diminution de cette force ſuit la raiſon inverſe du cube, ou d'une autre puiſſance plus élevée.

II. La quantité de l'*attraction* dans tous les corps très-petits, eſt proportionnelle, toutes choſes d'ailleurs égales, à la quantité de matière du corps *attirant*, parce qu'elle eſt en effet, ou du moins à très-peu-près, la ſomme ou le réſultat des *attractions* de toutes les parties dont le corps eſt compoſé ; ou, ce qui revient au même, l'*attraction* dans tous les corps fort petits, eſt comme leurs ſolidités, toutes choſes d'ailleurs égales.

Donc, 1.° à diſtances égales, les *attractions* de deux corps très-petits ſeront comme leurs maſſes, quelque différence qu'il y ait d'ailleurs entre leur figure & leur volume.

2.° A quelque diſtance que ce ſoit, l'*attraction* d'un corps très-petit eſt comme ſa maſſe diviſée par le quarré de la diſtance.

Il faut obſerver que cette loi, priſe rigoureuſement, n'a lieu qu'à l'égard des atômes, ou des plus petites parties compoſantes des corps, que quelques-uns appellent *particules de la derniere compoſition*, & non pas à l'égard des corpuſcules faits de ces atômes.

Car lorſqu'un corps eſt d'une grandeur finie, l'*attraction* qu'il exerce ſur un point placé à une certaine diſtance, n'eſt autre choſe que le réſultat des *attractions*, que toutes les parties du corps *attirant* exercent ſur ce point, & qui, en ſe combinant toutes enſemble, produiſent ſur ce point une force ou une tendance unique dans une certaine direction. Or, comme toutes les particules dont le corps *attirant* eſt compoſé, ſont différemment ſituées par rapport au point qu'elles attirent, toutes les forces que ces particules exercent ont chacune une valeur & une direction différente ; & ce n'eſt que par le calcul qu'on peut ſavoir ſi la force unique qui en réſulte eſt comme la maſſe totale du corps *attirant* diviſée par le quarré de la diſtance. Auſſi cette propriété n'a-t-elle lieu que dans un très-petit nombre de corps, par exemple dans les ſphères, de quelque grandeur qu'elles puiſſent être. M. Neuton a démontré que l'*attraction* qu'elles exercent ſur un point placé à une diſtance quelconque, eſt la même que ſi toute la matière étoit concentrée & réunie au centre de la ſphère ; d'où il s'enſuit que l'*attraction* d'une ſphère eſt en général comme ſa maſſe diviſée par le quarré de la diſtance qu'il y a du point *attiré* au centre de la ſphère. Lorſque le corps *attirant* eſt fort petit, toutes ſes parties ſont cenſées être à la même diſtance du point *attiré*, & ſont cenſées agir à-peu-près dans le même ſens ; c'eſt pour cela que dans

Digitized by Google

les petits corps, l'*attraction* eſt cenſée proportionnelle à la maſſe diviſée par le quarré de la diſtance.

Au reſte, c'eſt toujours à la maſſe, & non à la groſſeur ou au volume, que l'*attraction* eſt proportionnelle; car l'*attraction* totale eſt la ſomme des *attractions* particulières des atômes dont un corps eſt compoſé. Or ces atômes peuvent être tellement unis enſemble, que les corpuſcules les plus ſolides forment les particules les plus légères, c'eſt-à-dire, que leurs ſurfaces n'étant point propres pour ſe toucher intimement, elles ſeront ſéparées par de ſi grands interſtices, que la groſſeur ne ſera point proportionnelle à la quantité de matière.

III. Si un corps eſt compoſé de particules, dont chacune ait une force *attractive* décroiſſante en raiſon triplée ou plus que triplée des diſtances, la force avec laquelle une particule de matière ſera attirée par ce corps au point de contact, ſera infiniment plus grande que ſi cette particule étoit placée à une diſtance donnée du corps. M. Neuton a démontré cette propoſition dans ſes *principes*, comme nous l'avons déja remarqué. *Voyez Princ. math. ſect. xiij. liv. I, propoſition premiere.*

IV. Dans la même ſuppoſition, ſi la force *attractive* qui agit à une diſtance aſſignable, a un rapport fini avec la gravité, la force *attractive* au point de contact, ou infiniment près de ce point, ſera infiniment plus grande que la force de la gravité.

V. Mais ſi, dans le point de contact, la force *attractive* a un rapport fini à la gravité, la force à une diſtance aſſignable ſera infiniment moindre que la force de la gravité, & par conſéquent ſera nulle.

VI. La force *attractive* de chaque particule de matière au point de contact, ſurpaſſe preſque infiniment la force de la gravité, mais cependant n'eſt pas infiniment plus grande. De ce théorême & du précédent, il s'enſuit que la force *attractive* qui agit à une diſtance donnée quelconque, ſera preſque égale à zéro.

Par conſéquent cette force *attractive* des corps terreſtres ne s'étend que dans un eſpace extrêmement petit, & s'évanouit à une grande diſtance. C'eſt ce qui fait qu'elle ne peut rien déranger dans le mouvement des corps céleſtes qui en ſont fort éloignés, & que toutes les planètes continuent ſenſiblement leur cours, comme s'il n'y avoit point de force *attractive* dans les corps terreſtres.

Où la force *attractive* ceſſe, la force répulſive commence, ſelon M. Neuton, ou plutôt la force *attractive* ſe change en force *répulſive*. *Voy.* RÉPULSION.

VII. Suppoſons un corpuſcule qui touche un corps: la force par laquelle le corpuſcule eſt pouſſé, c'eſt-à-dire, la force avec laquelle il eſt adhérent au corps qu'il touche, ſera proportionnelle à la quantité du contact; car les parties un peu éloignées du point de contact ne contribuent en rien à la cohéſion.

Il y a donc différens degrés de cohéſion, ſelon la différence qui peut ſe trouver dans le contact des particules; la force de la cohéſion eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, lorſque la ſurface touchante eſt plane: en ce cas, toutes choſes d'ailleurs égales, la force par laquelle le corpuſcule eſt adhérent, ſera comme les parties des ſurfaces touchantes.

C'eſt pour cette raiſon que deux marbres parfaitement polis, qui ſe touchent par leurs ſurfaces planes, ſont ſi difficiles à ſéparer, & ne peuvent l'être que par un poids fort ſupérieur à celui de l'air qui les preſſe.

VIII. La force de l'*attraction* croît dans les petites particules à meſure que le poids & la groſſeur de ces particules diminue, ou, pour s'expliquer plus clairement, la force de l'*attraction* décroît moins à proportion que la maſſe, toutes choſes d'ailleurs égales.

Car, comme la force *attractive* n'agit qu'au point de contact, ou fort près de ce point, le moment de cette force doit être comme la quantité de contact, c'eſt-à-dire, comme la denſité des parties & la grandeur de leurs ſurfaces: or les ſurfaces des corps croiſſent ou décroiſſent comme les quarrés des diamètres, & les ſolidités comme les cubes de ces mêmes diamètres; par conſéquent, les plus petites particules ayant plus de ſurface à proportion de leur ſolidité, ſont capables d'un contact plus fort, *&c.* Les corpuſcules dont le contact eſt le plus petit & le moins étendu qu'il eſt poſſible, comme les ſphères infiniment petites, ſont ceux qu'on peut ſéparer le plus aiſément l'un de l'autre.

On peut tirer de ce principe la cauſe de la fluidité; car, regardant les parties des fluides comme de petites ſphères ou globules très-polis, on voit que leur *attraction* & cohéſion mutuelle doit être très-peu conſidérable, & qu'elles doivent être fort faciles à ſéparer & à gliſſer les unes ſur les autres; ce qui conſtitue la fluidité.

IX. La force par laquelle un corpuſcule eſt attiré par un autre corps qui en eſt proche, ne reçoit aucun changement dans ſa quantité, ſoit que la matière du corps attirant croiſſe ou diminue, pourvu que le corps attirant conſerve toujours la même denſité, & que le corpuſcule demeure toujours à la même diſtance.

Car, puiſque la puiſſance attractive n'eſt répandue que dans un fort petit eſpace, il s'enſuit que les corpuſcules qui ſont éloignés d'un autre, ne contribuent en rien pour attirer celui-ci; par conſéquent le corpuſcule ſera attiré vers celui qui en eſt proche, avec la même force, ſoit que les autres corpuſcules y ſoient ou n'y ſoient pas, & par conſéquent auſſi, ſoit qu'on en ajoute d'autres ou non.

Donc les particules auront différentes forces attractives, ſelon la différence de leur ſtructure: par exemple, une particule percée dans ſa longueur n'attirera pas ſi fort qu'une particule qui ſeroit entiere; de même auſſi la différence dans la figure en produira une dans la force attractive. Ainſi une ſphère attirera plus qu'un cone, qu'un cylindre, *&c.*

X. Suppoſons que la contexture d'un corps ſoit telle, que les dernières particules élémentaires dont il eſt compoſé ſoient un peu éloignées de leur premier contact par l'action de quelque force extérieure, comme par le poids ou l'impulſion d'un autre corps, mais ſans acquérir en vertu de cette force un nouveau contact; dès que l'action de cette force aura ceſſé, ces particules tendant les unes vers les autres par leur force attractive, retourneront auſſi-tôt à leur premier contact. Or, quand les parties d'un corps, après avoir été déplacées, retournent dans leur première ſituation, la figure du corps, qui avoit été changée par le dérangement des parties, ſe rétablit auſſi dans ſon premier état: donc les corps qui ont perdu leur figure primitive, peuvent la recouvrer par l'*attraction*.

Par-là on peut expliquer la cauſe de l'élaſticité; car quand les particules d'un corps ont été un peu dérangées de leur ſituation par l'action de quelque force extérieure, ſi-tôt que cette force ceſſe d'agir, les parties ſéparées doivent retourner à leur première place, & par conſéquent le corps doit reprendre ſa figure, *&c.*

XI. Mais ſi la contexture d'un corps eſt telle que ſes parties, lorſqu'elles perdent leur contact par l'action de quelque cauſe extérieure, en reçoivent un autre du même degré de force, ce corps ne pourra reprendre ſa première figure.

Par-là on peut expliquer en quoi conſiſte la molleſſe des corps.

XII. Un corps plus peſant que l'eau peut diminuer de groſſeur à un tel point, que ce corps demeure ſuſpendu dans l'eau ſans deſcendre, comme il le devroit faire par ſa propre peſanteur.

Par-là on peut expliquer pourquoi les particules ſalines, métalliques, & les autres petits corps ſemblables, demeurent ſuſpendus dans les fluides qui les diſſolvent.

XIII. Les grands corps s'approchent l'un de l'autre avec moins de vîteſſe que les petits corps. En effet, la force avec laquelle deux corps *A B* s'attirent (*fig. 32, mech. n.° 2.*), réſide ſeulement dans les particules de ces corps les plus proches; car les parties plus éloignées n'y contribuent en rien: par conſéquent la force qui tend à mouvoir les corps *A* & *B*, n'eſt pas plus grande que celle qui tendroit à mouvoir les ſeules particules *c* & *d*. Or les vîteſſes des différens corps mûs par une même force ſont en raiſon inverſe des maſſes de ces corps; car plus la maſſe à mouvoir eſt grande, moins cette force doit lui imprimer de vîteſſe: donc la vîteſſe avec laquelle le corps *A* tend à s'approcher de *B*, eſt à la vîteſſe avec laquelle la particule *c* tendroit à ſe mouvoir vers *B*, ſi elle étoit détachée du corps *A*, comme la particule *c* eſt au corps *A*; donc la vîteſſe du corps *A* eſt beaucoup moindre que celle qu'auroit la particule *c*, ſi elle étoit détachée du corps *A*.

C'eſt pour cela que la vîteſſe avec laquelle deux petits corpuſcules tendent à s'approcher l'un de l'autre, eſt en raiſon inverſe de leurs maſſes; c'eſt auſſi pour cette même raiſon que le mouvement des grands corps eſt naturellement ſi lent, que le fluide environnant & les autres corps adjacens le retardent & le diminuent conſidérablement; au lieu que les petits corps ſont capables d'un mouvement beaucoup plus grand, & ſont en état par ce moyen de produire un très-grand nombre d'effets, tant il eſt vrai que la force ou l'énergie de l'*attraction* eſt beaucoup plus conſidérable dans les petits corps que dans les grands. On peut auſſi déduire du même principe la raiſon de cet axiome de Chimie: *Les ſels n'agiſſent que quand ils ſont diſſous.*

XIV. Si un corpuſcule placé dans un fluide eſt également attiré en tout ſens par les particules environnantes, il ne doit recevoir aucun mouvement; mais s'il eſt attiré par quelques particules plus fortement que par d'autres, il doit ſe mouvoir vers le côté où l'*attraction* eſt la plus grande, & le mouvement qu'il aura ſera proportionné à l'inégalité d'*attraction*, c'eſt-à-dire, que plus cette inégalité ſera grande, plus auſſi le mouvement ſera grand: & au contraire.

XV. Si des corpuſcules nagent dans un fluide, & qu'ils s'attirent les uns les autres avec plus de force qu'ils n'attirent les particules intermédiaires du fluide, & qu'ils n'en ſont attirés, ces corpuſcules doivent s'ouvrir un paſſage à travers les particules du fluide, & s'approcher les uns des autres avec une force égale à l'excès de leur force attractive ſur celle des parties du fluide.

XVI. Si un corps eſt plongé dans un fluide dont les particules ſoient attirées plus fortement par les parties du corps, que les parties de ce corps ne s'attirent mutuellement, & qu'il y ait dans ce corps un nombre conſidérable de pores ou d'interſtices à travers leſquels les particules du fluide puiſſent paſſer, le fluide traverſera ces pores. De plus, ſi la cohéſion des parties du corps n'eſt pas aſſez forte pour réſiſter à l'effort que le fluide fera pour les ſéparer, ce corps ſe diſſoudra.

Donc pour qu'un menſtrue ſoit capable de diſſoudre un corps donné, il faut trois conditions; 1.° que les parties du corps attirent les particules du menſtrue plus fortement qu'elles ne s'attirent elles-mêmes les unes les autres; 2.° que les pores

du corps ſoient perméables aux particules du menſtrue ; 3.° que la cohéſion des parties du corps ne ſoit pas aſſez forte pour réſiſter à l'effort & à l'irruption des particules du menſtrue.

XVII. Les ſels ont une grande force attractive, même lorſqu'ils ſont ſéparés par beaucoup d'interſtices qui laiſſent un libre paſſage à l'eau : par conſéquent les particules de l'eau ſont fortement attirées par les particules ſalines ; de ſorte qu'elles ſe précipitent dans les pores des parties ſalines, ſéparent ces parties & diſſolvent le ſel.

XVIII. Si les corpuſcules ſont plus attirés par les parties du fluide qu'elles ne s'attirent les unes les autres, ces corpuſcules doivent s'éloigner les uns des autres, & ſe répandre çà & là dans le fluide.

Par exemple, ſi on diſſout un peu de ſel dans une grande quantité d'eau, les particules du ſel, quoique d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'eau, ſe répandront & ſe diſperſeront dans toute la maſſe de l'eau, de manière que l'eau ſera auſſi ſalée au fond qu'à ſa partie ſupérieure. Cela ne prouve-t-il pas que les parties du ſel ont une force centrifuge ou répulſive, par laquelle elles tendent à s'éloigner les unes des autres, ou plutôt qu'elles ſont attirées par l'eau plus fortement qu'elles ne s'attirent les unes des autres ? En effet, comme tout corps monte dans l'eau lorſqu'il eſt moins attiré par ſa gravité terreſtre que les parties de l'eau, de même toutes les parties de ſel qui flottent dans l'eau, & qui ſont moins attirées par une partie quelconque de ſel que les parties de l'eau ne le ſont ; toutes ces parties, dis-je, doivent s'éloigner de la partie de ſel dont il s'agit, & laiſſer leur place à l'eau qui en eſt plus attirée. Neuton, *Opt. p. 363.*

XIX. Si des corpuſcules qui nagent dans un fluide tendent les uns vers les autres, & que ces corpuſcules ſoient élaſtiques, ils doivent, après s'être rencontrés, s'éloigner de nouveau, juſqu'à ce qu'ils rencontrent d'autres corpuſcules qui les réfléchiſſent ; ce qui doit produire une grande quantité d'impulſions, de répercuſſions, & pour ainſi dire de conflits entre ces corpuſcules. Or, en vertu de la force attractive, la vîteſſe de ces corps augmentera continuellement ; de manière que le mouvement inteſtin des particules deviendra enfin ſenſible aux yeux.

De plus, ces mouvemens ſeront différens, & ſeront plus ou moins ſenſibles & plus ou moins prompts, ſelon que les corpuſcules s'attireront l'un l'autre avec plus ou moins de force, & que leur élaſticité ſera plus ou moins grande.

XX. Si les corpuſcules qui s'attirent l'un l'autre viennent à ſe toucher mutuellement, ils n'auront plus de mouvement, parce qu'ils ne peuvent s'approcher de plus près. S'ils ſont placés à une très-petite diſtance l'un de l'autre, ils ſe mouvront : mais ſi on les place à une diſtance plus grande, de manière que la force avec laquelle ils s'attirent l'un l'autre, ne ſurpaſſe point la force avec laquelle ils attirent les particules intermédiaires du fluide ; alors ils n'auront plus de mouvement.

De ce principe dépend l'explication de tous les phénomènes de la fermentation & de l'ébullition. *Voyez* FERMENTATION & EBULLITION. (*Dict. de Phyſ. & de Ch.*)

Ainſi, on peut expliquer par-là pourquoi l'huile de vitriol fermente & s'échauffe quand on verſe un peu d'eau deſſus ; car les particules ſalines qui ſe touchoient ſont un peu déſunies par l'effuſion de l'eau : or, comme ces particules s'attirent l'une l'autre plus fortement qu'elles n'attirent les particules de l'eau, & qu'elles ne ſont pas également attirées en tout ſens, elles doivent néceſſairement ſe mouvoir & fermenter. *Voyez* VITRIOL. (*Dict. de Ch.*)

C'eſt auſſi pour cette raiſon qu'il ſe fait une ſi violente ébullition, lorſqu'on ajoute à ce mélange de la limaille d'acier ; car les particules de l'acier ſont fort élaſtiques, & par conſéquent ſont réfléchies avec beaucoup de force.

On voit auſſi pourquoi certains menſtrues agiſſent plus fortement, & diſſolvent plus promptement le corps lorſque ces menſtrues ont été mêlés avec l'eau. Cela s'obſerve lorſqu'on verſe ſur le plomb ou ſur quelques autres métaux de l'huile de vitriol, de l'eau-forte, de l'eſprit-de-nitre rectifiés ; car ces métaux ne ſe diſſoudront qu'après qu'on y aura verſé de l'eau.

XXI. Si les corpuſcules qui s'attirent mutuellement l'un l'autre n'ont point de force élaſtique, ils ne ſeront point réfléchis ; mais ils ſe joindront en petites maſſes, d'où naîtra la coagulation.

Si la peſanteur des particules ainſi réunies ſurpaſſe la peſanteur du fluide, la précipitation s'en ſuivra. *Voyez* PRÉCIPITATION. (*Dict. de Ch.*)

XXII. Si des corpuſcules nageant dans un fluide *s'attirent* mutuellement, & ſi la figure de ces corpuſcules eſt telle, que quelques-unes de leurs parties aient plus de force *attractive* que les autres, & que le contact ſoit auſſi plus fort dans certaines parties que dans d'autres, ces corpuſcules s'uniront en prenant de certaines figures ; ce qui produira la cryſtalliſation. *Voy.* CRYSTALLISATION. (*Ibid.*)

Des corpuſcules qui ſont plongés dans un fluide dont les parties ont un mouvement progreſſif égal & uniforme, *s'attirent* mutuellement de la même manière que ſi le fluide étoit en repos ; mais ſi toutes les parties du fluide ne ſe meuvent point également, l'*attraction* des corpuſcules ne ſera plus la même.

C'eſt pour cette raiſon que les ſels ne cryſtalliſent point, à moins que l'eau où on les met ne ſoit froide.

Digitized by Google

XXIII. Si entre deux particules de fluide ſe trouve placé un corpuſcule dont les deux côtés oppoſés aient une grande force *attractive*, ce corpuſcule forcera les particules du fluide de s'unir & de ſe conglutiner avec lui; & s'il y a pluſieurs corpuſcules de cette ſorte répandus dans le fluide, ils fixeront toutes les particules du fluide, & en feront un corps ſolide, & le fluide ſera gelé ou changé en glace.

XXIV. Si un corps envoie hors de lui une grande quantité de corpuſcules dont l'*attraction* ſoit très-forte, ces corpuſcules, lorſqu'ils approcheront d'un corps fort léger, ſurmonteront par leur *attraction* la peſanteur de ce corps, & l'attireront à eux; & comme les corpuſcules ſont en plus grande abondance à de petites diſtances du corps qu'à de plus grandes, le corps léger ſera continuellement tiré vers l'endroit où l'émanation eſt la plus denſe, juſqu'à ce qu'enfin il vienne s'attacher au corps même d'où les émanations partent.

Par-là on peut expliquer pluſieurs phénomènes de l'électricité. *Voyez* ELECTRICITÉ. (*Dict. de Phyſ.*)

Nous avons cru devoir rapporter ici ces différens théorèmes ſur l'*attraction*, pour faire voir comment on a taché d'expliquer, à l'aide de ce principe, pluſieurs phénomènes de Chimie: nous ne prétendons point cependant garantir aucune de ces explications; & nous avouerons même que la plupart d'entr'elles ne paroiſſent point avoir cette préciſion & cette clarté qui eſt néceſſaire dans l'expoſition des cauſes des phénomènes de la nature. Il eſt pourtant permis de croire que l'*attraction* peut avoir beaucoup de part aux effets dont il s'agit; & la manière dont on croit qu'elle peut y ſatisfaire, eſt encore moins vague que celle dont on prétend les expliquer dans d'autres ſyſtèmes. Quoi qu'il en ſoit, le parti le plus ſage eſt ſans doute de ſuſpendre encore ſon jugement ſur ces choſes de détail, juſqu'à ce que nous ayons une connoiſſance plus parfaite des corps & de leurs propriétés.

Voici donc, pour ſatisfaire à ce que nous avons promis au commencement de cet article, ce qu'il nous ſemble qu'on doit penſer ſur l'*attraction*.

Tous les philoſophes conviennent qu'il y a une force qui fait tendre les planètes premières vers le ſoleil, & les planètes ſecondaires vers leurs planètes principales. Comme il ne faut point multiplier les principes ſans néceſſité, & que l'impulſion eſt le principe le plus connu & le moins conteſté du mouvement des corps, il eſt clair que la première idée d'un philoſophe doit être d'attribuer cette force à l'impulſion d'un fluide. C'eſt à cette idée que les tourbillons de Deſcartes doivent leur naiſſance; & elle paroiſſoit d'autant plus heureuſe, qu'elle expliquoit à-la-fois le mouvement de tranſlation des planètes par le mouvement circulaire de la matière du tourbillon, & leur tendance vers le ſoleil par la force centrifuge de cette matière. Mais ce n'eſt pas aſſez pour une hypothèſe de ſatisfaire aux phénomènes en gros, pour ainſi dire, & d'une manière vague; les détails en ſont la pierre de touche, & ces détails ont été la ruine du ſyſtème cartéſien. *Voy.* PESANTEUR, TOURBILLON, *&c.*

Il faut donc renoncer aux tourbillons, quelque agréable que le ſpectacle en paroiſſe. Il y a plus; on eſt preſque forcé de convenir que les planètes ne ſe meuvent point en vertu de l'action d'un fluide: car de quelque manière qu'on ſuppoſe que ce fluide agiſſe, on ſe trouve expoſé de tous côtés à des difficultés inſurmontables: le ſeul moyen de s'en tirer, ſeroit de ſuppoſer un fluide qui fût capable de pouſſer dans un ſens, & qui ne réſiſtât pas dans un autre: mais le remede, comme on voit, ſeroit pire que le mal. On eſt donc réduit à dire, que la force qui fait tendre les planètes vers le ſoleil vient d'un principe inconnu, & ſi l'on veut, d'une *qualité occulte*; pourvu qu'on n'attache point à ce mot d'autre idée que celle qu'il préſente naturellement, c'eſt-à-dire d'une cauſe qui nous eſt cachée. C'eſt vraiſemblablement le ſens qu'Ariſtote y attachoit, en quoi il a été plus ſage que ſes ſectateurs, & que bien des philoſophes modernes.

Nous ne dirons donc point, ſi l'on veut, que l'*attraction* eſt une propriété primordiale de la matière, mais nous nous garderons bien auſſi d'affirmer, que l'impulſion ſoit le principe néceſſaire des mouvemens des planetes. Nous avouons même que ſi nous étions forcés de prendre un parti, nous pencherions bien plutôt pour le premier que pour le ſecond; puiſqu'il n'a pas encore été poſſible d'expliquer par le principe de l'impulſion, les phénomènes céleſtes; & que l'impoſſibilité même de les expliquer par ce principe, eſt appuyée ſur des preuves très-fortes, pour ne pas dire ſur des démonſtrations. Si M. Neuton paroit indécis, en quelques endroits de ſes ouvrages, ſur la nature de la force *attractive*; s'il avoue même qu'elle peut venir d'une impulſion, il y a lieu de croire que c'étoit une eſpèce de tribut qu'il vouloit bien payer au préjugé, ou, ſi l'on veut, à l'opinion générale de ſon ſiècle; & on peut croire qu'il avoit pour l'autre ſentiment une ſorte de prédilection; puiſqu'il a ſouffert que M. Côtes ſon diſciple adoptât ce ſentiment ſans aucune réſerve, dans la préface qu'il a miſe à la tête de la ſeconde édition des *Principes*; préface faite ſous les yeux de l'auteur, & qu'il paroit avoir approuvée. D'ailleurs M. Neuton admet entre les corps céleſtes une *attraction* réciproque; & cette opinion ſemble ſuppoſer que l'*attraction* eſt une vertu inhérente aux corps. Quoi qu'il en ſoit, la force *attractive*, ſelon M. Neuton, décroît en raiſon inverſe des quarrés des diſtances: ce grand philoſophe a expliqué par ce ſeul principe une grande partie des phénomènes céleſtes; & tous ceux qu'on a tenté d'expliquer depuis par ce même principe, l'ont été

Digitized by Google

avec une facilité & une exactitude qui tiennent du prodige. Le ſeul mouvement des apſides de la lune a paru durant quelque tems ſe refuſer à ce ſyſtême : mais ce point a été enfin décidé, & le ſyſtême Neutonien en eſt ſorti à ſon honneur. *Voyez* LUNE. Toutes les autres inégalités du mouvement de la lune, qui, comme l'on ſait, ſont très-conſidérables & en grand nombre, s'expliquent très-heureuſement dans le ſyſtême de l'*attraction*. Je m'en ſuis auſſi aſſuré par le calcul, & j'ai publié mon travail.

Tous les phénomènes nous démontrent donc qu'il y a une force qui fait tendre les planètes les unes vers les autres. Ainſi, nous ne pouvons nous diſpenſer de l'admettre ; & quand nous ſerions forcés de la reconnoître comme primordiale & inhérente à la matière, j'oſe dire que la difficulté de concevoir une pareille cauſe ſeroit un argument bien foible contre ſon exiſtence. Perſonne ne doute qu'un corps qui en rencontre un autre ne lui communique du mouvement : mais avons-nous une idée de la vertu par laquelle ſe fait cette communication ? Les philoſophes ont avec le vulgaire bien plus de reſſemblance qu'ils ne s'imaginent. Le peuple ne s'étonne point de voir une pierre tomber, parce qu'il l'a toujours vu ; de même les philoſophes, parce qu'ils ont vu dès l'enfance les effets de l'impulſion, n'ont aucune inquiétude ſur la cauſe qui les produit. Cependant ſi tous les corps qui en rencontrent une autre s'arrêtoient ſans leur communiquer du mouvement, un philoſophe qui verroit, pour la première fois, un corps en pouſſer un autre, ſeroit auſſi ſurpris qu'un homme qui verroit un corps peſant ſe ſoutenir en l'air ſans retomber. Quand nous ſaurions en quoi conſiſte l'impénétrabilité des corps, nous n'en ſerions peut-être guere plus éclairés ſur la nature de la force impulſive. Nous voyons ſeulement, qu'en conſéquence de cette impénétrabilité, le choc d'un corps contre un autre doit être ſuivi de quelque changement, ou dans l'état des deux corps, ou dans l'état de l'un des deux : mais nous ignorons, & apparemment nous ignorerons toujours, par quelle vertu ce changement s'exécute, & pourquoi, par exemple, un corps qui en choque une autre ne reſte pas toujours en repos après le choc, ſans communiquer une partie de ſon mouvement au corps choqué. Nous croyons que l'*attraction* répugne à l'idée que nous avons de la matière : mais approfondiſſons cette idée, nous ſerons effrayés de voir combien peu elle eſt diſtincte, & combien nous devons être réſervés dans les conſéquences que nous en tirons. L'univers eſt caché pour nous derriere une eſpece de voile, à-travers lequel nous entrevoyons confuſément quelques points. Si ce voile ſe déchiroit tout-à-coup, peut-être ſerions-nous bien ſurpris de ce qui ſe paſſe derrière. D'ailleurs la prétendue incompatibilité de l'*attraction* avec la matière, n'a plus lieu dès qu'on admet un être intelligent & ordonnateur de tout, à qui il a été auſſi libre de vouloir que les corps agiſſent les uns ſur les autres à diſtance, que dans le contact.

Mais autant que nous devons être portés à croire l'exiſtence de la force d'*attraction* dans les corps céleſtes, autant, ce me ſemble, nous devons être réſervés à aller plus avant. 1.° Nous ne dirons point que l'*attraction* eſt une propriété *eſſentielle* de la matière, c'eſt beaucoup de la regarder comme une propriété *primordiale* ; & il y a une grande différence entre une propriété *primordiale* & une propriété *eſſentielle*. L'impénétrabilité, la diviſibilité, la mobilité, ſont du premier genre ; la vertu impulſive eſt du ſecond. Dès que nous concevons un corps, nous le concevons néceſſairement diviſible, étendu, impénétrable : mais nous ne concevons pas néceſſairement qu'il mette en mouvement un autre corps. 2.° Si on croit que l'*attraction* ſoit une propriété inhérente à la matière, on pourroit en conclure que la loi du quarré s'obſerve dans toutes ſes parties. Peut-être néanmoins ſeroit-il plus ſage de n'admettre l'*attraction* qu'entre les parties des planètes, ſans prendre notre parti ſur la nature ni ſur la cauſe de cette force, juſqu'à ce que de nouveaux phénomènes nous éclairent ſur ce ſujet. Mais du moins faut-il bien nous garder d'aſſurer que quelques parties de la matière s'attirent ſuivant d'autres loix que celles du quarré. Cette propoſition ne paroit point ſuffiſamment démontrée. Les faits ſont l'unique bouſſole qui doit nous guider ici, & je ne crois pas que nous en ayons encore un aſſez grand nombre pour nous élever à une aſſertion ſi hardie : on peut en juger par les différens théromènes que nous venons de rapporter d'après M. Keil & d'autres philoſophes. Le ſyſtême du monde eſt en droit de nous faire ſoupçonner que les mouvemens des corps n'ont peut-être pas l'impulſion ſeule pour cauſe ; que ce ſoupçon nous rende ſages, & ne nous preſſons pas de conclure que l'*attraction* ſoit un principe univerſel, juſqu'à ce que nous y ſoyons forcés par les phénomènes. Nous aimons, il eſt vrai, à généraliſer nos découvertes ; l'analogie nous plaît, parce qu'elle flatte notre vanité & ſoulage notre pareſſe : mais la nature n'eſt pas obligée de ſe conformer à nos idées. Nous voyons ſi peu avant dans ſes ouvrages, & nous les voyons par de ſi petites parties, que les principaux reſſorts nous en échappent. Tâchons de bien appercevoir ce qui eſt autour de nous ; & ſi nous voulons nous élever plus haut, que ce ſoit avec beaucoup de circonſpection : autrement nous n'en verrions que plus mal, en croyant voir plus loin ; les objets éloignés ſeroient toujours confus, & ceux qui étoient à nos pieds nous échapperoient.

Après ces réflexions, je crois qu'on pourroit ſe diſpenſer de prendre aucun parti ſur la diſpute qui a partagé deux académiciens célebres, ſavoir ſi la loi d'*attraction* doit néceſſairement être comme une puiſſance de la diſtance, ou ſi elle peut être en général comme une fonction de cette même

Digitized by Google

diſtance ; (*Voyez* PUISSANCE & FONCTION) queſtion purement métaphyſique, & ſur laquelle il eſt peut-être bien hardi de prononcer, après ce que nous venons de dire ; auſſi n'avons-nous pas cette prétention, ſur-tout dans un ouvrage de la nature de celui-ci. Nous croyons cependant que ſi on regarde l'*attraction* comme une propriété de la matière, ou une loi primitive de la nature, il eſt aſſez naturel de ne faire dépendre cette *attraction* que de la ſeule diſtance ; & en ce cas, ſa loi ne pourra être repréſentée que par une puiſſance ; car toute autre fonction contiendroit un paramètre ou quantité conſtante qui ne dépendroit point de la diſtance, & qui paroîtroit ſe trouver là ſans aucune raiſon ſuffiſante. Il eſt du moins certain qu'une loi exprimée par une telle fonction, ſeroit moins ſimple qu'une loi exprimée par une ſeule puiſſance.

Nous ne voyons pas d'ailleurs quel avantage il y auroit à exprimer l'*attraction* par une fonction. On prétend qu'on pourroit expliquer par-là, comment l'*attraction* à de grandes diſtances eſt en raiſon inverſe du quarré, & ſuit une autre loi à de petites diſtances : mais il n'eſt pas encore bien certain que cette loi d'*attraction* à de petites diſtances, ſoit auſſi générale qu'on veut le ſuppoſer. D'ailleurs, ſi on veut faire de cette fonction une loi générale qui devienne fort différente du quarré à de très-petites diſtances, & qui puiſſe ſervir à rendre raiſon des *attractions* qu'on obſerve ou qu'on ſuppoſe dans les corps terreſtres ; il nous paroît difficile d'expliquer dans cette hypothèſe comment la peſanteur des corps qui ſont immédiatement contigus à la terre, eſt à la peſanteur de la lune à-peu-près en raiſon inverſe du quarré de la diſtance. Ajoutons qu'on devroit être fort circonſpect à changer la loi du quarré des diſtances, quand même, ce qui n'eſt pas encore arrivé, on trouveroit quelque phénomène céleſte, pour l'explication duquel cette loi du quarré ne ſuffiroit pas. Les différens points du ſyſtême du monde, au moins ceux que nous avons examinés juſqu'ici, s'accordent avec la loi du quarré des diſtances : cependant comme cet accord n'eſt qu'un à-peu-près, il eſt clair qu'ils s'accorderoient de même avec une loi qui ſeroit un peu différente de celle du quarré des diſtances : mais on ſent bien qu'il ſeroit ridicule d'admettre une pareille loi par ce ſeul motif.

Reſte donc à ſavoir ſi un ſeul phénomène qui ne s'accorderoit point avec la loi du quarré, ſeroit une raiſon ſuffiſante pour nous obliger à changer cette loi dans tous les autres ; & s'il ne ſeroit pas plus ſage d'attribuer ce phénomène à quelque cauſe ou loi particulière. M. Newton a reconnu lui-même d'autres forces que celles-là, puiſqu'il paroît ſuppoſer que la force magnétique de la terre agit ſur la lune, & on ſait combien cette force eſt différente de la force générale d'*attraction*, tant par ſon intenſité, que par les loix ſuivant leſquelles elle agit.

M. de Maupertuis, un des plus célèbres partiſans du Newtonianiſme, a donné dans ſon diſcours ſur les *figures des aſtres*, une idée du ſyſtême de l'*attraction*, & des réflexions ſur ce ſyſtême, auxquelles nous croyons devoir renvoyer nos lecteurs, comme au meilleur précis que nous connoiſſions de tout ce qu'on peut dire ſur cette matière. Le même auteur obſerve dans les *Mém. acad. 1734*, que M. de Roberval, de Fermat & Paſcal ont cru long-tems avant M. Newton, que la peſanteur étoit une vertu attractive & inhérente aux corps, en quoi on voit qu'ils ſe ſont expliqués d'une manière bien plus choquante pour les Cartéſiens, que M. Newton ne l'a fait. Nous ajouterons que M. Kook avoit eu la même idée, & avoit prédit qu'on expliqueroit un jour très-heureuſement par ce principe, les mouvemens des planètes. Ces réflexions, en augmentant le nombre des partiſans de M. Newton, ne diminue rien de ſa gloire, puiſqu'étant le premier qui ait fait voir l'uſage du principe, il en eſt proprement l'auteur & le créateur. (*O*)

ATTRACTION. *Hiſtoire de la découverte de la loi de l'attraction.* Quoique l'*attraction* univerſelle ſe manifeſte dans toute la nature, & qu'elle influe dans tous les phénomènes de la Phyſique ; c'eſt ſur-tout dans le ciel qu'elle eſt évidente & eſſentielle.

La loi de l'*attraction* a été découverte par Newton ; mais l'idée de cette force générale eſt très-ancienne.

Anaxagore, Démocrite, Epicure, admettoient déjà cette tendance de la matière vers les centres communs, ſoit ſur la terre, ſoit ailleurs ; Plutarque en parle d'une manière bien claire dans l'ouvrage ſur la ceſſation des oracles (*pag. 471, édition de Francfort*, 1600) ; il y explique comment chaque monde a ſon centre particulier, ſes terres, ſes mers, & la force néceſſaire pour aſſembler les corps, & les retenir autour du centre.

Copernic avoit la même idée de l'attraction générale ; car il attribuoit la rondeur des corps céleſtes à la tendance qu'ont leurs différentes parties à ſe réunir (*de Révolution. c. 9*) : d'où il ſuivoit que cette tendance avoit lieu dans chaque planète auſſi bien que ſur la terre. Tycho lui-même admettoit une force centrale dans le ſoleil pour retenir les planètes dans leurs orbites autour de lui, quoique cette attraction fût difficile à concilier avec ſon ſyſtême. Kepler, génie plus vaſte & plus hardi que tous ceux qui l'avoient précédé, porta ſes idées plus loin ; il ſentit que l'attraction étoit générale & réciproque, & que l'attraction du ſoleil devoit s'étendre auſſi à la terre (*de Stella Martis*, 1609, *epit. Aſtron. Cop.* 1618, *pag. 555*, *hiſt. des Math.* par M. Montucla, 1758, *tom. II*, *pag. 213*, *527*, *538*). Dans la préface de ce livre fameux, où Kepler démontra le premier que les orbites des planètes n'étoient point circulaires, il dit préciſément que, ſi la lune & la terre n'étoient pas en mouvement, elles s'approcheroient

procheroient l'une de l'autre, & ſe réuniroient à leur centre de gravité commun; il dit ailleurs que l'action du ſoleil produit les inégalités de la lune, que l'action de la lune produit le flux & reflux de la mer, que le ſoleil attire les planètes, & en eſt attiré par une eſpèce de magnétiſme.

Le Traité de l'aimant, publié par Gilbert, lui faiſoit comparer à cette force de l'aimant celle des planètes entr'elles.

Galilée, Bacon, Fermat, Roberval & le docteur Hook, en parlèrent d'une manière aſſez poſitive; celui-ci, diſoit ſur-tout ces paroles remarquables: « que les forces attractives ſont d'autant » plus puiſſantes dans leurs opérations, que le » corps ſur lequel elles agiſſent eſt plus près de » leur centre. Pour ce qui eſt de la *proportion*, » ſuivant laquelle ces forces diminuent à meſure » que la diſtance augmente, j'avoue que je ne l'ai » pas encore vérifiée..... Je donne cette ouver» ture à ceux qui ont aſſez de loiſir & de con» noiſſances pour cette recherche. » Cette loi, qu'il propoſoit de trouver, fut préciſément celle que chercha Neuton. Pemberton nous raconte que les premières idées de Neuton ſur cette matiere lui vinrent en 1666; il ſe promenoit ſeul dans un jardin, méditant ſur la peſanteur & ſur ſes propriétés: cette force, diſoit-il, ne diminue pas ſenſiblement, quoiqu'on s'élève au ſommet des plus hautes montagnes; il eſt donc naturel d'en conclure que cette puiſſance doit s'étendre plus loin. Pourquoi ne s'étendroit-elle pas juſqu'à la lune? Mais ſi cela eſt, il faut que cette peſanteur influe ſur le mouvement de la lune; peut-être ſert-elle à retenir la lune dans ſon orbite? & quoique la force de la gravité ne ſoit pas ſenſiblement affoiblie par un petit changement de diſtance, tel que nous pouvons l'éprouver ici-bas, il eſt très-poſſible que dans l'éloignement où ſe trouve la lune cette force ſoit fort diminuée. Pour parvenir à eſtimer quelle pouvoit être la quantité de cette diminution, Neuton ſongea que ſi la lune étoit retenue dans ſon orbite par la force de la gravité, il n'y avoit pas de doute que les planètes principales ne tournaſſent autour du ſoleil, en vertu de la même puiſſance. En comparant les périodes des différentes planètes avec leur diſtance au ſoleil, il trouva que ſi une puiſſance ſemblable à la gravité les retenoit dans leurs orbites, ſa force devoit diminuer en raiſon inverſe du carré de la diſtance: nous en donnerons le calcul ci-après. Il ſuppoſa donc que le pouvoir de la gravité s'étendoit juſqu'à la lune, & diminuoit dans le même rapport, & il calcula ſi cette force ſeroit ſuffiſante pour retenir la lune dans ſon orbite; il faiſoit ces calculs dans un temps où il n'avoit point ſous la main les livres qui lui auroient été néceſſaires, & il ſuppoſoit, ſuivant l'eſtime commune employée par les géographes & les marins avant la meſure faite par Picard, que 60 milles d'Angleterre faiſoient un degré de latitude ſur la terre; mais comme cette ſuppoſition étoit très-défectueuſe (puiſque chaque degré doit contenir 69 ½ milles), le calcul ne répondit point à ſon attente; il crut alors qu'il y avoit au moins quelque autre choſe jointe à la peſanteur, qui agit ſur la lune, & il abandonna ſes recherches ſur cette matière. Quelques années après, une lettre du docteur Hook lui fit rechercher quelle eſt la vraie courbe décrite par un corps grave qui tombe, & qui eſt entraîné par le mouvement de la terre ſur ſon axe; ce fut une occaſion pour Neuton de reprendre ſes premières idées ſur la peſanteur de la lune. Picard venoit de meſurer en France le degré de la terre; & en ſe ſervant de ces meſures Neuton vit que la lune étoit retenue dans ſon orbite par le ſeul pouvoir de la gravité; d'où il ſuivoit que cette gravité diminuoit en s'éloignant du centre de la terre, de la même manière que notre auteur l'avoit d'abord conjecturé. D'après ce principe, Neuton trouva que la ligne décrite par la chûte d'un corps étoit une ellipſe, dont le centre de la terre occupoit un foyer: or les planètes principales decrivent auſſi des ellipſes autour du ſoleil; il eut donc la ſatisfaction de voir que cette ſolution, qu'il avoit entrepriſe d'abord par pure curioſité, pourroit s'appliquer aux plus grandes recherches. En conſequence, il compoſa une douzaine de propoſitions, relatives au mouvement des planètes principales autour du ſoleil. Pluſieurs années après, le docteur Halley étant allé voir Neuton à Cambridge, l'engagea dans la converſation à reprendre ſes méditations à ce ſujet, & fut l'occaſion du grand ouvrage des *Principes* qui parut en 1687, & dont la dernière édition a paru en 1726 (*a View of ſir Iſaac Newton's philoſophy*, *London*, 1728, *in-4.° Préface.*)

La loi de Kepler, ſuivant laquelle les carrés des tems ſont, comme les cubes, des diſtances, ſuffiſoit pour reconnoître que l'*attraction* du ſoleil, qui retenoit des planètes ſous cette loi, étoit en raiſon inverſe du carré de la diſtance. Soient deux orbites circulaires & concentriques PB, TV (*fig. Aſtron. 171*), dans leſquelles tournent deux planètes, dont les tems périodiques ſont dans l'une t, & dans l'autre l'unité; par exemple, ſaturne & la terre; ſuppoſons les arcs PB & TV infiniment petits & ſemblables, c'eſt-à-dire, compris entre les rayons STP, SVB; ces arcs PB & TV ſeroient parcourus en tems égaux, ſi les révolutions des deux planètes étoient égales; mais la planète ſupérieure P ayant une révolution plus lente que la terre, ne décrira qu'un arc PE, tandis que la terre décrira l'arc TV, alors PD ſera l'effet, la meſure & l'expreſſion de la force centrale, que le ſoleil exerce ſur cette planète, tandis que TR eſt l'effet de la force centrale qu'il exerce ſur la terre T; & nous n'aurons à chercher que le rapport des petits ſinus verſes PD & TR. Suivant la propriété connue des petits arcs, on a cette proportion $PD : PC :: PE^2 : PB^2$;

mais la planète ſupérieure auroit parcouru PB, ſi la durée de ſa révolution, que j'appelle t, étoit égale à l'unité ou à la durée de la révolution de la terre; donc $PE : PB :: 1 : t$: ainſi, $PD : PC :: 1 : t^2$; donc $PD = \frac{PC}{t^2}$. Or $PC : TR :: PS : TS :: r : 1$, puiſque les arcs PB & TV ſont ſemblables; donc $PC = r \cdot TR$; & puiſque $PD = \frac{PC}{t^2}$, on a auſſi $PD = \frac{r\,TR}{t^2}$; donc $\frac{PD}{TR} = \frac{r}{t^2}$. Mais ſuivant la loi Kepler $t^2 : 1 :: r^3 : 1$; ou $r^3 = t^2$; donc $\frac{PD}{TR}\left(= \frac{r}{t^2}\right)$ ſera égale à $\frac{r}{r^3}$ ou $\frac{1}{r^2}$; donc $PD : TR :: 1 : r^2$; c'eſt-à-dire, que l'effet de la force centrale eſt en raiſon inverſe du carré de la diſtance.

Il étoit donc facile à Neuton de reconnoître cette loi de l'*attraction*, par le moyen de la loi de Kepler.

Mais il ne s'en tint pas à cette belle découverte; il en fit des applications immenſes au moyen de la Géométrie des infiniment petits, qu'il venoit lui-même de découvrir; les inégalités de la lune, le flux & le reflux de la mer, la figure de la terre, la préceſſion des équinoxes, le mouvement des apſides, *&c.* tout fut ſoumis au calcul dans ſon livre *des Principes*; les applications qu'en ont fait ſucceſſivement les plus grands géomètres, ſe trouvent dans les ouvrages dont nous avons donné le catalogue au mot ASTRONOMIE. (*D. L.*)

ATTRACTION *des montagnes.* Il eſt certain, d'après le principe de l'*attraction* mutuelle de toutes les parties de la terre, qu'il peut y avoir des montagnes dont la maſſe ſoit aſſez conſidérable pour que leur *attraction* ſoit ſenſible. En effet, ſuppoſons pour un moment que la terre ſoit un globe d'une denſité uniforme, & dont le rayon ait 1500 lieues, & imaginons ſur quelqu'endroit de la ſurface du globe une montagne de la même denſité que le globe, laquelle ſoit faite en demi-ſphère & ait une lieue de hauteur; il eſt aiſé de prouver qu'un poids placé au bas de cette montagne ſera attiré dans le ſens horizontal par la montagne, avec une force qui ſera la 3000e partie de la peſanteur, de manière qu'un pendule ou fil à plomb placé au bas de cette montagne, doit s'écarter d'environ une minute de la ſituation verticale; le calcul n'en eſt pas difficile à faire.

Il peut donc arriver que quand on obſerve la hauteur d'un aſtre au pié d'une fort groſſe montagne, le fil à plomb, dont la direction ſert à faire connoître la hauteur de l'aſtre, ne ſoit point vertical. Mais comment s'aſſurer qu'un fil à plomb n'eſt pas exactement vertical, puiſque la direction même de ce fil eſt le ſeul moyen qu'on puiſſe employer pour déterminer la ſituation verticale? Voici le moyen de réſoudre cette difficulté.

Imaginons une étoile au nord de la montagne, & que l'obſervateur ſoit placé au ſud. Si l'*attraction* de la montagne agit ſenſiblement ſur le fil à plomb, il ſera écarté de la ſituation verticale vers le nord, & par conſéquent le zénit apparent reculera, pour ainſi dire, d'autant vers le ſud: ainſi, la diſtance de l'étoile obſervée au zénit, doit être plus grande que s'il n'y avoit point d'*attraction*.

Donc, ſi après avoir obſervé au pied de la montagne la diſtance de cette étoile au zénit, on ſe tranſporte loin de la montagne ſur le même parallele, & ſans changer de latitude, à l'eſt ou à l'oueſt, en ſorte que l'*attraction* ne puiſſe plus avoir d'effet, la diſtance de l'étoile obſervée dans cette nouvelle ſtation doit être moindre que la premiere, au cas que l'*attraction* de la montagne produiſe un effet ſenſible. Mais ſi le fil à plomb au ſud de la montagne eſt écarté vers le nord, ce même fil à plomb au nord de la montagne ſera écarté vers le ſud; ainſi le zénit, qui dans le premier cas étoit pour ainſi dire reculé en arrière vers le ſud, ſera, dans le ſecond cas, rapproché en avant vers le nord; donc dans le ſecond cas la diſtance de l'étoile au zénit ſera moindre que s'il n'y avoit point d'*attraction*, au lieu que dans le premier cas elle étoit plus grande. Prenant donc la différence de ces deux diſtances & la diviſant par la moitié, on aura la quantité dont le pendule eſt écarté de la ſituation verticale par l'*attraction* de la montagne.

On peut voir toute cette théorie fort clairement expoſée avec pluſieurs remarques qui y ont rapport, dans un excellent mémoire de Bouguer, imprimé en 1749, à la fin de ſon livre de la figure de la terre. Il donne dans ce mémoire le détail des obſervations qu'il fit, conjointement avec la Condamine, au ſud & au nord, d'une groſſe montagne du Pérou appellée *Chimboraço*; il réſulte de ces obſervations, que l'*attraction* de cette groſſe montagne écarte le fil à plomb d'environ 7′ & demie de la ſituation verticale.

Au reſte, M. Bouguer fait à cette occaſion une remarque judicieuſe, que la plus groſſe montagne pourroit avoir très-peu de denſité par rapport au globe terreſtre, tant par la nature de la matière qu'elle peut contenir, que par les vuides qui peuvent s'y rencontrer, *&c.* qu'ainſi cent obſervations où on ne trouveroit point d'*attraction* ſenſible, ne prouveroient rien contre le ſyſtême neutonien; au lieu qu'une ſeule, qui lui eſt favorable, comme celle de *Chimboraço*, mérite de la part des philoſophes la plus grande attention. (*O*)

Depuis les obſervations de Bouguer, on a reconnu dans pluſieurs endroits cet effet de l'*attraction* des montagnes; il ſe remarque ſur-tout dans les opérations par leſquelles on détermine la gran-

Digitized by Google

deur des degrés de la terre, parce qu'on y fait uſage du fil-à-plomb, pour meſurer avec une grande préciſion la diſtance des étoiles au zénit.

Le P. Boſcovich ayant trouvé le degré du méridien en Italie de 56979 toiſes, tandis qu'il auroit dû être de 57110, en le réglant ſur ceux du nord & du Pérou, a penſé que les termes de la meſure étant placés l'un au nord & l'autre au midi de la grande chaîne des montagnes de l'Appennin, les obſervations faites par le moyen du fil-à-plomb avoient pu être troublées par l'*attraction* de cette maſſe de montagnes, & donner un moindre nombre de toiſes pour chaque degré.

L'abbé de la Caille penſoit auſſi qu'à Perpignan, lors des obſervations faites pour la méridienne de France, le voiſinage des Pyrenées avoit pu faire dévier le fil-à-plomb vers le ſud, faire paroître le zénit plus au nord qu'il ne l'eſt réellement, & rendre plus petits les arcs compris entre Perpignan & les autres villes de la France; auſſi voyons-nous qu'il abandonne, pour ainſi dire, les obſervations faites à Perpignan, pour conclure la longueur du degré, dont le milieu paſſe à 45° de latitude 57028 toiſes. *Mém. Acad. 1758, page 244.*

Le P. Beccaria a trouvé en Piémont une différence encore plus grande; entre Turin & Andra, l'arc meſuré s'eſt trouvé de 26' plus petit qu'en France ſur une égale longueur, & le degré qu'on en auroit voulu conclure auroit été trop grand de 900 toiſes; mais Andra eſt ſitué ſur le penchant de Monte-Barone; qui va toujours en s'élevant ſur une longueur de plus de ſept lieues juſqu'au ſommet de Monte-Roſa, qui a 2330° de hauteur & qui eſt par conſéquent une des plus hautes montagnes de l'Europe. *Gradus Taurinenſis*, 1774.

En Angleterre, M. Cavendish croit que le degré qui a été meſuré dans l'Amérique ſeptentrionale, pourroit bien avoir été diminué de 60 ou 100 toiſes par le défaut d'*attraction* du côté de la mer; & il penſe que les degrés meſurés en Italie & au cap de Bonne-Eſpérance pourroient bien être ſenſiblement affectés de la même cauſe. *Philoſ. Tranſ. 1768, pag. 328.* Le P. Boſcovich eſtime qu'on pourroit s'en aſſurer en faiſant des opérations à S. Malo, lorſque la mer eſt très-baſſe; & lorſqu'enſuite s'élevant de 45 pieds par l'effet des grandes marées, ſon *attraction* devient conſidérablement plus forte.

Enfin nous avons eu depuis quelques années une confirmation bien poſitive de cette *attraction* des montagnes; M. Maskelyne, aſtronome royal d'Angleterre, étant allé exprès en Ecoſſe pour faire des obſervations au nord & au ſud de la montagne de Schehallien dans la province de Perth, & il trouva une déviation de près de ſix ſecondes. *Philoſophical Tranſactions*, 1775. Journal de Phyſique, mai 1776. (*D. L.*)

ATTRACTIONNAIRE, adj. pris ſubſt., eſt le nom que l'on donne aux partiſans de l'attraction. *Voyez* ATTRACTION. (*O*)

ATTRITION, ſ. f. Ce mot vient du verbe *atterere*, frotter, uſer, & ſe forme de la prépoſition *ad*, à, unie au verbe *tero*, j'uſe. Il ſignifie un frottement réciproque de deux corps, au moyen duquel ſe détachent les particules briſées de leurs ſurfaces. *Voyez* MOUVEMENT & FROTTEMENT.

C'eſt par ce mouvement que l'on aiguiſe & que l'on polit. *Voyez aux articles* CHALEUR, LUMIÈRE, FEU, ELECTRICITÉ, les effets de l'*attrition.*

M. Gray a trouvé qu'une plume frottée avec les doigts, acquit par cela ſeul un tel degré d'électricité, qu'un doigt, auprès duquel on la tenoit, devenoit pour elle un aimant; qu'un cheveu qu'il avoit trois fois ou quatre fois ainſi frotté, voloit à ſes doigts, n'en étant éloigné que d'un demi-pouce; qu'un poil & des fils de ſoie étoient par ce même moyen rendus électriques. L'expérience fait voir la même choſe ſur des rubans de diverſes couleurs & de quelques pieds de long, la main les attire quand ils ſont frottés: imprégnés de l'air humide, ils perdent leur électricité; mais le feu la leur redonne.

Le même philoſophe dit que les étoffes de laine, le papier, le cuir, les coupeaux, le parchemin, ſont rendus électriques par l'*attrition.*

Il y a même quelques-uns de ces corps que l'*attrition* ſeule rend lumineux. *Voyez* PHOSPHORE. (*Dict. de Phyſ.*)

ATTRITION ſe prend auſſi quelquefois pour le frottement de deux corps qui, ſans uſer leurs ſurfaces, ne fait que mettre en mouvement les fluides qu'ils contiennent: ainſi, on dit que les ſenſations de la faim, de la douleur, du plaiſir, ſont cauſées par l'*attrition* des organes qui ſont formés pour ces effets. (*O*)

AVA

AVANT-MAIN, *terme de Paumier*; prendre une balle d'*avant-main*, c'eſt la chaſſer devant ſoi avec la raquette, après l'avoir priſe du côté de la main dont on tient la raquette. En prenant une balle d'*avant-main*, il faut avoir le bras tendu & le raccourcir un peu en chaſſant la balle.

AVANTAGE, ſ. m. *en termes de jeu*: on dit qu'un joueur a de l'*avantage*, lorſqu'il y a plus à parier pour ſon gain que pour ſa perte, c'eſt-à-dire, lorſque ſon eſpérance ſurpaſſe ſa miſe. Pour éclaircir cette définition par un exemple très-ſimple, je ſuppoſe qu'un joueur *A* parie contre un autre *B*, d'amener *deux* du premier coup avec un dez, & que la miſe de chaque joueur ſoit d'un écu: il eſt évident que le joueur *B* a un grand *avantage* dans ce pari; car le dez ayant ſix faces

peut amener ſix chiffres différens, dont il n'y en a qu'un qui faſſe gagner le joueur *A* : ainſi, la miſe totale étant deux écus, il y a cinq contre un à parier que le joueur *B* gagnera. Donc l'eſpérance de ce joueur eſt égale à $\frac{1}{6}$ de la miſe totale, c'eſt-à-dire, à $\frac{2}{6}$ d'écu, puiſque la miſe totale eſt deux écus. Or, $\frac{2}{6}$ d'écu valent un écu & deux tiers d'écu : donc, puiſque la miſe du joueur *B* eſt un écu, ſon *avantage*, c'eſt-à-dire, l'excès de ce qu'il eſpère gagner ſur la ſomme qu'il met au jeu, eſt $\frac{2}{3}$ d'écu ; de façon que ſi le joueur *A*, après avoir fait le pari, vouloit renoncer au jeu, & n'oſoit tenter la fortune, il faudroit qu'il rendit au joueur *B* ſon écu, & outre cela deux livres, c'eſt-à-dire, $\frac{2}{3}$ d'écu. *Voyez* PARI, JEU, DEZ, PROBABILITÉ, *&c.* (*O*)

AVANTAGE, *en termes de jeu*, ſe dit encore d'un moyen d'égaliſer la partie entre deux joueurs de force inégale. On donne la *main* au piquet, le pion & le trait aux échecs, le dez au trictrac, *&c.*

Le même terme ſe prend dans un autre ſens à la *Paume*. Lorſque les deux joueurs ont *trente* tous les deux, au lieu de dire de celui qui gagne le *quinze* ſuivant, qu'il a *quarante-cinq*, on dit qu'il a l'*avantage*.

AUBE, ſ. f. (*Hydr.*) veut dire la même choſe qu'*aile* ou *aileron*. *Voyez* AILE. Le mot *aube* étant le plus uſité, j'ai renvoyé ici ce que j'avois à dire ſur ce ſujet.

I. Soit (*pl. Hydr. fig. 7.*) *AHLK* une roue plongée dans un fluide *XYTZ* en mouvement, & garnie d'*aubes AB*, *DE*, *KS*, &c., que le fluide frappe ſucceſſivement. Il eſt clair que le fluide, en frappant la partie *VE* d'une *aube* quelconque *DE*, perd une partie de ſa viteſſe, & que s'il avoit la liberté de s'échapper par les côtés, il n'atteindroit pas la partie *AO* de l'*aube* antécédente ; mais étant retenu par le fluide environnant, il a encore de la viteſſe dans l'eſpace *VAOE*. Je ſuppoſe que cette viteſſe ſoit la même, du moins à-peu-près, que celle avec laquelle le plan *AO* tend à preſſer le fluide antécédent : par-là l'impulſion du fluide contre *VE* ne ſe fait point ſentir contre la partie analogue *AO* de l'*aube* antécédente ; ce qui ſimplifie la queſtion, & ce qui ne peut pas s'écarter beaucoup de la vérité dans la pratique.

II. La roue, en tournant, communique le mouvement, ou à des meules de moulins, ou à des piſtons de pompes, *&c.* Je repréſente en général la réſiſtance qu'elle eſt obligée de combattre ainſi continuellement, par un poids *Q* attaché à l'extrémité d'une corde *Q g h f* qui paſſe ſur la poulie de renvoi *g*, & qui s'enveloppe autour du cylindre ou tambour *f b d*. Dans les premiers inſtans du choc de l'eau, le mouvement du poids *Q* s'accélère ; mais, après trois ou quatre tours, il parvient à l'uniformité, & demeure enſuite toujours en cet état. Alors l'impulſion du fluide eſt à chaque inſtant en équilibre avec le poids *Q* & avec la réſiſtance du frottement. On voit donc que la viteſſe uniforme du poids *Q* étant repréſentée par *v*, le produit *Qv* repréſente l'effet réel de la machine, déduction faite des réſiſtances étrangères qui abſorbent continuellement une partie de la force mouvante.

III. On a agité long-tems la queſtion ſi une *aube* a plus de force pour tourner quand elle eſt frappée perpendiculairement, que quand elle eſt frappée obliquement. Pour ſavoir à quoi nous en tenir ſur ce point, ſuppoſons que l'*aube AB* ſoit placée dans la verticale, & que par conſéquent l'*aube* ſuivante *DE* ſoit inclinée au courant. Ayant pris ſur *AB* les deux points infiniment voiſins *R*, *r*, ſoient menées les horizontales *RM*, *rm* qui déterminent ſur *DE* l'élément *Mm* correſpondant à *Rr*. Comparons entr'eux le moment de l'impulſion que recevroit l'élément *Rr* s'il étoit frappé librement, ou que l'*aube DE* par laquelle il eſt couvert fût anéantie, & le moment de l'impulſion qui réſulte perpendiculairement contre l'élément *Mm*. Le choc contre chaque point de *Rr* eſt plus grand que le choc contre chaque point de *Mm*. Mais, d'un autre côté, $Rr < Mm$, & le bras de levier *CR*, de *Rr*, eſt plus petit que le bras de levier *CM*, de *Mm*. L'évaluation exacte des deux momens dont il s'agit, peut ſeule décider lequel des deux eſt le plus grand.

IV. Suppoſons que *Mx* repréſente l'eſpace parcouru en un inſtant par le fluide, & que *Rt*, *My* repréſentent les eſpaces parcourus durant le même inſtant, par les points *R* & *M* des *aubes AB*, *DE*. En prenant *CM* pour ſinus total, & nommant *V* la viteſſe *Mx* du fluide, *u* la viteſſe *Rt* du point *R*, l'impulſion contre *Rr* ſera repréſentée (*Voyez* au mot PERCUSSION *la Théorie de la Percuſſion des Fluides*) par $Rr \times (V-u)^2 \times \overline{CM}^2$; & le moment de cette impulſion, relativement au centre *C* de la roue, ſera repréſenté par $Rr \times (V-u)^2 \times \overline{CM}^2 \times CR$. Pour connoître le moment de l'impulſion contre *Mm*, je décompoſe la viteſſe *Mx* du fluide en deux autres *My*, *Mz*, dont la première eſt la même que celle du point *M*, & ne produit par conſéquent aucun effet ſur l'élément *Mm*, la ſeconde eſt la ſeule à laquelle il faille avoir égard. En vertu de cette dernière viteſſe, il réſulte perpendiculairement contre *Mm* une impulſion repréſentée par $Mm \times \overline{Mz}^2 \times (\text{ſin. } DMz)^2$, & dont le moment, par rapport au centre *C*, eſt par conſéquent $Mm \times \overline{Mz}^2 \times (\text{ſin. } DMz)^2 \times CM$. Or, puiſque *My* eſt perpendiculaire à *CM*, & que *xzn* eſt parallèle à *My*, il eſt clair que le triangle *Mnx* eſt rectangle en *n*, & ſemblable au triangle *MRC*. On a donc

$CM : CR :: Mx : xn = Mx \times \frac{CR}{CM} = V \times \frac{CR}{CM}$; & comme $\iota x = My = R\iota \times \frac{CM}{CR} = u \times \frac{CM}{CR}$: on aura $n\iota = nx - \iota x = V \times \frac{CR}{CM} - u \times \frac{CM}{CR} = \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2} \right) \times \frac{CR}{CM}$.

Donc à cauſe de ſin. $DM\iota = n\iota \times \frac{CM}{M\iota}$, ($CM$ étant toujours le ſin. tot.); le moment $Mm \times \overline{M\iota}^2 \times (\text{ſin. } DM\iota)^2 \times CM$ deviendra $Mm \times \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2} \right)^2 \times \overline{CR}^2 \times CM$. Ainſi, le moment de l'impulſion contre Rr, eſt au moment de l'impulſion contre Mm, comme $Rr \times (V-u)^2 \times \overline{CM}^2 \times CR$, eſt à $Mm \times \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2} \right)^2 \times \overline{CR}^2 \times CM$; ou comme $Rr \times (V-u)^2 \times CM$, eſt à $Mm \times \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2} \right)^2 \times CR$. Or à cauſe des parallèles MR, mr, on a $Rr : Mm :: CR : CM$, & par conſéquent $Rr \times CM = Mm \times CR$. Donc le premier moment eſt au ſecond, comme $(V-u)^2$ eſt à $\left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2} \right)^2$. Mais on a toujours $\frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2} > 1$, & par conſéquent $V - u > V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}$. Donc enfin le premier moment eſt toujours plus grand que le ſecond. Le même raiſonnement ayant lieu pour tous les autres élémens correſpondans dont les parties finies AO, VE des *aubes* AB, DE ſont compoſées, on doit conclure que le moment de l'impulſion de l'eau contre l'*aube* verticale eſt plus grand que le moment de l'impulſion contre l'*aube* inclinée au courant, & que par conſéquent la première *aube* eſt à cet égard plus avantageuſe que la ſeconde.

V. Lorſque les *aubes* ſont en repos au moment qu'elles ſont choquées par le fluide, on a $u = 0$; & le moment de l'impulſion contre chaque élément Rr devient égal au moment de l'impulſion contre chaque élément correſpondant Mm. Il eſt donc alors indifférent que le fluide frappe la partie AO de l'*aube* verticale ou la partie correſpondante de l'*aube* inclinée. Mais comme la partie OB de l'*aube* verticale eſt encore frappée par le fluide, il s'enſuit que même en ce cas il eſt plus avantageux que l'*aube* choquée ſoit poſée verticalement, que d'être inclinée au courant.

VI. Des auteurs ont établi en général l'avantage de l'*aube* verticale ſur l'*aube* inclinée, d'une manière erronée. Voici leur raiſonnement. Il eſt certain, diſent-ils, que ſi l'*aube* DE trempe dans l'eau, tandis que l'*aube* AB eſt encore dans la verticale, la partie VE de la première couvrira la ſeconde ſur toute la hauteur AO qui ne ſera point frappée, & qu'ainſi l'*aube* AB ſera ſeulement frappée dans la partie OB. Il eſt vrai, pourſuivent-ils, que cette diminution de choc ſemble réparée par l'impulſion que reçoit la partie VE, qui eſt plus grande que la partie AO; mais la compenſation n'eſt pas complette : car la percuſſion directe contre AO ou VI eſt à la percuſſion qui réſulte perpendiculairement contre VE, comme $VI \times (\text{ſin. } tot.)^2$, eſt à $VE \times (\text{ſin. } VEI)^2$, ou comme $VI \times \overline{VE}^2$, eſt à $VE \times \overline{VI}^2$, ou enfin comme VE eſt à VI. De-là, concluent-ils, il faut que l'extrémité E de l'*aube* DE (*fig. 8*) ne faſſe que rencontrer la ſurface XY du fluide, au moment que l'*aube* AB ceſſe d'être verticale. Alors il eſt facile de déterminer le nombre des *aubes* dont une roue doit être garnie; car dans le triangle rectangle EAC, on connoît le côté CA qui eſt le rayon de la roue $AHLK$ & l'hypothénuſe CE, puiſque la hauteur DE de l'*aube* eſt donnée : ainſi, on connoîtra l'arc DA. Diviſant la circonférence entière par la valeur de l'arc DA, le quotient exprimera le nombre des *aubes* de la roue. Les auteurs dont il s'agit, ont ainſi calculé laborieuſement des tables du nombre des *aubes* d'une roue, relativement au rayon de cette roue & à la hauteur des *aubes*.

VII. Tout cet échaffaudage de calcul tombe, 1.° parce qu'on n'y tient pas compte des différens bras de levier de l'*aube* verticale & de l'*aube* inclinée; 2.° parce que, ſi dans le cas de la *fig. 8*, le moment de l'impulſion de l'eau contre l'*aube* verticale AB eſt le plus grand qu'il eſt poſſible, d'un autre côté, lorſque l'*aube* DE a pris une poſition telle que l'angle ECB eſt diviſé en deux parties égales par la verticale, le moment de l'impulſion eſt moindre alors qu'il ne ſeroit, ſi la roue avoit un plus grand nombre d'*aubes*, & qu'on eſt incertain ſi le moment *moyen* ne ſera pas plus grand dans le ſecond cas que dans le premier.

VIII. Le même paralogiſme a déja été relevé dans un mémoire ſur les machines hydrauliques, imprimé il y a quelques années. Mais l'auteur de ce mémoire a lui-même employé un faux principe, d'après lequel il conclut que le moment de l'impulſion contre la partie VE de l'*aube* inclinée DE (*fig. 7*), eſt toujours égal au moment de l'impulſion contre la partie correſpondante AO de l'*aube*.

Digitized by Google

verticale, ſoit que la roue ſoit en repos, ou qu'elle tourne déja à l'inſtant du choc. La choſe n'eſt vraie que pour le premier cas (IV & V). La manière dont cet auteur meſure la percuſſion d'un fluide contre un plan mobile, eſt fautive. Il décompoſe la viteſſe du plan en deux autres, l'une parallèle, l'autre perpendiculaire à la direction du fluide; & il affirme que le fluide n'agit ſur le plan qu'en vertu de l'excès de ſa propre viteſſe ſur la première des deux viteſſes dont on vient de parler. Or il eſt évident qu'en vertu de la viteſſe que le plan a perpendiculairement à la direction du fluide, ce plan eſt repouſſé par l'eau de la même manière que s'il étoit en repos, & que l'eau vint le frapper avec cette même viteſſe; d'où réſulte une nouvelle impulſion qui ſe combine avec la première, & que l'auteur a négligée mal-à-propos. Son mémoire contient d'ailleurs pluſieurs choſes vraies & utiles.

IX. Puiſque dans le cas où la roue eſt en repos lorſqu'elle eſt frappée par le fluide, le moment de l'impulſion contre la partie VE de l'*aube* inclinée, eſt égal au moment de l'impulſion contre la partie AO de l'*aube* verticale (V); il s'enſuit qu'alors plus on multipliera le nombre des *aubes*, plus le fluide imprimera de force à la roue: car en augmentant le nombre des *aubes*, on fait diminuer l'angle ECB compris entre deux *aubes* voiſines, & on augmente par conſéquent le moment de l'impulſion que reçoit la roue lorſque les *aubes* ſe trouvent, relativement au choc, dans la poſition la plus défavorable, poſition qui arrive quand l'angle compris entre deux *aubes* contiguës eſt diviſé en deux parties égales par la verticale. Comme la loi de continuité s'obſerve conſtamment dans les différens états d'accroiſſement ou de décroiſſement que peuvent ſubir les quantités de même eſpèce, concluons encore de-là que ſi une roue tourne avec une viteſſe fort lente par rapport à celle du fluide, on augmentera ſa force en lui donnant un grand nombre d'*aubes*.

X. Il ſe préſente à ce ſujet une difficulté qui pourroit embarraſſer quelques lecteurs, & qu'il eſt à propos d'éclaircir. En ſuppoſant la roue immobile à l'inſtant du choc, il eſt clair que dans la rigueur géométrique, le nombre le plus avantageux d'*aubes* doit être *infini*. Or, dira-t-on, ſi le nombre des *aubes* devient infini, leurs extrémités formeront une circonférence de cercle $FBGO$ (*fig. 9*); & l'impulſion qui réſultera perpendiculairement contre chaque élément KN de l'arc FBG, étant dirigée au centre, ne tendra à produire aucun mouvement de rotation; d'où il paroît s'enſuivre que, bien loin que la roue reçoive alors le plus grand moment poſſible d'impulſion, elle n'en recevra point du tout. Mais il faut remarquer que dans notre calcul, les *aubes* ſont regardées comme une ſuite de plans différemment inclinés, tous dirigés au centre, & frappés par le fluide ſous différentes obliquités; que ſi par conſéquent on détruit cette hypothèſe, on détruit néceſſairement les conſéquences qui en réſultent. Or la ſuppoſition que FBG eſt un arc de cercle, continu & compoſé d'élémens KN qui, loin d'être dirigés au centre C, ſont perpendiculaires aux rayons CK, eſt entièrement contraire à la précédente. Il n'eſt donc pas ſurprenant qu'on arrive à des réſultats très-différens dans les deux cas.

Concluons cependant de-là que, comme les filets d'eau ſont compoſés de molécules phyſiques, ou qui ont des groſſeurs finies, & que de plus ces filets ſe gênent les uns les autres dans leurs mouvemens, les extrémités des *aubes* doivent toujours laiſſer entr'elles un certain intervalle qui permette au fluide d'exercer ſon action autant qu'il eſt poſſible. Le nombre d'*aubes* qu'il convient de donner à une roue en repos, & à plus forte raiſon à une roue en mouvement, pour ſe procurer la plus grande force qu'il eſt poſſible de la part du fluide, eſt donc toujours fini & limité: à quoi on peut ajouter qu'en multipliant le nombre des *aubes*, on rend la roue plus peſante, & par-là ſujette à un plus grand frottement.

XI. Lorſque le mouvement de la roue eſt devenu uniforme & permanent, ſa viteſſe eſt ordinairement très-comparable à celle du fluide; elle en eſt la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. Alors il eſt difficile de déterminer en général, pour un inſtant quelconque, le moment de l'impulſion de l'eau contre toutes les *aubes* à-la-fois, & d'en conclure la combinaiſon la plus avantageuſe des élémens de la queſtion. J'ai donné la ſolution générale de ce problème, dans le *tome II de mon Hydrodynamique*, & dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, pour l'année 1769. On me permettra d'y renvoyer le lecteur.

XII. Ici je me borne à la ſolution d'un problème très-utile dans la pratique. Il conſiſte à *déterminer la viteſſe que la roue doit prendre par rapport à celle du fluide, pour que l'effet de la machine ſoit un* maximum.

Ce problème fait partie de celui que je viens d'indiquer; mais pour parvenir ici à des réſultats ſimples & facilement applicables à la pratique, je ſuppoſerai, ſuivant l'uſage ordinaire, qu'à la place des *aubes* plongées dans l'eau, on ſubſtitue une ſurface plane & verticale qui ſoit frappée perpendiculairement par le fluide, & qui avant ce choc ait déjà une viteſſe uniforme & permanente. Nommons A cette ſurface, u la viteſſe primitive & uniforme de ſon centre d'impreſſion, b la diſtance de ce centre à celui de la roue, V la viteſſe du fluide, Q le fardeau élevé, v ſa viteſſe, c ſon bras de levier; & de plus, ſuppoſons que l'impulſion perpendiculaire du fluide contre une ſurface B en repos, ſoit égale à un poids connu F. L'impulſion reçue par la ſurface A ſera repréſentée par $F \times \frac{A \times (V-u)^2}{B \times V^2}$. Donc, à cauſe

de l'équilibre qu'il y a à chaque inſtant entre cette impulſion & l'action que la peſanteur exerce ſur le poids Q, on aura $F \times \frac{A \times (V-u)^2}{B \times V^2} \times b = Q \times c$. Multipliant le ſecond membre par v, & le premier par $\frac{c\,u}{b}$ quantité qui eſt égale à v, on trouvera $Q\,v = \frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$.

Or le produit $Q\,v$, qui repréſente l'effet de la machine, doit être un *maximum*. Par conſéquent $\frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$ en ſera auſſi un; &, comme le facteur $\frac{F \times A}{B \times V^2}$ eſt conſtant & donné, il eſt clair que $\frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$ ſera un *maximum*, lorſque $(V-u)^2 \times u$ en ſera un.

La méthode ordinaire *de maximis & minimis*, donne $u = \frac{V}{3}$. Ainſi, *pour que l'effet de la machine ſoit un* maximum, *il faut que la viteſſe du centre d'impreſſion de chaque aube, ſoit le tiers de la viteſſe du fluide.*

XIII. Pour connoître la valeur abſolue du *maximum*, il faut ſubſtituer dans l'équation $Q\,v = \frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$, à la place de u la valeur $\frac{V}{3}$ que nous venons de trouver. Alors on aura $Q\,v = \frac{4}{27}\frac{F \cdot A \cdot V}{B}$, ou, (en faiſant la ſurface donnée $B = A$), $Q\,v = \frac{4\,F \cdot V}{27}$. Soient $\overset{\frown}{H}$ la hauteur dûe à la viteſſe V du fluide, $F = n \cdot A \cdot H$, n étant un coëfficient donné: on aura $Q\,v = \frac{4\,n \cdot A \cdot H}{27} \times V$.

Pour les roues plongées dans des fluides indéfinis, comme les roues qui trempent dans des rivières, on a ſenſiblement $n = 1$; &, pour les roues qui tournent dans des courſiers étroits, on a ſenſiblement $n = 2$. Ainſi, dans le premier cas, le plus grand effet de la machine eſt d'imprimer à un poids d'eau repréſenté par $\frac{4\,A \cdot H}{27}$ la viteſſe V du courant, ou à un poids d'eau exprimé par $A \cdot H$ les $\frac{4}{27}$ de la viteſſe du fluide; &, dans le ſecond cas, le plus grand effet de la machine eſt double du précédent.

On trouvera aux articles *moulin*, *roue*, la théorie des ailes des moulins à vent & celle des roues horizontales.

XIV. Nous avons ſuppoſé, dans tout ce qui précède, que les *aubes* étoient dirigées au centre de la roue; mais l'expérience a fait connoître qu'il étoit avantageux de les incliner un peu par rapport à la direction du courant. *Voy. mon Hydrodynamique, tom. II, pag. 383 & ſuiv.* (*L. B.*)

AVELLAN ou AVELLAR, nom de l'étoile appellée auſſi *pollux*.

AUGE, *en Hydraulique & Jardinage*. On appelle ainſi la rigole de pierre ou de plomb ſur laquelle coule l'eau d'un aqueduc ou d'une ſource, pour ſe rendre dans un regard de priſe ou dans un réſervoir. (*K*)

AUGES, ſ. m. (*Aſtron.*) *V.* APSIDES, APHÉLIE, APOGÉE.

AUGMENT, vieux mot qui veut dire la même choſe qu'accroiſſement, augmentation.

AURIGA. *Voyez* COCHER.

AVRIL, ſ. m. quatrième mois de l'année, ſuivant notre calendrier. C'étoit le ſecond mois de l'ancienne année romaine, c'eſt-à-dire de l'année de Romulus, qui commençoit par le mois de mars, & qui avoit dix mois. Numa ajouta à cette année les deux mois de janvier & février, & le mois d'*avril* ſe trouva alors le quatrième. *Voyez* MOIS.

Ce mot vient du latin *aprilis*, & celui-ci d'*aperio*, j'ouvre, à cauſe que dans ce mois la terre commence à ouvrir ſon ſein pour la production des végétaux.

Dans ce mois le ſoleil parcourt le ſigne du taurau, ou, pour parler plus exactement, le ſoleil entre au ſigne du taureau vers le 20 d'*avril*, & paroît parcourir ce ſigne juſqu'au 21 de mai; c'eſt-à-dire que la terre parcourt alors réellement le ſigne du ſcorpion, oppoſé à celui du taureau. (*O*)

AURORE, ſ. f. (*Aſtron. phyſiq.*) eſt le crépuſcule du matin, cette lumière foible qui commence à paroître quand le ſoleil eſt à 18 degrés de l'horizon, & qui continue en augmentant juſqu'au lever du ſoleil. *Voyez* CRÉPUSCULE.

Nicod fait venir ce mot du verbe *aureſco*, dérivé d'*aurum*, *quia ab oriente ſole aer aureſcit*, parce que le ſoleil levant dore, pour ainſi dire, l'atmoſphère.

AUSTRAL, *auſtralis*, méridional, ce mot vient d'*auſter*, vent du midi.

Les ſignes *auſtraux* ſont les ſix derniers du zodiaque; on les nomme ainſi, parce qu'ils ſont au midi de la ligne équinoxiale. *Voyez* SIGNE.

On dit de même *pole auſtral*, *hémiſphère auſtral*, pour *pole méridional*, *hémiſphère méridional*, &c.

AUTEL (*Aſtron.*) *ara*, conſtellation méridionale, appellée auſſi *altare*, *thymele*, (qui ſignifie autel) *veſta* à cauſe de la déeſſe du feu, *pharus*, (c'eſt-

à-dire élévation) *ſacrarium*, *templum*, *puteus*, *focus*, *lar*, *thuribulum*, *acerra*; (vaſe à mettre de l'encens) *prunarum conceptaculum*, *ignitabulum*, *batillas*, (Rechaud) *ara thymiamatis*, (autel de l'encens) *ara centauri*. Les Dieux, diſent les poëtes, étant en guerre contre les Titans, firent conſtruire par Vulcain un autel ſur lequel ils ſe lièrent par un ſerment mutuel, & cet autel fut placé parmi les conſtellations : on a dit auſſi que cet autel étoit celui ſur lequel Chiron ſacrifia un loup.

La principale étoile de l'*autel* eſt de 3.e grandeur, elle avoit, en 1750, 258° 8′ 25″ d'aſcenſion droite, & 49° 38′ 31″ de déclinaiſon auſtrale. (*D. L.*)

AUTOMATE, ſub. m. (*Méchaniq.*) engin qui ſe meut de lui-même, ou machine qui porte en elle le principe de ſon mouvement.

Ce mot eſt grec αὐτόματος, & compoſé de αὐτὸς, *ipſe*, & μάω, *je ſuis excité* ou *prêt*, ou bien de μᾶττον, *facilement*, d'où vient αὐτόματος, *ſpontanée*, *volontaire*. Tel étoit le pigeon volant d'Architas, dont Aulugelle fait mention au *liv. X, ch. xij* des *nuits attiques*, ſuppoſé que ce pigeon volant ne ſoit point une fable.

Quelques auteurs mettent au rang des *automates* les inſtrumens de méchanique, mis en mouvement par des reſſorts, des poids internes, *&c*, comme les horloges, les montres, *&c*. *Voyez Joan. Bapt. Porta mag. nat. chap. xjx. Scaliger. ſubtil. 326.*

Le ſtûteur *automate* de M. de Vaucanſon, membre do l'académie royale des Sciences, le canard, quelques autres machines du même auteur, ſont au nombre des plus célebres ouvrages qu'on ait vus en ce genre depuis fort long-tems.

Voyez à l'article ANDROIDE ce que c'eſt que le *flûteur*.

L'auteur encouragé par le ſuccès, expoſa, en 1741, d'autres *automates*, qui ne furent pas moins bien reçus. C'étoit :

1.° Un canard, dans lequel il repréſente le méchaniſme des viſceres deſtinés aux fonctions du boire, du manger & de la digeſtion; le jeu de toutes les parties néceſſaires à ces fonctions y eſt exactement imité : il alonge ſon cou pour aller prendre du grain dans la main, il l'avale, le digere, & le rend par les voies ordinaires tout digéré, tous les geſtes d'un canard qui avale avec précipitation, & qui redouble de viteſſe dans le mouvement de ſon goſier, pour faire paſſer ſon manger juſque dans l'eſtomac, y ſont copiés d'après nature : l'aliment y eſt digéré comme dans les vrais animaux, par diſſolution, & non par trituration; la matière digérée dans l'eſtomac eſt conduite par des tuyaux, comme dans l'animal par ſes boyaux, juſqu'à l'anus, où il y a un ſphincter qui en permet la ſortie.

L'auteur ne donne pas cette digeſtion pour une digeſtion parfaite, capable de faire du ſang & des ſucs nourriciers pour l'entretien de l'animal; on auroit mauvaiſe grace de lui faire ce reproche. Il ne prétend qu'imiter la méchanique de cette action en trois choſes, qui ſont : 1.° d'avaler le grain; 2.° de le macérer, cuire ou diſſoudre; 3.° de le faire ſortir dans un changement ſenſible.

Il a cependant fallu des moyens pour les trois actions, & ces moyens mériteront peut-être quelque attention de la part de ceux qui demanderoient davantage. Il a fallu employer différens expédiens pour faire prendre le grain au canard artificiel, le lui faire aſpirer juſque dans ſon eſtomac, & là dans un petit eſpace, conſtruire un laboratoire chimique, pour en décompoſer les principales parties intégrantes, & le faire ſortir à volonté, par des circonvolutions de tuyaux, à une extrémité de ſon corps toute oppoſée.

On ne croit pas que les anatomiſtes aient rien à deſirer ſur la conſtruction de ſes ailes. On a imité os par os, toutes les éminences qu'ils appellent *apophyſes*. Elles y ſont régulièrement obſervées, comme les différentes charnieres, les cavités, les courbes. Les trois os qui compoſent l'aile, y ſont très-diſtincts : le premier qui eſt l'*humerus*, a ſon mouvement de rotation en tout ſens, avec l'os qui fait l'office d'omoplate; le ſecond qui eſt le *cubitus* de l'aile, a ſon mouvement avec l'*humerus* par une charnière, que les anatomiſtes appellent *par gynglime*; le troiſième qui eſt le *radius*, tourne dans une cavité de l'*humerus*, & eſt attaché par ſes autres bouts aux petits os du bout de l'aile, de même que dans l'animal.

Pour faire connoître que les mouvemens de ces ailes ne reſſemblent point à ceux que l'on voit dans les grands chef-d'œuvres du coq de l'horloge de Lyon & de Strasbourg, toute la méchanique du canard artificiel a été vue à découvert, le deſſein de l'auteur étant plutôt de démontrer, que de montrer ſimplement une machine.

On croit que les perſonnes attentives ſentiront la difficulté qu'il y a eu de faire faire à cet *automate* tant de mouvemens différens; comme lorſqu'il s'éleve ſur ſes pattes, & qu'il porte ſon cou à droite & à gauche. Ils connoîtront tous les changemens des différens points d'appui : ils verront même que ce qui ſervoit de point d'appui à une partie mobile, devient à ſon tour mobile ſur cette partie, qui devient fixe à ſon tour; enfin ils découvriront une infinité de combinaiſons méchaniques.

Toute cette machine joue ſans qu'on y touche, quand on l'a montée une fois.

On oublioit de dire que l'animal boit, barbote dans l'eau, croaſſe comme le canard naturel. Enfin l'auteur a tâché de lui faire faire tous les geſtes d'après ceux de l'animal vivant, qu'il a conſidéré avec attention.

2.° Le ſecond *automate* eſt le joueur de tambourin, planté tout droit ſur ſon piedeſtal, habillé en berger danſeur, qui joue une vingtaine d'airs, menuets, rigodons ou contre-danſes.

On croiroit d'abord que les difficultés ont été moindres

moindres qu'un flûteur *automate* : mais ſans vouloir élever l'un pour rabaiſſer l'autre, il faut faire réflexion qu'il s'agit de l'inſtrument le plus ingrat, & le plus faux par lui-même; qu'il a fallu faire articuler une flûte à trois trous, où tous les tons dépendent du plus ou moins de force de vent, & de trous bouchés à moitié; qu'il a fallu donner tous les vents différens, avec une vîteſſe que l'oreille a de la peine à ſuivre; donner des coups de langue à chaque note, juſque dans les doubles croches, parce que cet inſtrument n'eſt point agréable autrement. L'*automate* ſurpaſſe en cela tous nos joueurs de tambourin, qui ne peuvent remuer la langue avec aſſez de légéreté, pour faire une meſure entière de doubles croches toutes articulées; ils en coulent la moitié : & ce tambourin *automate* joue un air entier avec des coups de langue à chaque note.

Quelle combinaiſon de vents n'a-t-il pas fallu trouver pour cet effet? L'auteur a fait auſſi des découvertes dont on ne ſe ſeroit jamais douté; auroit-on cru que cette petite flûte eſt un des inſtrumens à vent qui fatigue le plus la poitrine des joueurs?

Les muſcles de leur poitrine ſont un effort équivalent à un poids de 56 livres, puiſqu'il faut cette même force de vent, c'eſt-à-dire, un vent pouſſé par cette force ou cette peſanteur, pour former le *ſi* d'en-haut, qui eſt la dernière note ou cet inſtrument puiſſe s'étendre. Une once ſeule fait parler la première note, qui eſt le *mi* : que l'on juge quelle diviſion de vent il a fallu faire pour parcourir toute l'étendue du flageolet provençal.

Ayant ſi peu de poſitions de doigts différentes, on croiroit peut-être qu'il n'a fallu de différens vents, qu'autant qu'il y a de différentes notes : point du tout. Le vent qui fait parler, par exemple, le *ré* à la ſuite de l'*ut*, le manque abſolument quand le même *ré* eſt à la ſuite du *mi* au-deſſus, & ainſi des autres notes. Qu'on calcule, on verra qu'il a fallu le double de différens vents, ſans compter les dièſes pour leſquels il faut toujours un vent particulier. L'auteur a été lui-même étonné de voir cet inſtrument avoir beſoin d'une combinaiſon ſi variée, & il a été plus d'une fois prêt à déſeſpérer de la réuſſite : mais le courage & la patience l'ont enfin emporté.

Ce n'eſt pas tout : ce flageolet n'occupe qu'une main; l'*automate* tient de l'autre une baguette, avec laquelle il bat du tambour de Marſeille; il donne des coups ſimples & doubles; fait des roulemens variés à tous les airs; & accompagne en meſure les mêmes airs qu'il joue avec ſon flageolet de l'autre main. Ce mouvement n'eſt pas un des plus aiſés de la machine. Il eſt queſtion de frapper tantôt plus fort, tantôt plus vîte, & de donner toujours un coup ſec, pour tirer du ſon du tambour. Cette méchanique conſiſte dans une combinaiſon infinie de leviers & de reſſorts différens, tous mus avec aſſez de juſteſſe pour ſuivre l'air; ce qui ſeroit trop long à détailler. Enfin cette machine a quelque reſſemblance avec celle du flûteur; mais elle a été conſtruite par des moyens bien différens. *Voyez Obſer. ſur les écrits mod. 1741.* (*O*)

AUTOMNE, ſ. m. (*Aſtron.*) troiſième ſaiſon de l'année, tems de la recolte des fruits de l'été.

Quelques-uns le font venir d'*augeo*, j'accrois, *quod annum frugibus augeat.*

L'*automne* commence le 23 ſeptembre; la hauteur méridienne du ſoleil le trouve moyenne entre la plus grande & la plus petite. La fin de l'*automne* ſe rencontre avec le commencement de l'hiver, le 21 Décembre. Durant l'*automne* les jours vont en décroiſſant, & ſont toujours plus courts que les nuits, excepté le premier jour d'*automne*, qui eſt le jour de l'équinoxe, ou le lendemain à cauſe de la réfraction.

Diverſes nations ont compté les années par les *automnes*, comme les Anglo-ſaxons par les hivers. Tacite nous dit que les anciens Germains connoiſſoient toutes les ſaiſons de l'année, excepté l'*automne*, dont ils n'avoient nulle idée.

On a toujours penſé que l'*automne* étoit une ſaiſon mal ſaine. Tertulien l'appelle, *tentator valetudinum.* Horace dit auſſi, *gravis autumnus; autumnus libitinæ queſtus acerbæ.*

Equinoxe d'automne, eſt le tems où le ſoleil entre dans la balance vers le 23 ſeptembre. *Voyez* AUTOMNAL. (*O*)

AUVERGNE, (*jeu de l'homme d'*) : ce jeu a un grand rapport à celui de la triomphe; on peut y jouer depuis deux juſqu'à ſix. Le jeu de cartes en contient juſqu'à trente-deux : mais ſi l'on ne joue que deux ou trois, il ne ſera que de vingt-huit, parce qu'on levera les ſept. Les cartes conſervent leur valeur ordinaire : après que l'on a vu à qui ſera, celui qui eſt à mêler fait couper le joueur de ſa gauche, & donne à chacun cinq cartes par deux ou trois, & en prend autant pour lui; il tourne la carte qui eſt deſſus le talon, & qui ſert de triomphe; alors chacun voit s'il peut jouer avec ſon jeu, ſinon il paſſe, comme à la bête. Si perſonne n'a aſſez beau jeu pour jouer dans la couleur retournée, on ſe réjouit en ce cas, & juſqu'à trois fois, ſi les deux premières cartes retournées n'ont pu accommoder les joueurs. Il faut faire trois mains pour gagner, & deux premières, quand elles ſont partagées entre les joueurs. Lorſque le jeu de carte eſt reconnu faux, on refait, & les coups précédents ſont bons, & même celui où on l'auroit reconnu tel, s'il étoit fini. Celui qui donne mal perd un jeu & remêle : ſi en mêlant il ſe trouve quelque carte retournée, on refait. Celui qui retourne un roi pour triomphe, gagne un jeu pour ce roi, & autant pour tous ceux qu'il a dans la main; tous les joueurs ont le même avantage. Celui qui joue avant ſon tour perd un jeu

au profit du jeu : celui qui renonce perd la partie ; le ſens de ce terme, en ce cas, eſt qu'il n'y peut plus prétendre. Celui qui fait jouer & perd, démarque un jeu au profit de celui qui gagne : celui qui a en main le roi de la couleur retournée en réjouiſſance, à le même droit que celui qui l'a de la première tourne, & marque un jeu pour ce roi, & un jeu pour chaque autre qu'il auroit encore, pourvu néanmoins qu'il n'eût pas eu dans ſon jeu le roi de la triomphe précédente dans le même coup, pour lequel il auroit déjà marqué.

S'il arrive que l'un des joueurs, après s'être réjoui, vienne à perdre en jouant le roi de la première triomphe, ſoit que l'on lui coupât ou autrement, celui qui feroit cette levée gagneroit une marque ſur celui qui l'auroit jetté, & ainſi des autres rois pour leſquels on gagne des jeux.

A X E

AXE, ſ. m. (*Méchanique*). Un *axe* ou *eſſieu* eſt proprement une ligne ou un long morceau de fer ou de bois qui paſſe par le centre d'un corps, & qui ſert à le faire tourner ſur lui-même. *Voyez* ESSIEU.

C'eſt en ce ſens que nous diſons l'*axe* d'une ſphère ou d'un globe, l'*axe* ou l'*eſſieu* d'une roue. *Voyez* GLOBE, ROUE, *&c.*

L'*axe* d'une balance eſt une ligne droite ſur laquelle elle ſe tourne & ſe meut. *Voyez* BALANCE.

L'*axe d'oſcillation* d'un pendule eſt une ligne droite parallèle à l'horizon, qui paſſe par le centre autour duquel un pendule fait ſes vibrations. *Voyez* OSCILLATION & PENDULE.

Axe en Géométrie. L'*axe* de rotation ou de circonvolution eſt une ligne droite autour de laquelle on imagine qu'une figure plane ſe meut, pour engendrer dans ce mouvement un ſolide, ou qu'une ligne ſe meut pour engendrer une ſurface. *Voyez* SOLIDE, GÉNÉRATION, *&c.*

Ainſi, pour engendrer une ſphère, on imagine qu'un demi-cercle tourne ſur ſon diamètre. Pour avoir un cône droit, on imagine qu'un triangle rectangle tourne ſur un des côtés qui forment l'angle droit, comme ſur un *axe*.

L'*axe* d'un cercle ou d'une ſphère eſt une ligne droite qui paſſe par le centre du cercle ou de la ſphère, & qui le termine par l'une & l'autre de ſes extrémités à la circonférence du cercle, ou à la ſurface de la ſphère. *Voyez* CERCLE, SPHÈRE.

L'*axe* du cercle s'appelle autrement ſon *diamètre*. *Voyez* DIAMÈTRE. Un cercle a donc une infinité d'*axes*.

On entend encore plus généralement par *axe*, une ligne droite tirée du ſommet d'une figure ſur le milieu de ſa baſe. *Voyez* FIGURE, SOMMET, BASE, *&c.*

L'*axe* d'un cylindre droit ou rectangle, eſt proprement cette ligne immobile autour de laquelle tourne le parallélogramme rectangle, qui dans ce mouvement engendre le cylindre droit. *Voyez* CYLINDRE.

En général, la ligne droite qui paſſe par le centre des baſes oppoſées des cylindres, en eſt l'*axe*, ſoit que ces cylindres ſoient droits ou qu'ils ſoient obliques.

L'*axe* d'un cône droit eſt la ligne droite, ou le côté ſur lequel on a fait mouvoir le triangle rectangle qui a engendré le cône. *Voyez* CÔNE.

Il ſuit de-là qu'il n'y a proprement que le cône droit qui ait un *axe* ; car il n'y a point de manière d'engendrer le cône oblique, en faiſant mouvoir triangle autour d'un de ſes côtés immobiles. Mais par analogie, tous les auteurs qui ont traité des cônes, ont dit que la ligne tirée du ſommet du cône oblique au centre de ſa baſe, en étoit l'*axe*.

L'*axe* d'une ſection conique eſt une ligne droite qui paſſe par le milieu de la figure, & qui coupe à angles droits & en deux parties égales toutes les ordonnées.

Ainſi (*Sect. coniques, fig. 31*), ſi *A P* eſt perpendiculaire à *F E*, paſſant par le centre *C*, & qu'elle diviſe la ſection en deux parties égales, ſemblables & ſemblablement ſituées par rapport à cette ligne *A P*, elle ſera l'*axe* de cette ſection. *Voyez* CONIQUE.

L'*axe* tranſverſe ou le grand *axe* d'une ellipſe, c'eſt la même choſe : on l'appelle ainſi pour le diſtinguer de ſon conjugué, ou du petit *axe*. *Voy.* TRANSVERSE.

Dans l'ellipſe, l'*axe* tranſverſe eſt le plus long ; & dans l'hyperbole, il coupe cette courbe aux points *A* & *P* (*fig. 32.*)

Axe conjugué, ou ſecond *axe* de l'ellipſe, c'eſt, (*fig. 31*) la ligne *F E* qui paſſe par le centre *C* de la figure, parallélement à l'ordonnée *M N*, & perpendiculairement à l'*axe* tranſverſe *A P*, & qui ſe termine par l'une & l'autre de ſes extrémités à la courbe. *Voyez* ELLIPSE & CONJUGUÉ.

L'*axe* conjugué eſt le plus court dans l'ellipſe : cette courbe n'eſt pas la ſeule où l'*axe* tranſverſe ait ſon conjugué ; cela lui eſt commun avec l'hyperbole.

L'*axe* conjugué, ou le ſecond *axe* d'une hyperbole, eſt une droite *E F* (*fig. 32*) qui paſſe par le centre parallélement aux ordonnées *MN*, *MN*, & perpendiculairement à l'*axe* tranverſe *A P*. *Voyez* HYPERBOLE.

L'*axe* de la parabole eſt d'une longueur indéterminée, c'eſt-à-dire, indéfinie. L'*axe* de l'ellipſe eſt d'une longueur déterminée. La parabole n'a qu'un *axe* ; l'ellipſe & l'hyperbole en ont deux. *Voyez* COURBE.

Digitized by Google

Suivant les définitions précédentes, l'*axe* d'une courbe eſt en général une ligne tirée dans le plan de cette courbe, & qui diviſe la courbe en deux parties égales, ſemblables & ſemblablement poſées de part & d'autre de cette ligne. Ainſi, il y a un grand nombre de courbes qui n'ont point d'*axe* poſſible: cependant pour la facilité des dénominations, on eſt convenu d'appeller généralement *axe* d'une courbe, une ligne quelconque tirée où l'on voudra dans le plan de cette courbe, ſur laquelle on prend les abſciſſes, & à laquelle les ordonnées de la courbe ſont perpendiculaires. Ainſi, toute courbe en ce ſens peut avoir un *axe* placé où l'on voudra. Si les ordonnées ne ſont pas perpendiculaires, l'*axe* s'appelle *diamètre*. *Voyez* ABSCISSE, DIAMÈTRE, ORDONNÉE.

Une courbe ne rencontre ſon *axe* que dans les points où l'ordonnée eſt égale à zéro.

En général, l'on appelle la ligne des abſciſſes *axe des abſciſſes*, ou ſimplement *axe*; & la ligne des ordonnées, *axe des ordonnées*; (toujours avec cette condition que les deux *axes* ſoient perpendiculaires l'un à l'autre, ſinon ce ſont deux diamètres). Cependant pluſieurs auteurs, entr'autres M. Cramer, nomment ces deux lignes *axes*, quelqu'angle qu'elles faſſent entr'elles.

Pour ſavoir les points où la courbe coupe l'*axe* des abſciſſes, il n'y a qu'à faire $y = 0$ dans l'équation de la courbe; l'équation reſtante ne contiendra plus que x, & la courbe coupera l'*axe* des abſciſſes en autant de points que cette équation aura de racines.

Au contraire, pour trouver les points où la courbe coupe l'*axe* des ordonnées, il faut faire $x = 0$. *Voyez l'introduction à l'analyſe des lignes courbes de* M. Cramer, *Genève*, 1750.

Axe, en Optique. L'*axe* optique ou viſuel eſt un rayon qui paſſe par le centre de l'œil; ou c'eſt le rayon qui, paſſant par le milieu du cône lumineux, tombe perpendiculairement ſur le cryſtallin, & conſéquemment paſſe auſſi par le centre de l'œil. *Voyez* OPTIQUE, RAYON, CÔNE, VISION, *&c.*

L'*axe* moyen ou commun eſt une droite tirée du point de concours des deux nerfs optiques, ſur le milieu de la ligne droite qui joint les extrémités des mêmes nerfs. *Voyez* NERF OPTIQUE.

L'*axe* d'une lentille ou d'un verre, eſt une ligne droite qui fait partie de l'*axe* du ſolide dont la lentille eſt un ſegment. *Voyez* LENTILLE & VERRE.

Ainſi, une lentille ſphérique convexe étant un ſegment de ſphère, l'*axe* de cette lentille ſera l'*axe* même de la ſphère, ou une ligne droite qui paſſe par le centre de la ſphère. *Voyez* CONVEXE.

On peut encore définir l'*axe* d'un verre une ligne droite qui joint les points de milieu de deux ſurfaces de ce verre. *Voyez* VERRE.

L'*axe* d'incidence, *en Dioptrique*, eſt une ligne droite qui paſſe par le point d'incidence, perpendiculairement à la ſurface rompante. *Voyez* INCIDENCE.

L'*axe* de réfraction eſt une ligne droite tirée du point d'incidence ou de réfraction, perpendiculairement à la ſurface rompante. *Voyez* RÉFRACTION.

L'*axe* de l'aimant, ou l'*axe* magnétique, eſt une ligne droite dont les extrémités ſont des poles de l'aimant. *Voyez* MAGNÉTISME.

Axe dans le tambour, ou *eſſieu dans le tour*, *axis in peritrochio*; c'eſt une des cinq machines ſimples inventées pour élever des poids. *Voy.* MÉCHANIQUE, PUISSANCE, *&c.*

Cette machine eſt compoſée d'une eſpèce de tambour repréſenté par AB (*Méch. fig. 44*) mobile avec un cylindre qui lui eſt concentrique, autour de l'*axe* EF. Ce cylindre s'appelle l'*axe* ou l'*eſſieu*; & le tambour ſe nomme *tour*. Les leviers adaptés au cylindre, ſans quelquefois qu'il y ait de tambour, portent le nom de *rayons*. *Voyez* TOUR.

Dans le mouvement du tour, une corde ſe roule ſur le cylindre, & fait monter le poids.

On rapporte à l'eſſieu dans le tour, toutes les machines où l'on peut concevoir que l'effort ſe fait par le moyen d'une circonférence ou tambour fixé ſur un cylindre, dont la baſe eſt dans le même plan que cette circonférence; comme dans les grues, les moulins, les cabeſtans, *&c.* *Voy.* ROUE.

Propoſitions ſur l'eſſieu dans le tour, 1.° Si la puiſſance appliquée à l'eſſieu dans le tour ſuivant la direction AL (*fig. 10*) eſt perpendiculaire au rayon, & ſi cette puiſſance eſt au poids G, comme le rayon CE de l'*axe* ou du cylindre eſt au rayon CA du tour; la puiſſance ſuffira pour ſoutenir le poids, ou la puiſſance & le poids ſeront en équilibre.

2.° Si la puiſſance appliquée en F agit ſelon la direction FD, oblique au rayon du tour, mais parallèle à AL, cette puiſſance ſera à une puiſſance qui lui ſeroit équilibre, & qui agiroit ſuivant AL, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle de la direction CFD.

3.° Les puiſſances appliquées au tour en différens points F, K, &c. ſelon les directions FD, KI, &c. parallèles à la direction perpendiculaire AL, & faiſant équilibre avec le même poids G, ſont entr'elles réciproquement comme les diſtances au centre du mouvement CD, CI, &c. *Voyez* LEVIER.

Ainſi, à meſure que la diſtance au centre du mouvement augmente, la puiſſance diminue en même proportion, *& vice verſâ*.

D'où il s'enſuit encore que puiſque le rayon AC eſt la plus grande diſtance poſſible, & que la puiſſance qui agit dans la direction AL lui eſt toute perpendiculaire, cette puiſſance perpendiculaire

ſera la plus petite de toutes celles qui ſeront capables de faire équilibre avec le poids *G*.

4.° Si une puiſſance qui agit dans la direction perpendiculaire *A L*, fait monter le poids *G*; l'eſpace parcouru par la puiſſance ſera à l'eſpace parcouru en même-tems par le poids, comme le poids a la puiſſance.

Car à chaque révolution du tour, la puiſſance aura parcouru la circonférence entière du tour, & le poids aura monté dans le même tems d'une quantité égale à la circonférence du cylindre; donc l'eſpace parcouru par la puiſſance eſt à l'eſpace parcouru par le poids, comme la circonférence du tour eſt à la circonférence de l'*axe*: mais la puiſſance eſt au poids, comme le rayon de l'*axe* eſt à celui du tour; donc, *&c.*

5.° Une puiſſance *A* & un poids *G* étant donnés, voici la manière de conſtruire un eſſieu dans le tour où la puiſſance ſoit en équilibre avec le poids.

Soit le rayon de l'*axe* ou eſſieu tel, que le poids puiſſe être ſoutenu, ſans que cet *axe* ou eſſieu rompe; faites enſuite, comme la puiſſance eſt au poids, ainſi le rayon de l'*axe* au rayon du tour.

Lors donc que la puiſſance ſera fort petite relativement au poids, il faudra que le rayon du tour ſoit extrêmement grand: ſoit par exemple le poids = 3000 & la puiſſance 50; le rayon du tour doit être à celui de l'*axe*, pour qu'il y ait équilibre, comme 60 eſt à 1.

On remédie à cet inconvénient en augmentant le nombre des roues & des eſſieux, & en les faiſant tourner les uns ſur les autres par le moyen des dents & des pignons. *Voyez* ROUE & PIGNON. (*O*)

AXE *d'un cadran*, c'eſt le ſtyle qui marque l'heure. *Voyez* CADRAN.

A X I

AXIFUGE, adj. on appelle, *en Méchanique*, *force axifuge*, la force avec laquelle un corps qui tourne autour d'un axe, tend à s'éloigner de cet axe; c'eſt proprement une force centrifuge, dont le centre eſt dans cet axe. *Voyez* CENTRIFUGE.

Quand une toupie tourne ſur elle-même, tous les points de cette toupie, qui ſont hors de la ligne ou axe qui paſſe par ſon milieu, ont une force *axifuge*. (*O*)

AXIOME, ſ. m. En *Mathématique*, on appelle *axiomes* des propoſitions évidentes par elles-mêmes, & qui n'ont pas beſoin de démonſtrations. Telles ſont les propoſitions ſuivantes: *le tout eſt plus grand que ſa partie; ſi à de grandeurs égales on ajoute des grandeurs égales, les ſommes ſeront égales; ſi deux figures étant appliquées l'une ſur l'autre ſe couvrent parfaitement, ces deux figures ſont égales en tout.*

AYUK, nom de l'étoile appellée communément la chèvre, dans la conſtellation du cocher.

AZELPHAGE, nom de l'étoile qui eſt à la queue du cygne.

AZIMECH, nom que les Arabes donnent à l'épi de la vierge; Bayer l'applique auſſi à Arcturus.

AZIMUT, (*Aſtron.*) l'arc de l'horizon compris entre le méridien & un vertical quelconque, dans lequel ſe trouve le ſoleil ou une étoile. M. Coſtard croit que ce nom vient par corruption du mot arabe *aſſemt*, qui ſignifie proprement un point ou une marque.

L'*azimut*, quand l'aſtre ſe lève ou ſe couche, eſt le complément de l'amplitude orientale ou occidentale, ou ce qui lui manque pour faire un quart de la circonférence. *Voyez* AMPLITUDE.

Pour calculer l'*azimut* d'un aſtre à une heure donnée, quand on connoît ſa déclinaiſon & ſa diſtance au méridien, on réſout le triangle *P Z S* (*fig. 39 d'Aſtron.*) formé au pole, au zénit & à l'aſtre, dont on connoît deux côtés *P Z*, *P S* & l'angle compris, & l'on cherche l'angle *Z*, qui a pour meſure l'arc *C O* de l'horizon. Ce même triangle ſert à calculer la hauteur d'un aſtre à une heure donnée.

Pour connoître par obſervation l'*azimut* d'une étoile, on tirera ſur le plan de l'horizon une ligne méridienne, au-deſſus de laquelle on ſuſpendra un fil perpendiculaire ou vertical, en y attachant un poids. On ſuſpendra enſuite un autre fil, en y attachant de même un poids & le plaçant de manière que l'étoile puiſſe être apperçue derrière les deux fils & déſigner ainſi le vertical de l'étoile, l'on meſurera l'angle de la méridienne & de la ligne des deux fils, & ce ſera l'*azimut* de l'aſtre, (*Inſt. Aſtronom. de M. le Monnier.*) Mais la méthode la plus exacte eſt d'avoir un quart de cercle *azimutal*, à la manière de Tycho-Brahé & d'Hévélius. *Voyez* l'optique de Smith, édition du P. Pezenas. On trouve dans la connoiſſance des tems de 1762 & de 1782 des tables de hauteur & d'*azimut* pour Paris.

AZIMUT *magnétique*, eſt un arc de l'horizon compris entre le cercle *azimutal* du ſoleil & le méridien magnétique; c'eſt la diſtance apparente du ſoleil au point du nord ou du midi, marqué par la bouſſole. *Voyez* MAGNÉTIQUE.

On trouve l'*azimut magnétique* en obſervant le ſoleil avec un compas *azimutal*, lorſqu'il eſt élevé ſur l'horizon à la hauteur de 10 ou de 15 degrés, ſoit avant midi ſoit après. *Voyez* le dictionnaire de marine.

Cadran azimutal; c'eſt un cadran ſolaire dont le ſtyle ou gnomon eſt perpendiculaire au plan de l'horizon. *Voyez* CADRAN.

La connoiſſance de l'*azimut* ſert quelquefois à

Digitized by Google

tracer la méridienne, qui eſt fort utile dans la géométrie pratique, & néceſſaire dans la gnomonique & dans la navigation. Auſſi nous expliquerons dans la gnomonique divers moyens de trouver l'*azimut*.

On appelle quelquefois *azimuts* les cercles verticaux. *Voyez* VERTICAL AZIMUTAL ; cercle *azimutal* eſt un cercle horizontal qu'on applique à un quart de cercle aſtronomique pour y marquer l'*azimut* ; on le voit en *h fig. 188 des planches d'Aſtronomie*. (*D. L.*)

BAC

BACULAMETRIE, ſ. f. (*Géom.*) c'eſt l'art de meſurer avec des bâtons ou des verges les lignes tant acceſſibles qu'inacceſſibles. *Voyez* ACCESSIBLE, ARPENTAGE, MESURE, LEVER UN PLAN, *&c.*

BAGUETTE *divine* ou *divinatoire*, ſ. f. (*Méch.*) on appelle ainſi un rameau fourchu ou une baguette courbée en arc, que certains charlatans font tourner ſur les doigts des deux mains, & qui tourne (diſent-ils ou veulent-ils perſuader aux ſpectateurs crédules) en vertu des émanations d'une eau ſouterraine, d'une pièce d'or ou d'argent cachée, d'une mine, *&c.* Il n'eſt fait aucune mention de cette baguette dans les auteurs qui ont vécu avant le onzième ſiècle. Les premiers qui l'ont employée prenoient pour cela un rameau fourchu de coudrier, d'aune, de hêtre ou de pommier. Les charlatans de ces derniers tems ſe ſont apperçu qu'une baguette de matière quelconque courbée en arc, produiſoit le même mouvement. En effet on va voir que ce mouvement eſt purement méchanique, & que les indications de la *baguette divinatoire* ne ſont que des tours de paſſe-paſſe que tout le monde peut exécuter, en éloignant & rapprochant alternativement les points d'appui de la *baguette*, ou (pour mieux tromper les yeux) en poſant d'abord la *baguette* ſur deux doigts de chaque main à même hauteur, puis levant & baiſſant alternativement les deux doigts d'une même main, ou des deux mains, ce qui peut ſe faire avec un peu d'uſage, d'une manière preſque imperceptible. Voici à quoi ſe réduit la queſtion, conſidérée méchaniquement.

Soient (*pl. Méch. fig. 11.*) *A O B* un arc de cercle, ſitué d'abord dans une poſition horizontale ; *C*, ſon centre de figure ; *G*, ſon centre de gravité ; *A B*, ſa corde ; *O F*, ſa flèche. A l'effort des mains qui ſoutiennent réellement la *baguette* par les points *K* & *H* placés ſymmétriquement, ſubſtituons un axe horizontal qui paſſe hors du point *G*, & qui enfile l'arc aux points *K* & *H*, de telle manière que cet arc ne puiſſe avoir aucun mouvement de gliſſement, & que nous n'ayons à conſidérer que la ſimple rotation. Cela poſé, il eſt clair, 1.° que la peſanteur de l'arc, agiſſant ſuivant la verticale qui paſſe par le point *G*, l'arc tournera autour de l'axe *K H*, dans le ſens de *O* vers *C*.

2.° Si l'axe *K H* demeuroit immobile, il eſt évident que le point *O* étant arrivé au zénith, paſſeroit de l'autre côté, en vertu du mouvement acquis ; puis reviendroit ſur ſes pas ; puis ſe mouvroit dans le premier ſens ; ainſi de ſuite : ce qui ſe rapporte au mouvement d'oſcillation des pendules ordinaires. Mais ſi lorſque le point *O* a paſſé le zénith, ou a reçu le mouvement néceſſaire pour paſſer le zénith, on conçoit que l'axe *K H* eſt tranſporté parallèlement à lui-même en *K' H'*, alors le point *O* continuera à ſe mouvoir dans le premier ſens : ce même mouvement ſe perpétuera, ſi le point *O* étant arrivé à l'horizon, l'axe revient en *K H* ; puis en *K' H'* ; ainſi de ſuite. Or cette tranſpoſition mentale de l'axe produit le même effet que produit réellement le charlatan, en élevant & baiſſant les doigts d'une main ou des deux mains, & faiſant ainſi changer de place aux points d'appui *K* & *H*.

On voit que la *baguette* tournera à volonté du dedans au dehors, ou du dehors au dedans. Cela dépendra de la poſition initiale du point *V* ou *V'* par rapport au centre de gravité *G*. (*L. B.*).

BAJ

BAJOYERS *ou* JOUILLIERES, ſ. f. pl. (*Hydraul.*) ſont les ailes de maçonnerie qui revêtiſſent l'eſpace ou la chambre d'une écluſe fermée aux deux bouts, par des portes ou des vannes que l'on leve à l'aide de cables qui filent ſur un treuil, que pluſieurs hommes manœuvrent.

On pratique le long des *bajoyers*, des contre-forts, des enclaves pour loger les portes quand on les ouvre, & des pertuis pour communiquer l'eau d'une écluſe des deux côtés, ſans être obligé d'ouvrir ſes portes. (*K*)

* On donne auſſi, ſur les rivières, le nom de *bajoyers* aux bords d'une rivière, près les culées d'un pont.

BAISEMENT, ſ. m. (*Géom.*) *Voyez* OSCULATION.

BAISER, *terme de Géométrie*. On dit que deux courbes ou deux branches de courbes ſe *baiſent*, lorſqu'elles ſe touchent en tournant leurs concavités vers le même côté ; c'eſt-à-dire de manière que la concavité de l'une regarde la convexité de l'autre ; mais ſi l'une tourne ſa concavité d'un côté, & l'autre d'un autre côté, ou ce qui revient au même, ſi les deux convexités ſe regardent, alors on dit ſimplement qu'elles ſe touchent. Ainſi le point *baiſant* & le point *touchant* ſont différens.

On emploie plus particuliérement le terme de *baiſer*, pour exprimer le contact de deux courbes qui ont la même courbure au point de contact, c'eſt-à-dire le même rayon de développée. Le *baiſement* s'appelle encore alors *oſculation*. *Voyez*

OSCULATION, DÉVELOPPÉE, COURBURE, *&c.* (*O*).

BALANCE, *ſ. f.* (*Méch.*) C'eſt une machine qui ſe rapporte au levier, & dont l'uſage eſt de faire connoître l'égalité ou la différence de poids de deux corps peſants.

Il y a pluſieurs ſortes de *balances*: les principales ſont la *balance ordinaire* ou *moderne*, la *romaine*, & le peſon *ſuédois* ou *danois*.

I. La *balance* ordinaire (*Mech. fig. 12.*) eſt compoſée d'un levier droit *A B* (*Voyez* LEVIER) nommé ici *fléau*, aux extrémités duquel ſont ſuſpendus, avec des cordons, deux baſſins *C* & *D*, qui reçoivent les marchandiſes qu'on veut peſer. Le fléau porte dans ſon milieu un axe *x y*, qui leur eſt perpendiculaire & dont les extrémités entrent & tournent librement dans des *yeux* pratiqués aux deux branches montantes d'une *chaſſe E M* qui ſoutient la machine. Ces extrémités de l'anſe n'ont pas la forme cylindrique; elles ſont taillées en couteaux, plus ou moins émouſſés, ſuivant que la *balance* eſt deſtinée à peſer des marchandiſes plus ou moins peſantes; le fléau s'appuie par les tranchants de ces couteaux dans les yeux de la chaſſe, avec une entière liberté de s'incliner de part ou d'autre; il porte une *aiguille f g* qui eſt dans la chaſſe quand il y a équilibre & que le fléau eſt horizontal, & qui, en s'écartant à droite ou à gauche de la chaſſe par ſa partie ſupérieure, fait connoître non-ſeulement en quel ſens le fléau s'eſt incliné, mais encore les plus petites inclinaiſons dont il peut être affecté, ce qui ſert à peſer les marchandiſes avec toute l'exactitude poſſible.

Avant que de faire uſage de la balance, il faut commencer par le mettre en équilibre, c'eſt-à-dire par faire en ſorte que le fléau ſoit bien horizontal. Les deux bras *E A*, *E B*, doivent être exactement égaux. Si cette condition étant remplie, & les deux bras étant garnis de leurs baſſins, un des côtés l'emporte ſur l'autre, on mettra du côté le plus foible de petits poids en quantité ſuffiſante pour établir l'équilibre, & maintenir le fléau dans la poſition horizontale. Ces petits poids doivent être regardés comme faiſant partie de la *balance* même, & comme étrangers à ceux qu'on veut contrepeſer.

Lorſque les deux bras *A E*, *B E* ne ſont pas égaux, le plus long favoriſe le poids placé de ſon côté: car ſuppoſons que le fléau *A B* étant en équilibre & dans la poſition horizontale, on mette dans le baſſin *C* un poids *P*, & dans le baſſin *D* une marchandiſe *Q*, de manière qu'il y ait équilibre; ces deux poids *P* & *Q* ſe faiſant équilibre, on aura (*Voyez* LEVIER) $P : Q :: B E : A E$. Donc, ſi par exemple $B E > A E$, on aura $P > Q$. Les deux poids étant donc ſuppoſés égaux, l'un d'eux cependant l'emportera ſur l'autre & paroîtra plus peſant. On appelle ces ſortes de *balances*, *balances fauſſes*. Elles peuvent ſervir néanmoins, de la manière ſuivante, à déterminer exactement le poids d'une marchandiſe.

Sans vous embarraſſer quel eſt le plus long bras d'une *balance* que vous ſoupçonnez être *fauſſe*, mettez 1.° dans l'un des baſſins, par exemple dans le baſſin *D*, la marchandiſe *Q* que vous voulez peſer; & obſerver le poids *P* qui lui fait équilibre. 2.° Tranſpoſez la marchandiſe *Q*, mettez-la dans l'autre baſſin *C*, & obſervez le nouveau poids *P'* qui lui fait équilibre. Cela poſé, multipliez *P* par *P'*, & tirez la racine quarrée du produit; elle ſera la valeur exacte de *Q*. Car, par le principe de l'équilibre du levier, on a ces deux équations, $P \times A E = Q \times B F$; $P' \times B E = Q \times A E$, leſquelles étant d'abord multipliées enſemble, puis diviſées par le facteur commun $A E \times B E$, donnent $P \times P' = Q^2$, & $Q = \sqrt{(P \times P')}$.

On s'épargne la peine de tranſpoſer les poids, & ſur-tout la longueur d'une extraction de racine quarrée, en faiſant d'abord, & avant tout uſage, les deux bras de la *balance* exactement égaux entr'eux. Nous obſerverons cependant encore, au ſujet de l'extraction de la racine quarrée, que, ſi les deux poids *P* & *P'* différoient peu l'un de l'autre, on pourroit ſuppoſer, ſans craindre d'erreur ſenſible, $Q = \frac{P+P'}{2}$; car ſoit $P' = P + p$, *p* étant une quantité très-ſubite par rapport à *P*, on aura $Q = \sqrt{(P^2 + P p)} = P + \frac{p}{2}$, ſenſiblement; ou bien $Q = \frac{P+P'}{2}$.

Une choſe à laquelle on doit faire la plus grande attention, eſt de mettre, autant qu'il eſt poſſible, dans une même ligne horizontale, le tranchant du couteau qui ſert d'axe, & les deux points *A*, *B* d'où pendent les baſſins; car ſi le point d'appui *E* (*fig. 13 & 14*) eſt au-deſſous ou au-deſſus de l'horizontale *A B*, pour peu que cette ligne ſoit inclinée à l'horizon, elle ſera diviſée en deux parties inégales par la verticale *E M* menée par l'appui, & conſéquemment les poids qui ſe feront équilibre ne ſeront pas égaux. Dans le premier cas (*fig. 13*), la *balance* eſt trop mobile ſur le point *E*, & elle eſt nommée *folle*; dans le ſecond (*fig. 14*), elle trebuche trop difficilement, & elle eſt nommée *ſourde*.

II. La *romaine*, ainſi nommée à cauſe du grand uſage qu'on en faiſoit chez les romains, ſert à peſer des marchandiſes de différentes peſanteurs, par le moyen d'un ſeul & même poids qu'on éloigne plus ou moins du point d'appui. Cette machine (*fig. 15*) eſt compoſée d'un fléau *A B*, ſuſpendu par une anſe *E K* qui le diviſe en deux bras *E A*, *E B* fort inégaux. Le bras le plus court porte un baſſin *C*, ou un crochet deſtiné à ſoutenir les marchandiſes qu'on veut peſer; & on fait couler, au moyen d'un anneau, le long du

Digitized by Google

bras EB, le poids conſtant P qui doit leur faire équilibre.

Il faut commencer par mettre la romaine en équilibre, ou le fléau dans la poſition horizontale, indépendamment de la marchandiſe & du poids qui doit la contre-balancer. Enſuite on établira l'équilibre de la marchandiſe & du poids, en vertu de l'équation $P \times Ea = Q \times EA$, dans laquelle Q repréſente la marchandiſe, P le poids prépondérant, EA & Ea les bras de levier de ces deux poids. Cette même équation ſert à déterminer la graduation du bras EB. On voit, par exemple, que ſi le poids $Q = 10$ livres & le poids $P = 1$ livre, il faudra que la partie $Ea = 10\,EA$, ainſi des autres.

Cette *balance* a cela d'avantageux, qu'avec un ſeul & même poids on peut contre-paſſer d'autres poids très-conſidérables. De plus, elle fatigue moins les yeux de la chaſſe que la *balance* ordinaire: car ſi, par exemple, on veut contre-peſer avec celle-ci un poids $4P$, les deux baſſins portent chacun un poids pareil, & la preſſion ſur les yeux de la chaſſe eſt $4P + 4P$, ou $8P$ (*voy.* FORCES PARALLÈLES); au lieu que dans la romaine, où le poids P, appliqué à la quatrième diviſion du bras EB, contre-balance le poids $4P$ mis dans le baſſin C, la preſſion ſur les yeux de la chaſſe eſt ſimplement $4P + P$, ou $5P$. Mais, d'un autre côté, le bras EB de la romaine eſt expoſé à ſe plier quand il eſt un peu long; ce qui eſt un inconvénient auquel la *balance* ordinaire eſt moins ſujette.

III. Le peſon *danois* ou *ſuédois*, qui eſt fort uſité en Danemarck & en Suede, eſt une longue pièce AB (*fig. 16*) de fer ou de bois, portant à l'une de ſes extrémités une lourde maſſe A, & à l'autre un baſſin ou un crochet C pour ſoutenir les marchandiſes qu'on veut peſer; elle eſt traverſée par un anneau E qui la ſoutient, & qu'on fait gliſſer ſuivant ſa longueur, juſqu'à ce qu'il y ait équilibre de part & d'autre du point E. Voici le principe de cet équilibre & de la graduation du peſon.

Conſidérons le ſyſtême de la maſſe A, de la verge AB, & du baſſin ou crochet C, comme ne faiſant qu'un ſeul & même poids P réuni à ſon centre de gravité H; nommons Q le poids de la marchandiſe qu'on veut peſer: pour qu'il y ait équilibre on doit avoir l'équation $P \times EH = Q \times BE$, ou bien $P \times (BH - BE) = Q \times BE$; ce qui donne $BE = \frac{P \times BH}{P+Q}$. D'où l'on voit que, connoiſſant P & BH, il ſera facile de graduer la verge BH, relativement aux différens poids Q qu'on veut peſer. (*L. B.*)

* On appelle *balance de roberval*, une ſorte de levier où des poids égaux ſont en équilibre, quoiqu'ils paroiſſent ſitués à des extrémités de bras de levier inégaux. *Voyez* LEVIER.

Comme la *balance* eſt un vrai levier, ſa propriété eſt la même que celle du levier; ſavoir, que les poids qui y ſont ſuſpendus doivent être en raiſon inverſe de leurs diſtances à l'appui, pour être en équilibre. Mais cette propriété du levier, que l'expérience nous manifeſte, n'eſt peut-être pas une choſe facile à démontrer en toute rigueur. Il en eſt à-peu-près de ce principe comme de celui de l'équilibre; on ne voit l'équilibre de deux corps avec toute la clarté poſſible que lorſque les deux corps ſont égaux, & qu'ils tendent à ſe mouvoir en ſens contraire avec des viteſſes égales. Car alors il n'y a point de raiſon pour que l'un ſe meuve plutôt que l'autre; & ſi l'on veut démontrer rigoureuſement l'équilibre lorſque les deux corps ſont inégaux, & tendent à ſe mouvoir en ſens contraire avec des viteſſes qui ſoient en raiſon inverſe de leurs maſſes, on eſt obligé de rappeller ce cas au premier, où les maſſes & les viteſſes ſont égales. De même on ne voit bien clairement l'équilibre dans la *balance*, que quand les bras en ſont égaux & chargés de poids égaux. La meilleure manière de démontrer l'équilibre dans les autres cas, eſt peut-être de les ramener à ce premier, ſimple & évident par lui-même: c'eſt ce qu'a fait M. Newton dans le premier livre de ſes *Principes, ſection première.*

Soient, dit-il (*Méch. fig. 17*), OK, OL, des bras de levier inégaux, auxquels ſoient ſuſpendus les poids AP; ſoit fait $OD =$ à OL, le plus grand des bras, la difficulté ſe réduit à démontrer que les poids AP, attachés au levier LOD, ſont en équilibre. Il faut pour cela que le poids P ſoit égal à la partie du poids A qui agit ſuivant la ligne DC perpendiculaire à OD; car les bras OL, OD, étant égaux, il faut que les forces qui tendent à les mouvoir ſoient égales, pour qu'il y ait équilibre. Or l'action du poids A, ſuivant DC, eſt au poids A, comme DC à DA, c'eſt-à-dire, comme OK à OD. Donc la force du poids A ſuivant $DC = \frac{A \times OK}{OD}$. Et comme cette force eſt égale au poids P, & que $OL = OD$, on aura $\frac{A \times OK}{OD} = P$, c'eſt-à-dire, que les poids A, P, doivent être en raiſon des bras de levier OL, OK, pour être en équilibre.

Mais en démontrant ainſi les propriété du levier, on tombe dans un inconvénient: c'eſt qu'on eſt obligé alors de changer le levier droit en un levier recourbé & briſé en ſon point d'appui, comme on le peut voir dans la démonſtration précédente; de ſorte qu'on ne démontre les propriétés du levier droit à bras inégaux que par celles du levier courbe, ce qui ne paroît pas être dans l'analogie naturelle. Cependant il faut avouer que cette manière de démontrer les propriétés du levier eſt peut-être la plus exacte & la plus rigoureuſe de toutes celles qu'on a jamais données.

Quoi qu'il en ſoit, c'eſt une choſe aſſez ſingulière

que les propriétés du levier courbe, c'eſt-à-dire dont les bras ne ſont pas en ligne droite, ſoient plus faciles à démontrer rigoureuſement que celles du levier droit. L'auteur du traité de *Dynamique*, imprimé à Paris en 1743, a réduit l'équilibre dans le levier courbe à l'équilibre de deux puiſſances égales & directement oppoſées; mais comme ces puiſſances égales & oppoſées s'évanouiſſent dans le cas du levier droit, la démonſtration pour ce dernier cas ne peut être tirée qu'indirectement du cas général.

On pourroit démontrer les propriétés du levier droit dont les puiſſances ſont parallèles, en imaginant toutes ces puiſſances réduites à une ſeule, dont la direction paſſe par le point d'appui. C'eſt ainſi que M. Varignon en a uſé dans ſa *Méchanique*. Cette méthode, entre pluſieurs avantages, a celui de l'élégance & de l'uniformité; mais n'a-t-elle pas auſſi, comme les autres, le défaut d'être indirecte, & de n'être pas tirée des vrais principes de l'équilibre? Il faut imaginer que les directions des puiſſances prolongées concourent à l'infini; les réduire enſuite à une ſeule par la décompoſition, & démontrer que la direction de cette dernière paſſe par le point d'appui. Doit-on s'y prendre de cette manière pour prouver l'équilibre de deux puiſſances égales appliquées ſuivant des directions parallèles à des bras égaux de levier? Il ſemble que cet équilibre eſt auſſi ſimple & auſſi facile à concevoir que celui de deux puiſſances oppoſées en ligne droite, & que nous n'avons aucun moyen direct de réduire l'un à l'autre. Or, ſi la méthode de M. Varignon, pour démontrer l'équilibre du levier, eſt indirecte dans un cas, elle doit auſſi l'être néceſſairement dans l'application au cas général. (*O*)

BALANCE HYDROSTATIQUE, eſt une eſpèce de *balance* qu'on a imaginée, pour trouver la peſanteur ſpécifique des corps liquides & ſolides. *Voyez* GRAVITÉ *ou* PESANTEUR SPÉCIFIQUE.

Cet inſtrument eſt d'un uſage conſidérable pour connoître les degrés d'alliages des corps de toute eſpèce, la qualité & la richeſſes des métaux, mines, minéraux, *&c.* les proportions de quelque mélange que ce ſoit, *&c.* la peſanteur ſpécifique étant le ſeul moyen de juger parfaitement de toutes ces choſes.

L'uſage de la *balance hydroſtatique* eſt fondé ſur ce Théorême d'*Archimede*, qu'un corps plus peſant que l'eau, peſe moins dans l'eau que dans l'air, du poids d'une maſſe d'eau de même volume que lui. D'où il ſuit que ſi l'on retranche le poids du corps dans l'eau de ſon poids dans l'air, la différence donnera le poids d'une maſſe d'eau égale à celle du ſolide propoſé.

Cet inſtrument (*Hydrod. fig. 12.*) n'a pas beſoin d'une deſcription fort ample. On peſe d'abord dans l'air le poids *E*, qui n'eſt autre choſe qu'un plateau garni ou couvert de différens poids, & le poids qu'on veut meſurer, lequel eſt ſuſpendu à l'extrémité du bras *F*; enſuite on met ce dernier poids dans un fluide, & on voit par la quantité de poids qu'il faut ôter de deſſus le plateau *E*, combien le poids dont il s'agit a perdu, & par conſéquent combien peſe un volume de fluide égal à celui du corps.

Pour peſer un corps dans l'eau, on le met quelquefois dans le petit ſeau de verre *I K*, & alors on ne doit pas oublier de couler le plateau *R* ſur le petit plateau quarré *E*, afin que le poids de ce plateau, qui eſt cenſé égal à celui du volume d'eau dont le ſeau occupe la place, puiſſe rétablir l'équilibre.

A l'égard des gravités ſpécifiques des fluides, on ſe ſert pour cela d'une petite boule de verre *G*, de la manière ſuivante.

Pour trouver la peſanteur ſpécifique d'un fluide, ſuſpendez à l'extrémité d'un des bras *F* un petit baſſin, & menez dedans la boule *G*; rempliſſez enſuite les deux tiers d'un vaiſſeau cylindrique *O V*, avec de l'eau commune: lorſque vous aurez mis la boule dedans, il faudra mettre ſur le plateau *E* de petits poids, juſqu'à ce que les bras *E*, *F*, demeurent dans une poſition horizontale.

Ainſi, l'excès du poids de la boule ſur celui d'un égal volume d'eau, ſe trouvera contrebalancé par les poids ajoutés au plateau *E*, ce qui la fera demeurer en équilibre au milieu de l'eau. Or concevons à préſent cette boule ainſi en équilibre, comme ſi elle étoit réellement une quantité d'eau congélée dans la même forme: ſi à la place de l'eau qui environne cette partie congélée, nous ſubſtituons quelqu'autre liqueur de différente peſanteur, l'équilibre ne doit plus ſubſiſter; il faudra donc pour le rétablir, mettre des poids ſur celui des plateaux *E*, *F*, de la *balance*, qui ſera le plus foible.

Ces poids qu'il aura fallu ajouter dans la *balance*, ſeront la différence en gravité de deux quantités, l'une d'eau, l'autre de la liqueur qu'on a voulu examiner, & dont le volume eſt égal à celui de la boule de verre. Suppoſons donc que le poids du volume d'eau dont la boule occupe la place, ſoit de 803 grains; ſi nous ajoutons à ce nombre celui des grains qu'il aura fallu ajouter ſur le plateau auquel la boule eſt attachée, ou ſi nous ôtons de 803 grains le nombre de ceux qu'il auroit fallu mettre ſur le plateau oppoſé, le reſte ſera le poids du volume du fluide égal à celui de la boule, & la gravité ſpécifique de l'eau ſera à celle de ce fluide comme 803 eſt à ce reſte; enfin ſi on diviſe ce même reſte par 803, le quotient exprimera la gravité ſpécifique du fluide, l'unité exprimant celle de l'eau.

Pour rendre ceci plus ſenſible par un exemple, ſuppoſons qu'on veuille ſavoir la gravité du lait: plongeant dans cette liqueur la boule telle qu'elle eſt attachée à la *balance*, on trouve qu'il faudra mettre 28 grains ſur le plateau auquel elle eſt ſuſpendue,

Digitized by Google

penſue, pour rétablir l'équilibre : ajoutant donc 28 grains à 803, la ſomme ſera 831 ; & ainſi la gravité ſpécifique du lait ſera à celle de l'eau, comme 803 à 831. On peut donc, par le moyen de la *balance* hydroſtatique, 1.° connoître la peſanteur ſpécifique d'une liqueur : 2.° comparer les peſanteurs ſpécifiques de deux liqueurs : 3.° comparer les gravités ſpécifiques de deux corps ſolides ; car ſi les deux corps ſolides peſent autant l'un que l'autre dans l'air, celui qui a le plus de peſanteur ſpécifique peſera davantage dans l'eau : 4.° comparer la gravité ſpécifique d'un corps ſolide avec celle d'une liqueur ; car la gravité ſpécifique du corps eſt à celle de la liqueur comme le poids du corps dans l'air eſt à ce qu'il perd de ſon poids dans la liqueur. *Voyez auſſi* ARÉOMETRE.

Le docteur Hook a imaginé une *balance* hydroſtatique qui peut être d'une grande utilité pour examiner la pureté de l'eau, *&c.* Elle conſiſte en un ballon de verre d'environ trois pouces de diamètre, lequel a un col étroit d'une demi-ligne de diamètre : on charge ce ballon de *minium*, afin de le rendre tant ſoit peu plus peſant qu'un pareil volume d'eau ; on le trempe enſuite dans l'eau après l'avoir attaché au bras d'une exacte *balance*, qui a un contrepoids à l'autre bras. Cela fait, on ne ſauroit ajouter à l'eau la plus petite quantité de ſel, que le col du ballon ne s'éleve au-deſſus de l'eau d'un demi-pouce plus qu'il n'étoit d'abord. En effet, l'eau devenant plus peſante par l'addition du ſel, le ballon qui y étoit auparavant en équilibre, doit s'élever. *Tranſact. philoſoph. n. 197.*

Pluſieurs ſavans ſe ſont donnés la peine de rédiger en table les peſanteurs d'un grand nombre de matières tant ſolides que fluides : on doit aſſurément leur ſavoir gré de ce travail, & l'on en ſent toute la difficulté, quand on penſe aux attentions ſcrupuleuſes & au tems qu'on eſt obligé de donner à ces ſortes de recherches : mais leurs expériences, quelques exactes qu'elles aient été, ne peuvent nous ſervir de régle que comme des à-peu-près ; car les individus de chaque eſpèce varient entr'eux quant à la denſité, & l'on ne peut pas dire que deux diamans, deux morceaux de cuivre, deux gouttes de pluie, ſoient parfaitement ſemblables. Ainſi, quand il eſt queſtion de ſavoir au juſte la peſanteur ſpécifique de quelque corps, il faut le mettre lui-même à l'épreuve ; c'eſt le ſeul moyen d'en bien juger. Au reſte, on ſera ſans doute bien aiſe de trouver ici une table dreſſée ſur des expériences fort exactes. Il ſuffit de dire qu'elles ſont de M. Muſſchembroëk. Les peſanteurs ſpécifiques de toutes les matières énoncées en cette table, ſont comparées à celle de l'eau commune, & on prend pour eau commune celle de la pluie dans une température moyenne ; ainſi, quand on voit dans la table, eau de pluie 1, 000 ; or de coupelle 19, 640 ; air 1, 001 $\frac{1}{4}$, c'eſt-à-dire que la peſanteur ſpécifique de l'or le plus fin eſt à celle de l'eau, comme 19 $\frac{1}{4}$ à-peu-près à 1, & que la peſanteur de l'air n'eſt preſque que la millième partie de celle de l'eau.

Table alphabétique des matières les plus connues, tant ſolides que fluides, dont on a éprouvé la peſanteur ſpécifique.

Acier flexible & non trempé	7, 738.
Acier trempé	7, 704.
Agate d'Angleterre	2, 512.
Air	0, 001 $\frac{1}{4}$.
Albâtre	1, 872.
Alun	1, 714.
Ambre	1, 040.
Amiante	2, 913.
Antimoine d'Allemagne	4, 000.
Antimoine d'Hongrie	4, 700.
Ardoiſe bleue	3, 500.
Argent de coupelle	11, 091.
Bifmuth	1, 700.
Bois de Bréſil	1, 030.
cedre	0, 613.
orme	0, 600.
gayac	1, 337.
ébene	1, 177.
érable	0, 755.
frêne	0, 845.
boüis	1, 030.
Borax	1, 720.
Caillou	2, 542.
Camphre	0, 995.
Charbon de terre	1, 240.
Cinabre naturel	7, 300.
artificiel	8, 200.
Cire jaune	0, 995.
rouge	2, 689.
blanche	2, 500.
Corne de Bœuf	1, 840.
cerf	1, 875.
Cryſtal de roche	2, 650.
d'Iſlande	2, 720.
Cuivre de Suede	8, 784.
jetté en moule	8, 000.
Diamant	3, 400.
Écailles d'huitre	2, 092.
Encens	1, 071.
Eau commune ou de pluie	1, 000.
diſtillée	0, 993.
de rivière	1, 009.
Eſprit de vin rectifié	0, 866.
de thérébenthine	0, 874.
Étain pur	7, 320.
allié d'Angleterre	7, 471.
Fer	7, 645.
Gomme arabique	1, 375.
Grenat de Bohême	4, 360.
de Suede	3, 978.

Huile de lin	0, 932.
d'olive	0, 913.
de vitriol	1, 700.
Karabé ou ambre jaune	1, 065.
Lait de vache	1, 030.
Litarge d'or	6, 000.
d'argent	6, 040.
Magneſe	3, 530.
Marbre noir d'Italie	2, 704.
blanc d'Italie	2, 707.
Mercure	13, 593.
Noix de galle	1, 034.
Or d'eſſai ou décompé	19, 640.
de Guinée	18, 888.
Os de bœuf	1, 656.
Pierre ſanguine	4, 360.
calaminaire	5, 000.
à fuſil, opaque	2, 542.
tranſparente	2, 641.
Poix	1, 150.
Sang humain	1, 040.
Sapin	0, 550.
Sel de Glauber	2, 246.
ammoniac	1, 453.
gemme	2, 143.
Polycreſte	2, 148.
Soufre commun	1, 800.
Talc de Veniſe	2, 780.
Tartre	1, 849.
Turquoiſe	2, 508.
Verd-de-gris	1, 714.
Verre blanc	3, 150.
Verre commun	2, 620.
Vin de Bourgogne	0, 953.
Vinaigre de vin	1, 011.
Vitriol d'Angleterre	1, 880.
Ivoire	1, 825.

(*M.* FORMEY).

BALANCE, (*Aſtron.*) ſeptième ſigne du zodiaque, & conſtellation du même nom; elle eſt appellée dans Cicéron, *jugum*; dans Ampelius *mochos*; dans Virgile & Ptolemée, les ſerres du ſcorpion: cette *balance* indique, ſuivant quelques auteurs, l'équilibre de la nature, l'égalité des jours & des nuits, la température de l'automne. Les anciens y ajoutoient la figure d'un homme, peut-être celle de Mochos, inventeur des poids & des *balances*; d'autres mettoient cette *balance* dans la main de la vierge. Virgile feint que c'étoit la juſtice d'Auguſte conſacrée par le nom d'une nouvelle conſtellation; peut-être, comme l'obſerve Scaliger, parce que la naiſſance d'Auguſte tomboit au commencement du ſigne de la *balance*. Mais M. Dupuis fait voir que la *balance* exiſtoit dans le zodiaque bien plus anciennement, & il croit qu'elle avoit dû être, dans l'origine, placée à l'équinoxe du printems. (*Aſtronomie T. IV, p. 373*). Virgile lui-même ſemble reconnoître une autre étymologie à ce nom de *libra*.

Libra die ſomnique pares ubi fecerit horas
Et medium luci atque umbris jam dividet orbem,
Exercete, viri, tauros. Géorg. 1. 208.

Les Perſes fixoient autrefois au lever héliaque de cette conſtellation, la fin de l'âge d'or, & l'entrée du mal dans l'univers; ou comme l'explique M. Dupuis, le retour de l'hiver, la dévaſtation périodique de la nature végétative & le commencement du règne du mauvais principe.

Il y a 51 étoiles de la balance dans le catalogue britannique. (*D. L.*)

BALANCEMENT, *Voyez* OSCILLATION.

BALANCIER, ſ. m. (*Méchan*). Ce nom eſt donné communément à toute partie d'une machine qui a un mouvement d'oſcillation, & qui ſert ou à ralentir ou à régler le mouvement des autres parties.

BALANCIER *de pompe*, (*Hydrod.*). C'eſt le plus ſouvent une piece de bois, ou une barre de fer poſée horizontalement ſur un point d'appui, qui en fait un levier de la premiere eſpèce. A une de ſes extrémités répond un ou pluſieurs piſtons, & à l'autre eſt une bille bandante, ou quelqu'autre pièce répondante à une manivelle, qui donne le mouvement au *balancier* qui fait alors hauſſer le piſton. On nomme auſſi *balanciers* les pièces de bois qui ſervent à entretenir les barres de fer qui compoſent les chaînes de la machine de Marly, c'eſt-à-dire, les chaînes qui donnent le mouvement aux pompes du premier & du ſecond puiſard. (†)

BALEINE, conſtellation méridionale qui contient 97 étoiles, ſuivant le catalogue de Flamſteed; elle eſt appellée auſſi *cetus*, *cete*, *draco*, *leo*, *urſus marinus*, *canis tritonis*, ou chien de mer, *piſtris* ou *priſtis*, eſpèce d'hydre ou de ſerpent: en arabe, *kaitos* ou *elketos*. Bayer, dans ſon *Uranométrie*, a peint un dragon au lieu d'une *baleine*; il trouvoit que la ſituation des étoiles ſembloit l'exiger: d'ailleurs il y a eu des ſphères anciennes où l'on avoit peint un dragon. Cependant le nom de *baleine* a univerſellement prévalu; les poëtes diſent que Neptune, dont l'amour pour Andromède s'étoit tourné en fureur, envoya une *baleine* pour la dévorer: ce monſtre fut tué par Perſée, & Neptune le plaça dans le ciel. Selon d'autres, Laomédon, roi des troyens, ayant été obligé d'immoler Héſione ſa fille, pour appaiſer Neptune, elle fut délivrée par Hercule; & le monſtre marin qui étoit l'inſtrument de la colère de Neptune, fut changé en cette conſtellation, appellée *baleine*.

Il y a dans cette conſtellation une étoile changeante fort ſingulière. *Voyez* ETOILE. (*D. L.*)

BALISTIQUE, ſ. f. Science du mouvement des corps peſans & jettés en l'air ſuivant une direction quelconque.

Digitized by Google

On trouvera à *l'article* PROJECTILE les loix de la *Baliſtique*. La théorie du jet des bombes eſt une partie conſidérable de cette ſcience, & c'eſt principalement cette théorie qu'on y traite. Nous avons là-deſſus pluſieurs ouvrages, *l'art de jetter les bombes*, de M. Blondel, de l'Académie des Sciences, un des premiers qui aient paru ſur cette matière; *le Bombardier françois*, par M. Belidor, *&c.* Mais perſonne n'a traité cette ſcience d'une manière plus élégante & plus courte que M. de Maupertuis, dans un Mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences de Paris, de 1732; ce mémoire eſt intitulé *Baliſtique arithmétique*, & on peut dire qu'il contient en deux pages plus de choſes que pluſieurs traités que nous avons ſur cette matière. M. de Maupertuis cherche d'abord l'équation analytique de la courbe *A M B* (*Méch. fig. 47*), que décrit un projectile *A* jetté ſuivant une direction quelconque *A R*; il trouve l'équation de cette courbe entre les deux co-ordonnées *A T*, *x*, & *T M*, *y*; & il n'a pas de peine à faire voir que cette équation eſt celle d'une parabole. En faiſant $y=0$, dans cette équation, la valeur correſpondante de *x* lui donne la partie *A B* du jet; pour avoir le cas où la portée *A B* eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, il prend la différence de la valeur de *A B*, en ne faiſant varier que la tangeote de l'angle de projection *R A B*; & il fait enſuite cette différence $=0$, ſuivant la règle de *maximis & minimis*; ce qui lui donne la valeur de la tangente de l'angle de projection, pour que *A B* ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible, & il trouve que cette tangente doit être égale au rayon, c'eſt-à-dire, que l'angle *BAR* doit être de 45 degrés. Pour avoir la hauteur *tm* du jet, il n'y a qu'à faire la différence de $y=0$, parce que *1 m* eſt la plus grande de toutes les ordonnées. Pour frapper un point donné *n* avec une charge donnée de poudre, il ſubſtitue dans l'équation de la parabole, à la place de *x*, la donnée *A I*, & à la place de *y*, la donnée *I n*, & il a une équation dans laquelle il n'y a d'inconnue que la tangente de l'angle de projection *R A B*, qu'il détermine par cette équation, *&c.* & ainſi des autres.

Au reſte, la plupart des auteurs qui ont traité juqu'à préſent de la *Baliſtique*, ou ce qui eſt preſque la même choſe, *du jet de bombes*, ne l'ont fait que dans la ſuppoſition que les corps ſe meuvent dans un milieu non réſiſtant; ſuppoſition qui eſt aſſez éloignée du vrai. M. Neuton a démontré dans ſes principes, que la courbe décrite par un projectile dans un milieu fort réſiſtant, s'éloigne beaucoup de la parabole; & la réſiſtance de l'air eſt aſſez grande pour que la différence de la courbe de projection des graves avec une parabole ne ſoit pas inſenſible. M. Robins, de la Société royale de Londres, a donné en anglois de *nouveaux principes d'Artillerie*, où il traite du jet des bombes, & en général du mouvement des projectiles, en ayant égard à la réſiſtance de l'air qu'il détermine en joignant les expériences à la théorie. M. Euler a fait d'excellentes remarques ſur cet ouvrage; & le tout a été traduit & publié en françois, cette année 1783, par M. Lombard, Profeſſeur Royal de Mathématiques aux Ecoles d'Artillerie d'Auxonne. (*O*).

B A N

BANDES *de Jupiter*, *en Aſtronomie*, ſont des *bandes* qu'on remarque ſur le diſque de jupiter, & qui reſſemblent à des ceintures. *Voyez* la figure 162 des planches d'Aſtronomie.

Les *bandes* de jupiter ſont plus brillantes que le reſte de ſon diſque, & terminées par des lignes paralleles. Elles ne ſont pas toujours de la même grandeur, & en même nombre.

Elles ne ſont pas non plus toujours à la même diſtance: il ſemble qu'elles augmentent & diminuent alternativement. Tantôt elles ſont fort éloignées l'une de l'autre; tantôt elles paroiſſent ſe rapprocher: mais c'eſt toujours avec quelque nouveau changement. Elles ſont ſujettes à s'altérer de même que les taches du ſoleil: une tache très-conſidérable que M. Caſſini avoit apperçue ſur jupiter en 1665, ne s'y conſerva que près de deux années. Elle parut pendant tout ce tems immobile au même endroit de la ſurface. On en détermina pour lors la figure auſſi-bien que la ſituation par rapport aux *bandes*. Elle diſparut enfin en 1667, & ne reparut que vers l'an 1672, où l'on continua de l'appercevoir pendant trois années conſécutives. Enfin elle s'eſt montrée & cachée alternativement; de manière qu'en 1708, on comptoit depuis 1665 huit apparitions complettes de cette tache. *Voyez* les anciens mémoires de l'Académie des Sciences, 1692, *Mém.* 1699, 1708, 1714. C'eſt par ſes révolutions, obſervées un grand nombre de fois, qu'on a découvert le tems de la rotation de jupiter autour de ſon axe, d'environ 9^h $56'$; il faut voir dans les Tranſactions philoſophiques de 1781, les figures des *bandes* obſervées en différens tems par M. Herſchel.

Il eſt vraiſemblable que la terre que nous habitons eſt dans un état plus tranquille & bien différent de celui de jupiter; puiſque l'on obſerve dans la ſurface de cette planète des changemens, tels qu'il en arriveroit ſur notre globe, ſi l'Océan, par exemple, changeant de lieu venoit à ſe répandre indifféremment ſur toutes les terres, en ſorte qu'il s'y formât de nouvelles mers, de nouvelles iles, & de nouveaux continens. *Inſt. aſtron.* de M. le Monnier; mais Herſchel croit que ce ſont des nuages. *Tranſ. Phil.* 1781. Huygens apperçut auſſi une eſpèce de *bande* ſur le diſque de mars: mais elle n'eſt pas régulière, & on la voit difficilement.

BANQUE, ſ. f. c'eſt ainſi qu'on nomme à certains jeux, comme à celui du commerce, les cartes

qui reſtent après qu'on en a donné à tous les joueurs le nombre qu'exige le jeu. La *banque* s'appelle à d'autres jeux, *talon* ou *fond*. *Voyez* TALON & FOND.

BANQUETTE (*en Hydraulique*) eſt un ſentier conſtruit des deux côtés de la cuvette ou rigole d'un aqueduc pour y pouvoir marcher & examiner ſi l'eau s'arrête ou ſe perd en quelqu'endroit : on donne ordinairement 18 pouces de large à ces ſortes de *banquettes*. (*O*)

BANQUIER (*terme de Jeu*), c'eſt celui qui taille au *pharaon*, *à la baſſette*, &c. & qui dans ces jeux a toujours de l'avantage : les autres joueurs s'appellent *pontes* *Voyez* PHARAON, BASSETTE, PONTE. (*O*)

B A R

BARBE *d'une comète* (*Aſtron.*), c'eſt le nom qu'on donne à ces eſpèces de rayons qu'envoie une comète, vers la partie du ciel où ſon mouvement paroît la porter. *Voyez* COMÈTE.

C'eſt en quoi la *barbe* de la comète eſt diſtinguée de ſa queue, qui eſt formée des rayons pouſſés vers la partie d'où il ſemble que ſon mouvement l'éloigne. En un mot la *barbe* de la comète eſt une eſpèce de chevelure lumineuſe & rayonnante qui la précède, & la queue eſt une chevelure lumineuſe & rayonnante qui la ſuit. *Voyez* ſur ce ſujet les conjectures des philoſophes, *au mot* COMÈTE. (*O*)

BAROMÈTRE, ſ. m. (*Hyd.*), inſtrument qui ſert à meſurer la peſanteur ou l'élaſticité de l'atmoſphère & ſes variations. *Voyez le Dictionnaire de Phyſique*.

BAROSCOPE, ſ. m. (*Hydr.*), ſignifie la même choſe que baromètre.

BARRE, ſ. f. (*Méch.*), pièce de bois ou de fer qu'on emploie pour ſoulever un corps, ou pour faire tourner une machine. *Voyez* LEVIER.

BARRE (*Hydrol.*) : on appelle ainſi une eſpèce de banc de ſable ou de gravier qui ſe forme toujours d'une manière plus ou moins ſenſible à l'embouchure d'une rivière dans la mer, ou même à la jonction de deux rivières.

Il eſt démontré par la théorie & par l'expérience, que la pente des rivières diminue à meſure qu'elles s'approchent de la mer. Ainſi, aux environs de l'embouchure, le courant devenu horizontal, ou ſenſiblement tel, s'écoule par tous les endroits qui lui en offrent la facilité ; il s'étend en ſuperficie, & diminue en profondeur. De-là réſulte, à la jonction de la rivière avec la mer, la formation d'un atterriſſement ou d'une eſpèce de *barre*, au-deſſus de laquelle l'eau a peu de hauteur. Lorſque la mer eſt ſujette au flux & reflux ; dans le tems du flux, l'eau de la mer qui entre dans le lit de la rivière, tend à tranſporter en amont la terre qui forme la barre ; mais dans le tems du reflux, l'eau de la rivière reprend ſon cours naturel, ramène la terre, & tend à rétablir les choſes dans leur premier état. Au bout d'un certain tems, ces deux courants contraires, en ſe combattant ſans ceſſe, font prendre au fond de la rivière une forme permanente, & propre à établir une eſpèce d'équilibre entre les effets réciproques qu'ils produiſent. Dans la figure 12, (*pl. Hydrod.*) qui eſt un profil de la rivière & de la mer, pris ſuivant la longueur de la rivière, la courbe *D E F* repréſentante le fond de la rivière *A B E D* & de la mer *C B E F* ; le point *E* eſt le ſommet de la *barre*. On peut conſidérer *B E* comme un pertuis par lequel paſſent tour-à-tour les deux courans dont nous venons de parler. Il prend la profondeur requiſe pour modifier leurs forces & pour établir entr'elles la proportion convenable. Il a pour élémens principaux de ſes dimenſions, la quantité d'eau de la rivière, ſa viteſſe & l'élévation de la haute mer.

On croit ordinairement que les *barres* ſont formées par les dépôts des matières que l'eau charie avec elle, & qui tombent au fond de la rivière à meſure que ſon lit s'approche de l'horizontale, & que par conſéquent la viteſſe du courant diminue. Mais, quand même les eaux ſeroient parfaitement pures, il ſe formeroit toujours à l'embouchure une *barre* plus ou moins ſenſible. Car, en vertu de la force que l'eau a pour corroder le fond, elle tend à le rendre & le rend en effet à-peu-près horizontal dans le voiſinage de l'embouchure. La profondeur de l'eau doit donc, par cette ſeule raiſon, devenir alors fort petite. Enſuite l'action du flux & reflux (ſi la mer y eſt ſujette), la modifie, l'augmente ou la diminue, conformément aux loix de l'équilibre dont nous avons déjà parlé. Les dépôts des matières charièes par l'eau produiſent des changemens dans la figure & dans les dimenſions de la *barre* ; mais ils n'en ſont pas la cauſe primordiale. Elle peut ſouffrir auſſi des variétés par les ſables que les vents tranſportent, & qui, en formant à l'embouchure, des *dunes* ou des atterriſſemens, font quelquefois changer de cours à l'eau.

Il y a au-deſſus de Bayonne une fameuſe *barre* à l'embouchure de la rivière d'adour dans la mer. Pour la détruire ou la diminuer, on a changé pluſieurs fois le cours de l'adour en cet endroit. Après avoir conſtruit en divers tems des épis qui n'avoient eu que des effets paſſagers, on ſe détermina en 1729, d'après le projet de M. de Touros, directeur des fortifications, à enfermer l'adour depuis un village appellé le *Boucau* juſqu'à la mer, entre deux longues digues de maçonnerie qui furent dès-lors commencées, qui ne ſont pas encore achevées, & qui doivent ſe prolonger à une certaine diſtance dans la mer. La paſſe des vaiſſeaux fut dirigée oueſt nord-oueſt, ſuivant la délibération d'un conſeil compoſé d'officiers de la marine & du corps de Génie. Les ouvrages pour la conſtruction des digues ont été ſouvent interrompus,

Digitized by Google

& repris. On eſt parvenu à procurer 7 à 8 pieds de hauteur d'eau au-deſſus de la *barre* en baſſe mer.

Comme la mer monte de 11 à 12 pieds, la hauteur de l'eau eſt d'environ 18 pieds en haute mer. Si cette profondeur étoit bien franche, elle ſeroit ſuffiſante pour l'entrée d'aſſez grands vaiſſeaux; mais à cauſe de l'agitation des vagues, il faut en rabattre 5 ou 4 pieds; & de plus, comme on ne doit pas attendre le moment précis de la haute mer pour entrer en rivière, il faut encore retrancher environ 2 pieds de la hauteur. Ainſi, pour l'ordinaire, on ne doit guères compter en haute mer qu'environ 12 pieds de profondeur d'eau pour l'entrée des vaiſſeaux, profondeur qui n'eſt pas ſuffiſante & qu'on travaille à augmenter. Il eſt certain que le meilleur moyen d'y parvenir, eſt de reſſerrer l'adour entre deux digues, dont la direction & la hauteur aient d'ailleurs, autant qu'il eſt poſſible, l'avantage de faciliter l'entrée les vaiſſeaux & d'empêcher les enſablemens occaſionnés par les vents. En diminuant ainſi la largeur de l'adour & en prolongeant les digues un peu avant dans la mer, on augmente la viteſſe de la rivière; elle combat avec plus d'avantage le courant contraire de la mer; le fond prend la forme *D H e*, & le ſommet de la *barre* eſt porté en *e*, point auquel répond une profondeur *C e* plus grande que *B E*. Je dis que le ſommet de la *barre* eſt en *e*; car il faut remarquer qu'en la détruiſant dans un endroit, on l'a fait renaître, au bout d'un certain tems, en un autre, & que jamais on ne parviendra à l'anéantir totalement. En effet, les mêmes cauſes qui produiſoient la *barre* avant l'exiſtence des digues, doivent évidemment en produire une autre après leur conſtruction. Mais, comme elle ſera portée plus avant dans la mer, elle pourra laiſſer au-deſſus d'elle, pendant un long intervalle de tems, la hauteur d'eau dont on a beſoin. Il conviendra de diminuer, le plus qu'il eſt poſſible, l'eſpace compris entre les digues, relativement au volume d'eau de la rivière, & ſans qu'il en réſulte aucune gêne pour la navigation; de ne leur pas faire faire des coudes, car ces coudes ſont très-nuiſibles au mouvement de l'eau, & ils occaſionnent pour l'ordinaire des attérinemens ou des enſablemens dans leurs environs. Il faudroit de plus qu'en deſcendant vers la mer, la largeur du canal diminuât, afin que dans le tems du reflux, le courant de la rivière reſſerrée de plus en plus, augmentât de plus en plus de viteſſe & de profondeur, & qu'au contraire dans le tems du flux, la viteſſe de la mer, entre les digues, diminuât de plus en plus par l'élargiſſement du canal. Je crois que, par tous ces moyens, on ſe procureroit une navigation commode & sûre au-deſſus de la *barre*. Mais une précaution eſſentielle dans la conſtruction des ouvrages, eſt de les mener de front, ou d'établir une eſpèce d'équilibre entre leurs parties correſpondantes. Faute d'obſerver cet équilibre, les ouvrages qu'on fait d'un côté de la rivière jettent l'eau vers le côté oppoſé, y occaſionnent des gorges & des attériſſemens. Ces dommages, qu'il faut réparer, augmentent la dépenſe & mettent dans l'achevement des digues une lenteur très-préjudiciable.

Les mêmes remarques s'appliquent, proportion gardée, à l'embouchure de deux rivières qui ſont ſujettes à croître & à décroître en des tems différens, comme cela eſt aſſez ordinaire. Il ſe forme à leur embouchure une eſpèce de flux & reflux qui produit à-peu-près les mêmes effets que celui de la mer.

Le mot de *barre* ſe prend encore quelquefois pour ſignifier cette eſpèce de remous auquel les rivières qui ſe jettent dans la mer ſont ſujettes pendant que la mer monte. Tel eſt, par exemple, le remous qui ſe fait ſur la ſeine, pendant la durée du flux, depuis l'embouchure de cette rivière à Honfleur, juſques au pont de l'arche à pluſieurs lieues au-deſſus de Rouen. On voit l'eau de la mer remonter avec rapidité & gliſſer ſur celles de la ſeine, à-peu-près comme elle feroit ſur un terrein uni, ſur-tout dans le voiſinage de l'embouchure & dans les endroits où le lit de la rivière eſt reſſerré. On obſerve la même choſe, proportion gardée, à l'embouchure de deux rivières qui ſe jettent l'une dans l'autre; quand l'une de ces rivières croît ſans que l'autre croiſſe en même tems ou en même proportion. (*L. B.*)

BARRES, (*jeu*) eſt le nom que les jeunes gens donnent à un jeu qui conſiſte à ſe ſéparer en deux troupes, à venir ſe provoquer réciproquement, à courir les uns contre les autres entre des limites marquées; en ſorte que ſi quelqu'un de l'un ou de l'autre parti eſt pris par ſes adverſaires, il demeure priſonnier juſqu'à ce que quelqu'un de ſon parti le délivre en l'emmenant malgré les pourſuites du parti contraire. (*G*)

BARRILLET, ſ. m. (*Hydraulique*) eſt un corps de bois arrondi en-dedans & en-dehors, avec un clapet poſé ſur le deſſus. Ce corps loge dans une pompe à bras qui n'a point de corps de pompe, & ſert de fond au jeu de piſton, qui fait lever le clapet du *barillet*, & enſuite le fait refermer; & au moyen de la filaſſe dont il eſt garni, l'eau ne peut retomber dans le puits quand la ſoupape eſt fermée.

On appelle encore quelquefois *barillet*, le piſton d'une pompe à bras qui n'a point de corps de pompe, mais qui joue dans un tuyau de plomb, & qui tire l'eau par aſpiration d'un puits ou d'une citerne.

Ces ſortes de *barillets* ſont attachés à une anſe de fer, ſuſpendue à une verge auſſi de fer; & ils ont ſur le deſſus un clapet qui s'ouvre & ſe ferme à chaque coup de piſton. *Voyez* POMPE, PISTON, CLAPET.

Digitized by Google

BAS DU CIEL, on donne quelquefois ce nom à la partie inférieure du méridien.

BASCULE, ſ. f. (*Mécanique.*) eſt une pièce de bois qui monte, deſcend, ſe hauſſe & ſe baiſſe par le moyen d'un eſſieu qui la traverſe dans ſa longueur pour être plus ou moins en équilibre. Ce peut être encore le contre-poids d'un pont levis ou d'un moulin à vent, pour en abattre le frein : elle a ſon axe ou œil par où paſſe un boulon qui la ſoutient ſur un bâti de charpente. En général, *baſcule* eſt proprement un levier de la première eſpèce, où le point d'appui ſe trouve entre la puiſſance & la réſiſtance. (*K*)

BASE. La *baſe* d'une figure, *en Géométrie*, eſt proprement, & en général, la plus baſſe partie de ſon circuit. *Voyez* FIGURE.

La *baſe*, dans ce ſens, eſt oppoſée au *ſommet*, comme à la partie la plus élevée.

On appelle *baſe* d'un triangle un côté quelconque de cette figure, quoiqu'à proprement parler, le mot *baſe* convienne au côté le plus bas, ſur lequel le triangle eſt comme appuyé : ainſi, la ligne *A B* eſt la *baſe* du triangle *A B C* (*planch. Géom. fig. 21*), quoiqu'en d'autres occaſions les lignes *A C* ou *B C* en puiſſent être la *baſe*. Dans un triangle rectangle, la *baſe* eſt ordinairement le côté oppoſé à l'angle droit, c'eſt-à-dire, l'*hypothénuſe*. *Voy.* HYPOTHÉNUSE. La *baſe* d'un triangle iſoſcèle eſt de même le côté inégal aux deux autres. La *baſe* d'un ſolide eſt la ſurface inférieure, ou celle ſur laquelle toute la figure eſt appuyée, ou peut être cenſée appuyée. *Voy.* SOLIDE.

La *baſe* d'une ſection conique eſt une ligne droite qui ſe forme dans l'hyperbole & la parabole par la commune ſection du plan coupant & de la *baſe* du cone. *Voy.* CONE & CONIQUE.

BASE, (*Aſtronomie*,) eſt une diſtance de deux ou trois lieues que l'on meſure avec la plus grande exactitude entre deux clochers, ou autres termes fixe pour établir les triangles qui ſervent à meſurer l'étendue d'un degré, & par conſéquent la grandeur de la terre. La plus célèbre *baſe* aſtronomique eſt celle de 5717 toiſes, meſurée entre les centres des deux pyramides de Ville-Juive & de Juviſy, ſur le chemin de Paris à Fontainebleau. Cette *baſe* a été meſurée pluſieurs fois, comme on le voit dans le *livre* de la *Méridienne vérifiée*, & dans les *Mémoires de l'académie royale des ſciences de Paris 1754, pag. 181.* On a meſuré des *baſes* ſemblables dans tous les pays où l'on a voulu avoir la longueur d'un degré. *Voyez* DEGRÉ & FIGURE DE LA TERRE. (*D. L.*)

Les aſtronomes meſurent auſſi des *baſes* pour avoir la valeur des parties de leurs micromètres. (*D. L.*)

BASILISCUS, (*Aſtronomie.*) en grec βασιλισκος, nom de la belle étoile qui eſt au cœur du lion, appellée auſſi *regulus*, *ſtella regia*, en arabe *kalbeleeed.* (*D. L.*)

BASSETTE, ſ. f. ſorte de jeu de carte qui a été autrefois fort à la mode en France; mais il a été défendu depuis, & il n'eſt plus en uſage aujourd'hui. En voici les principales règles.

A ce jeu, comme à celui du *pharaon* (*voyez* PHARAON), le banquier tient un jeu entier compoſé de 52 cartes. Il les mêle, & chacun des autres joueurs qu'on nomme *pontes*, met une certaine ſomme ſur une carte priſe à volonté. Le banquier retourne enſuite le jeu, mettant le deſſus deſſous; en ſorte qu'il voit la carte de deſſous : enſuite il tire toutes ces cartes deux à deux juſqu'à la fin du jeu.

Dans chaque couple ou taille de cartes, la première eſt pour le banquier, la ſeconde pour le ponte; c'eſt-à-dire, que ſi le ponte a mis, par exemple, ſur un roi, & que la première carte d'une paire ſoit un roi, le banquier gagne tout ce que le ponte a mis d'argent ſur ſon roi : mais ſi le roi vient à la ſeconde carte, le ponte gagne, & le banquier eſt obligé de donner au ponte autant d'argent que le ponte en a mis ſur ſa carte.

La première carte, celle que le banquier voit en retournant le jeu, eſt pour le banquier, comme on vient de le dire : mais il ne prend pas alors tout l'argent du ponte, il n'en prend que les $\frac{1}{2}$; cela s'appelle *facer*.

La dernière carte, qui devroit être pour le ponte, eſt nulle.

Quand le ponte veut prendre une carte dans le cours du jeu, il faut que le banquier baiſſe le jeu, en ſorte qu'on voie la première carte à découvert : alors ſi le ponte prend une carte (qui doit être différente de cette première), la première carte que tirera le banquier ſera nulle pour ce ponte; ſi elle vient la ſeconde, elle ſera facée pour le banquier; ſi elle vient dans la ſuite, elle ſera en pur gain ou en pure perte pour le banquier, ſelon qu'elle ſera la première ou la ſeconde d'une taille.

M. Sauveur a donné dans le *Journal des Savans 1679*, ſix tables, par leſquelles on peut voir l'avantage du banquier à ce jeu. M. Jacques Bernoulli a donné dans ſon *Ars conjectandi* l'analyſe de ces tables, qu'il prouve n'être pas entièrement exactes. M. de Montmort, dans ſon *Eſſai d'analyſe ſur les jeux de haſard*, a auſſi calculé l'avantage du banquier à ce jeu. On peut donc s'inſtruire à fond ſur cette matière dans les ouvrages que nous venons de citer : mais, pour donner là-deſſus quelque teinture à nos lecteurs, nous allons calculer l'avantage du banquier dans un cas fort ſimple.

Suppoſons que le banquier ait ſix cartes dans les mains, & que le ponte en prenne une qui ſoit une fois dans ces ſix cartes, c'eſt-à-dire, dans les

Digitized by Google

cinq cartes couvertes : on demande quel eſt l'avantage du banquier.

Il eſt viſible (*voyez* ALTERNATION & COMBINAISON) que les cinq cartes étant déſignées par a, b, c, d, e, peuvent être combinées en 120 façons différentes, c'eſt-à-dire, en 5 fois 24 façons. Imaginons donc que ces 120 arrangemens ſoient rangés ſur cinq colonnes de 24 chacune, de manière que dans la première de ces colonnes a ſe trouve à la première place, que dans la ſeconde ce ſoit b qui occupe la première place, c dans la troiſième, &c.

Suppoſons que a ſoit la carte du ponte, la colonne où la lettre a occupe la première place, eſt nulle pour le banquier & pour les pontes.

Dans chacune des quatre autres colonnes, la lettre a ſe trouve ſix fois à la ſeconde place, ſix fois à la troiſième, ſix fois à la quatrième, & ſix fois à la cinquième, c'eſt-à-dire, qu'en ſuppoſant A la miſe du ponte, il y a 24 arrangemens qui font gagner $\frac{2A}{3}$ au banquier, 24 qui le font perdre, c'eſt-à-dire, qui lui donnent $-A$, 24 qui le ſont gagner, c'eſt-à-dire, qui lui donnent A, & 24 enfin qui ſont nuls. Cela s'enſuit des règles du jeu expliquées plus haut.

Or, pour avoir l'avantage d'un joueur dans un jeu quelconque, il faut, 1.° prendre toutes les combinaiſons qui peuvent le faire gagner ou perdre, ou qui ſont nulles, & dont le nombre eſt ici 120. 2.° Il faut multiplier ce qu'il doit gagner (en regardant les pertes comme des gains négatifs) par le nombre des cas qui le lui feront gagner; ajouter enſemble ces produits, & diviſer le tout par le nombre total des combinaiſons. *Voy.* JEU, PARI. Donc l'avantage du banquier eſt ici,

$$\frac{24\times\frac{2}{3}A+24\times-A+24\times A}{120}=\frac{2}{15}A;$$

c'eſt-à-dire que, ſi le ponte a mis, par exemple, un écu ſur ſa carte, l'avantage du banquier eſt de $\frac{2}{15}$ d'écu ou de huit ſols.

M. de Montmort calcule un peu différemment l'avantage du banquier; mais ſon calcul, quoique plus long que le précédent, revient au même dans le fond. Il remarque que la miſe du banquier étant égale à celle du ponte, l'argent total qui eſt ſur le jeu avant que le ſort en ait décidé, eſt $2A$: dans les cas nuls, le banquier ne fait que retirer ſon enjeu & le ponte le ſien; ainſi le banquier gagne A: dans le cas où il perd, ſon gain eſt o; dans les cas ſacés, il retire $A+\frac{2}{3}A$: dans les cas qui ſont pur gain, il retire $2A$; ainſi, le ſort total du banquier, ou ce qu'il peut eſpérer de retirer de la ſomme $2A$, eſt

$$\frac{24\times A+24\times\frac{5}{3}A+24\times oA+24\times 2A+24\times A}{120}$$

$=A+\frac{2}{15}A$; & comme il a mis au jeu A, il s'enſuit que $\frac{2}{15}A$ eſt ce qu'il peut eſpérer de gagner, ou ſon avantage.

M. de Montmort examine enſuite l'avantage du banquier lorſque la carte du ponte ſe trouve deux, ou trois, ou quatre fois, &c. dans les cartes qu'il tient; mais c'eſt un détail qu'il faut voir dans ſon livre même. Cette matière eſt auſſi traitée avec beaucoup d'exactitude dans l'ouvrage de M. Bernoulli que nous avons cité.

A ce jeu, dit M. de Montmort, comme à celui du pharaon, le plus grand avantage du banquier eſt quand le ponte prend une carte qui n'a point paſſé, & ſon moindre avantage quand le ponte en prend une qui a paſſé deux fois. *Voy.* PHARAON. Son avantage eſt auſſi plus grand lorſque la carte du ponte a paſſé trois fois, que lorſqu'elle a paſſé ſeulement une fois.

M. de Montmort trouve encore que l'avantage du banquier, à ce jeu, eſt moindre qu'au *pharaon*; il ajoute que ſi les cartes ſacées ne payoient que la moitié de la miſe du ponte, alors l'avantage du banquier ſeroit fort peu conſidérable; & il dit avoir trouvé que le banquier auroit du déſavantage, ſi les cartes ſacées ne payoient que le tiers. (*O*)

BASSIN, ſ. m. (*Hydrod.*) On appelle ainſi en général un vaſe deſtiné à recevoir de l'eau ou une liqueur quelconque; mais on déſigne plus particulièrement par ce mot affecté au même uſage, une caiſſe de pierre, de bois, de plomb, de tôle, ou un eſpace creuſé dans la terre & revêtu de maçonnerie ou de gazon.

Les *baſſins* des fontaines ſont ordinairement formés en pierre ou en marbre, enrichis de ſculptures, & placés à une certaine hauteur au-deſſus du ſol d'un édifice ou d'une place publique.

Baſſin de décharge ſe dit d'une pièce d'eau où ſe rendent les eaux des fontaines d'un jardin ou d'un édifice.

Baſſin ou *point de partage*, *baſſin de diſtribution*, ſe dit d'un baſſin placé, dans un canal artificiel, à l'endroit le plus élevé : c'eſt-là que ſe rendent les eaux qui doivent alimenter le canal. Ainſi, par exemple, dans le canal de Languedoc, le *baſſin* ou le point de partage eſt placé entre Toulouſe & Béziers, & diſtant de ... lieues de la première de ces villes, & de ... lieues de la ſeconde.

Voyez, pour la conſtruction & pour une plus grande nomenclature, le *Dictionnaire d'Architecture*.

BASSIN (*Optique*). Les miroitiers-lunettiers ſe ſervent de divers *baſſins* de cuivre, de fer ou de métal compoſé, les uns grands, les autres plus petits, ceux-ci plus profonds, ceux-là moins, ſuivant le foyer des verres qu'ils veulent travailler.

C'eſt dans ces *baſſins* que ſe font les verres convexes. Les ſphères, qu'on nomme autrement des *boules*, ſervent pour les verres concaves; &

Digitized by Google

le rondeau, pour les verres dont la ſuperficie doit être plane & unie.

On travaille les verres au *baſſin* de deux manières : pour l'une l'on attache le *baſſin* à l'arbre d'un tour, & l'on y uſe la piece qui tient avec du ciment à une molette de bois, en la préſentant & la tenant ferme de la main droite dans la cavité du *baſſin*, tandis qu'on lui donne avec le pied un mouvement convenable ; pour l'autre, on affermit le *baſſin* ſur un billot ou ſur un établi, n'y ayant que la molette garnie de ſon verre qui ſoit mobile. Les *baſſins* pour le tour ſont petits, & ne paſſent guères ſix à ſept pouces de diamètre : les autres ſont très-grands, & ont plus de deux pieds de diamètre.

Pour dégroſſir les verres qu'on travaille au *baſſin*, on ſe ſert des grés de gros émeri ; on les adoucit avec les mêmes matières, mais plus fines & tamiſées : le tripoli & la potée ſervent à les polir : enfin on en achève le poliment au papier, c'eſt-à-dire, ſur un papier qu'on colle au fond du *baſſin*. Quelques-uns appellent ces *baſſins* des *moules*, mais improprement.

La matière la plus convenable pour faire ces *baſſins*, eſt le fer & le laiton, l'un & l'autre le plus doux qu'on puiſſe trouver ; car comme ils doivent être formés ſur le tour, la matière en doit être traitable & douce, mais pourtant aſſez ferme pour bien retenir ſa forme dans le travail des verres. Ces deux ſortes de matières ſont excellentes & préférables à toutes les autres ; le fer néanmoins eſt ſujet à la rouille, & le laiton ou cuivre jaune à ſe piquer & verdir par les liqueurs âcres & ſalées : c'eſt pourquoi ces deux matières demandent que les inſtrumens qui en ſont faits ſoient proprement temis, bien nettoyés & eſſuyés après qu'on s'en eſt ſervi. L'étain pur & ſans alliage eſt moins propre pour le premier travail de verre qui eſt le plus rude, à cauſe que ſa forme s'altère aiſément : on peut cependant l'employer utilement après l'avoir allié avec la moitié d'étain de glace. Le métal allié, qu'on ne peut former au tour à cauſe de ſa trop grande dureté, comme celui des cloches qui eſt compoſé d'étain & de cuivre, ne vaut rien pour les formes dont nous parlons.

On peut préparer ces deux matières à recevoir la forme de deux manières, ſuivant qu'elles ſont malléables ou fuſibles : elles demandent toutes deux des modèles ſur leſquels elles puiſſent être formées, au moins groſſièrement d'abord, pour qu'on puiſſe enſuite les perfectionner au tour. La matière malléable demande pour modèle des arcs de cercle, faits de matière ſolide ſur les diamètres des ſphères deſquelles on les veut former. Celle qui eſt fuſible demande des modèles entiers de matières aiſées à former au tour, comme de bois, d'étain, &c. pour en tirer des moules dans leſquels on puiſſe la jetter, pour lui donner la forme la plus approchante de celle qu'on deſire ; car il eſt enſuite fort aiſé de la rendre régulière & de la perfectionner au tour.

Quoiqu'on puiſſe forger les formes de laiton ou cuivre jaune à froid au marteau, je conſeille cependant de les mouler en fonte, & de leur donner même une épaiſſeur convenable à la grandeur de la ſphère dont on veut les former, auſſi bien qu'à la largeur de la ſuperficie qu'on veut leur donner : premièrement, à cauſe qu'étant forgées & écrouées à froid, elles feroient aiſément reſſort ſur leur largeur, & qu'elles altéreroient par ce moyen leur forme dans l'agitation du travail ; en ſecond lieu, pour empêcher, par cette épaiſſeur convenable, que ce métal, s'échauffant ſur le tour, ne ſe roidiſſe contre l'outil, comme il fait pour l'ordinaire, ſe rejettant dehors avec violence juſqu'à s'applanir, ou même devenir convexe de concave qu'il étoit, s'il n'a pas une épaiſſeur ſuffiſante pour réſiſter à ſon effort.

Pour faire les modèles qui doivent ſervir à faire les moules de ces platines, on ne ſauroit employer de meilleure matière que l'étain, à cauſe qu'on peut le fondre avec peu de feu, & le tourner nettement ſans altérer ſa forme. Le bois néanmoins qui eſt plein, comme le poirier ou le chêne, qui eſt gras & moins liant, étant bien ſec, y peut ſervir aſſez commodément : pour l'empêcher même de s'envoler, & de ſe déjetter à l'humidité de la terre ou du ſable qui ſervent à les mouler, auſſi-bien que dans les changemens de tems, il convient de l'enduire & imbiber d'huile de noix, de lin, ou d'olive au défaut de ces deux premières, laiſſant doucement ſécher ces modèles d'eux-mêmes dans un lieu tempéré & hors du grand air.

La meilleure manière de mouler ces modèles eſt celle où l'on emploie le ſable. Tout cuivre n'eſt pas propre pour faire ces formes ; on doit choiſir celui qui eſt jaune & qu'on nomme *laiton doux*. On peut auſſi ſe ſervir d'étain pur d'Angleterre, ou de celui d'Allemagne, allié avec moitié d'étain de glace. Le fer doux eſt auſſi fort propre pour faire les *baſſins* à travailler les verres.

M. Gouſſier a trouvé une méthode de donner aux *baſſins* & aux moules dans leſquels il fond les miroirs de téleſcope, telle courbure qu'il peut ſouhaiter, ſoit parabolique, elliptique, hyperbolique, ou autre dont l'équation eſt donnée. Cette méthode ſera expliquée dans un ouvrage particulier qu'il doit donner au public, ſur l'art de faire de grands téleſcopes de réflexion, d'en mouler les miroirs, de manière qu'ils ſortent du moule preſque tout achevés. *Voyez* LUNETTES.

BASSINET, ſ. m. *en Hydraulique*, eſt un petit retranchement cintré que l'on ménage ſur les bords intérieurs d'une cuvette, pour y faire entrer la quantité d'eau diſtribuée aux particuliers par une ou pluſieurs auges de différens diamètres ; ce qui s'appelle *jauger*.

On appelle

On appelle encore de ce nom un *baſſin* trop petit pour le lieu. (*K*)

BASSINS, nom des deux principales étoiles de la balance, *baſſin* auſtral & *baſſin* boréal.

BAT

BATADEUR, ſ. m. *au jeu de Revertier*, ſont les dames qui ſont ſurcaſe ſur la même flèche où il y en a déjà d'accouplées. Elles ſont nommées *batadeur*, parce qu'elles ſervent à battre les dames découvertes, ſans qu'on ſoit obligé à ſe découvrir ſoi-même.

BATARDEAU, ſ. m. *terme de rivière & de mer*: c'eſt une eſpèce de digue faite d'un double rang de pieux joints par des planches, & dont l'intervalle eſt rempli de terre; on s'en ſert pour détourner l'eau d'une rivière.

On donne auſſi le nom de *batardeau* à une eſpèce d'échafaud fait de quelques planches qu'on élève ſur le bord d'un vaiſſeau pour empêcher l'eau d'entrer ſur le pont, lorſqu'on couche le vaiſſeau ſur le côté pour le radouber. (*Z*)

BATEN-KAITOS, nom de l'étoile ζ de la baleine, la plus ſeptentrionale des trois étoiles qui ſont ſur le milieu du corps.

BATON DE JACOB. On donne quelquefois ce nom aux trois étoiles du baudrier d'Orion, qui ſont en ligne droite, *fig. 3 des planches d'Aſtronomie.*

BATON d'arpenteur. *Voyez* EQUERRE d'arpenteur, inſtrument dont on ſe ſert en mer pour meſurer la hauteur des aſtres: on l'appelle autrement *arbalête*, *arbaleſtrille*. *Voyez* ARBALÊTE.

BATONNET, *jeu d'enfant*: il ſe joue avec deux bâtons; l'un long, aſſez gros, rond, & long d'une aulne ou environ; l'autre plus petit, rond, aiguiſé par les deux bouts, & long de quatre à cinq pouces. On tient à la main le gros bâton; on frappe ſur une des extrémités pointues du petit qu'on appelle *bâtonnet*; le bâton s'éleve en l'air; & l'adreſſe du jeu conſiſte à le frapper tandis qu'il eſt en l'air, & à l'envoyer bien loin. Si on ne l'atteint pas, ou ſi on ne l'envoie pas, en l'atteignant, à une certaine diſtance, on cède le *bâtonnet* à ſon adverſaire, & l'on ſe ſuccède ainſi alternativement.

BATTRE *une dame au jeu du revertier*: c'eſt mettre une dame ſur la même fleche ou étoit placée celle de ſon adverſaire. Quand toutes les dames ſont *battues* hors du jeu, on ne peut plus jouer, à moins qu'on ne les ait toutes rentrées.

* BATTRE *au trictrac*: c'eſt en comptant de la droite à la gauche les points amenés par les dés, tomber de la flèche la plus voiſine d'une ſes dames, ſur une flèche de ſon adverſaire où il n'y ait qu'une dame; cette dame découverte eſt *battue*, ſi le dernier point d'un des dés ou de tous les deux tombe ſur elle.

On peut *battre* de trois façons; d'un dé, de l'autre, & des deux enſemble.

On *bat* par doublets, lorſqu'on a amené le même point des deux dés, comme deux quatre, deux cinq, *&c.*

On *bat* à faux, lorſqu'en comptant les points amenés par les deux dés, le dernier point de l'un & de l'autre des dés tombe ſur une flèche de l'adverſaire couverte de deux dames.

On gagne ſur une dame *battue* ſimplement & d'une façon, dans le grand jan, deux points; de deux façons, quatre; de trois façons, ſix.

On gagne ſur une dame *battue* par doublets dans le grand jan, quatre points; ſix dans le petit jan.

Quand on *bat* à faux, on perd ce qu'on eût gagné en *battant* bien.

On *bat* le coin comme une dame, quand on a le ſien & que l'adverſaire ne l'a pas.

On *bat* les deux coins quand on n'a que deux dames abattues, & que les points amenés par l'un & l'autre dés, tombent tous les deux ſur le coin.

On gagne quatre points quand on *bat* le coin ou les deux coins ſimplement; ſix quand on les *bat* par doublets.

On en perd autant ſi on *bat* le coin à faux; ce qui arrive quand on n'a que deux dames abattues, & que l'adverſaire a ſon coin.

Il y a encore d'autres manières de *battre*. *Voyez* TRICTRAC, DAME, FLECHE, *&c.*

BÉL

BELIER, (*Aſtron*). nom d'une conſtellation qui a donné ſon nom à l'un des douze ſignes du zodiaque. Le *bélier* étoit du tems d'Homere & d'Héſiode la première conſtellation du zodiaque, & le premier des douze ſignes s'appelle encore le *bélier*. Il eſt appellé *princeps zodiaci*, *dux orgis*, *vervex*, *vernus portitor*, *ovis aurea*, *chryſomallus*, c'eſt-à-dire, toiſon d'or, Jupiter Ammon, *jovis ſidus*, *minervæ ſidus*, Κριὸς ou *aries*, &c. *Voyez* CASIUS, *Cœlum aſtronomico poeticum*, pag. 21. Suivant la plupart des auteurs, le bélier céleſte eſt celui dont la toiſon occaſionna le voyage des argonautes. Suivant M. Dupuis, c'eſt ſur ce belier, dont le lever héliaque annonçoit autrefois le printems, lorſque l'équinoxe étoit au taureau que fut faite la fable aſtronomique de la conquête de la toiſon d'or. Le ſerpentaire, appellé en Aſtronomie jaſon, fixoit par ſon lever, les premières étoiles du vaiſſeau par leur coucher du ſoir, l'arrivée du ſoleil dans le taureau; le lendemain le *bélier* céleſte dégagé des rayons ſolaires annonçoit le jour & le paſſage du ſoleil vers nos régions. C'eſt ſur ce fondement que fut établie la fable de Jaſon ſubjuguant un taureau qui vomiſſoit des flammes, & emportant la toiſon précieuſe d'un *bélier*, gardée par un dragon. Ce dragon eſt la

baleine céleſte, appellée ſouvent *draco*, & peinte ſous la figure d'un monſtre qui eſt placé ſous le *bélier*; elle étoit alors abſorbée en partie dans les feux ſolaires, le jour de l'équinoxe; c'eſt peut-être auſſi le dragon des heſpérides, dont le mauvais principe empruntoit la forme pendant l'hiver & qui étoit tué par le bon principe au printems. Il y en a qui prétendent que c'étoit le nom ou le pavillon du vaiſſeau ſur lequel Phrixus & ſa ſœur Hellé prirent la fuite, pour éviter d'être ſacrifiés par leur père Athamas. Sous le nom du *bélier*, il y en a qui ont entendu auſſi le gouverneur de Phrixus, fils d'Athamas, qui fut ſi célèbre par ſa ſcience, que les habitans de la Colchide ne pouvoient ſe réſoudre à le perdre, & que les grecs allèrent en force le délivrer de cet exil. D'autres, comme Suidas, ont entendu ſous le nom de toiſon d'or, un livre en parchemin qui enſeignoit le ſecret de la pierre philoſophale, ou l'art de faire de l'or. Suivant Plutarque, une mine d'or; ſuivant Juſtin, les paillettes d'or qu'on retiroit des fleuves avec des peaux de brebis, ou les tréſors que Phrixus avoit emportés dans la Colchide. *Voyez* DIODORE, *liv. IV*, & XENOPHON, *liv. VI*. Le combat d'Hercule contre les Amazones eſt l'entrée du ſoleil dans le *bélier*. *Voyez* ASTRONOMIE, *t. IV*, *p. 490*.

Il eſt parlé de la conſtellation du *bélier* dans Ovide, ſous le nom de la brebis d'Hellé, au ſeptième des calendes de mai ou au 25 avril.

Et fruſtra pecudem quæres athamantidos helles
Signaque dant imbres, exoriturque canis.

Faſt. IV. 903.

Le *bélier* étoit conſacré en Egypte à Jupiter Ammon, qui préſidoit à l'équinoxe du printems. Jablonski *Pantheon ægyptiorum*, 1. 163. M. Dupuis trouve qu'il étoit l'emblême des pâturages où l'on conduiſoit les troupeaux à la fin du débordement (*Aſtron. IV*, 367).

Le caractère qui exprime ce ſigne eſt ♈.

Cette conſtellation contient 66 étoiles dans le catalogue britannique.

Le ſoleil entre dans le ſigne du *bélier* vers le 20 mars, mais le ſigne du *bélier* eſt différent de la conſtellation du *bélier*. (*D. L.*)

BELLATRIX, nom de la belle étoile à l'épaule occidentale d'Orion.

BELLEROPHON, nom de la conſtellation de pégaſe.

BENETHNASH, nom de la dernière étoile de la queue de la grande ourſe.

BERENICE. *Voyez* CHEVELURE DE BERENICE.

BÊT

BÊTE, *jeu de la bête ou de l'homme*, (*Jeu*). Il ſe joue à trois, quatre, cinq, ſix & même ſept: mais, dans ce dernier cas, il faut que le jeu ſoit compoſé de trente-ſix cartes, & que la tourne ſoit la dernière du jeu de celui qui mêle: mais le mieux c'eſt de la jouer à cinq & à trois. Le jeu de cartes, quand on n'eſt que cinq, ne doit contenir que trente-deux cartes: & à quatre & à trois on ôte les ſept. Le roi eſt la principale carte du jeu de la *bête*; la dame le ſuit & emporte le valet, qui leve l'as, celui-ci le dix, & ainſi des autres. Celui à qui il échoit de mêler les cartes, les fait couper à l'ordinaire au premier de ſa gauche, & en diſtribue cinq à chaque joueur, en tel nombre à-la-fois qu'il lui plaît. Il y a de l'avantage à jouer en premier. Quand les cartes ſont ainſi données, l'on tourne la première du talon que l'on y laiſſe retournée, parce qu'elle eſt la triomphe pendant tout le coup.

En commençant, chaque joueur met devant ſoi une fiche & deux jettons, l'un pour le jeu, & l'autre pour le roi de triomphe, quoique celui qui l'a ne joue pas; ſuffiſant pour cela que le coup ſe joue; & celui qui mêle y en ajoute un troiſième, qui le fait reconnoître pour avoir mêlé les cartes. Celui qui gagne tire les jettons & une fiche, & ainſi des autres à tous les coups, juſqu'à ce que toutes les fiches ſoient gagnées; après quoi chacun en remet un autre, & l'on recommence comme auparavant. Celui qui fait jouer, & a toutes les mains, gagne tous les jettons, tout ce qui eſt ſur jeu, fût-ce des *bêtes* qui n'y auroient pas été miſes pour le coup, & même les fiches; & outre cela chaque joueur eſt encore obligé de lui payer un jetton: s'il ne fait pas toutes les mains, il n'a pour l'avoir entrepris, que la peine & le chagrin de ne les avoir pas faites. Mais lorſque celui qui fait jouer ne leve pas trois mains, ou les deux premières, lorſqu'elles ſont partagées entre les joueurs, il fait la *bête*, c'eſt-à-dire, qu'il met autant de jettons qu'il en auroit tiré s'il eût gagné. Ainſi, ſi le coup étoit ſimple, c'eſt-à-dire qu'il n'y eût pas ſur le jeu des *bêtes* faites précédemment, & ſi l'on étoit cinq, celui qui feroit la *bête* ne la feroit que de 11 jettons, parce que la fiche & le jetton que chacun met devant ſoi en fait dix, & celui qui mêle met le onzième. Cependant il peut avoir été réglé entre les joueurs de mettre moins devant ſoi; alors la *bête* ſeroit proportionnée au nombre de jettons fixé.

L'on voit que, dans les onze jettons dont nous venons de parler plus haut, nous ne comprenons pas celui qui eſt deſtiné pour le roi de triomphe, qu'il laiſſeroit cependant, ſi faiſant jouer il perdoit le coup: mais quand le roi le tire, chaque joueur en met de nouveaux pour le coup ſuivant. Toute *bête* ſimple doit aller ſur le coup où elle a été faite; & s'il y en avoit pluſieurs ſimples faite d'un même coup, elles iroient toutes enſemble. Mais les *bêtes* doubles doivent aller les unes après les autres dans les coups ſuivans, & toujours les plus groſſes les premières.

Digitized by Google

Lorſqu'il y a une *bête* ſur le jeu, les autres joueurs ne mettent point de jettons, excepté celui qui mêle, qui donne le ſien à l'ordinaire. Celui qui gagne lorſqu'il y a une *bête* double au jeu, leve outre la *bête* une fiche, & tous les jettons qui ſont au jeu; & fait la *bête* proportionnellement au gain, lorſqu'il perd. Quand nous avons dit que pour gagner il falloit au moins faire les deux premières mains, c'eſt bien entendu qu'aucun des joueurs n'en ſait trois; puiſqu'alors on perd comme ſi on les eût faites le dernier.

Il arrive aſſez ſouvent dans ce jeu que deux joueurs ſe diſputent le gain du coup, parce que celui qui a fait jouer d'abord, n'empêche point de jouer auſſi quiconque ſe trouve un aſſez beau jeu pour l'emporter ſur lui & ſur tous les joueurs qui ſe liguent contre lui en faveur du premier joueur; parce que le ſecond riſque de perdre le double de ce qui eſt au jeu: ce qui fait voir qu'on ne dit point *contre*, ſans un très-beau jeu. On n'eſt plus reçu à le dire, quand une fois la première carte eſt jettée. Toute l'habileté des joueurs conſiſte à forcer celui qui fait jouer à ſurcouper, ou à ſe défaire de leurs bonnes cartes à propos, pour donner plus de force à ceux qui ſont en état de le faire perdre; ce qui cependant n'eſt de loi que dans le cas où il n'y a point de vole à craindre. On doit au contraire garder tout ce qui peut l'empêcher, lorſqu'on en eſt menacé. On doit encore fournir de la couleur jouée; couper ſi l'on n'en a point; & ſi quelqu'autre avoit déjà coupé, il faudroit le faire d'une triomphe plus haute que la première, ſi l'on pouvoit.

Lorſque tous les joueurs ont vu leur jeu & paſſé, chacun peut aller en *curieuſe*, en mettant un jetton au jeu. *V.* CURIEUSE. La curieuſe eſt également avantageuſe pour tous les joueurs, & n'eſt pas un moindre agrément du jeu de *bête*: mais on doit ſe contenter d'en avoir une. Nous avons déjà dit, que celui qui avoit le roi de triomphe retiroit les jettons qui lui ſont deſtinés; celui qui retourne ce roi a le même privilège, pourvu toutefois, en l'un & l'autre cas, que le jeu ſe joue: celui qui fait la dévole, double tout ce qui eſt au jeu; fait autant de *bêtes* qu'il auroit pu en gagner, & donne un jetton à chaque joueur.

Pour faire jouer au jeu, il faut avoir en main un jeu dont on puiſſe faire trois mains, ou deux tout au moins, que l'on doit ſe hâter de faire le premier pour gagner. L'expérience apprendra bientôt quels ſont les jeux qu'on peut jouer.

Celui qui renonce fait la *bête*; celui qui donne mal en eſt quitte pour un jetton à chacun, & refait: lorſque le jeu de cartes eſt faux, le coup où il eſt trouvé tel eſt nul; mais les précédens ſont bons.

BÊTE, (*au jeu de*) La *bête* déſigne la perte que fait un joueur qui ne ſait pas trois mains ou les deux premières, quand un autre joueur en ſait trois.

BÊTE *ſimple*; c'eſt une *bête* faite en premier lieu, ſimplement ſur l'enjeu de chaque joueur.

BÊTE *double*; ſe dit d'une *bête* faite ſur une autre *bête*, non-ſeulement de l'enjeu de chaque joueur, mais encore de la *bête* qui étoit au jeu, & qu'on ſe propoſoit de tirer.

BÊTE *de renonce*; c'eſt le double paiement qu'on eſt obligé de faire de tout ce qui s'enlève du jeu dans un coup ordinaire, pour n'avoir pas fourni de la couleur qu'on demandoit.

BETEIGEUSE *ou* BETELGEUSE, nom de la belle étoile à l'épaule orientale d'orion.

BEVAU *ou* BIVEAU *ou* BEUVEAU, *ſ. m.* (*Géom.*) On appelle ainſi du mot latin *bivium*, (chemin fourchu) l'angle que forment entr'elles deux faces contigues d'un corps, ou l'inſtrument deſtiné à prendre cet angle. *Voyez* SAUTERELLE.

On rencontre ſouvent dans la pratique de la coupe des pierres, des angles ſolides formés par trois plans qui ſe coupent; & on a beſoin de ſavoir déterminer l'angle que deux quelconques de ces plans ſont enſemble. Cela s'appelle en termes d'ouvrier, *trouver le beuveau de deux panneaux.* (*Voyez* PANNEAU). La queſtion réduite à la Géometrie ſe réſout de la manière ſuivante.

Soient les trois plans $A\,S\,B$, $A\,S\,C$, $E\,S\,D\,D$ (*fig. 35*), étendus d'abord ſur un même plan, qui eſt celui de la planche, & qu'on peut regarder comme horizontal pour fixer les idées. Je ſuppoſe que le plan $A\,S\,B$ demeurant immobile, les deux autres ſe relèvent & tournent, l'un $A\,S\,C$ autour de $A\,S$ comme charnière; l'autre $E\,S\,B\,D$ autour de $S\,B$ comme charnière, juſqu'à ce que les deux lignes $S\,C$, $S\,E$, ſuppoſées égales, viennent ſe confondre & former une ſeule & même arête. Il naîtra de ce double mouvement un angle ſolide autour du point S; & la queſtion, eſt par exemple, de déterminer l'angle que les deux plans $A\,S\,B$, $A\,S\,C$ feront alors enſemble.

Cet angle eſt le même que l'angle rectiligne formé par deux perpendiculaires, tirées dans les deux plans, à un même point de leur ſection commune. (*Voyez* PLAN). Pour parvenir à trouver celui-ci, du point C, je mène $C\,O$ perpendiculaire à la ſection commune $A\,S$, prolongée, des deux plans $A\,S\,B$, $A\,S\,C$; & du point E, je mène $E\,G$, perpendiculaire à $B\,S$. Cela poſé, j'obſerve que pendant la rotation ſimultanée des deux plans $A\,S\,C$, $E\,S\,B\,D$, autour des lignes $S\,A$, $S\,B$, les droites $C\,O$, $E\,G$, demeurent toujours perpendiculaires aux lignes $A\,S\,O$, $B\,S\,G$; & que lorſque les points C & E viendroient à ſe confondre, ils ſeront placés à l'extrémité ſupérieure d'une ligne verticale dont l'extrémité inférieure eſt repréſentée par le point H, interſection des droites $C\,O$, $E\,G$, ſur le plan horizontal. De plus, j'obſerve que l'extrémité ſupérieure de la même verticale eſt diſtante du point O, de la quantité $C\,O$,

puiſque le point *C* décrit un arc de cercle, dont *OC* eſt le rayon. Donc, ſi l'on mène *HI* perpendiculaire ſur *CO*, & que du point *O*, comme centre avec le rayon *OC*, on décrive un arc de cercle, qui coupe *HI*, au point *I*; qu'enſuite on imagine que le triangle rectangle *OHI* tourne ſur *OH* comme charnière, juſqu'à devenir vertical: le point *I* ſe confondra avec les points *C* & *E*. De plus, en regardant la droite *CO* comme ſituée dans le plan horizontal, c'eſt-à-dire, dans le plan *ASB*; il eſt évident que l'angle *IOC* eſt le même que celui que le plan *ASC* relevé, fait avec le prolongement *ASb*, du plan *ASB*, puiſque cet angle *IOC* eſt formé par deux perpendiculaires, *IO*, *CO*, menées dans les deux plans *ASC*, *ASb*, au même point *O* de leur ſection commune. Donc, pour avoir l'angle que le plan *ASC* fait avec le plan *ASB*, il faut faire un angle, qui joint à l'angle *IOC*, vaille deux droits; ou, ce qui en eſt la ſuite, faire un angle qui ſoit compoſé d'un angle droit & d'un angle aigu, égal à l'angle *OIH*. Or cela peut s'exécuter ainſi très-commodément, à l'aide des lignes qui ſont déjà tirées dans la figure: du point *H*, comme centre, avec le rayon *OC* ou *OI*, décrivez un arc de cercle qui coupe *SA* au point *M*; vous aurez le triangle rectangle *MOH* parfaitement egal au triangle rectangle *IHO*. Donc, ſi par le point *M*, on mène *MN* perpendiculaire à *SA*, l'angle *HMN* ſera l'angle demandé, puiſque cet angle eſt égal à la ſomme des deux angles *SMN*, *OMH*, dont le premier eſt droit, & dont le ſecond eſt égal à l'angle *OIH*.

On déterminera, par la même méthode, les angles que les plans *ASB*, *ASC* font chacun avec le plan *ESBD*.

Ce problême eſt d'un fréquent uſage dans les conſtructions de ces routes qu'on appelle *trompes*. *Voyez ce mot.* (*L. B.*)

BEZET, *au jeu de trictrac*, eſt la même choſe que deux as.

B I D

BIDET, ou *charger le bidet* (*au trictrac*) ſe dit de l'action par laquelle un joueur met un grand nombre de dames ſur une même flèche. Ce terme, autrefois aſſez uſité, n'eſt plus d'uſage à préſent.

BIEZ, ſ. m. (*Arts méchaniq. & hydraul.*), eſt un canal élevé & un peu biaiſé, qui conduit les eaux pour les faire tomber ſur la roue d'un moulin; ſa figure qui approche d'une *biere*, fait croire que ſon nom en eſt tiré.

On appelle *arrière-biez*, les canaux qui ſont au-delà en remontant. (*K*)

BILBOQUET, (*jeu*) petit bâton tourné, avec une cavité à chacun de ſes bouts; on jette en l'air une petite boule attachée à un fil qui tient au milieu du *bilboquet*, & l'on tâche de la faire retomber & reſter dans une des deux cavités.

BILLION, ſ. m. (*Arithmét.*) On donne ce nom en Arithmétique au chiffre qui occupe la dixième place d'une ſuite horizontale de chiffres, en commençant de la droite vers la gauche, ainſi qu'on en eſt convenu dans la numération. *Voyez* NUMÉRATION.

BIMÉDIAL, adj. (*Géom.*) Quand deux lignes commenſurables ſeulement en puiſſance, ſont jointes enſemble, la toute eſt irrationnelle par rapport à l'une de ces deux lignes; & on l'appelle *ligne première bimédiale*. Euclide, *liv. X, propoſ. 38*. *Voyez* COMMENSURABLE, IRRATIONNELLE, PUISSANCE. (*E*)

BINAIRE. L'ARITHMÉTIQUE *binaire* eſt une nouvelle ſorte d'Arithmétique que M. Leibnitz fondoit ſur la progreſſion la plus courte & la plus ſimple: c'eſt celle qui ſe termine à deux chiffres. Le fondement de toute notre Arithmétique ordinaire étant purement arbitraire, il eſt permis de prendre une autre progreſſion qui nous donne une autre Arithmétique. On a voulu que la ſuite première & fondamentale des nombres allât juſqu'à dix, & que la ſuite infinie des nombres fût une ſuite infinie de dixaines; mais il eſt viſible que d'avoir étendu la ſuite fondamentale des nombres juſqu'à dix, ou de ne l'avoir pas étendu plus loin, c'eſt une inſtitution qui eût pu être différente; & même il paroit qu'elle a été faite aſſez au hazard par les peuples, & que les mathématiciens n'ont pas été conſultés, car ils auroient pu aiſément établir quelque choſe de plus commode. Par exemple, ſi l'on eût pouſſé la ſuite des nombres juſqu'à douze, on y eût trouvé ſans fraction des tiers & des quarts, qui ne ſont pas dans dix. Les nombres ont deux ſortes de propriétés, les unes eſſentielles, les autres dépendantes d'une inſtitution arbitraire, & de la manière de les exprimer. Que les nombres impairs toujours ajoutés de ſuite, donnent la ſuite naturelle des quarrés; c'eſt une propriété eſſentielle à la ſuite infinie des nombres, de quelque maniere qu'on l'exprime. Mais que, dans tous les multiples de 9, les caractères qui les expriment additionnés enſemble, rendent toujours 9, ou un multiple de 9, moindre que celui qui a été propoſé, c'eſt une propriété qui n'eſt nullement eſſentielle au nombre 9, & qu'il n'a que parce qu'il eſt le pénultième nombre de la progreſſion décuple qu'il nous a plu de choiſir. Si l'on eût pris la progreſſion de douze, le nombre 11 auroit eu la même propriété.

Ainſi, dans toute l'*arithmétique binaire*, il n'y auroit que deux caractères, 1 & 0. Le zero auroit la puiſſance de multiplier tout par deux, comme dans l'Arithmétique ordinaire il multiplie tout par dix: 1 ſeroit *un*; 10, *deux*; 11, *trois*; 100, *quatre*; 101, *cinq*; 110, *ſix*; 111, *ſept*; 1000, *huit*; 1001, *neuf*; 1010, *dix*, &c. ce qui eſt entièrement fondé ſur les mêmes principes que les expreſſions de l'Arithmétique commune. Il eſt vrai que celle-ci ſeroit

Digitized by Google

très-incommode par la grande quantité de caractères dont elle auroit beſoin, même pour de très-petits nombres. Il lui faut, par exemple, quatre caractères pour exprimer huit, que nous exprimons par un ſeul. Auſſi M. Leibnitz ne vouloit-il pas faire paſſer ſon Arithmétique dans un uſage populaire; il prétendoit ſeulement que dans les recherches difficiles elle auroit des avantages que l'autre n'a pas, & quelle conduiroit à des ſpéculations plus élevées. Le P. Bouvet, jéſuite, célèbre miſſionnaire de la Chine, à qui M. Leibnitz avoit écrit l'idée de ſon *Arithmétique binaire*, lui manda qu'il étoit très-perſuadé que c'étoit-là le véritable ſens d'une ancienne énigme chinoiſe laiſſée il y a plus de 4000 ans par l'Empereur Fohi, fondateur des Sciences à la Chine, auſſi-bien que de l'empire, entendue apparemment dans ſon ſiècle, & pluſieurs ſiècles après lui, mais dont il étoit certain que l'intelligence s'étoit perdue depuis plus de 1000 ans, malgré les efforts & les recherches des plus ſavans *lettrés*, qui n'avoient vu dans ce monument que des allégories puériles & chimériques. Cette énigme conſiſte dans les différentes combinaiſons d'une ligne entière & d'une ligne briſée, répétées un certain nombre de fois, ſoit l'une, ſoit l'autre. En ſuppoſant que la ligne entière ſignifie 1, & la briſée 0, on trouve les mêmes expreſſions des nombres que donne l'*Arithmétique binaire*. La conformité des combinaiſons des deux lignes de Fohi, & des deux uniques caractères de l'Arithmetique de M. Leibnitz, frappa le P. Bouvet, & lui fit croire que Fohi & M. Leibnitz avoient eu la même penſée.

Nous devons cet article à M. Formey, qui l'a tiré de l'hiſtoire de l'académie des Sciences de Paris, *année* 1702. *Voyez* ECHELLES ARITHMÉTIQUES.

Cette Arithmétique ſeroit, comme on vient de le dire, peu commode; il faudroit trop de caracteres pour exprimer d'aſſez petits nombres: cependant ſi le lecteur eſt curieux d'avoir une méthode pour trouver dans cette Arithmétique la valeur d'un nombre donné, ou pour exprimer un nombre quelconque, la voici en peu de mots.

On commencera par faire une table des différentes puiſſances de 2; ſavoir 2^0 ou 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, *&c.* que l'on pouſſera le plus loin qu'il ſera poſſible. Cela poſé:

Soit donné, par exemple, le nombre 110101, dont on veut ſavoir la valeur; comme ce nombre a ſix chiffres, je prends la ſixième puiſſance de 2, qui eſt 32, & qui ſera repréſenté par le chiffre 1, qui eſt le plus à gauche: le chiffre ſuivant 1 indiquera la 5e puiſſance 16; le chiffre ſuivant 0 ne donnera rien; le chiffre ſuivant 1 indiquera la 3e puiſſance, c'eſt-à-dire 4; le chiffre ſuivant 0 ne donnera rien; enfin le dernier chiffre 1 donnera 1: ainſi, le nombre propoſé équivaut à la ſomme des nombres 32, 16, 4, 1, c'eſt-à-dire 53, & ainſi des autres.

Préſentement je ſuppoſe qu'on veuille exprimer le nombre 230 par l'*Arithmétique binaire*; je cherche d'abord la plus grande puiſſance de 2 contenue dans 230, c'eſt 128; & comme 128 eſt la 8e puiſſance de 2, je vois que le nombre 230 exprimé comme on le deſire, aura huit chiffres. Je mets donc

1 pour le premier chiffre à gauche:

j'ôte 128 de 230, il me reſte 102; & comme 64, qui eſt la puiſſance de 2 qui ſuit immédiatement 128, ſe trouve dans 102, cela me fait voir que je dois encore mettre

1 à la ſeconde place à gauche;

je retranche 64 de 102, il me reſte 38; or 32, qui eſt la puiſſance de 2 après 64, eſt encore dans 38; ainſi je mets

1 à la 3e place à gauche:

je retranche 32 de 38, il me reſte 6; or 16, qui eſt la puiſſance après 32, n'eſt point dans 6: je mets donc

0 à la 4e place:

je retranche 8 de 6; & comme il n'y eſt pas, je mets encore

0 à la 5e place:

je retranche 4 de 6, ce qui me donne

1 à la 6e place:

enfin il me reſte 2, qui s'exprimera par

1 à la 7e place:

& comme il ne reſte rien, on aura

0 à la 8e place:

donc 230 fera exprimé par

11100110

Il eſt viſible qu'à l'imitation de cette Arithmétique, on peut en imaginer une infinité d'autres où les nombres ſeront exprimés par plus ou moins de chiffres. *Voyez* ARITUMÉTIQUE & ECHELLES ARITHMÉTIQUES.

Soit en général n le nombre de caractères d'une Arithmétique quelconque, en ſorte que 0, 1, 2, 3, ... $n-1$ ſoient ces caractères; & ſoit propoſé de trouver la valeur d'un nombre quelconque, par exemple, $b\ c\ d\ e\ f$, exprimé avec les caractères de cette Arithmétique: on aura $b\ c\ d\ e\ f = b \times n^4 + c \times n^3 + d \times n^2 + e \times n + f$, & ainſi des autres.

Si on veut exprimer un nombre quelconque A par cette même Arithmétique, ſoit n^p la plus grande puiſſance de n contenue dans A; ſoit diviſé A par n^p; ſoit a le quotient & le reſte r; ſoit enſuite diviſé r par n^{p-1}, b le quotient & le reſte s; ſoit enſuite diviſé s par n^{p-2}, le quotient c, & le reſte

9 : & ainſi de ſuite ; juſqu'à ce qu'on arrive à un reſte K, qui ſoit ou 0, ou moindre que n : on aura $A = a\,b\,c\,\ldots\,K$, & le nombre des chiffres ſera $p+1$, &c. Voyez *Mém. Acad.* 1741, une méthode de M. de Buffon pour faire ce calcul par les logaritlmes. (*O*)

BINOCLE, ou TÉLESCOPE *binoculaire*, c'eſt un téleſcope par lequel on peut voir les objets avec les deux yeux en même-tems. *Voyez* TÉLESCOPE. Il eſt compoſé de deux tuyaux qui contiennent chacun des verres de même force. On a cru qu'il repréſentoit les objets plus clairs & plus grands que le téleſcope monoculaire ; & cette raiſon a engagé pluſieurs auteurs à en traiter aſſez au long, entre autres le P. Antoine-Marie de Reita, capucin, dans ſon *oculus Enoch & Eliæ*, & après lui le P. Chérubin d'Orléans, auſſi capucin, dans le *tome 2 de ſa Dioptrique oculaire*, qui a pour titre *de la Viſion parfaite* ; mais on a reconnu que ces ſortes de téleſcopes étoient plus embarraſſans qu'utiles : auſſi la plupart des meilleurs auteurs qui ont traité de la dioptrique, n'en ont fait aucune mention.

On fait auſſi des microſcopes *binocles* ; mais comme ils ont les mêmes inconvéniens que les téleſcopes de cet eſpèce, ils ſont très-peu en uſage. (*O. T.*)

J'ai vu à la Haye, chez M. Hemſtruys, des *binocles* de différentes eſpèces, qui réuſſiſſoient très-bien. M. de Liſle s'en ſervoit auſſi pour de très-grandes lunettes, parce qu'on n'autoit pas pu, ſans cela, réunir le groſſiſſement avec l'étendue du champ. (*D. L.*)

BINOME, ſ. m. (*Algèbre.*) C'eſt une quantité compoſée de deux parties ou de deux termes liés par les ſignes + ou — (*voyez* MONOME) ; ainſi, $a+e$ & $5-3$ ſont des *binomes*.

Si une quantité algébrique a trois parties, comme $a+b+c$, on l'appelle *trinome* ; ſi elle en a quatre, on la nomme *quadrinome*, &c. ; & en général *multinome*.

M. Neuton a donné une méthode pour élever en général un *binome* $a+b$ à une puiſſance quelconque m, dont l'expoſant ſoit un nombre entier ou rompu, poſitif ou négatif.

Voici en quoi cette formule conſiſte :

$$(a+b)^m = a^m + m\,a\,b + \frac{m\cdot m-1}{2}\,a^{m-2}\,b^2 + \frac{m\cdot m-1\cdot m-2}{2\cdot 3}\,a^{m-3}\,b^3 + \&c.$$

La ſeule inſpection des termes en fait voir la loi mieux qu'un long diſcours.

Il eſt viſible que lorſque m eſt un nombre entier, cette ſuite ſe réduit à un nombre fini de termes ; car ſoit par exemple $m=2$, donc $m-2=0$, donc tous les termes qui ſuivront les trois premiers ſeront $=0$, puiſqu'ils ſeront multipliés chacun par $m-2$.

M. le marquis de l'Hôpital, dans ſon *traité des Sections coniques, livre 10*, a démontré cette formule pour le cas où m eſt un nombre entier. M. l'abbé de Molieret a fait la même choſe dans ſes *élémens de Mathématiques*.

M. Clairaut, dans ſes *Elémens d'Algèbre*, a démontré en général la formule du *binome* par les combinaiſons ; M. l'abbé Boſſut l'a auſſi démontrée dans les ſiens.

Lorſque m eſt un nombre négatif ou une fraction, la ſuite eſt infinie, & pour lors elle ne repréſente la valeur de $(a+b)^m$ que dans le cas où elle eſt convergente, c'eſt-à-dire, où chaque terme eſt plus grand que le ſuivant. *Voyez* SÉRIE *ou* SUITE.

Soit, par exemple, un quarré imparfait $a\,a+b$, dont il faille extraire la racine quarrée : il n'y aura qu'à élever $a\,a+b$ à la puiſſance $\frac{1}{2}$; car tirer la racine quarrée ou élever à la puiſſance $\frac{1}{2}$, c'eſt la même choſe. *Voy.* EXPOSANT. Ainſi, on aura

$$(a\,a+b)^{\frac{1}{2}} = a\,a^{\frac{1}{2}} + \tfrac{1}{2}\times b\times a\,a^{\frac{1}{2}-1} + \tfrac{1}{2}\times\tfrac{1}{2}-1 \times \frac{b^2\times a\,a^{\frac{1}{2}-2}}{2}, \&c. = a + \frac{b}{2\,a} - \frac{b\,b}{8\,a^3}, \&c. :$$

formule ou ſuite infinie qui approchera de plus en plus de la racine cherchée.

De même, ſi on veut extraire la racine cube de a^3+b, il faudra élever cette quantité à l'expoſant $\frac{1}{3}$; & on trouvera,

$$(a^3+b)^{\frac{1}{3}} = a + \frac{b}{3a^2} - \frac{b^2}{9a^5}, \&c.$$

& ainſi des autres. Mais ces ſéries infinies ne ſont bonnes qu'autant qu'elles ſont convergentes.

Soit n le rang qu'occupe un terme quelconque dans la ſuite du *binome* $a+b$ elevé à la puiſſance quelconque m, on trouvera que ce terme eſt au ſuivant comme 1 eſt à $\frac{b}{a}\times\frac{m-n+1}{n}$; d'où il s'enſuit que, pour que la ſérie ſoit convergente, c'eſt-à-dire, que les termes aillent toujours en diminuant, il faut que $b\times(m-n+1)$ ſoit toujours plus petit que $n\,a$.

Ainſi, pour pouvoir trouver la racine approchée de $a\,a+b$ par la formule précédente, il faut que $b\times(\frac{1}{2}-n+1)$, pris poſitivement, ſoit plus petit que $n\,a\,a$, n étant un nombre entier quelconque.

De même pour extraire par cette formule la racine de a^3+b, il faut que $b\times(\frac{1}{3}-n+1)$, pris poſitivement, ſoit toujours plus petit que $n\,a^3$. (*O*)

* Nous allons ajouter ici une démonſtration de la formule du *binome*, l'expoſant étant quelconque.

Soit $\overline{1+x}$ le *binome* qu'il faut élever à la puiſſance n : la queſtion ſe réduit à trouver une fonction ordonnée par rapport aux puiſſances de x, qui ſoit égale à $\overline{1+x}^n$.

Définiſſons d'abord l'expreſſion $\overline{1+x}^n$. C'eſt

une fonction de x & de n, telle que, mettant $n+1$ à la place de n, on ait une nouvelle fonction égale à la première, multipliée par $1+x$; avec cette condition que, lorſque $n=0$, elle ſoit 1, ou, ſi l'on veut, $1+x$, lorſque $n=1$.

Cela poſé, ſoit $\overline{1+x}^{n} = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \ldots + (n)^m x^m \ldots$. A, B, C, D, étant des fonctions de n ſans x; $\overline{1+x}^{n+1}$ ſera égal à $A' + B'x + C'x^2 + D'x^3 \ldots + (n+1)^m x^m \ldots$. A', $B' \ldots (n+1)^m$, étant ce que deviennent A, $B \ldots (n)^m$ en mettant $n+1$ à la place de n. On aura donc (à cauſe de $\overline{1+x}^{n+1} = \overline{1+x}^{n} \times \overline{1+x}$), $A' + B'x + C'x^2 + D'x^3 \ldots + (n+1)^m x^m \ldots = (A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \ldots + (n)^m x^m \ldots)(1+x)$.

D'où, comparant terme à terme, $A' = A$, $B' = B + A$, $C' = C + B$, $D' = D + C \ldots$ & en général $(n+1)^m = (n)^m + (n)^{m-1}$.

Nous aurons donc, 1.° A toujours conſtant & égal à 1;

2.° A cauſe de $B' = B + 1$, $B = n$;

3.° A cauſe de $C' = C + n$, $C = \frac{n^2 - n}{2} = \frac{n \cdot n-1}{2}$.

On pourroit ſatisfaire encore à ces équations, en ajoutant un terme arbitraire & indépendant de n aux A, B, C, &c. Mais il eſt évident que ces termes doivent tous être o, puiſque lorſque $n=o$, $\overline{1+x}^{n} = 1$, quelque ſoit x.

En général, on obſervera que $(n+1)^m$, étant ce que devient $(n)^m$, en y mettant $n+1$ au lieu de n, puiſque $(n+1)^m - (n)^m = (n)^{m-1}$; ſi $(n)^{m-1}$ eſt une fonction rationnelle de n du degré p, $(n)^m$ pourra être une fonction rationnelle de n du degré $p+1$. Or quand $n=1$, $(n)^m$ eſt du degré 1, donc pour $m=2$, $(n)^m$ ſera du degré 2.... & généralement $(n)^{m-1}$ ſera du degré $m-1$, & $(n)^m$ du degré m.

On aura donc ſûrement $(n)^m$; mais, en obſervant les premiers termes de la valeur de $\overline{1+x}^{n}$, on trouve $B = n.A$, $C = \frac{n-1}{2} B$, $D = \frac{n-2}{3} C$; il y a donc lieu de croire que, ſuppoſant $P(n)^m = Q(n)^{m-1}$, on aura pour P & Q des valeurs très-ſimples.

Or nous avons par ce qui précède

$$(n)^m = (n-1)^m + (n-1)^{m-1}$$
$$(n)^{m-1} = (n-1)^{m-1} + (n-1)^{m-2};$$

& par l'hypothèſe

$$\overline{P + p}(n-1)^m = (Q+q)(n-1)^{m-1} \text{ \& } \overline{P+p'}(n-1)^{m-1} = (Q+q')(n-1)^{m-2},$$

$P+p$, $Q+q$, étant ce que deviennent P & Q en mettant $n-1$ pour n, & $P+p'$, $Q+q'$ ce que deviennent P & Q en mettant $n-1$ pour n, & $m-1$ pour m.

On aura donc les deux équations,

$$P(n-1)^m + P(n-1)^{m-1} = Q(n-1)^{m-1} + Q(n-1)^{m-2}$$

$$\text{\& } P(n-1)^m + P(n-1)^{m-1} = \left\{ \begin{matrix} Q(n-1)^{m-1} + Q(n-1)^{m-2} \\ + p(n-1)^m + p'(n-1)^{m-1} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \\ + q(n-1)^{m-1} + q'(n-1)^{m-2} \end{matrix}$$

d'où $p(n-1)^m + p'(n-1)^{m-1} = q(n-1)^{m-1} + q'(n-1)^{m-2}$.

Or il eſt évident qu'on ſatisfait à cette équation, en faiſant $p=o$, $q'=o$, $p'=q$, & qu'on ſatisfera ainſi à ces équations, en ſuppoſant P & Q égales à des fractions rationnelles du premier ordre; ſoit en effet $P = am + bn + c$, & $Q = a'm + b'n + c'$, on aura $P = -b$, $p' = -a - b$, $q = -b'$, $q' = -a' - b'$: d'où $b = o$, $a' = -b'$, $a = b'$ & $P = am + c$, $Q = a\overline{n-m} + c'$.

Mais nous avons pour $m=1$, $\frac{Q}{P} = n$: d'où $an + cn = an - a + c'$, ou $c = c' - a$, & $a + c = a = c'$ & $c = o$; donc $P = am$, $Q = a(n-m+1)$, & $\frac{Q}{P} = \frac{n-m+1}{m}$; donc $(n)^m = (n)^{m-1} \cdot \frac{n-m+1}{m}$, & par conſéquent $(n)^m = \frac{n \cdot n-m \quad n-2 \cdots n-m+1}{1 \cdot 2 \cdots m}$.

Cette démonſtration eſt rigoureuſe & purement

analytique; elle ne demande que deux ſuppoſitions, l'une de l'équation $P(n) = Q(n)^{m-1}$: ſuppoſition à laquelle on eſt conduit par le calcul des premiers termes; la ſeconde eſt celle de P & de Q linéaires, qui eſt encore indiquée par le même calcul, & qui, de toutes, eſt la plus ſimple. (*M. D. C.*)

BIQUADRATIQUE, adj. (*Algèbre.*) On donne ce nom à la puiſſance qui eſt immédiatement au-deſſus du cube, c'eſt-à-dire, au quarré-quarré ou à la quatrième puiſſance. *Voy.* PUISSANCE, RACINE, QUARRÉ-QUARRÉ, *&c.* (*E*)

BI-QUINTILE, adj. (*Aſtron.*) c'eſt un aſpect de deux planètes quand elles ſont à 144 degrés de diſtance l'une de l'autre. *Voy.* ASPECT.

On appelle cet aſpect *bi-quintile*, parce que les planètes ſont alors éloignées l'une de l'autre de deux fois la cinquième partie de 360 degrés, c'eſt-à-dire, de deux fois 72 degrés, ou 144. (*O*)

BISSECTION, ſ. f. *en Géométrie*, eſt la diviſion d'une étendue quelconque, comme un angle, une ligne, *&c.* en deux parties égales; c'eſt ce qu'on nomme autrement *bipartition*. *Voyez* DIVISION, *&c.* (*E*)

BIRIBI, ſ. m. (*Jeu*). C'eſt un jeu de hazard qui a été long-tems en vogue, & qui ſe joue encore quelquefois à Paris. Il nous eſt venu d'Italie, ainſi que le cavagnol, & les Italiens le nomment *biribiſſo*; mais alors il différoit, quant aux chiffres, du *biribi* que l'on joue actuellement. On place ſur une grande table un tableau diviſé en ſoixante & dix cazes; dans chacune de ces cazes ſe voient une figure & un nombre, depuis un juſqu'à ſoixante & dix, & les pontes mettent ce qu'ils veulent ſur chaque nombre. On a un ſac fermant à clef, dans lequel ſont également ſoixante & dix olives; dans chacune eſt un billet peint ſur vélin, qui porte une figure & un nombre correſpondant à l'un de ceux du grand tableau. Le banquier fait ſortir les olives une à une, par le moyen d'un reſſort qui eſt à la tête du ſac; ſi le billet qui en ſort ſe trouve répondre à une caze chargée, le banquier paye ſoixante-quatre fois la miſe qui s'y trouve. La couche appartient auſſi toujours au banquier; en ſorte qu'il a un avantage de ſept ſur ſoixante & dix. Le *biribi* eſt au cavagnol ce que le pharaon eſt au lanſquenet; car le pharaon & le *biribi* ſont avantageux au banquier qui tient conſtamment: mais au lanſquenet & au cavagnol, tous les joueurs ſont banquiers à leur tour, lorſque cela leur convient, c'eſt-à-dire, tiennent la main ou le ſac qui renferme les boules; le cavagnol eſt même d'une parfaite égalité, & le banquier n'y a aucune eſpece d'avantage.

Le *biribi* ſe joue encore aux côtes, c'eſt-à-dire, au pair; en ſorte que le banquier ne donne que ce qui ſe trouve ſur la caze: mais il a toujours pour lui trois cazes d'exception, qui font perdre le ponte quoique ſon côté arrive.

Le *biribi* ſe joue encore à la raie droite; on met ce que l'on veut à la tête du tableau où il n'y a que ſept chiffres, dont un produit l'avantage, au choix du ponte, & l'on emploie des jetons qui different, ou par la couleur, ou par le deſſin, pour qu'on puiſſe reconnoître ce qu'ils valent & à qui ils appartiennent: le prix ordinaire qu'on leur attribue eſt de quatre ſols moins un liard, ſept ſols & demi, quinze ſols, & ainſi de ſuite en doublant toujours. (*D. L.*).

BOI

BOIS, *réſiſtance des bois*, (*Méch.*) Pluſieurs auteurs, entr'autres M. de Buffon & M. Duhamel, ont cherché à déterminer, par la voie de l'expérience, la réſiſtance qu'une pièce de bois oppoſe à l'effort d'un poids ou d'une force quelconque qui tend à la rompre: queſtion de la plus grande importance pour l'architecture & pour la navigation. *Voy. les Mémoires de l'Academie Royale des Sciences pour l'année 1741*, & le *traité* de M. Duhamel ſur la *réſiſtance des bois*. Ici je me borne à donner ſur cette matière une théorie facilement applicable à la pratique.

I. Soit le rectangle $ABDC$ (*fig. 18*) le profil d'une pièce de bois équarrie en parallélipipède rectangle, ſoutenue horizontalement par les deux appuis A & B; que cette pièce, conſidérée comme non peſante (1), ſoit chargée, en un endroit quelconque N, d'un poids Q qui faſſe équilibre à la réſiſtance qu'elle oppoſe à ſa rupture: on demande la valeur de Q?

Imaginons que la pièce ſoit compoſée d'une infinité de fibres ou de filets paralleles à AB & à CD. Dans l'inſtant où elle eſt prête à ſe rompre, les fibres s'alongent d'une certaine quantité dans la ſection verticale NT, & les petits alongemens forment un eſpace triangulaire FNI, dont le ſommet eſt en N & la baſe FI ſur AB. De plus, les élémens HK, PM, FI, &c. du triangle FNI, ſont proportionnels aux forces avec leſquelles les fibres ſont tendues en ces endroits, puiſqu'ils expriment les quantités dont les fibres ſont tirées de leur état naturel pour réſiſter à l'effort du poids Q qui tend à rompre la pièce.

Les réſiſtances (que j'appelle A & B) des appuis étant des forces qui ſont cenſées agir dans les ſens AS, BV, il eſt clair qu'on peut conſidérer CNT & DNT comme deux leviers angulaires dont l'appui eſt en N. Dans le premier, le bras CN eſt pouſſé par la force A, tandis que le bras NT eſt tiré par la ſomme des tenſions,

(1) Si on vouloit avoir égard au poids de la pièce, il faudroit conſidérer Q comme la réſultante de ce poids, & du poids étranger dont elle eſt chargée, lequel ſeroit alors placé ailleurs qu'en N.

des bras

les bras HK, PM, FI, &c.; & pareillement dans le ſecond, le bras ND eſt pouſſé par la force B, tandis que le bras NT eſt tiré par la ſomme des tenſions des fibres HK, PM, FI, &c. Ainſi, il y aura équilibre, ſi les momens des forces A & B, par rapport au point N, ſont chacun égaux ſéparément à la ſomme des momens des tenſions des fibres HK, PM, FI, &c., par rapport au même point N.

Soient
- AB ou CD $= a$
- CN $= b$
- ND $= a - b$
- La hauteur ou épaiſſeur NT de la pièce $= h$
- Sa largeur ou dimenſion horizontale perpendiculaire à la longueur $= k$
- NR $= x$
- Le filet inférieur FI $= f$.

La lettre f, qui exprime le dernier filet FI, peut repréſenter en même tems ſa tenſion, les tenſions des filets du triangle de rupture NFI étant proportionnelles à ces filets.

On aura les deux équations $A \times b = \int \frac{fkx^2 dx}{h}$; $B \times (a-b) = \int \frac{fkx^2 dx}{h}$, dans leſquelles on doit faire $x = h$, après les intégrations; ce qui donne $Ab = \frac{fkh^2}{3}$, $B(a-b) = \frac{fkh^2}{3}$. Donc $A + B = \frac{fkh^2}{3b} + \frac{fkh^2}{3(a-b)}$; mais, d'un autre côté, on a $A + B = Q$; donc $Q = \frac{fkh^2}{3b} + \frac{fkh^2}{3(a-b)} = \frac{fakh^2}{3(ab-bb)}$. Telle eſt l'expreſſion générale de Q.

II. Lorſque le point N eſt le milieu de la pièce, on a $b = \frac{1}{2}a$, & $Q = \frac{4fkh^2}{3a}$. D'où l'on voit qu'à cauſe de f donnée & conſtante, *la réſiſtance* (toujours meſurée par le poids Q) *qu'une pièce de bois équarrie oppoſe à être rompue dans ſon milieu, eſt comme le produit de la largeur par le quarré de la hauteur ou épaiſſeur, diviſé par la longueur de la pièce.*

III. En général, les dimenſions de la pièce, & la ſituation du point N étant données, on connoîtra Q, lorſque l'on connoîtra f. Or, ſuivant la ſeptième Table de M. de Buffon (*Mém. de l'Acad. 1741, pag. 334*), une pièce de *bois* de chêne de 5 pouces d'équarriſſage, ſur 7 piés ou 84 pouces de longueur, ſe rompt ſous la charge de 11525 livres; on a donc alors 11525 livres $= \frac{4f \times 5 \times 5 \times 5}{7 \times 84}$; d'où l'on tire $f = 5808{,}6$ livres; valeur qu'on ſubſtituera dans l'expreſſion générale de Q.

IV. On voit, par cette même expreſſion $Q = \frac{fakh^2}{3(ab-bb)}$, que tout reſtant, d'ailleurs le même, le poids Q devient un *minimum*, lorſque le point N ſe trouve à égales diſtances des points d'appuis A & B; car alors le dénominateur $ab - bb$ devient un *maximum*. Ainſi, le point de la moindre réſiſtance de la pièce, ou le point où elle eſt le plus expoſée à ſe rompre, ſous une charge donnée, eſt ſon milieu, ce qui eſt évident par ſoi-même.

V. On voit auſſi (ce qui eſt également évident) qu'il eſt avantageux de poſer de champ une pièce de bois: car, toutes choſes d'ailleurs égales, la réſiſtance eſt comme $h^2 k$, lorſque h marque l'épaiſſeur de la pièce, & k la largeur; & la réſiſtance de la pièce eſt comme hk^2, lorſque k marque l'épaiſſeur, & h la largeur. Or, en ſuppoſant $h > k$, il eſt viſible que $h^2 k$ eſt plus grand que hk^2, dans le rapport de h à k.

VI. Il y a plus: une même pièce de *bois* de forme originairement cylindrique, peut être équarrie de pluſieurs manières; &, parmi ces manières, il faut trouver celle qui rendra un *maximum* la réſiſtance de la pièce poſée de champ. Or, pour réſoudre ce problême, ſoit le cercle MAN (*fig. 19*) la coupe d'une pièce de *bois*, il s'agit d'équarrir cette pièce en parallélipipède rectangle $ABDC$; de telle ſorte que le produit $\overline{AC}^2 \times AB$ (qui, pour un point donné, repréſente la réſiſtance de la pièce), ſoit un *maximum*?

Soient le diamètre $BC = 2a$; $AB = x$; & par conſéquent $\overline{AC}^2 = 4aa - xx$. Ainſi, $x(4aa - xx) = maximum$; ce qui donne, par la méthode ordinaire de *maximis* (V. MAXIMUM), $x = \frac{2a}{\sqrt{3}}$, & $AC = \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Donc $AB : AC :: 1 : \sqrt{2}$. D'où l'on voit qu'*afin que la pièce ſoit capable de la plus grande réſiſtance poſſible, la largeur AB doit être à l'épaiſſeur AC, comme le côté d'un quarré eſt à ſa diagonale.*

VII. Examinons maintenant la réſiſtance d'une pièce de *bois* cylindrique. Je ſuppoſe donc que $ABDC$ (*fig. 20*) repréſente une telle pièce poſée horizontalement ſur les deux appuis A & B, & chargée d'un poids R: que FI ſoit, comme ci-devant, l'écartement dans la partie inférieure, à l'inſtant de la rupture. Menons la verticale NT, & coupons, ſuivant cette ligne, la pièce perpendiculairement à ſa longueur; ce qui donne, pour ſection, le cercle $NLTl$.

Par un point quelconque V de NT, menons dans le cercle la double ordonnée Ll. Il eſt aiſé de voir, par l'article I, qu'en ſuppoſant AB ou $CD = m$; $CN = n$; $NT = 2r$; $FI = f$;

$NV = x$: on aura ces deux équations $A \times n = \int \frac{fx^3 dx \sqrt{(2rx - xx)}}{r}$; $B \times (m - n) = \int \frac{fx^3 dx \sqrt{(2rx - xx)}}{r}$, dans leſquelles on doit faire $x = 2r$, après les intégrations. Donc (en nommant π le rapport de la circonférence au diamètre), $A \times n = \frac{\pi f r^3}{8}$, $B \times (m - n) = \frac{5\pi f r^3}{8}$. Ainſi, $A + B$, ou $R = \frac{5\pi f r^3 m}{8(m - n)}$, expreſſion générale de la réſiſtance d'une pièce de *bois*, de forme cylindrique.

VIII. Pluſieurs praticiens m'ont demandé quelle étoit, à maſſes égales & en parité de circonſtances, celle de deux pièces, l'une cylindrique, l'autre équarrie en parallélipipède de la manière la plus avantageuſe, qui oppoſoit le plus de réſiſtance à ſa rupture. La réponſe à cette queſtion ſe tire facilement des formules précédentes. En effet, il ne faut, pour cela, que comparer l'expreſſion de R avec celle qui a été trouvée pour Q (*art.* 1), en faiſant $m = a$; $n = b$; enſuite $kh = \pi r^2$; & (VI) $h = k\sqrt{2}$; ce qui donne $h^2 = \pi r^2\sqrt{2}$, $h = r\sqrt{\pi} \cdot \sqrt[4]{2}$. Alors on trouvera $R : Q :: 15 : 8\sqrt{\pi} \cdot \sqrt[4]{2} :: 15 : 16,86$, à-peu-près. D'où l'on voit que, pour des longueurs & des maſſes égales, & ſous des charges ſemblablement poſées, la réſiſtance de la pièce cylindrique eſt un peu moindre que la réſiſtance de la pièce équarrie. Mais il faut conſidérer, d'un autre côté, que cette dernière pièce devant être tirée d'un arbre originairement cylindrique, on a (en nommant X le rayon de cet arbre), $X^2 = \frac{h^2 + k^2}{4} = \frac{3}{8}h^2 = \frac{3}{8}\pi r^2\sqrt{2}$. Donc $X^2 : r^2 :: 3\pi\sqrt{2} : 8 :: 13 : 8$, à-peu-près. Ainſi, pour une même longueur, la maſſe du cylindre dont on tire la pièce de *bois* équarrie, eſt plus grande que la maſſe de la pièce cylindrique, dans le rapport d'environ 13 à 8. Il y a donc une perte de *bois* aſſez conſidérable pour former la pièce équarrie ; ce qui donne, à cet égard, de l'avantage à la pièce cylindrique. Reſte à ſavoir ſi, dans deux arbres de même nature, inégaux en groſſeurs, les tenacités ou réſiſtances des fibres élémentaires ſont les mêmes. C'eſt ſur quoi il faut interroger l'expérience.

Il y auroit pluſieurs autres problèmes à reſoudre ſur ce ſujet ; mais il ſuffit d'en avoir établi les principes. (*L. B.*)

Bois, *au jeu de trictrac*, ſe dit en général des dames avec leſquelles on joue. *Voyez* Dame & Trictrac.

BOOTES. (*Aſtron.*) *Voyez* Bouvier.

BORÉAL (*Aſtron.*) ſe dit de tout ce qui eſt du côté du nord ou du ſeptentrion.

BOUC, (*Aſtron.*) eſt le nom que quelques auteurs ont donné à la conſtellation du capricorne ; d'autres à la belle étoile de la chèvre, qui eſt dans la conſtellation du cocher. (*D. L.*)

Bouc : on donne ce nom, *dans les machines hydrauliques*, à une eſpèce de poulie garnie de cornes de fer qui ſont monter & deſcendre une chaîne ſans fin. C'eſt par le moyen d'un *bouc* que les eaux ſont élevées du puits ſalé de Moyenvic.

BOUFFÉES, *en termes d'Hydraulique*, eſt ſynonyme à *ſecouſſes*.

Lorſque les jets ſont engorgés par les vents, ils ne ſortent que par *bouffées* ; c'eſt-à-dire, par *ſecouſſes*. (*K*)

BOULE, *au jeu de quilles*, c'eſt un morceau de bois parfaitement rond, & percé d'un trou pour mettre le pouce, & d'une eſpèce de mortaiſe pour les autres doigts de la main. Elle ſert à abattre les quilles.

Boule, (*jeu de*) exercice fort connu. On le joue à un, deux, trois contre trois, ou plus même, avec chacun deux *boules* pour l'ordinaire : les joueurs fixent le nombre des points à prendre dans la partie à leur choix. C'eſt toujours ceux qui approchent le plus près des buts qui comptent autant de points qu'ils y ont de *boules*. Ces buts ſont placés aux deux bouts d'une eſpèce d'allée très-unie, rebordée d'une petite berge de chaque côté, & terminée à chacune de ſes extrémités par un petit foſſé appellé *noyon*. *Voy.* Noyon. Quand on joue, ſi quelque joueur ou autre arrête la *boule*, le coup ſe recommence. Il n'eſt pas permis de taper des pieds pour faire rouler ſa *boule* davantage, ni de la pouſſer en aucune façon, ſous peine de perdre la partie. Une *boule* qui eſt entrée dans le noyon, & a encore aſſez de force pour revenir au but, ne compte point : un joueur qui joue devant ſon tour, recommence ſi l'on s'en apperçoit ; celui qui a paſſé ſon tour, perd ſon coup. Il eſt libre de changer de rang dans la partie, à moins qu'on ne ſoit convenu autrement. Qui change de *boule* n'eſt obligé qu'à reprendre la ſienne, & rejouer ſon coup ſi perſonne n'a encore joué après lui ; mais ſi quelqu'un a joué, il remet la *boule* à la place de celle qu'il a jouée, ſi l'autre veut jouer avec ſa *boule*. L'adreſſe d'un joueur conſiſte à donner à ſa *boule* le dégré de force néceſſaire pour arriver au but ; pour cela, il faut qu'il faſſe attention à ſa peſanteur, & qu'il tourne toujours le fort vers l'endroit du jeu le plus raboteux, ce qui varie cependant ſelon la diſpoſition du terrein & la qualité de la *boule*.

Boule, *avoir la boule* ; c'eſt, au jeu de ce nom, avoir droit de jouer le premier. Ce droit s'acquiert en jettant une quille vers la *boule* ; celui dont la

quille eſt reſtée le plus près de la *boule*, joue le premier, & eſt dit *avoir la boule*.

BOULE, *au jeu de mail*, eſt une pièce de bois, ou d'autre bois très-dur bien tourné, que l'on chaſſe avec la maſſe ou mail. *Voyez* MAIL. Ces *boules* doivent être d'un poids proportionné à celui du mail, c'eſt-à-dire, environ de moitié. Si le mail dont on ſe ſert peſe dix onces, il faut que la *boule* en pèſe cinq, & ainſi des autres. Les meilleures de ces *boules* viennent des pays chauds.

Boules qui ne s'éventent pas au jeu de mail, ſont des *boules* qui ne ſautent point, & qui ne ſe détournent point de leur chemin naturel.

BOUSSOLE. *Voyez* MAGNÉTISME; & pour l'uſage de la *bouſſole* dans la levée des plans, *voyez* PLAN.

BOUSSOLE, (*Aſtron.*) conſtellation méridionale, établie par M. de la Caille dans ſon *Planiſphère auſtral*: il l'appelle en latin *Pixis nautica*; elle eſt ſituée ſur la proue de l'ancienne conſtellation du vaiſſeau. La principale étoile de cette conſtellation eſt de cinquième grandeur; ſon aſcenſion droite, en 1750, étoit de 128° 23′ 39″, & ſa déclinaiſon 32° 18′ 10″ auſtrale; en ſorte qu'elle s'élève de 9 degrés à Paris. (*D. L.*)

BOUSSOLE, inſtrument d'Aſtronomie; il ſera décrit dans le *Dictionnaire de Phyſique*. Il nous ſuffit de dire ici que la déclinaiſon de la *bouſſole* à Paris eſt, en 1783, d'environ 21 degrés à l'oueſt. *Voyez* DÉCLINAISON.

BOUVIER, (*Aſtron.*) *Bootes*, conſtellation boréale qui a 53 étoiles, ſuivant Flamſteed.

On l'appelle auſſi *Bootis*, *Bubulus*, *Bubulcus*, *Tardi-bubulcus*, *Paſtor*, *Cuſtos boum*, *Clamator*, *Vociferator*, *Plauſtri cuſtos*, *Cuſtos Erimantidos*, *Urſæ*, *Arctturus*, *Arctturus minor*, *Septentrio*, *Philomelus* (fils de Cérès), *Icarus*, *Lycaon*, *Orion*, *Arcas*, *Lanceator*, *Venator Urſæ*, *Arctophylax*. La belle étoile de cette conſtellation eſt appellée aujourd'hui généralement *Arcturus*; chez les Arabes, *Aramech*. Homere dit que cette étoile eſt d'un préſage funeſte. Pline l'appelle auſſi *Sidus Horridum*.

On a appellé cette conſtellation *Atlas*; & l'on diſoit qu'il portoit l'axe du monde, parce que, autrefois, ſa tête étoit fort près du pôle. *Voyez* le *Memoire* de M. Dupuis, *Aſtron. p. 410* & *423*. Il épouſe Heſperis, & il en naît ſept filles; parce que quand cette conſtellation ſe couche, les Pléiades ſe lèvent: en effet, les ſept étoiles des pléiades ſont appellées *Atlantides* ou *filles d'Atlas*.

Germanicus Céſar dit que ce *bouvier* ou ce paſteur, qu'on a placé dans le ciel, étoit Icare, père d'Erigone, dont nous parlerons à l'article de la vierge; Bacchus lui avoit appris l'art de faire le vin pour l'enſeigner aux hommes: il fut lapidé par des bergers qui étoient ivres. Sa fille découvrit le corps de ſon père par le moyen d'un chien qui lui étoit reſté fidèle; elle ſe tua de déſeſpoir, & elle fut placée dans le ciel avec ſon père & ſon chien. Voilà pourquoi Properce appelle *bœufs d'Icare* les ſept étoiles de la grande ourſe.

Flectant Icarii ſidera tarda boves.

D'autres prétendent que le *bouvier* eſt Arcas, fils de Jupiter & de Calliſto, qui enſeigna aux hommes la manière de faire du pain, après l'avoir appriſe de Triptolème, & fut déifié par la reconnoiſſance des hommes.

Suivant M. Dupuis, il étoit naturel de placer un moiſſonneur pour marquer l'entrée du ſoleil dans le ſigne de la vierge, qui eſt une moiſſonneuſe. Il y trouve auſſi le fondement de la fable du roi Œnopion, dont il eſt parlé à l'occaſion d'Orion: c'eſt le *prince Boivin* qui fait allusion à Icare, à qui Bacchus découvrit l'art de cultiver la vigne. Il eſt détrôné par Crone ou pétrifié par Perſée, parce qu'au lever de Perſée il ſe cachoit derrière les montagnes. (*Aſtr. IV*, 423.)

En effet, la conſtellation du *bouvier*, quoique fort ſeptentrionale, deſcend ſous l'horizon & ſe couche pour nous, comme le remarque Ovide:

Tingitur oceano cuſtos erimanthidos urſæ,
Æquoreaſque ſuo ſidere turbat aquas.

Triſt. I, 4, 1.

Le coucher comique du *bouvier*, c'eſt-à-dire, le tems où il ſe couche au ſoleil levant, eſt annoncé, par Ovide, pour le cinquième de mars.

Sive eſt arctophilax, ſive eſt piger ille bootes
Mergetur, viſus effugietque tuos.

Faſt. III, 405.

Plutarque donne le nom de janus à une des étoiles de cette conſtellation, & M. Dupuis obſerve qu'effectivement cette conſtellation, du tems de Numa, marquoit le minuit du ſolſtice d'hiver & le commencement de l'année des Romains. Ce génie à quatre viſages portoit les clefs du tems, avoit douze autels à ſes pieds pour repréſenter les douze mois, & le nombre de 365 dans les mains: il ſemble donc que ce n'étoit autre choſe que la conſtellation qui fixoit le départ de l'année & des ſphères, & ouvroit la marche du tems. (*D. L.*)

BRA

BRACHYSTOCHRONE, ſ. f. (*Méchanique*) eſt le nom que Jean Bernoulli, alors profeſſeur de Mathématique à Groningue, a donné à une courbe *A C B* (*pl. Méchan. fig. 21*) dont la propriété eſt telle qu'un corps qui tombe du point *A*, en vertu de ſa peſanteur, le long de la concavité de cette courbe, arrive de *A* en *B* en moins de tems qu'il n'y arriveroit, s'il deſcendoit le long de toute autre courbe *A D B*, paſſant par les

mêmes poinrs A, B, ou même s'il deſcendoit le long de la droite AB. Il propoſa aux géomètres, en 1697, de déterminer quelle étoit cette courbe. Le problême fut réſolu par Jacques Bernoulli ſon frère, profeſſeur de Mathématique à Bâle, par Leibnitz, par le marquis de l'Hôpital & par Newton. Jean Bernoulli avoit averti les géomètres, dans ſon programme, que la ligne droite A, B, paſſant par les deux points $A B$, quoiqu'elle fût la plus courte de toutes celles qu'on pouvoit faire paſſer par ces points, n'étoit pas néanmoins celle qu'un corps peſant, tombant de A, devoit parcourir en moins de tems; & en effet, on trouva que c'étoit une cycloïde, ou plutôt un arc de cycloïde paſſant par les points A, B, & dont le point A étoit l'origine. *Voyez* CYCLOÏDE.

Il n'eſt pas impoſſible de faire ſentir à ceux même qui ſont peu verſés dans la Méchanique tranſcendante, comment il peut ſe faire que la ligne droite $A B$ ne ſoit pas la ligne de la plus courte deſcente. Car imaginons la ligne horizontale $E C$ qui partage la courbe $A C B$ en deux parties $A C, C B$, telles que la partie $A C$ ſoit plus courte que $A E$, & la partie $C B$ plus longue que $E B$; il eſt certain que le corps A arrivera en C plutôt qu'il n'arrivera en E, puiſqu'il aura moins de chemin à faire. Il eſt vrai qu'il emploiera enſuite plus de tems a parcourir $C B$, qu'il n'en mettra à parcourir $E B$; mais il faut remarquer que les tems employés à parcourir les lignes $A E, A C, C B, E B$, ne ſont point entr'eux comme ces lignes, parce que le corps ne les décrit pas d'un mouvement uniforme : ainſi, il ne doit pas paroître impoſſible que l'excès du tems par $A E$ ſur le tems par $A C$, ſoit plus grand que l'excès du tems par $C B$ ſur le tems par $E B$. Ainſi, de ce que la ligne droite $A B$ eſt plus courte que la ligne courbe $A C B$, il ne s'enſuit nullement que la ligne droite $A B$ doive être deſcendue en moins de tems que la ligne courbe $A C B$. L'eſpèce de raiſonnement métaphyſique que nous venons de faire, peut bien ſervir à faire ſoupçonner que la ligne de la plus vîte deſcente peut être une courbe : mais ce raiſonnement ne ſauroit jamais être une démonſtration. C'eſt par le calcul ſeul qu'on peut s'aſſurer ſi ce qu'on a ſoupçonné eſt vrai, & le calcul démontre en effet qu'on a ſoupçonné juſte. Voici à-peu-près comment on s'y prend pour déterminer la courbe de la plus vîte deſcente. Soit $A C B$ cette courbe, & ayant pris un arc infiniment petit $C c$, ſoit imaginé un arc quelconque infiniment petit $C O c$, terminé aux points C, c; il eſt évident que le corps peſant arrivé en C, doit parcourir l'arc $C c$ en moins de tems que l'arc $C O c$: car s'il étoit moins de tems à parcourir l'arc $C O c$, alors ce ſeroit $A C O c B$, & non $A C B$ qui ſeroit la courbe de la plus vîte deſcente, ce qui eſt contre l'hypotheſe. Ainſi, la propriété de la courbe dont il s'agit eſt telle qu'un de ſes arcs quelconques infiniment petit $C c$, eſt parcouru en moins de tems que tout autre arc infiniment petit $C O c$, paſſant par les mêmes points C, c.

Maintenant, ſoient imaginés les points infiniment proches C, c; & ſoit cherchée ſur la ligne horizontale $Q L$ (*fig.* 22) la poſition du point K, tel que $C K c$ ſoit parcouru en moins de tems que tout autre chemin $C K c$ paſſant par C & c: on trouvera (*voyez* RÉFRACTION) en menant les lignes $K R, c r$, perpendiculaires à $Q L$, que le ſinus de l'angle $C K R$ doit être au ſinus de $K c r$, comme la vîteſſe le long de $C K$ à la vîteſſe le long de $K c$; d'où il s'enſuit que la courbe cherchée doit être telle que le ſinus de l'angle qu'un de ſes côtés quelconques infiniment petit $C K$ fait avec la verticale $K R$, ſoit proportionnel à la vîteſſe en K, laquelle vîteſſe eſt comme la racine quarrée de la hauteur d'où le corps eſt parti. Or en achevant le calcul, on trouve que cette propriété convient à la cycloïde. *Voy.* CYCLOÏDE.

Si l'on ſuppoſoit qu'un corpuſcule de lumière traverſât l'atmoſphère, de manière qu'il arrivât d'un point à un autre dans le plus court tems poſſible, la courbe qu'il décriroit ſeroit une *brachyſtochrone*, pourvu que l'on fît certaine hypothèſe ſur la denſité du milieu. *Voyez* RÉFRACTION, ACTION, CAUSES FINALES.

Voyez dans les Mémoires de l'Académie de 1718, deux ſolutions du problême de la *brachyſtochrone*, données par Jean Bernoulli, & toutes deux fort ſimples. Galilée a cru fauſſement que la *brachyſtochrone* étoit un arc de cercle. La Géométrie, de ſon tems, n'étoit pas encore aſſez avancée pour réſoudre ce problême. On trouve dans le ſecond volume de la *Mécanique* de M. Euler, imprimé à Pétersbourg en 1736, une ſolution très-élégante de ces problemes, & des théorèmes fort ſimples & fort généraux ſur les propriétés de la *brachyſtochrone*. La ſolution du problême devient beaucoup plus difficile lorſqu'on ſuppoſe que le corps ſe meut dans un milieu réſiſtant, parce qu'alors la vîteſſe ne dépend pas de la hauteur ſeule. M. Euler a donné auſſi la *brachyſtochrone* pour ce cas-là, ce que perſonne n'avoit encore fait avant lui. (*O*)

BRACON, ſ. m. (*Machine hydraulique*) : on appelle *bracon* d'un vanteau, d'une porte d'écluſe, la conſole, la potence, ou l'appui qui ſoutient cette porte. (*K*)

BRANCHE *de courbe*, *terme de Géométrie*. Pour entendre ce que c'eſt que *branche* de courbe, imaginez une courbe géométrique, dont on a l'équation en x & en y, x repréſentant les abſciſſes, & y les ordonnées. *Voyez* COURBE, ABSCISSE, ORDONNÉE, &c. Il eſt évident:

1.° Qu'en prenant x poſitive, y aura un certain nombre de valeurs correſpondantes à la même valeur de x.

Digitized by Google

2.° Qu'en prenant x négative, y aura de même un certain nombre de valeurs correſpondantes à la même x.

Or la courbe a autant de *branches* que y a de valeurs répondantes aux x tant poſitives que négatives. *Voyez à l'article* COURBE, pourquoi les ordonnées poſitives ſe prennent du même côté de l'abſciſſe, & les négatives du côté oppoſé.

Au reſte, il eſt bon d'obſerver que les géomètres n'ont pas encore bien fixé la ſignification du mot *branche*. Par exemple, ſoit une courbe qui ait pour équation $y = \frac{xx}{6x} + x + \frac{5}{6}a$, on regarde d'ordinaire cette courbe comme n'ayant qu'une ſeule *branche*, parce que y n'a qu'une ſeule valeur. Cependant cette *branche* eſt quelquefois comptée pour deux, parce qu'elle s'étend à l'infini du côté des x poſitives, & du côté des x négatives. *Introduct. à l'analyſe des lignes courbes par* M. Cramer.

On appelle *branche infinie* une *branche* de courbe qui s'étend à l'infini.

L'hyperbole & la parabole ont des *branches* infinies. Mais le cercle & l'ellipſe n'en ont point; ce ſont deux courbes qui rentrent en elles-mêmes.

Les *branches infinies* d'une courbe ſont ou *paraboliques* ou *hyperboliques*.

Les *branches paraboliques* ſont celles qui peuvent avoir pour aſymptote une parabole d'un degré plus ou moins élevé. Par exemple, la courbe dont l'équation ſeroit $y = \frac{x^2}{a} + \frac{b^2}{x}$, auroit une *branche infinie parabolique*, qui auroit, pour aſymptote, une parabole ordinaire, dont l'équation ſeroit $y = \frac{x^2}{a}$. En effet, x étant infinie, l'équation ſe réduit à $y = \frac{x^2}{a}$, qui eſt celle de la parabole ordinaire. De même, ſi l'équation étoit $y = \frac{x^4}{a^3} + \frac{b^4}{xx}$, on trouveroit que la *branche infinie* auroit pour aſymptote une parabole du troiſième degré $y = \frac{x^4}{a^3}$.

Les *branches hyperboliques* ſont celles qui ont, pour aſymptote, une ligne droite; elles peuvent auſſi avoir, pour aſymptote, une hyperbole d'un degré plus ou moins élevé. Par exemple, la courbe $y = \frac{x^2}{a} + \frac{b^2}{x}$ dont nous venons de parler, ſe réduit à $y = \frac{b^2}{x}$, lorſque $x = 0$; elle a pour aſymptote l'ordonnée infinie qui paſſe par l'origine, & elle peut avoir auſſi pour aſymptote l'hyperbole ordinaire.

De même la courbe $y = \frac{x^4}{a} + \frac{b^4}{x^3}$ a pour aſymptote l'ordonnée infinie, qui paſſe par le point où $x = 0$; & elle a auſſi pour aſymptote une hyperbole cubique.

Il eſt viſible que toutes les *branches infinies* ſont ou *hyperboliques* ou *paraboliques*. Car ſoit dans l'équation d'une courbe y exprimée en x par une ſérie dont tous les termes ſoient réels; il eſt évident que quand x ſera infinie ou infiniment petite, toute cette équation ſe réduit à $y = x^m$, tous les autres termes étant alors regardés comme nuls. Or la *branche* ſera parabolique, ſi m eſt poſitif & plus grand que 1, & hyperbolique, ſi m eſt négatif, ou 0, ou 1. *Voyez* SÉRIE.

Au reſte, il ne faut pas croire que cette équation $y = x^m$ qui détermine ſi une *branche* eſt hyperbolique ou parabolique, ſoit ſuffiſante pour connoître le nombre & la poſition des *branches*. Par exemple, ſoit $y = \frac{x^2}{a} + \sqrt{ax}$; en faiſant x infinie, on a $y = \frac{x^2}{a}$, & l'on voit que la *branche* eſt parabolique. De plus, on eſt tenté de croire que cette courbe aura, comme la parabole, deux *branches infinies*, l'une du côté des x poſitives, l'autre du côté des x négatives. Mais on ſeroit dans l'erreur, ſi on le penſoit; car x étant négative, l'ordonnée $y = \frac{x^2}{a} + \sqrt{ax}$ ſera imaginaire. On peut bien négliger $\sqrt{ax}$ vis-à-vis de $\frac{x^2}{a}$, lorſque $\sqrt{ax}$ & $\frac{x^2}{a}$ ſont tous deux réels : mais, lorſque $\sqrt{ax}$ devient imaginaire, alors ce terme $\sqrt{ax}$ rend imaginaire $\frac{x^2}{a}$, & on ne ſauroit conſerver l'un ſans l'autre. Je ſuis le premier qui ait fait cette remarque. *Voy. les Mémoires de l'Acad. Royale des Sciences de Pruſſe, année 1746. Voyez auſſi* REBROUSSEMENT.

On trouvera une théorie très-complette des *branches infinies* des courbes dans le *viij. chapitre de l'introduction à l'analyſe des lignes courbes, par* M. Cramer. Il y donne la méthode de déterminer les différentes *branches* d'une courbe, & leurs aſymptotes droites ou courbes. Comme cette théorie nous conduiroit trop loin, nous renvoyons là-deſſus à ſon ouvrage. On trouve auſſi d'excellentes choſes ſur ce ſujet dans les *uſages de l'analyſe de Deſcartes*, par M. l'abbé de Gua. (*O*)

BRASSARD, ſ. m. inſtrument de bois dont on ſe ſert pour jouer au ballon: c'eſt une douille de bois de chêne aſſez mince, de la longueur de l'avant-bras qu'on y fait entrer à force avec des mouchoirs, ſerviettes, ou autres linges. On peut avec le bras ainſi armé, recevoir le ballon & le frapper ſi fort que l'on veut ſans ſe bleſſer. La ſurface du *braſſard* eſt taillée en groſſes dents, afin que le coup ne gliſſe pas ſur le ballon.

Les anciens à qui le jeu de ballon n'étoit pas inconnu, ont eu auſſi leurs *braſſards*: mais ils n'étoient pas de bois; c'étoient des courroies d'un

Digitized by Google

cuir fort, dont ils faiſoient pluſieurs tours ſur leurs bras.

BRE

BREDOUILLE, ſ. f. *terme de Trictrac* : on appelle ainſi le jetton qui ſert à marquer que les points qu'on a, on les a pris ſans interruption : ainſi, je gagne quatre points, je marque ces quatre points avec un jetton accompagné de celui de la *bredouille* : j'en gagne encore deux, qui avec quatre que j'avois font ſix, je marque ces ſix points avec un jetton, toujours accompagné de celui de la *bredouille*. Mon adverſaire joue, il gagne deux points; alors je perds la *bredouille*, & c'eſt lui qui la gagne, & qui la conſervera juſqu'à ce que je la lui ôte en lui gagnant quelques points avant qu'il en ait pris douze : alors nous ne l'aurons ni l'un ni l'autre; car nous nous ſerons interrompus tous les deux en prenant alternativement des points. Si l'on gagne douze points ſans interruption, ou, comme on dit au jeu, douze points *bredouille*, on marque deux trous; s'ils ne ſont pas *bredouille*, on ne marque qu'un trou.

S'il y a des trous *bredouille*, il y a auſſi des parties *bredouille*. La partie du trictrac eſt de douze trous; on la gagne *bredouille* quand on prend ces douze trous tout de ſuite & ſans interruption. Il y a des joueurs qui la font payer double.

Pour que le trou & la partie ſoient *bredouille*, il n'eſt pas néceſſaire que votre adverſaire ne prenne point de trous ni de points; il ſuffit que vous faſſiez vos douze points ou vos douze trous tout de ſuite; que votre adverſaire eût des points ou des trous avant que vous en priſſiez, cela eſt indifférent.

BRELAND, ſ. m. (*jeu de cartes*); il ſe joue à tant de perſonnes que l'on veut : mais il n'eſt beau, c'eſt-à-dire, très-ruineux, qu'à trois ou cinq. L'ordre des cartes eſt as, roi, dame, valet, dix, neuf, huit, ſept, ſix : l'as vaut onze points; le roi, la dame, le valet & le dix, en valent dix; les autres cartes comptent autant de points qu'elles en portent; on laiſſe rarement les ſix dans le jeu.

On donne trois cartes, ou par une, ou par deux & une, ou par une & deux, mais non par trois. Si un joueur a dans ſes trois cartes, l'as, le roi & la dame d'une même couleur, il compte trente-un; s'il a l'as & le dix, il compte vingt-un : s'il a le dix, le neuf & le ſept; il compte vingt-ſix, & ainſi des autres cartes ou jeux qui peuvent lui venir.

S'il a dans ſes trois cartes, ou trois as, ou trois rois, ou trois valets, *&c.*, il a *breland*. Un *breland* eſt ſupérieur à quelque nombre de points que ce ſoit; & entre les *brelands*, celui d'as eſt ſupérieur à celui de rois; celui de rois à celui de dames, & ainſi de ſuite.

Les as, ou plus généralement les cartes qui ſe trouvent dans la main des joueurs, emportent toutes les cartes inférieures de la même couleur qui ſe trouvent auſſi ſur le jeu; ainſi, ſi un joueur a trois cœurs par le valet, & qu'un autre joueur ait ou l'as, ou la dame, ou le roi de cœur ſeul ou accompagné, il ne reſte rien au premier, & le ſecond a quatre cœurs au moins. Il n'y a d'exception à cette règle que le cas du *breland*; les as mêmes n'emportent point les cartes qui ſont *breland* dans la main d'un joueur.

Celui qui donne met ſeul au jeu; cet enjeu s'appelle *paſſe*, & la paſſe eſt ſi forte ou ſi foible qu'on veut. Il y a primauté entre les joueurs. Celui qui eſt le plus à droite du donneur, prime ſur celui qui le ſuit; celui-ci ſur le troiſième, & ainſi de ſuite. Le donneur eſt le dernier en carte. A égalité de points entre pluſieurs joueurs, le premier en carte a gagné.

On n'eſt jamais forcé de jouer; ſi l'on a mauvais jeu, on *paſſe* : ſi tout le monde paſſe, la main va à celui qui étoit le premier en carte; il joint ſon enjeu au précédent, & il y a deux *paſſes* : le nombre des enjeux ou paſſes augmente juſqu'à ce que quelqu'un joue. Mais ſi un joueur dit, *je joue*, n'eût-il point de concurrent, il tire toutes les paſſes qui ſont ſur jeu, ſans même être obligé de montrer ſon jeu.

Si un joueur dit, *je joue*, il met autant d'argent ſur jeu qu'il y a de paſſes; ſi un autre joueur dit auſſi, *je joue*, il en fait autant, & ainſi de tous ceux qui joueront : puis ils abattent leurs cartes. Ils s'enlèvent les uns aux autres les cartes de même couleur, inférieures à celles qu'ils ont; & celui qui compte le plus de points dans les cartes d'une ſeule couleur, a gagné : ou s'il y a des *brelands*, celui qui a le *breland* le plus haut; ou celui qui a un *breland*, s'il n'y en a qu'un, tire tout l'argent qui eſt ſur le jeu.

Il faut obſerver que la carte retournée eſt du nombre de celles qui peuvent être enlevées ou par celui qui a dans ſa main la carte la plus haute de la même couleur, ou de préférence par celui qui a trois autres cartes, non de la même couleur, mais de la même eſpèce : ainſi, dans le cas où la carte retournée ſeroit un dix, le joueur qui auroit trois dix en main, auroit de droit le quatrième; ce qui lui formeroit le jeu qu'on appelle *tricon*. Le tricon eſt le jeu le plus fort qu'on puiſſe avoir; cependant ce jeu n'eſt pas sûr.

Si le *breland* eſt un jeu commode, en ce qu'on ne joue que quand on veut, c'eſt un jeu cruel, en ce qu'on n'eſt guère libre de ne jouer que ce qu'on veut. Tel ſe met au jeu avec la réſolution de perdre ou de gagner un louis dans la ſoirée, qui en perd 50 en un coup. C'eſt votre tour à parler, vous croyez avoir jeu de riſquer la valeur de la *paſſe*; je ſuppoſe qu'elle ſoit d'un écu, vous dites, *je joue*, & vous mettez au jeu un écu. Celui qui vous ſuit, croira pouvoir auſſi riſquer un écu, & dira, *je joue*, & mettra ſon écu : mais le troiſième croira ſon jeu meilleur qu'un écu : il dira, *je joue auſſi, voilà l'écu de la paſſe, mais j'en mets vingt, trente, quarante en ſus.* Le quatrième joueur, ou paſſe, ou tient, ou enchérit.

S'il paſſe, il met ſes cartes au talon; s'il tient, il met & l'écu de paſſe, & l'enchère du troiſième joueur; s'il enchérit, il met & l'écu de paſſe, & l'enchère du troiſième joueur, & ſon enchère particulière. Le cinquième joueur choiſit auſſi de paſſer, de tenir ou de pouſſer. S'il tient, il met la paſſe, l'enchère du troiſième, & celle du quatrième; s'il pouſſe ou enchérit, il ajoute encore ſon enchère. Le jeu ſe continue de cette manière, juſqu'à ce que le tour de parler revienne à celui qui a joué le premier; il peut ou paſſer, en ce cas il perd ce qu'il a déjà mis ſur jeu; ou tenir, en ce cas il ajoute à ſa miſe la ſomme néceſſaire pour que cette miſe & ſon addition faſſent une ſomme égale à la miſe totale du dernier enchériſſeur, où il pouſſe & enchérit lui-même; & en ce cas, il ajoute encore à cette ſomme totale ſon enchère. Les enchères ou tenues ſe continuent, & vont auſſi loin que l'acharnement des joueurs les entraîne, à moins qu'elles ne ſoient arrêtées tout court par une dernière tenue faite dans un moment où celui qui tient, ajoutant à ſa miſe ce qui manque pour qu'elle faſſe avec ſon addition une ſomme totale égale à la dernière enchère, tous les joueurs ſe trouvent avoir ſur le jeu la même ſomme d'argent, excepté celui qui a fait, à qui il en coûte toujours ſa paſſe de plus qu'aux autres. En général, tout joueur qui a moins d'argent ſur jeu qu'un autre joueur peut enchérir, & les enchères ſe pouſſent néceſſairement juſqu'à ce qu'il arrive une tenue au moment où la miſe de tous ceux qui ont ſuivi les enchères, eſt abſolument égale.

Il faut ſavoir qu'on n'eſt point obligé de ſuivre les enchères, & qu'on les abandonne quand on veut; mais auſſi qu'on perd en quittant, tout ce qu'on a mis d'argent ſur le jeu: il n'y a que ceux qui ſuivent les enchères juſqu'au bout, qui puiſſent gagner.

Lorſque tous les joueurs qui ont ſuivi les enchères ſont réduits à l'égalité de miſe & arrêtés par quelque tenue, ils abattent leurs cartes, ils ſe diſtribuent celles qui leur appartiennent par le droit de ſupériorité de celles qu'ils ont, s'il n'y a point de *breland*; & celui qui forme le point le plus haut dans les cartes d'une même couleur, gagne tout. S'il y a un *breland*, celui qui l'a, tire; s'il y en a pluſieurs, tout l'argent appartient au plus fort *breland*, à moins qu'il n'y ait un tricon: le tricon a barre ſur tout. Il n'y a de reſſource contre le tricon, que d'avoir plus d'argent que lui, & que de le forcer à quitter par une enchère qu'il n'eſt pas en état de ſuivre. C'eſt par cette raiſon que nous avons dit que le tricon étoit le plus beau jeu que l'on pût avoir, ſans toutefois être un jeu sûr.

Tel eſt le jeu qu'on appelle *breland*: il n'y a peut-être aucun jeu de hazard plus terrible & plus attrayant. Il eſt difficile d'y jouer ſans en prendre la fureur: & quand on en eſt poſſédé, on ne peut plus ſupporter d'autres jeux; ce qu'il faut, je crois, attribuer à ſes révolutions, & à l'eſpérance qu'on a de pouſſer le gain tant qu'on veut, & de recouvrer en un coup la perte de dix ſéances malheureuſes; eſpérances extravagantes, car il y a démonſtration morale que le gain ne peut aller que juſqu'à un certain point; & il eſt d'expérience que le grand gain rend les joueurs plus reſſerrés & plus timides, & que la grande perte les rend plus avides & plus téméraires. La police n'a pas tardé à ſentir les triſtes ſuites de ce jeu, & il a été proſcrit ſous les peines les plus ſévères: cependant il ſe joue toujours, & je ſuis convaincu que les hommes n'y renonceront que quand ils en auront inventé un autre qui ſoit auſſi égal & plus orageux; deux conditions difficiles à remplir, car il faut convenir que le *breland* eſt un jeu très-égal, quand l'enchère la plus forte eſt bornée.

BRICOLE, ſ. m. (*Méch.*). On dit au jeu de billard qu'une bille en frappe une autre par bricole, lorſqu'au lieu d'être pouſſée directement contre elle, elle ne vient la rencontrer qu'après avoir frappé la bande du billard, & avoir été renvoyée par cette bande.

Soit F une des billes, & A l'autre, (*Méch. fig. 23*), HG la bande du billard; ſi on pouſſe la bille F ſuivant FE, & que renvoyée ſuivant EA par le point E de la bande, elle vienne choquer la bille A, cela s'appelle *choquer de bricole*. Pour trouver le point E de la bande auquel il faut pouſſer la bille F pour choquer la bille A de *bricole*, menez de la bille A la perpendiculaire AG à la bande GH, & prolongez-la de manière que GB ſoit égal à AG: enſuite viſez de F en B, & pouſſez la bille F ſuivant FB; le point E où FB coupera GH, ſera le point de *bricole*: car tirant FE & AE, il eſt aiſé de démontrer que l'angle FEH eſt égal à l'angle AEG. Donc, ſuivant les loix de la réflexion des corps, (*Voyez* RÉFLEXION), la bille pouſſée ſuivant FE, rejaillira ſuivant FA.

Au reſte les bons joueurs, par la ſeule habitude, trouvent ce point E ſans préparation, & les maladroits le manquent avec cet échafaudage.

On peut donner auſſi des régles géométriques pour toucher une bille par deux *bricoles* ou davantage; mais elles ſervent plus curieuſes dans la théorie, qu'utiles dans la pratique. *Voyez l'article* MIROIR, où l'on traite aſſez au long de la réflexion ſimple ou multiple des rayons; réflexion qui repréſente parfaitement les *bricoles* ſimples ou multiples d'une bille de billard. (*O*)

BRINEK, (*Aſtronomie*). nom que les Arabes donnent à la belle étoile de la Lyre.

BRISE, ſ. f. (*Architect. Hydraulig.*) c'eſt une poutre en baſcule, poſée ſur la tête d'un gros pieu, laquelle ſert à appuyer par le haut les aiguilles d'un pertuis. (*K*)

Digitized by Google

BRUSQUEMBILLE, (*jeu de la*). On peut jouer à la *bruſquembile* deux, trois, quatre ou cinq; mais il eſt bon d'obſerver qu'à deux & à quatre on ne joue qu'avec trente-deux cartes, qui ſont les mêmes que celles avec leſquelles on joue au piquet; & lorſque l'on joue trois ou cinq, il faut que le jeu ſoit compoſé de trente cartes ſeulement; c'eſt-à-dire qu'on enlevera deux ſept, n'importe leſquels. Lorſqu'on joue à quatre, l'on eſt deux contre deux; & l'on ſe met enſemble, afin de pouvoir ſe communiquer le jeu.

Les *bruſquembilles* ſont les as & les dix : elles enlevent les autres cartes de la même couleur, mais elles ſont enlevées par les triomphes : le reſte des cartes conſerve le rang & la ſupériorité ordinaires.

Lorſque l'on joue en partie, c'eſt-à-dire un contre un, deux contre deux, on convient d'abord de ce qu'on jouera; & ſi l'on joue trois ou cinq, on prend un certain nombre de jettons que l'on fait valoir ce qu'on veut; celui qui mêle, donne à couper à ſa gauche, & diſtribue enſuite à chaque joueur trois cartes, une à une ou toutes enſemble, en prend autant pour lui, & en retourne une deſſus le talon, qui eſt celle qui fait la triomphe, & qu'il met retournée à moitié ſous le talon, de manière qu'on puiſſe la voir. Celui qui eſt premier, jette la carte qu'il veut de ſon jeu; le ſecond joue enſuite ſur cette carte celle de ſon jen qu'il juge à-propos, & ainſi des autres, chacun a ſon tour. Celui qui gagne la main, prend une carte au talon; chacun des autres joueurs en fait autant, en allant de droite à gauche : l'on recommence à jouer comme au premier coup, & l'on continue juſqu'à ce que toutes les cartes du talon ſoient priſes, chaque joueur y en prenant une pour remplacer celle de ſon jeu qu'il jette à chaque coup; & celui qui prend la dernière carte, prend la triomphe qui retourne.

J'ai dit que le ſecond à jouer jettoit la carte que bon lui ſembloit, parce qu'un n'eſt point obligé de fournir à ce jeu de la couleur de la carte jouée, encore qu'on en ait : il n'y a point de renonce : on peut couper une carte à laquelle on auroit pu fournir; voilà la manière de jouer le jeu. On recommence à chaque tour de la même façon, juſqu'à ce que l'on ait joué les coups dont on eſt convenu. Il y a quelques perſonnes qui prétendent qu'on ne peut renoncer, lorſqu'une fois toutes les cartes du talon ſont levées, & qu'il faut couper abſolument ſi l'un n'a pas de la couleur jouée; mais je crois que cela dépend de la volonté des joueurs. Paſſons aux droits qui ſe paient à ce jeu.

Celui qui joue la *bruſquembille* de l'as de triomphe, reçoit deux jettons de chacun. Il retire également deux jettons de chaque joueur, pour tous les as qu'il jouera après, pourvu qu'il faſſe la levée; car s'il ne la faiſoit, au lieu de gagner deux jettons de chaque joueur, il eſt obligé de leur en payer deux à chacun. Il en eſt de même des dix, qui valent de chaque joueur un jetton chacun; mais s'il ne leve pas la main, il eſt obligé d'en donner un à chaque joueur. Celui qui a plus de points dans les levées qu'il a faites, gagne enfin la partie. Voici la manière de compter ces points. Après que toutes les cartes du talon ont été priſes, & que l'on a joué toutes les cartes que l'on avoit en main, chacun voit les levées qu'il a, & comme onze points pour chaque as, dix pour chaque dix, quatre pour chaque roi, trois pour chaque dame, deux pour chaque valet, & les autres ne ſont comptées pour rien. Celui qui, en comptant ainſi, ſe trouve avoir plus de points, gagne la partie : l'on doit par conſéquent tâcher de faire des levées où il y ait beaucoup de points, des as, des rois, des dames, des dix & des valets, afin de pouvoir gagner le jeu. L'uſage & le bon ſens apprendront mieux à jouer ce jeu, que tout ce que nous pourrions en dire, la ſituation du jeu demandant de jouer un même coup tantôt d'une façon, tantôt d'une autre. Il eſt quelquefois bon d'avoir la main, d'autrefois de l'abandonner à ſon adverſaire. En général, pour bien jouer la *bruſquembille*, il faut une grande attention pour voir, non-ſeulement les triomphes qui ſont déjà ſorties, mais encore les *bruſquembilles* qui ſont paſſées & celles qui ſont encore dans le jeu, afin d'en faire ſon avantage en jouant.

Voici quelques règles qui pourront rendre plus complette la connoiſſance qu'on a déjà de ce jeu, ſur ce que nous en avons dit. Celui qui mêle & trouve une ou pluſieurs cartes retournées, ou en retourne lui-même, refait, ſans autre peine. Si le jeu de carte eſt faux par une carte de moins, tout ce qui a été payé dans le coup eſt bien payé; mais on ne peut gagner la partie, & l'on ceſſe de jouer pour deux cartes qui manqueroient, auſſi-tôt qu'on s'en apperçoit; ſi le coup eſt fini, il eſt bon. Celui qui joue avant ſon rang, ne peut reprendre ſa carte. Celui qui a jetté ſa carte, ne ſauroit y revenir ſous quelque prétexte que ce ſoit. Celui qui prendroit avant ſon tour une carte du talon, s'il a joint à ſon jeu la carte priſe au talon, paie à celui à qui elle auroit été de droit, la moitié de ce qui eſt au jeu, & il la lui rend; & s'il ne l'avoit pas jointe à ſon jeu, mais vûe ſeulement, il donneroit deux jettons à chaque joueur, & la laiſſeroit aller à qui doit la prendre de droit. Celui qui en tirant ſa carte du talon en voit une ſeconde, paie deux jettons à chaque joueur. Lorſque l'on joue en partie deux contre deux, ſi l'un des joueurs, en prenant ſa carte du talon, voit celle qui doit aller à ſon adverſaire, il leur eſt libre de recommencer la partie; & ſi la carte vûe revient à lui ou à ſon compagnon, le jeu ſe continue. Il n'y a point de renonce, & l'on n'eſt point forcé à mettre plus haut ſur une carte jouée. Celui qui ayant accuſé avoir un certain nombre de points, en auroit davantage, & ne les accuſeroit qu'après que les cartes ſeroient brouillées, ne pourroit y revenir, & perdroit

& perdroit la partie, ſi un autre joueur avoit plus de points dans ſes levées qu'il n'en auroit accuſé. Celui qui quitteroit le jeu avant la partie finie, la perdroit.

BRUSQUEMBILLE, *au jeu de ce nom*, eſt le nom qu'on donne aux as & aux dix, qui ſont les premières cartes du jeu; les as enlèvent cependant les dix. *Voyez l'article précédent.*

BURIN. (*Aſtron.*) Conſtellation méridionale établie par M. de la Caille dans ſon planiſphère auſtral. Il l'appelle en latin *cælum ſcalptorium*; elle eſt placée entre l'éridan, la colombe & la dorade. La principale étoile de cette conſtellation eſt de cinquième grandeur. Elle avoit en 1750,68° 8′ 21″ d'aſcenſion droite, & 42° 21′ 6″ de déclinaiſon auſtrale; ainſi, on peut la voir dans les provinces méridionales de la France. (*D. L.*)

CAB

CABESTAN, ſ. m. (*Méch.*) c'eſt une machine de bois, reliée de fer, faite en forme de cylindre ou de cone tronquée, poſée perpendiculairement ſur le pont d'un vaiſſeau, que des barres paſſées en travers par le haut de l'eſſieu font tourner en rond. Ces barres étant conduites à force de bras, font tourner autour du cylindre un cable, au bout duquel ſont attachés les gros fardeaux qu'on veut élever.

C'eſt encore en virant le *cabeſtan*, qu'on remonte les bateaux, & qu'on tire ſur terre les vaiſſeaux pour les calfater, qu'on les décharge des plus groſſes marchandiſes, qu'on leve les vergues & les voiles, auſſi-bien que les ancres.

Il y a deux *cabeſtans* ſur les vaiſſeaux, qu'on diſtingue par *grand* & *petit cabeſtan*: le *grand cabeſtan* eſt placé derrière le grand mât ſur le premier pont, & s'élève juſqu'à quatre ou cinq pieds de hauteur au-deſſus du deuxième. On l'appelle auſſi *cabeſtan double*, à cauſe qu'il ſert à deux étages pour lever les ancres, & qu'on peut doubler ſa force en mettant des gens ſur les deux ponts pour le faire tourner.

Le *petit cabeſtan* eſt poſé ſur le ſecond pont, entre le grand mât & le mât de miſène. Il ſert principalement à hiſſer les mâts de hune & les grandes voiles, & dans les occaſions où il faut moins de force que pour lever les ancres.

Il eſt viſible par la deſcription de cette machine, que le *cabeſtan* n'eſt autre choſe qu'un treuil, dont l'axe au lieu d'être horizontal, eſt vertical. *Voyez à l'article* AXE les loix par leſquelles on détermine la force du treuil, appellé en latin *axis in peritrochio*, axe dans le tambour, *ou* aiſſieu dans le tour. Dans le *cabeſtan* le tambour, *peritrochium*, eſt le cylindre, & l'axe ou l'eſſieu ſont les leviers qu'on adapte aux cylindres, & par le moyen deſquels on fait tourner le *cabeſtan*.

Le *cabeſtan* n'eſt donc proprement qu'un levier, ou un aſſemblage de leviers auxquels pluſieurs puiſſances ſont appliquées. Donc, ſuivant les loix du levier, & abſtraction faite du frottement, la puiſſance eſt au poids comme le rayon du cylindre eſt à la longueur du levier auquel la puiſſance eſt attachée; & le chemin de la puiſſance eſt à celui du poids comme le levier eſt au rayon du cylindre. Moins il faut de force pour élever le poids, plus il faut faire de chemin: il ne faut donc point faire de leviers trop longs, afin que la puiſſance ne faſſe pas trop de chemin; ni trop courts, afin qu'elle ne ſoit pas obligée de faire trop d'effort; car, dans l'un & l'autre cas, elle ſeroit trop fatiguée.

On appelle encore en général du nom de *cabeſtan* tout treuil dont l'axe eſt poſé verticalement: tels ſont ceux dont on ſe ſert ſur les ports à Paris, pour attirer à terre les fardeaux qui ſe trouvent ſur les gros bateaux, comme pierres, *&c.*

Un des grands inconvéniens du *cabeſtan*, c'eſt que la corde qui ſe roule deſſus deſcendant de ſa groſſeur à chaque tour, il arrive que, quand elle eſt parvenue tout-à-fait au bas du cylindre, le *cabeſtan* ne peut plus virer, & l'on eſt obligé de choquer, c'eſt-à-dire de prendre des boſſes, de dévirer le *cabeſtan*, de hauſſer le cordage, *&c.* manœuvre qui fait perdre un tems conſidérable. C'eſt pour y remédier que l'Académie des Sciences de Paris propoſa, pour le ſujet du prix de 1739, de trouver un *cabeſtan* qui fût exempt de ces inconvéniens. Elle remit ce prix à 1741; & l'on a imprimé, en 1745, les quatre pièces qu'elle crut devoir couronner, avec trois *acceſſit*. L'Académie dit, dans ſon avertiſſement, qu'elle n'a trouvé aucun des *cabeſtans* propoſés exempt d'inconvéniens. Cela n'empêche pas néanmoins, comme l'Académie l'obſerve, que ces pièces, ſur-tout les quatre pièces couronnées, & parmi les *acceſſit*, celle de M. l'abbé Fenel, ne contiennent d'excellentes choſes, principalement par rapport à la Théorie. Nous y renvoyons nos lecteurs. (*O*)

CAD

CADMUS, nom de la conſtellation du ſerpentaire.

CADRAN SOLAIRE, (*Aſtronom., Gnomoniq.*) eſt un inſtrument propre à montrer l'heure qu'il eſt; ou une ſurface ſur laquelle ſont tracées des lignes qui indiquent l'heure par l'ombre d'un ſtyle, ou par un rayon ſolaire.

On fait auſſi des *cadrans* pour trouver l'heure par les étoiles. La ſcience des *cadrans* s'appelle Gnomonique, nous en donnerons l'hiſtoire au mot *Gnomonique*: nous allons décrire ici les différentes eſpèces de *cadrans*, avec les principes, les démonſtrations & les régles de pratique néceſſaires pour les bien entendre & les exécuter.

I. *Cadran équinoxial*: le premier objet de tout *cadran ſolaire* n'eſt autre choſe que l'art de diviſer en 24 heures égales le mouvement du ſoleil; ainſi,

le premier & le plus ſimple de ſes moyens doit être de placer un cercle diviſé en 24 parties égales, de manière que le ſoleil en parcoure la circonférence, & réponde en 24^h à ſes 24 parties. Pour cela, il ne faut que le placer parallèlement à l'équateur, & c'eſt-là le *cadran équinoxial*.

Le cas le plus ſimple du *cadran équinoxial* eſt celui où le ſoleil eſt dans l'équateur; & l'obſervateur placé ſous la ligne équinoxiale: il faut alors que le plan du cercle ou du *cadran* ſoit vertical; & ſi on le dirige le matin vers le ſoleil levant, on eſt sûr que le ſoleil le ſuivra juſqu'à ſon coucher. L'axe où le ſtyle qu'on aura placé perpendiculairement au cercle & dans le centre, jettera ſon ombre ſur les 12 parties égales pendant les 12 heures du jour.

Si l'on étoit ſous le pole, ce ſeroit un cercle horizontal qui formeroit en tout tems une diviſion du mouvement diurne en 24 parties égales. Si l'obſervateur s'avance vers un des poles, l'équateur s'abaiſſera d'autant, & le cercle qui doit ſervir de *cadran* devra être incliné de même; par exemple, à Paris de 41 degrés.

Nous prendrons donc ici un cercle diviſé en 24 parties, nous l'inclinerons à l'horizon de 41^d, ce qui ſe peut faire avec un triangle de bois, dont un côté ſoit à l'autre comme ſept à huit, le plus grand côté étant placé horizontalement; nous dirigerons le cercle vers le ſoleil le matin, le jour de l'équinoxe, ſans changer cette inclinaiſon, & nous ſerons sûrs que le ſoleil ſuivra le cercle pendant toute la journée, parce qu'ils ſont l'un & l'autre dans l'équateur.

Si l'on ignoroit la hauteur de l'équateur, on pourroit encore y ſuppléer; on dirigeroit le matin le cercle vers le ſoleil, & marquant la ligne de ce plan qui auroit été dirigée vers le ſoleil, on tiendroit cette ligne immobile, & vers le tems de midi, on feroit tourner ce cercle autour de cette ligne fixe pour le diriger encore vers le ſoleil; & comme deux lignes déterminent un plan, le cercle ſe trouveroit encore par-là dans le plan de l'équateur.

On ſeroit la même choſe en élevant le plan du cercle vers le midi, à la hauteur du ſoleil lorſqu'il ceſſe de monter ſenſiblement, & ſans changer cette hauteur du plan, on le tourneroit le ſoir à droite ou à gauche pour le diriger vers le ſoleil.

Dans le cas où le ſoleil n'eſt pas dans l'équateur, mais où il a une déclinaiſon, il faut élever au centre du cercle un ſtyle, qui, ſur le rayon du cercle ſoutende un angle égal à cette déclinaiſon au-deſſus ou au-deſſous du plan; alors les cercles horaires paſſant tous par les 12 rayons & par le ſtyle, l'ombre du ſtyle répondra ſur les 12 lignes horaires. En effet, les cercles horaires qui paſſent tous par les poles, marquent néceſſairement les heures; quand le ſoleil eſt à 15 degrés du méridien ou dans un cercle horaire qui fait avec le méridien un angle de 15 degrés; il eſt néceſſairement une heure de tems vrai, quelle que ſoit la déclinaiſon du ſoleil. *Voyez* ANGLE HORAIRE.

Si la déclinaiſon n'eſt pas connue exactement, il faut mettre le ſtyle égal aux quantités ſuivantes que j'ai calculées en centièmes du rayon; ce ſeront des lignes du pied de roi, en ſuppoſant le rayon du cercle de 8 pouces & un tiers.

Table de la longueur du ſtyle néceſſaire pour former & placer un cadran équinoxial.

Déclinaiſon.	Jours de l'année où le ſoleil a cette déclinaiſon.				Longueurs du ſtyle.
2°	15 mars	25 mars	17 ſept.	27 ſept.	3 1/8
4	10	30	12	3 oct.	7
6	5 mars	4 avril	7	8	10 5/8
8	27 fév.	10	1 ſept.	13	14
10	22	15	25 août	19	18
12	16	21	21	24	21
14	21	27 avril	15	30 oct.	25
16	4 fév.	4 mai	8	6 nov.	29
18	28 janv.	11	1 août	13	32 1/2
20	20 janv.	20	23 juillet	21 nov.	36
22	9 janv.	31 Mai	12 juillet	2 déc.	40
23 1/2		21 juin		21 déc.	43 1/2

Si l'on manquoit même de cette table, on feroit varier le ſtyle & l'angle du plan juſqu'à ce qu'on eût le matin & le ſoir deux ombres égales; alors le *cadran* ſeroit orienté, quelque fut la longueur du ſtyle.

Enfin, ſi l'on ignoroit entièrement la déclinaiſon, il faudroit d'abord orienter le *cadran* par deux ombres égales le matin & le ſoir, & le lendemain l'élever aux environs de midi juſqu'à ce que l'ombre fût encore égale à celles du matin & du ſoir.

Ainſi, l'on peut faire un *cadran équinoxial* avec la première planche qui ſe trouve, ſans connoître ni la latitude du lieu, ni la déclinaiſon du ſoleil, pourvu que l'ombre du ſtyle ſoit de la même longueur pendant quelques heures avant & après midi; ſi l'ombre eſt plus grande le matin que le ſoir, c'eſt une preuve que le *cadran* regardoit trop le couchant; ſi elle eſt plus grande à midi & que ce ſoit dans la face ſupérieure du *cadran*, c'eſt une preuve que le cadran eſt trop relevé, & on l'abaiſſe pour la rendre égale.

Si l'on ſait la déclinaiſon du ſoleil & que l'on faſſe le ſtyle égal à la tangente de cette déclinaiſon, & l'inclinaiſon du plan égale à la hauteur de l'équateur, le *cadran* ſera placé dès le premier moment où l'on aura vu le ſoleil; & plus l'on ſera près de ſix heures, plus la poſition ſera exacte. Il ſuffira que l'ombre du ſtyle vienne ſur la circonference du cercle.

Digitized by Google

Quand même il ne ſeroit pas élevé convenablement, s'il eſt bien orienté & que la ligne de ſix heures ſoit horizontale, il marquera très-juſte aux environs de ſix heures & de midi : il n'y aura que les heures intermédiaires qui pourront être défectueuſes.

Comme l'ombre de la pointe d'un ſtyle eſt mal terminée, on peut ſe ſervir d'un ſtyle au bout duquel il y ait un petit bouton, ou mieux encore un petit trou qui ſoit de l'orient à l'occident, & qu'on puiſſe tourner pour l'obſervation du midi. Je néglige le changement de déclinaiſon dans l'eſpace de quelques heures; l'erreur qui en réſulte ſe corrigeroit facilement dans la ſaiſon oppoſée ou le changement ſe feroit en ſens contraire, mais elle eſt indifférente dans l'uſage ordinaire.

Le *cadran équinoxial* doit avoir deux faces, une au nord pour les tems ou le ſoleil a une déclinaiſon boréale, une au midi pour les déclinaiſons auſtrales, à moins qu'il ne ſoit tranſparent ou évidé. Le ſtyle paſſe au travers & marque ſur les deux faces. Si l'on veut qu'il marque le jour même de l'équinoxe, il faut qu'il y ait un rebord ou un anneau ſur une partie de ſa circonférence, pour recevoir l'ombre du ſtyle.

On trouve preſque par-tout de petits *cadrans* à bouſſole dans de petites boîtes carrées d'yvoire, appellées vulgairement *cadrans de Dieppe*; le deſſus de la boîte ſert de *cadran équinoxial*, en plaçant au centre un ſtyle ou une épingle, & l'inclinant pour la latitude du lieu par le moyen d'un petit ſupport qui eſt placé deſſous.

On voit dans la *figure 246 des planches d'Aſtronomie*, un cercle diviſé en parties égales, avec les heures marquées tout au tour, comme elles doivent l'être ſur le *cadran équinoxial*. La figure 247 repréſente un *cadran équinoxial*, monté à la hauteur du pole par le moyen d'un quart de cercle *A E* avec ſon ſtyle *B D*, la bouſſole *G* qui ſert à l'orienter; cet inſtrument n'a pas beſoin d'explication. Un des avantages du *cadran* que nous venons d'expliquer, c'eſt qu'on peut ſe tromper ſenſiblement ſur la poſition du cercle, ſans qu'il en réſulte une erreur ſenſible pour les heures marquées ſur le *cadran*.

II. L'*anneau aſtronomique* eſt une eſpèce de *cadran équinoxial portatif*, & qui s'oriente de lui-même à-peu-près de la façon que nous avons expliquée en indiquant la conſtruction du *cadran équinoxial*, nous en avons donné la deſcription au mot *Anneau*.

III. Le *cadran ſphérique* eſt auſſi naturel & auſſi ſimple que le *cadran équinoxial*; il eſt donné immédiatement par ſa nature & la direction du mouvement diurne. Je ſuppoſe qu'on ait un globe iſolé, comme on en voit dans les jardins expoſés au ſoleil & qu'on ait un ſtyle qui puiſſe s'appliquer perpendiculairement à la ſurface du globe dans tous ſes points par le moyen de trois pieds.

Si le ſtyle eſt creux de manière qu'un rayon ſolaire puiſſe paſſer au travers dans toute ſa longueur, on marquera une ſuite de points pendant quelques heures, & ce ſera le parallèle diurne du ſoleil pour ce jour-là. Il n'en faut pas davantage pour tracer tout le *cadran* & tous les cercles de la ſphère du monde avec la plus grande facilité.

Ayant cherché les points du globe qui ſont à égales diſtances de tous les points du cercle qu'on a décrit, on aura les poles de l'équateur. Le cercle qui ſera dans le milieu à la même diſtance des deux poles ſera l'équateur.

Le point le plus élevé de l'équateur ſera le point de midi.

Les deux points qui ſeront ſitués horizontalement à la hauteur du centre, ſeront les points de ſix heures. Les autres heures ſeront dans les points intermédiaires de 15 en 15 degrés.

On ſera mouvoir autour des deux poles un demi-cercle horaire, que l'on tournera vers le ſoleil quand on voudra ſavoir l'heure qu'il eſt, juſqu'à ce qu'il couvre ſon ombre exactement, il ſera dès-lors dirigé vers le ſoleil.

Comme il y a toujours la moitié de ce globe, & la moitié de ſon équateur éclairée par le ſoleil, la ſéparation de la lumière & de l'ombre ſuffiroit pour indiquer l'heure qu'il eſt; car à midi cette limite doit tomber ſur les points de ſix heures, & à ſix heures ſur ceux de midi & de minuit : mais cette ombre étant mal terminée & la ſéparation difficile à diſtinguer, il vaut mieux ſe ſervir d'un demi-cercle mobile.

Si l'on faiſoit les mêmes opérations au printems & en automne, on trouveroit deux équateurs différens de douze minutes, à cauſe du changement de déclinaiſon du ſoleil, & l'on prendroit le milieu; mais cette différence n'eſt d'aucune importance pour les heures du *cadran*; elle eſt même abſolument inſenſible ſur un globe d'un pied de diamètre, & c'eſt à-peu-près la grandeur qu'on peut donner à de pareils *cadrans*.

IV. CADRAN *horizontal*. Le *cadran* le plus commun & le plus facile dans l'uſage ordinaire, eſt le *cadran* horizontal qu'on place ſur une fenêtre, ſur un pilier dans un jardin, & qu'on tranſporte à volonté; ainſi, nous l'expliquerons avec tout le détail néceſſaire, & par toutes les méthodes qu'on peut y employer.

La théorie commence à être ici un peu plus compliquée que pour le *cadran* équinoxial; mais on peut ſe paſſer, dans la pratique, de cette théorie : cependant, comme les principes doivent être établis & démontrés dans cet ouvrage, nous allons tâcher de les rendre clairs, en nous ſervant du *cadran* équinoxial pour trouver la conſtruction du *cadran* horizontal.

Commençons par donner une idée de la projection gnomonique ou de l'interſection des cercles horaires, avec le plan d'un *cadran*. Imaginons une petite ſphère ſemblable à la terre, qui aura ſon horizon parallèle au nôtre, ſon axe élevé &

parallele à celui de la terre, ſon équateur placé dans le même ſens que le cercle équinoxial du monde, ſes cercles horaires ſitués de la même manière.

Le ſoleil étant à l'horizon de Paris, ſera auſſi dans l'horizon de ce globe, car ils ſont parallèles; & la diſtance du ſoleil eſt ſi grande, que la différence eſt inſenſible entre le centre de la terre & le centre d'un globe ſitué à la ſurface de la terre.

Quand le ſoleil ſera dans le méridien du lieu, il ſera dans le méridien du globe, *&c.*

A ſix heures, le ſoleil eſt dans un cercle horaire perpendiculaire au méridien : il voit donc l'axe de côté & perpendiculairement; tous ſes rayons viſuels ſont perpendiculaires à l'axe, au méridien & à la méridienne, & parallèles à l'horizon; ainſi, l'ombre de cet axe ſera perpendiculaire à l'ombre méridienne. D'ailleurs le ſoleil & l'axe ſont dans le plan du cercle de ſix heures, qui coupe l'horizon à l'*eſt* & à l'*oueſt*; ainſi, l'ombre ne peut ſortir de ce plan, & coupera l'horizon ſur la ligne qui va de l'orient à l'occident.

Si la terre devenoit tranſparente, & que nous viſſions notre axe former une ombre ſur l'horizon, à ſix heures nous la verrions perpendiculaire à la ligne de midi. Ainſi, la ligne de ſix heures eſt la ſection de l'horizon & du cercle horaire de 90° ou de ſix heures, ſoit dans l'intérieur de la terre, ſoit ſur un autre globe quelconque qui auroit, comme la terre, ſon horizon, ſon axe, ſon cercle de ſix heures.

Cette ſection ſur l'horizon eſt le premier article fondamental qu'il faut avoir bien conçu avant d'aller plus loin. Le ſoleil, à ſix heures, eſt toujours à 90° du méridien, plus ou moins près du pole ou de l'équateur, plus ou moins élevé ſur l'horizon, mais toujours dans le cercle horaire de ſix heures. Le ſoleil, l'axe, l'ombre de cet axe, & par conſéquent la ligne d'ombre ou la ligne horaire du *cadran*, ſont dans ce plan. Sur quelque plan que vous receviez cette ombre, vous y aurez une ligne horaire de ſix heures, & cette ligne ſera toujours la commune ſection du cercle de ſix heures & du plan où vous recevez l'ombre : car la commune ſection de deux plans ou de deux cercles eſt la rencontre de ces cercles ou plans, prolongés ou non prolongés; c'eſt la ligne qu'un de ces plans vous cache ſur l'autre plan quand vous bornoyez dans le premier; c'eſt le tracé de toutes les lignes du premier à leur rencontre ſur le ſecond.

Ainſi, toute ligne qui ſera, dans le cercle de ſix heures, placée en quelque ſens que ce ſoit, aura toujours ſon ombre ſur la commune ſection de ce cercle & du plan où vous la recevrez.

Si l'on choiſit l'axe, c'eſt parce que l'axe appartient non-ſeulement à cette heure, mais à toutes les autres & à tous les cercles horaires.

Ce que j'ai dit du cercle de ſix heures a lieu pour tous les autres cercles horaires dont il faut avoir les interſections ſur l'horizon, & ce ſeront les lignes horaires du *cadran* horizontal.

Ainſi, pour faire un *cadran* horizontal, il ne faut que placer un axe parallèle à l'axe du monde, concevoir les cercles de 1, 2, 3, 4, 5 heures à 15, 30, 45, 60, 75 degrés du méridien, & marquer ſur le plan horizontal leur trace ou leur ſection.

Pour cela, il ſuffit d'avoir un point de chacune de ces lignes horaires, car l'axe marque un point commun à toutes les lignes, & nous l'appellerons le *centre du cadran*; c'eſt le point où l'axe, le ſtyle, l'aiguille du *cadran*, coupe le plan de ce même *cadran*. Pour avoir un point de ſection de la ligne d'une heure ſur le plan du *cadran*, on concevra l'axe *C A*, figure 250 relevé au-deſſus du plan, & incliné de 49°, ſi c'eſt pour Paris; une ligne *A E* qui lui ſera perpendiculaire, & qui repréſentera un rayon de l'équateur qui eſt néceſſairement perpendiculaire à l'axe du monde. Par cette ligne *A E*, l'on concevra un plan perpendiculaire à l'axe *A C*, & ce ſera le plan de l'équateur; il coupera la méridienne *C P D* & le plan horizontal du *cadran* ſur la ligne *E H*, qui ſera la commune ſection de l'équateur & du plan, ou la ligne équinoxiale du *cadran*.

Tranſportons le rayon *A E* de l'équateur ſur *E D*, & du centre *D* décrivons le cercle *E Q*. Prenons un arc *E F* de 45°, & tirons le rayon *D F G*, je dis que le point *G* de l'équinoxiale eſt le point cherché, où le cercle de 45° ou de neuf heures du matin coupe l'équinoxiale, enſorte que la ligne *C G* ſera la ligne de neuf heures.

En effet, le point *A* étant le centre de l'équateur relevé au-deſſus du plan, & le plan de l'équateur paſſant en *E*, la ligne *B E H* eſt tangente à l'équateur, ainſi qu'au cercle *E Q*. Si l'on prend 45° de l'équateur à la droite du point *E*, & qu'on tire par le centre *A* un rayon à ce point de 45°, il ira rencontrer la tangente *E H* au point *G*; le plan paſſant par la ligne *C A* & par le point *G*, ſera un angle de 45° avec le plan du méridien *C A E*; car cet angle ſera meſuré par les 45° de l'équateur, les angles des plans étant toujours meſurés par l'angle de deux lignes perpendiculaires à la commune ſection : ainſi, la ligne *A E* & la ligne qu'on ſuppoſe aller de *A* en *G* étant, dans le plan de l'équateur, perpendiculaire à l'axe *C A* qui eſt leur commune ſection, elles meſurent l'angle des deux plans du méridien & du cercle horaire; mais l'un paſſe en *E*, donc l'autre paſſe en *G*, le point *C* étant commun.

Ce que j'ai fait avec 45° pour trois heures de diſtance au méridien, ſe fera avec 30° pour deux heures, avec 15° pour une heure, & ainſi de ſuite : les lignes de la gauche ſont pareilles à celles de la droite. On voit dans la *figure 250*, un *cadran* horizontal tracé pour la latitude de Paris.

Digitized by Google

Nous pouvons chercher une expreſſion géométrique de l'angle que nous venons de trouver; nous prendrons CE pour unité ou pour rayon; AE ſera le ſinus de la hauteur du pole, par exemple, de 49° pour Paris; ED ſera auſſi le ſinus de 49°; & comme EG eſt la tangente de 45° pour le rayon ED, elle ſera en parties du rayon CE, égale à ſin. 49° tang. 45° : mais EG eſt la tangente de l'angle de trois heures ſur le *cadran*, ou de l'angle ECG pour le rayon même que nous avons choiſi; d'où il ſuit que l'angle cherché ou l'angle du *cadran* pour trois heures eſt tel que ſa tangente, eſt égale au produit du ſinus de la latitude par la tangente de l'angle horaire.

Voici une table des angles des lignes horaires dans un *cadran* horizontal pour 48° 50′ de latitude à chaque demi-heure.

Il y a des tables pareilles pour différentes latitudes dans la Gnomonique de M. de Parcieux, &c.

Matin.	*Deg.*	*Min.*	*Soir.*
XII	0	0	
	5	39	
XI	11	25	I
	17	18	
X	23	29	II
	30	1	
IX	36	58	III
	44	26	
VIII	52	31	IV
	61	11	
VII	70	24	V
	80	5	
VI	90	0	VI
	99	55	
V	109	36	VII
	118	49	
IV	127	29	VIII

L'expreſſion que je viens de démontrer pour les angles d'un *cadran* horizontal, fournit une conſtruction qui eſt plus commode, à certains égards, que celle dont nous avons fait uſage, en ſuivant la poſition de l'équateur, & conſidérant les interſections naturelles des lignes horaires ſur l'equinoxiale.

On prendra un arc PZ, *fig. 251*, égal au complément de la hauteur du pole, & ZO égal à l'angle de 15° ſi c'eſt pour une heure, &c., ainſi que l'arc GF; ayant tiré les lignes FD & OB perpendiculaires ſur CZ, & DE perpendiculaire ſur CP, on prendra BA égale à CE, & la ligne CA ſera la ligne d'une heure, CZ étant priſe pour la méridienne.

En effet, par la conſtruction CD = ſin. 15°, CE = ſin. lat. ſin. 15° = BA; CB = cof. 15°, donc $\frac{BA}{BC}$ = tang. BCA = $\frac{\text{ſin. 15°}}{\text{cof. 15°}}$ ſin. lat. = tang. 15° ſin. lat. ce qui eſt l'expreſſion de l'angle d'une heure ſur le *cadran*, comme nous l'avons déjà démontré.

On évite, par cette conſtruction, de ſe ſervir des tangentes qui, en approchant de 90°, ſont trop longues, & exigeroient une trop grande figure. Il y a pluſieurs autres méthodes pour tracer un *cadran* horizontal; Lambert & M. Caſtillon en ont donné dans les ſupplémens de l'Encyclopédie. On peut y employer une ellipſe, ſuivant M. Ferguſſon; mais de ſi longs détails ne ſont pas du reſſort de cet ouvrage.

Le calcul trigonométrique donne encore la même expreſſion pour les lignes du *cadran* horizontal. Soit PX, *fig. 40* d'Aſtronomie, le cercle horaire d'une heure, qui fait avec le méridien $PZEH$ un angle de 15°, & qui coupe en X l'horizon HO; le point X eſt celui où ſe dirige néceſſairement la ligne d'une heure dans le *cadran* horizontal, puiſque cette ligne eſt la ſection du cercle d'une heure avec l'horizon. Il ne s'agit donc que de trouver l'arc HX ou l'arc XO. Dans le triangle POX rectangle en O, on a, par les règles de la Trigonométrie ſphérique, cette proportion. Le rayon eſt au ſinus du côté PO ou de la hauteur du pole, comme la tangente de l'angle P eſt à la tangente du côté oppoſé XO; ainſi, la tangente de cet arc ou la tangente de ſon ſupplément, qui eſt l'angle d'une heure ſur le *cadran* horizontal, eſt égale à la tangente de 15°, multipliée par le ſinus de la latitude.

On a cherché à éviter ce calcul par des échelles gnomoniques, ſemblables aux différentes lignes des compas de proportion; & M. Caſtillon a donné de grands détails à ce ſujet dans les ſupplémens de l'Encyclopédie.

Les étuis de Mathématiques qui nous viennent d'Angleterre, contiennent en effet deux échelles par leſquelles on conſtruit les *cadrans* ſolaires avec autant d'exactitude que de facilité, pour quelque hauteur du pole que ce ſoit : elles devroient ſe trouver dans tous les compas de proportion; cependant elles ſont peu connues en France. Clavius en parla dans ſes *Œuvres mathématiques* imprimées en 1612, & Van-Schooten en donna la démonſtration dans ſes *Exercices mathématiques*, *liv. v*, *ſect. 29*, *pag. 510 & ſuiv.* (*édition de* J. Elzevir, 1657.)

Van-Schooten en attribue l'invention à Samuel Foiſler, profeſſeur d'Aſtronomie dans le collége de Gresham à Londres, qui, en 1638, publia à ce ſujet un traité, intitulé : *The art of dialing, by a new eaſy and moſt ſpeedit way.* Jean Collin décrit au long cette méthode dans un livre, intitulé : *The deſcription and uſes of a great univerſal*

Digitized by Google

quadrant, imprimé à Londres en 1658 : cet auteur en attribue l'invention à Jean Ferrero, Eſpagnol. Harris en parle dans ſon *Lexicon technicum*, article *Dialling-lines*. Krafft en a donné une démonſtration algébrique dans le treizième tome des *Mémoires de Petersbourg pour les années 1741—43, pag. 255 & ſuiv.* Enfin M. Lambert, de l'académie royale des ſciences & belles-lettres de Berlin, dans ſes *Remarques* pour étendre l'uſage des Mathématiques pratiques, *tom. 3*, imprimé en allemand à Berlin 1772, ſous le titre de *propriété particulière des tangentes*, ſe propoſe la choſe comme un problème qu'il réſout par le calcul d'une manière plus ſimple que n'avoit fait Krafft. Sa méthode eſt expliquée fort au long dans les ſuppléments de l'Encyclopédie, au mot *cadran*: mais ces calculs ſont trop longs & trop abſtraits pour devoir trouver place dans une Encyclopédie; ils ſeroient bons tout au plus dans un grand traité de Gnomonique.

Lorſque le *cadran* eſt tracé, il faut y placer le ſtyle ou l'axe, c'eſt-à-dire, une ligne qui faſſe avec le *cadran* un angle égal à la hauteur du pole, ou une plaque de métal dont les côtés faſſent le même angle.

Si le *cadran* eſt un peu grand, la plaque devant être épaiſſe, c'eſt le bord occidental du ſtyle qui doit marquer le matin, & le bord oriental pour le ſoir : dans ce cas, il faut tracer deux méridiennes parallèles entr'elles & ſéparées d'une quantité égale à l'épaiſſeur du ſtyle, & l'on a comme deux moitiés de *cadran* éloignées de cette quantité. On le voit ainſi dans la *figure 274*.

Lorſqu'un *cadran* ſolaire eſt tracé ſur une pièce de cuivre, ſur une ardoiſe, ſur une pierre ou ſur une planche bien dreſſée, & qu'on y a fixé le ſtyle, il s'agit de le placer dans la direction de la méridienne, ou de l'orienter; il faut d'abord qu'il ſoit bien horizontal : on ſe ſert pour cela d'un niveau, ou bien on ſe contente d'y verſer un peu d'eau pour voir ſi elle ne coule d'aucun côté.

L'orientation du *cadran* ſe peut faire par le moyen de la bouſſole; mais il faut bien avoir égard à la déclinaiſon de l'aiguille, qui eſt actuellement de 21° à Paris, & qui eſt différente ſuivant les tems & les lieux. Les bouſſoles ſont ſujettes à nous tromper; une barre de fer qu'on ne voit pas peut déranger l'aiguille.

Il vaut donc mieux tracer une ligne méridienne par les méthodes que nous indiquerons *au mot* MÉRIDIENNE, comme par des hauteurs correſpondantes, par des cercles concentriques, ou par le moyen de l'étoile polaire, en prenant le moment où l'étoile de la racine de la grande ourſe paſſe au-deſſous de l'étoile polaire.

On peut encore ſe ſervir d'une ſeule hauteur en cherchant l'azimut par la figure de l'analemme, expliquée *au mot* PROJECTION. En effet, ſi l'on a obſervé à un certain moment la longueur de l'ombre TQ, *fig. 252*, d'un ſtyle BT, & qu'on faſſe un triangle BTQ, on aura la hauteur HB du ſoleil : ayant décrit le demi-cercle HBO, on prendra PO égal à la hauteur du pole; on tirera la ligne PQ pour repréſenter l'axe du monde; & une perpendiculaire EQ pour faire le demi-diamètre de l'équateur, tandis que HQO ſera le diamètre de l'horizon. On prendra l'arc EM égal à la déclinaiſon du ſoleil, & la perpendiculaire MA ſera le rayon du parallèle du ſoleil pour le jour donné. Du point B qui marque la hauteur du ſoleil par l'obſervation, l'on menera la ligne horizontale BC, qui marquera le diamètre de l'almicantarat du ſoleil; elle coupera la ligne MA au point S, qui ſera la projection du lieu du ſoleil, & la ligne verticale ZQ au point G, qui ſera le centre de l'almicantarat : donc l'intervalle GS ſera le ſinus de l'azimut ſur le petit cercle, ou le ſinus de la diſtance au vrai point d'orient ou d'occident. Ainſi, en portant le double de GS ſur la ligne des cordes d'un compas de proportion, ouvert pour le rayon BG, qui eſt la corde de 60°, l'on aura un nombre de degrés, dont la moitié ſera la diſtance du ſoleil au point d'orient ou d'occident. Le complément ſera ſon azimut ou ſa diſtance horizontale au vrai point de midi; ce qui ſuffira pour tracer une méridienne, ou pour orienter le *cadran*, en faiſant avec la ligne de l'ombre un angle égal à celui de la méridienne avec la ligne d'ombre qu'on a marquée.

Cet azimut du ſoleil peut ſe trouver également par le calcul trigonométrique; mais l'opération graphique dont je viens de parler eſt bien ſuffiſante dans la pratique.

Avec un ſeul point d'ombre pris ſur un plan horizontal, on peut trouver le centre du *cadran*, & par conſéquent avoir la méridienne. Soit S (*fig. 253 d'Aſtr.*) la pointe d'un ſtyle élevé ſur un plan horizontal, ou une plaque percée d'un trou, & dont le rayon tombe en R, P le pied du ſtyle ou le point qui répond perpendiculairement au-deſſous de S, & C le centre que l'on cherche. La longueur de la ligne SC eſt facile à connoître; car c'eſt l'hypothénuſe d'un triangle dont SP eſt le côté, & l'angle SCP égal à la hauteur du pole : ainſi SC eſt égal à SP diviſé par le ſinus de la hauteur du pole, & on peut la trouver avec le compas en faiſant un triangle. On meſure la longueur SR du rayon ſolaire; on connoît auſſi l'angle CSR, qui eſt le complément de la déclinaiſon du ſoleil; on peut calculer RC, ou la trouver graphiquement en faiſant un triangle, dont les deux côtés & l'angle connu ſoient ceux du triangle CSR : quand on aura la longueur RC, on décrira avec ce rayon un arc de cercle dont R ſoit le centre. On prendra ſur cet arc un point qui ſoit éloigné de la pointe du ſtyle S de la quantité SC qui a été trouvée, & ce point ſera le centre du *cadran*, ou le point par lequel on peut mener la méridienne. PC.

L'inégalité des intervalles entre les lignes ho-

Digitized by Google

raires d'un *cadran* horizontal fournit encore un moyen fort ſimple pour orienter un *cadran*, ſi l'on a une montre qui ne varie pas dans l'eſpace de quelques heures; car ayant mis le *cadran* à-peu-près dans la ſituation qu'on eſtime qu'il doit avoir, on mettra la montre d'accord avec le *cadran* à midi ou une heure; ſi elle eſt encore également d'accord à 5 ou 6 heures, c'eſt une preuve que le *cadran* eſt bien orienté.

Il y a un autre moyen pour orienter un *cadran* horizontal, quand il eſt un peu grand: on fera une équerre ou un triangle rectangle *C S B*, (*fig. 253*) dont les côtés *C S* & *C B* puiſſent s'ajuſter exactement ſur l'axe du *cadran*, & ſur une ligne horaire comme celle de ſix heures: l'extrémité *B* marquera le point de l'équinoxe; & ſi l'on fait au ſommet *S* du ſtyle un angle *B S R*, égal à la déclinaiſon du ſoleil pour un jour quelconque, le point *R* marquera le point où doit paſſer l'ombre ce jour-là ſur la ligne de ſix heures. Ce point *R* tombera en dedans du triangle *C S B*, ſi la déclinaiſon du ſoleil eſt auſtrale: alors il ne s'agira que de tourner le *cadran* horizontalement, de manière que l'ombre du point *S* vienne ſur le point *R* qu'on a marqué, & y vienne quand cette ombre ſera ſur la ligne de 6 heures: le tâtonnement n'eſt pas difficile.

Si l'on veut attendre le jour de l'équinoxe pour orienter un *cadran*, la ligne équinoxiale qui a ſervi à le tracer, ſervira auſſi à le placer; car ſi l'ombre du ſommet du ſtyle tombe ſur l'équinoxiale, un peu loin du midi, l'on eſt sûr que le *cadran* eſt bien placé.

Enfin on peut orienter un *cadran* horizontal en plaçant ſur la même plaque un *cadran* azimutal, dont nous donnerons ci-après la deſcription, comme dans la *figure 274*. Auſſi-tôt que les deux *cadrans* marqueront la même heure, on ſera sûr qu'ils ſont tous deux bien orientés.

Un *cadran* horizontal fait pour Paris avec ſon ſtyle fixe, peut ſervir à toutes les latitudes, en l'inclinant de la quantité dont on a changé de latitude; par exemple, à 51° de latitude, il ſuffit d'incliner le *cadran* de 2° vers le midi. Sous l'équateur, on élevera le plan du *cadran* de 49°; ſon ſtyle deviendra parallèle à l'horizon, & marquera ſur le plan du *cadran* incliné les mêmes heures qu'il marquoit quand le *cadran* étoit horizontal, & le ſtyle incliné ou élevé de 49° comme le pole. C'eſt ſur ce principe qu'étoit fondé le *cadran univerſel & à méridienne*, décrit par Julien le Roi, horloger célèbre de Paris, & père de quatre fils qui ſe ſont diſtingués dans différentes carrières. On trouve de tems en tems de ces *cadrans*, où il y a une platine à charnière qui peut s'incliner à différentes latitudes ſur la platine horizontale qui porte la bouſſole.

V. CADRAN *méridional*, eſt un *cadran* vertical qui eſt tourné directement vers le midi, ou celui que l'on décrit ſur la ſurface du premier vertical, qui regarde le midi.

Le ſoleil éclaire le plan du premier vertical qui regarde le midi, lorſque dans ſa courſe il paſſe de ce vertical au méridien, ou qu'il va du méridien au premier vertical; il emploie ſix heures avant midi & ſix heures après, le jour de l'équinoxe, & environ quatre heures & demie avant midi, & quatre heures & demie après, le jour du ſolſtice d'été; en hiver, le ſoleil ne paroît ſur l'horizon qu'après ſix heures: d'où il s'enſuit qu'un *cadran méridional* ne peut marquer les heures que depuis ſix heures du matin juſqu'à ſix heures du ſoir.

La manière de tracer ce *cadran* eſt la même que pour le *cadran* horizontal (*fig. 250*); ſur le vertical qui regarde le midi, tracez une ligne verticale pour ſervir de méridienne *C E D*; faites un angle *A C E* égal à l'élévation de l'équateur, ou au complément de la hauteur du pole; tirez une ligne droite *A E* qui faſſe un angle droit *C A E*, & qui rencontre la perpendiculaire en *E*, par le point *E* tirez la ligne droite *B H* qui coupe la méridienne *C E D* à angles droits. Prenez *E D* égal à *E A*, & avec ce rayon décrivez un quart de cercle *E Q*. Le reſte ſe fait comme dans le *cadran horizontal*, excepté que les heures d'après midi doivent être écrites à main droite, & celles d'avant-midi à main gauche, au contraire du *cadran* horizontal de la figure 250. Enfin au point *A* fixez un ſtyle oblique, qui faſſe un angle égal à l'élévation de l'équateur; ou bien, élevez en *P* un ſtyle perpendiculaire au plan, & égal à *P A*; ou enfin élevez ſur *C P* un triangle *A C P*, qui ſoit perpendiculaire au plan du *cadran*.

L'ombre du ſtyle *C A* couvrira les différentes lignes horaires aux heures qui répondent à ces lignes.

Le *cadran ſeptentrional*, ou le *cadran vertical directement ſeptentrional*, ſe trace ſur la ſurface oppoſée du premier vertical, qui regarde le nord; la manière de le décrire eſt la même, ſi ce n'eſt que le centre eſt en bas, parce que le ſtyle eſt toujours dirigé vers le pole élevé, ou parallèle à l'axe du monde.

Le ſoleil n'éclaire cette ſurface que quand il avance de l'orient au premier vertical, ou qu'il vient de ce même vertical au couchant: de plus le ſoleil eſt dans le premier vertical à ſix heures du matin & à ſix heures du ſoir le jour de l'équinoxe; le jour du ſolſtice d'été il ſe leve ſur l'horizon de Paris à quatre heures, & arrive au premier vertical vers les ſept heures & demie; & en hiver le ſoleil n'éclaire point du tout ce plan ſeptentrional: d'où il eſt évident que le *cadran ſeptentrional* ne peut marquer que les heures d'avant ſept heures & demie du matin, & celles d'après ſept heures & demie du ſoir. C'eſt pourquoi comme dans l'automne & dans l'hiver le ſoleil ne ſe leve pas avant ſix heures, & qu'il ſe couche avant ſix

Digitized by Google

heures du ſoir, on voit que pendant toutes ces deux ſaiſons, le *cadran ſeptentrional* n'eſt d'aucun uſage : mais en le joignant au *cadran méridional*, il ſupplée ce qui manque à celui-ci.

VI. Le *cadran oriental*, ou le *cadran droit directement oriental*, eſt celui que l'on trace ſur le côté du méridien qui regarde l'orient. Comme le ſoleil n'éclaire le plan du méridien qui regarde l'orient qu'avant midi ; un *cadran oriental* ne peut marquer les heures que juſqu'à midi. On tire une ligne droite *A B* (*fig. 254*) parallèle à l'horizon, & une ligne *A K*, qui faſſe avec elle un angle *K A B*, égal à l'élévation de l'équateur. D'un point *D* avec un rayon *D E* pris à volonté, on décrit un cercle ; & par le centre *D*, on tire *E D C* perpendiculaire à *A K* ; le cercle eſt diviſé en quatre quarts : on ſubdiviſe chacun de ces quarts en ſix parties égales ; & du centre *D*, par les différentes diviſions, l'on tire les lignes droites *D 4*, *D 5*, *D 6*, *D 7*, *&c.* & par les points de rencontre de ces rayons & de la tangente *E G*, parallèle à *A D*, on tire les lignes horaires qui ſont toutes parallèles à *E C*. Enfin en *D*, l'on élève un ſtyle égal au rayon *D E* perpendiculairement au plan, ou ſur deux pieds fixés perpendiculairement en *E*, *C*, & égaux au même rayon *D E*, l'on attache un axe ou un ſtyle parallèle au plan du *cadran*, & répondant perpendiculairement ſur la ligne *E C* : c'eſt le ſtyle du *cadran*. Par ce moyen, le bout de l'*index*, ou le ſtyle entier aux différentes heures, jettera ſon ombre ſur les lignes reſpectives 44, 55, 66, *&c.* Le ſtyle eſt toujours dirigé vers le pole ; le cercle *C K E* étant conçu, relevé perpendiculairement au plan du *cadran*, repréſentera l'équateur, & les lignes *E 7*, *E 8*, ſont les tangentes de 15°, de 30°, en partant du cercle de ſix heures.

Le *cadran occidental*, ou le *cadran droit directement occidental*, ſe trace ſur le côté occidental du méridien, par un procédé tout ſemblable.

Comme le ſoleil n'éclaire qu'après midi le côté du plan du méridien, qui regarde l'occident, on voit qu'un *cadran* occidental ne peut marquer les heures que depuis midi juſqu'au ſoleil couchant.

Ainſi, en joignant le *cadran occidental* avec l'*oriental*, ces deux *cadrans* marqueront toutes les heures du jour.

Pour tracer un *cadran occidental*, la conſtruction eſt préciſément la même que celle du *cadran oriental*, excepté que les heures vont en croiſſant de bas en haut, depuis une heure juſqu'à huit.

VII. Le *cadran polaire* eſt celui qu'on trace ſur un plan incliné, qui paſſe par les poles du monde, & par les points de l'orient & de l'occident ſur l'horizon. Il y en a de deux eſpèces ; s'ils regardent le zénit, on les appelle *polaires ſupérieurs* ; s'ils regardent le nadir, ils ſont appellés *polaires inférieurs*.

Ainſi, le *cadran polaire* eſt incliné à l'horizon avec lequel il fait un angle égal à l'élévation du pole : il forme le plan du cercle de ſix heures ; il y a un quart de l'équateur, & de chacun des parallèles à l'équateur, intercepté entre ce plan & le méridien : donc la ſurface ſupérieure eſt éclairée par le ſoleil depuis ſix heures du matin juſqu'à ſix heures du ſoir ; & la ſurface inférieure depuis le lever du ſoleil juſqu'à ſix heures du matin, & depuis ſix heures du ſoir juſqu'au coucher du ſoleil.

C'eſt pourquoi le *cadran polaire inférieur* marque les heures du matin depuis le lever du ſoleil juſqu'à ſix heures, & celles du ſoir depuis ſix heures juſqu'à ſon coucher ; & le *cadran polaire ſupérieur* marque les heures depuis ſix heures du matin juſqu'à ſix heures du ſoir.

Pour tracer un *cadran polaire ſupérieur*, tirez une ligne droite *A B* (*fig. 255*) parallèle à l'horizon ; & ayant choiſi *C E* pour la ligne méridienne, diviſez *C E* en deux parties égales, & par *C* tirez une ligne droite *F G*, parallèle à *A B* ; enſuite d'un centre *D* avec l'intervalle *D E*, décrivez un quart de cercle, & diviſez-le en ſix parties égales : du centre *D*, par les différens points de diviſion, tirez les lignes droites *D 1*, *D 2*, *D 3*, *D 4*, *D 5*, juſqu'à la tangente *E B* ; portez les mêmes intervalles à gauche ou à l'occident pour le matin, & des points 5, 4, 3, 2, 1, *&c.* élevez des perpendiculaires qui rencontrent la ligne *F G* aux points correſpondans, ce ſeront les lignes horaires. Enfin élevez en *D* un ſtyle perpendiculaire égal à *D E* ; ou ſur deux ſtyles égaux à cette même ligne *D E*, placez une règle horizontale, parallèle à *E C* ; ſon ombre marquera les heures en tombant ſur les lignes marquées 1, 2, 3, qui ſont les lignes horaires ; leurs intervalles ſont les tangentes des angles horaires 15°, 30°, *&c.* Si l'on conçoit le quart de cercle *E G* relevé perpendiculairement au plan du *cadran*, de manière que le centre *D* réponde perpendiculairement ſur le point *E*, ce cercle repréſentera l'équateur, & l'on concevra facilement que le ſoleil décrivant l'équateur, les rayons *D 1*, *D 2*, ſeront dirigés vers le ſoleil, à une heure, à deux heures, & ainſi des autres.

Un *cadran polaire ſupérieur* ne diffère des *cadrans orientaux* & *occidentaux* que par ſa ſituation, & que par la manière d'écrire les heures ; ce qui fait la ligne du midi pour un *cadran polaire*, eſt la ligne de 6 heures pour les *cadrans orientaux* ou *occidentaux*.

On a un *cadran polaire inférieur* en ſupprimant les heures d'avant midi, 9, 10, *&c.* & celles d'après midi, 1, 2, *&c.* & en ne laiſſant que les heures 7 & 8 du matin, & 4 & 5 du ſoir, qui deviendront alors les heures 7 & 8 du ſoir, & 4 & 5 du matin, en retournant le *cadran*.

On trouve ſur les petits *cadrans* d'ivoire, qui ſont communs par-tout, un *cadran polaire* tracé, avec des courbes, qui marquent les arcs des ſignes. Pour s'en ſervir, il faut orienter la boîte du *cadran*,

du *cadran*, élever le couvercle vers le pole du monde, & planter au centre une épingle ou un ſtyle, dont la longueur ſoit égale à *D E* ou *D G*, c'eſt-à-dire, à la diſtance qu'il y a ſur le *cadran* entre la ligne de midi & celle de trois heures.

CADRAN *vertical déclinant*. Tous les *cadrans* dont nous venons de parler, ſont des cas particuliers de la Gnomonique : nous paſſons à des méthodes plus générales.

Le *cadran vertical déclinant* eſt celui que l'on pratique le plus ſur les murailles. Nous expliquerons huit méthodes différentes pour le faire, ou du moins pour en déterminer la partie fondamentale.

Mais il eſt néceſſaire d'avertir que la plupart des murailles ont une inclinaiſon qu'il faut corriger par une couche de plâtre bien verticale & bien plane, ſi l'on veut employer exactement les méthodes que je vais décrire.

La premiere méthode ſuppoſe un *cadran* équinoxial, qui eſt le premier & le plus ſimple de tous les *cadrans*, déjà fait & placé devant le mur ſur lequel on veut tracer un *cadran vertical*; le ſtyle du *cadran* équinoxial prolongé juſqu'à la muraille, marquera la place, la direction & la ſituation du ſtyle; car c'eſt toujours parallélement à l'axe du monde que le ſtyle doit être placé, dans l'un comme dans l'autre.

Les lignes du *cadran* équinoxial, prolongées en droiture juſques à la muraille, y marqueront chacune un point par où doit paſſer la ligne correſpondante du *cadran vertical*. Le centre du *cadran* eſt un autre point commun à toutes ces lignes : ainſi, l'on pourra tirer les lignes horaires ſur le plan vertical déclinant.

En effet, les lignes horaires étant les interſections des cercles horaires ſur le plan du *cadran*, dès qu'il y a un point commun aux plans des deux *cadrans* par où paſſe une ligne horaire de l'un des *cadrans*, elle marque néceſſairement ſur l'autre un point du même cercle, du même plan, & par conſéquent de la ligne horaire.

On pourroit ſur-tout réuſſir facilement à tracer ainſi un *cadran* déclinant, ſi l'on avoit pour *cadran* équinoxial un *équatorial*, inſtrument qui s'oriente de lui-même; j'en ai vu un deſſiné par M. Mignon, à Lonray, près d'Alençon, d'une manière très-commode pour ces opérations. Le centre de l'équareur eſt traverſé par un tube, dans lequel on s'aligne pour marquer le centre du *cadran*; l'équateur porte une alidade que l'on dirige ſur les différentes heures, & par laquelle on bornoye pour marquer ſur la muraille la trace de la ligne équinoxiale, & les points horaires de cette ligne.

La ſeconde méthode que l'on peut indiquer pour tracer un *cadran vertical*, ſuppoſe un *cadran* horizontal bien orienté, par une des méthodes que j'ai expliquées aſſez au long. On prolongera le ſtyle & les lignes horaires juſqu'à la rencontre de la muraille, ainſi que je viens de le dire pour le *cadran* équinoxial, & l'on aura de même la poſition du ſtyle & des lignes horaires ſur le *cadran vertical*.

On feroit la même choſe avec un *cadran vertical* méridional, qui ſeroit portatif, & qu'on orienteroit devant le mur. Il pourroit être tracé ſur une glace; & alors mettant une lumière pendant la nuit à la pointe du ſtyle, l'ombre des lignes iroit marquer ſur le mur la direction de toutes les lignes horaires.

Au défaut d'une glace, il ſuffiroit de quelques trous faits ſur les lignes horaires du *cadran vertical* méridional.

Si le mur approchoit trop d'être expoſé à l'orient ou à l'occident, en ſorte que le ſtyle prolongé ne pût le rencontrer que fort loin, il faudroit faire le *cadran* ſans centre. Pour avoir une ligne horaire du *cadran vertical*, on tendroit un fil depuis la ligne horaire du *cadran* horizontal par divers points du ſtyle; ce fil iroit marquer autant de points ſur le plan vertical : ce qui détermineroit la ligne horaire cherchée.

La troiſième méthode que l'on emploie pour tracer un *cadran vertical déclinant*, conſiſte dans une opération graphique, dont je vais donner les règles & les démonſtrations; mais elle ſuppoſe qu'on connoiſſe la déclinaiſon du plan ou l'angle du méridien, ſoit par une méridienne déjà tracée au moyen des méthodes que nous avons expliquées, ſoit par le moyen du déclinateur repréſenté dans la figure 256, qui porte une règle mobile *F G* ſur un demi-cercle *A E D* & une bouſſole *G*.

Soit la méridienne verticale *C L M* (*fig.* 257) l'horizontale *L P*, on fera l'angle *M L D* égal à la déclinaiſon du plan; on élevera en un point *D* à volonté la verticale *D P*, & la perpendiculaire *L P*: le point *P* ſera le pied du ſtyle; car ſi l'on imagine la ligne *L D* relevée en l'air, & le triangle perpendiculaire au plan de la figure & du *cadran*, le ſtyle paſſant en *D*, la perpendiculaire *D P* ſera le ſtyle droit, & *P* le pied du ſtyle.

Ayant pris *L H* égale à *D L*, & fait l'angle *L H C* égal à la hauteur du pole, l'interſection *C* ſera le centre du *cadran*, & la ligne *C P B* ſera la ſouſtylaire, c'eſt-à-dire, la ligne du *cadran* ſur laquelle répondra perpendiculairement le ſtyle du *cadran*. En effet, *H* étant conçu relevé, ainſi que le point *D* perpendiculairement ſur le point *P*, ou dans une poſition horizontale & dans la direction *L D* de la méridienne, la ligne *H C* ſera le ſtyle du *cadran*.

Sur la ligne *P S* perpendiculaire à la ſouſtylaire, on prendra *P S* égal à *P D*, qui eſt le ſtyle droit, & *C S X* marquera le ſtyle du *cadran*; on lui tirera une perpendiculaire *S B*, & par le point *B* on tirera une ligne *B M*, perpendiculaire à la ſouſtylaire, & ce ſera l'équinoxiale; car *S* étant regardé comme le centre de l'équateur, dont

le plan eſt perpendiculaire au ſtyle ou à l'axe du monde, l'interſection de l'équateur avec le plan du *cadran* ſera l'équinoxiale: or cette ligne eſt une perpendiculaire tirée ſur la ſouſtylaire; en effet, toutes les fois que deux plans ſont perpendiculaires ſur un troiſième, leur commune ſection eſt perpendiculaire aux deux autres ſections, qu'ils ſont ſur le troiſième plan. Il ſuffit de mettre un livre entr'ouvert, debout ſur une table pour ſentir l'évidence de cette propoſition, mieux que par un appareil de démonſtration. Or l'équateur & le plan du *cadran* ſont tous deux perpendiculaires au cercle horaire, qui eſt le méridien du plan: ainſi leur commune ſection, qui eſt l'équinoxiale ſera perpendiculaire ſur les deux ſections, dont l'une eſt le rayon de l'équateur, & l'autre la ſouſtylaire.

Le point d'interſection *R* de l'équinoxiale avec l'horizontale *H L P R*, ſera le point de 6 heures; car le rayon de 6 heures dans l'équinoxe eſt perpendiculaire au ſtyle, & horizontal, comme la ligne *S P*, qui eſt perpendiculaire au plan: donc il doit être à la même hauteur que le point *P*; donc il eſt placé à la rencontre de l'horizontale *PR* & de l'équinoxiale *B R*.

Ayant pris ſur la ſouſtylaire *B A* égale à *B S*, ce ſera le rayon de l'équinoxial, ſuppoſé couché ſur le plan du *cadran*, le point *A* ſera le centre diviſeur de l'équinoxiale, le point *M* étant le point du midi; l'angle *R A M* ſera droit: on diviſera le quart de cercle *K O* en 6 heures; & tirant des rayons par les points de diviſions, ils rencontreront l'équinoxiale aux points par leſquels doivent paſſer les lignes horaires menées du centre *C*. Ainſi, ayant pris, par exemple, un arc *K N* de 15 degrés, & tiré une ligne *A N Q* juſqu'à l'équinoxiale, on aura le point *Q*, par lequel doit paſſer la ligne d'une heure *C Q*.

En prenant de même 30°, l'on trouvera la ligne de deux heures, & ainſi des autres.

Quatrième méthode. La déclinaiſon du mur ſur lequel on veut tracer un *cadran* étant la choſe la plus difficile ou la plus embarraſſante, on a cherché divers moyens de s'en paſſer, & ſur-tout par les points d'ombre; & le moyen le plus ſimple conſiſte à trouver la ſouſtylaire du *cadran* par le moyen de deux ombres égales. Cette méthode reſſemble à celle qu'on emploie pour tracer une méridienne par des cercles concentriques. Gnomonique de la Hire, 1698, *pag. 35.*

Je ſuppoſe qu'on ait planté dans le mur un faux ſtyle, ſoit une pointe pour en marquer l'ombre, ſoit un trou pour laiſſer paſſer un rayon ou une image du ſoleil. M. de Parcieux faiſoit ſes faux ſtyles de deux pièces, comme on le voit, *fig. 258.*

Lorſque le ſoleil arrive dans le cercle horaire, qui eſt perpendiculaire au plan du *cadran*, ou dans le méridien du plan, il répond perpendiculairement ſur la ſouſtylaire, & l'ombre eſt la plus courte qui ſoit poſſible. Avant & après il la voit obliquement, & les ombres ſont plus longues: l'obliquité eſt la même une heure avant & une heure après; car le ſoleil faiſant 15° par heure d'un cercle horaire à l'autre, il eſt 15° au-deſſous de la méridienne du plan dans le premier cas, & 15° au-deſſus dans le ſecond cas; il eſt dans les deux cas à des ſituations parfaitement ſemblables au-deſſus & au-deſſous: ainſi les ombres doivent être égales dans les deux cas.

Ainſi, ayant marqué le pied du ſtyle ou le point du mur, où répond perpendiculairement la pointe du ſtyle, ou le trou de lumière, on décrira de ce pied comme centre des cercles concentriques; on marquera ſur chaque circonférence le point d'ombre avant & après le paſſage du ſoleil par la méridienne du plan; on partagera en deux les arcs interceptés ſur chaque circonférence; le milieu ſera un des points de la ligne cherchée, qui doit auſſi paſſer par le pied du ſtyle.

On peut faire cette opération à pluſieurs intervalles différens, & l'on aura pluſieurs points d'ombre, qui tous appartiendront à la ſouſtylaire.

Lorſqu'on a la ſouſtylaire, il eſt facile de décrire le reſte du *cadran* comme dans la méthode précédente.

La difficulté d'avoir de ces faux ſtyles percés d'un trou pour les points de lumière, a fait dire à M. de la Priſe qu'on pourroit y ſuppléer par un ſolide *S* de 9 à 10 pouces, *fig. 259*, & de deux pouces & demi d'équarriſſage, avec deux traverſes qui affleurent le deſſous du ſolide, & en forment comme une quadruple équerre qui aſſure la ſituation perpendiculaire du ſolide ſur le plan.

L'ombre *O* de l'angle *S* du ſolide, ſe détermine avec aſſez de précition; en tirant des lignes *O A*, *OB* qui raſent légèrement l'ombre des côtés *C* & *D* de la baſe ſupérieure du priſme; le point de concours de ces deux lignes donne le point d'ombre cherché. *Méthode nouvelle pour tracer des* cadrans, *par M. de la Priſe*, à Caën, 1781.

Cinquième méthode. Un ſeul point d'ombre peut donner le centre d'un *cadran vertical*, de la manière que nous avons employée pour le *cadran horizontal.* Car quand on connoît la longueur du rayon ſolaire *SO*, *fig.* 260, la longueur du ſtyle *S C* qui eſt égale au ſtyle droit diviſé par le coſinus de la latitude, & l'angle *C S O* qui eſt égal à 90° plus ou moins la déclinaiſon du ſoleil, on peut réſoudre le triangle, ſoit par le calcul, ſoit par une opération graphique, & trouver le côté *C O*; alors du point *O*, comme centre avec le rayon *O C*, l'on décrira un arc de cercle; du centre *S* avec une longueur égale à *S C*, on décrira un autre arc, & l'interſection commune ſera le centre *C* du *cadran.*

Quand le faux ſtyle eſt une plaque percée d'un trou pour laiſſer paſſer le rayon ſolaire, il faut le boucher avec une pièce de bois bien ronde, & dont le centre puiſſe ſervir aux opérations précédentes.

Digitized by Google

Sixième méthode. On peut auſſi trouver la poſition de l'axe du *cadran* par deux points d'ombres qui ne ſuppoſent point des ombres égales; mais qu'on prend les plus éloignés qu'il ſoit poſſible.

On tendra deux fils comme *S O* du ſommet du ſtyle *S* aux deux points d'ombre, & un troiſième *S C* qui faſſe avec les deux autres un angle égal au complément de la déclinaiſon du ſoleil; celui-ci marquera la poſition de l'axe ou du ſtyle *S C*.

Deux triangles de carton *C S O* découpés de manière qu'un de leurs angles *S* ſoit le complément de la déclinaiſon du ſoleil, & dont un côté ſeroit dans la direction du point d'ombre, étant réunis par leurs côtés ſupérieurs, marqueroient auſſi la direction de l'axe.

On pourroit encore ſe contenter d'un ſeul point d'ombre, & faire un des triangles de carton, de manière que ſon côté vertical fît avec l'autre un angle égal au complément de la hauteur du pole, (à Paris 41°) & quand un de ſes côtés, réuni avec celui de l'autre triangle s'appliqueroit contre le mur, il y marqueroit le centre du *cadran*, & le côté oblique marqueroit la poſition du ſtyle.

Septième méthode. Lorſqu'on a un ſtyle comme *A B*, *fig. 261*, dont la pointe *B* a donné trois points d'ombre *C*, *D*, *F*, il ne s'agit que d'avoir un cercle *O D H* qui touche les trois rayons *B C*, *B D*, *B F* & l'axe *I B* qui, traverſant perpendiculairement le cercle, paſſera en *B* au bout du ſtyle, indiquera l'axe du *cadran*.

C'eſt le premier fondement de la *Manière univerſelle de M. Deſargues pour poſer l'eſſieu aux cadrans*, publiée en 1643. Elle eſt en effet très-ſimple dans la Théorie & aſſez commode dans la pratique. La figure fait voir comment on aſſemble la pointe du ſtyle avec les trois points d'ombre au moyen de trois règles ou de trois fils, ſur leſquels on ajuſte le deſſous de l'axe *I B*, ou la partie qui paſſe exactement par le centre de la platine ou du cercle *D H* deſtiné à repréſenter le parallèle diurne du ſoleil pour ce jour-là. Les principes établis ci-deſſus feront aſſez comprendre que les trois rayons ſolaires *BC*, *BD*, *BF* faiſant le même angle avec l'axe *B I* & avec le cercle *D H G*, le ſtyle *B I* du cadran eſt néceſſairement parallèle à l'axe du monde; les angles que les rayons font avec l'axe *B I* ſeroient des angles droits le jour de l'équinoxe, alors le cercle ſeroit parallèle aux trois rayons ou aux trois fils.

La huitième méthode que l'on peut employer pour les *cadrans* verticaux déclinans, eſt celle de la hauteur & de l'azimut du ſoleil, calculés par un point d'ombre, à la manière de M. de Parcieux qui a compoſé un volume preſqu'entier pour l'explication de cette méthode, en détaillant tous les cas, tous les calculs, toutes les précautions, tous les exemples avec beaucoup de clarté, mais avec une eſpèce de prolixité. *Nouveaux traités de Trigométrie & Gnomonique*, Paris 1741, *in*-4°.

Ayant planté un faux ſtyle *S*, *fig. 262*, marque le pied du ſtyle *P* & un point d'ombre *O*, l'on tire une horizontale *P H* & une verticale *H O*, on en meſure exactement les longueurs, & l'on s'en ſert pour trouver par la Trigonométrie la hauteur du ſoleil & la différence de ſon azimut à celui du plan.

La hauteur du ſoleil ſert à trouver ſon azimut vrai, & la différence trouvée précédemment donne celui du plan ou ſa déclinaiſon.

Quand on connoît la déclinaiſon du plan, l'on peut trouver les lignes horaires ſoit par l'opération graphique de la troiſième méthode, ſoit par la Trigonométrie ſphérique, comme nous l'expliquerons dans la neuvième méthode.

Si l'on conçoit le ſtyle *S* relevé perpendiculairement au-deſſus de *P* & réuni avec le point *H* par une ligne horizontale *S H*, on aura un triangle rectangle en *P*, ſitué horizontalement, dont on aura meſuré exactement les côtés *S P*, *P H*, & dont on pourra calculer & même meſurer l'hypothénuſe *S H*. On calculera auſſi l'angle *H* qui ſera la différence entre l'azimut du ſoleil & celui du plan, puiſque c'eſt un angle formé dans un plan horizontal entre la ligne *P H* du plan, & la ligne *S H* qui eſt dans le vertical du ſoleil. L'hypothénuſe *S H* formera avec la verticale *H O* un triangle rectangle en *H*, dans le plan du vertical du ſoleil; connoiſſant les deux côtés *SH* & *H O* de ce triangle & même *S O* que l'on peut meſurer, on calculera l'angle *O*, qui eſt la diſtance du ſoleil au zénit, au moment où l'on a meſuré le point d'ombre.

Dans le triangle *P Z S*, *fig. 39*, connoiſſant la diſtance *Z S* du ſoleil au zénit, ſa diſtance au pole *P S*, & la diſtance du pole au zénith *P Z*, on calculera l'angle *Z* qui eſt l'azimut du ſoleil. Ainſi, l'on connoîtra l'angle que fait le vertical du ſoleil avec le méridien, & comme l'on connoît par l'opération précédente, l'angle que fait le vertical du ſoleil avec le plan du cadran, la ſomme ou la différence de ces deux angles donnera l'angle du méridien & du cadran; ainſi, l'on connoîtra par un ſeul point d'ombre la poſition du mur ſur lequel on ſe propoſe de tracer un cadran, après quoi l'on exécutera l'opération graphique dont nous avons donné le détail & la démonſtration dans la troiſième méthode, où l'on y appliquera le calcul trigonométrique.

La neuvième méthode pour tracer les *cadrans* verticaux eſt celle de la Trigonométrie ſphérique, en ſuppoſant la déclinaiſon du plan connue par un des moyens que nous avons indiqués. Soit *Z*, *fig. 40*, le zénit, *P*, le pole, *Z D R B* le vertical qui eſt dans le plan du *cadran*.

P Z D angle du plan *Z B* du *cadran* avec le méridien *Z P O*.

P R un arc perpendiculaire ſur *ZB*, qui eſt le méridien du plan, le cercle de la ſouſtylaire; l'arc *P R* eſt l'angle de l'axe avec la ſouſtylaire.

P D un cercle horaire, par exemple, celui d'une

heure qui fait avec le méridien un angle $Z P D$ de 15°.

L'arc $Z R$ eſt égal à l'angle de la ſouſtylaire avec la verticale ou la méridienne.

L'arc $D R$ eſt l'angle de la ſouſtylaire avec la ligne horaire qui paſſe en D.

Dans le triangle $Z P R$ on connoit $P Z$ & l'angle Z du plan avec le méridien, l'on cherchera $Z X$, & $Z P X$, par les analogies ſuivantes.

R : cof. Z :: tan. $P Z$: tang. $Z R$.

R : ſin. $P Z$ ou cof. lait. :: ſin. Z : ſin $P R$ angle de l'axe avec la ſouſtylaire.

R : cof. $P Z$ ou ſin lat. :: tang. Z : cos. $Z P R$ angle du méridien avec le cercle $P R$ ou méridien du plan ; cet angle s'appelle quelquefois différence des longitudes.

On ôtera l'angle horaire $Z P D$ de l'angle $Z P R$ ou on les ajoutera, pour avoir l'angle $D P R$, & l'on fera cette proportion ; R : ſin. $P R$ :: tang. $D P R$: tang. $D R$, angle de la ligne horaire avec la ſouſtylaire, meſuré dans le plan du *cadran*. M. de Clapiès a donné dans les Mémoires de l'Académie pour 1707, le calcul des angles des lignes horaires pour les *cadrans* ſolaires, verticaux ou inclinés, démontrées par les triangles rectilignes. M. de Parcieux a donné lui-même des tables des angles horaires dans les *cadrans* verticaux à Paris, pour différentes déclinaiſons ; & M. Garnier en a donné même pour différentes latitudes en Europe, *Gnomonique miſe à la portée de tout le monde* ; Marſeille 1773, *in*-8°.

Lorſqu'on connoit par le calcul les angles des lignes horaires, on peut les tracer ſur la muraille, en calculant en pieds, pouces & lignes, ou en parties égales d'une échelle quelconque les diſtances de ces lignes à la méridienne ou à la ſouſtylaire. Soit $S P$, *fig.* 263, la hauteur du ſtyle droit, X le centre du *cadran*, $P X$ la ſouſtylaire. On meſure d'abord le ſtyle droit ou la diſtance perpendiculaire $S P$ du faux ſtyle ou de la pointe du ſtyle au plan du *cadran* ; dans le triangle $S P X$ dont on connoit un côté $S P$ & l'angle $S X P$ du ſtyle avec la ſouſtylaire, on trouvera la diſtance $P X$ du centre du *cadran* au pied du ſtyle, & la diſtance $S X$; dans le triangle $S X E$ rectangle en S, on trouvera $X E$ diſtance du centre X à l'équinoxiale $E Q$.

Pour tirer une ligne horaire comme $X K T L R$ dont on connoit l'angle avec la ſouſtylaire, connoiſſant $X E$ & l'angle $E X L$, on trouvera $E L$ en parties de la même échelle que la hauteur du du ſtyle droit $S P$, on prendra donc $E L$ de la quantité trouvée, & l'on tirera du centre X la ligne horaire par le point L.

Pour s'aſſurer de l'exactitude de ces meſures avant que de peindre les lignes, on prendra ſur une bonne montre l'eſpace d'une heure, & l'on verra ſi l'ombre a parcouru exactement l'intervalle des deux lignes horaires dans l'eſpace d'une heure.

Si l'on veut tirer les lignes horaires par le moyen de la méridienne verticale $X F M$, on ſe ſervira des angles que font ces mêmes lignes comme $X R$; dans le triangle $X E M$, on connoit $X E$ & l'angle $M X E$ que fait la méridienne avec la ſouſtylaire ; on cherchera la longueur de la ligne $X M$ ou la méridienne depuis le centre X juſqu'à l'équinoxiale M.

Dans le triangle $M X R$ rectangle en M, connoiſſant $X M$ & l'angle $M X R$ de la méridienne avec la ligne horaire, on cherchera $M R$, & par le point R, on tirera du centre X la ligne horaire $X R$.

CADRAN *ſans centre*. Lorſqu'un *cadran* vertical décline beaucoup vers l'orient ou vers l'occident, le centre eſt ſi loin, qu'il ſeroit difficile, ſouvent impoſſible de le marquer, à moins de faire le *cadran* très-petit : on y ſupplée par deux équinoxiales ou deux horizontales, en calculant deux fois la hauteur du ſtyle droit, ou deux fois le rayon de l'équateur pour des points de l'axe éloignés d'une certaine quantité.

On choiſira les deux horizontales quand la déclinaiſon du plan ſera petite, & que cependant l'on ne pourra pas avoir de centre. On préférera les deux équinoxiales quand la déclinaiſon ſera fort grande, parce que les deux horizontales ſeroient trop près, ſi l'on vouloit s'en ſervir pour trouver les lignes horaires éloignées de la méridienne.

Si le point E, *fig.* 263, eſt l'interſection de l'équinoxiale avec la ſouſtylaire, on prendra la diſtance $S E$ de la pointe du ſtyle au point E, on la portera de E en C, on décrira le cercle $A E$ qui repréſente l'équateur : le rayon $C A M$, mené au point de midi, déterminera le point A duquel il faut partir pour diviſer le cercle $A E$ de 15 en 15 degrés ; l'arc $A O$ étant ſuppoſé de 15°, on tirera $C O L$, ce qui donnera ſur l'équinoxiale $M E$ le point L où doit paſſer la ligne horaire comme $X L$ pour une heure après-midi.

On tirera une autre ligne $F D$ parallèle à l'équinoxiale $M E$; & ayant pris ſur l'axe $S V B$ un autre point B dont la diſtance à l'équinoxiale ſoit une ligne $B D$ perpendiculaire au ſtyle en D, on portera cette diſtance ſur la ſouſtylaire de D en G. On décrira un autre cercle $H D$ qui repréſentera encore l'équateur ; & en partant du rayon $G H F$ qui paſſe par la méridienne F, on prendra des arcs de 15° comme $H N$: on tirera par chaque point N des rayons $G N K$ qui, prolongés juſqu'à la tangente $F D V$, donneront ſur cette ſeconde équinoxiale les points horaires K correſpondans à ceux de la première équinoxiale $M E$, & on tirera les lignes horaires comme $K L$, par les points correſpondans K & L des deux lignes équinoxiales.

Si l'on a employé le calcul comme dans la méthode précédente, on ſaura quel angle doit faire chaque ligne horaire $K L$ avec la méridienne $F M$,

Digitized by Google

& combien le centre X doit être éloigné de l'équinoxiale M; ainſi, dans le triangle XMR connoiſſant le côte M & l'angle X, on trouvera la valeur de MR. On prendra un point F deux ou trois pieds plus haut; & réſolvant le triangle XFT, on trouvera la valeur de la perpendiculaire FT, ce qui déterminera la ligne horaire TR, ſans employer le centre X.

On connoît auſſi l'angle SXP du ſtyle avec la ſouſtylaire, on connoît SP, on calcule des perpendiculaires comme VD & QE pour des diſtances XE, XD priſes à volonté, & l'on place le ſtyle VQ au-deſſus de la ſouſtylaire DE, en mettant une triple équerre, *fig.* 264, à un bout du ſtyle, & une double équerre à l'autre bout pour le ſoutenir en place, juſqu'à ce que les ſupports $VDQE$ ſoient ſcellés.

IX. CADRANS *inclinés & déclinans.* On choiſit rarement, pour tracer des *cadrans*, les ſurfaces qui ne ſont ni verticales, ni horizontales; cependant M. de la Hire, conſidérant que les murailles les plus ſolides ne ſont jamais exactement verticales, a regardé tous les *cadrans* comme pouvant avoir un certain degré d'inclinaiſon, & il a cherché des méthodes générales qui puſſent ſervir pour des *cadrans* inclinés: nous en traiterons à ſon exemple, mais beaucoup plus en abrégé, parce qu'il nous a paru qu'il y avoit dans ces méthodes plus d'élégance & de ſavoir, que d'utilité pour la pratique.

On appelle quelquefois *reclinans* ces *cadrans* inclinés quand ils ne paſſent pas par le pole, & *déclinés* lorſqu'ils ne regardent pas les points cardinaux, ou qu'ils ſont à-la-fois inclinés & déclinans.

Je commencerai par indiquer un moyen mécanique, mais facile de tracer ces *cadrans* ſur toutes ſortes de plans, en y employant un *cadran* équinoxial ou un *cadran* horizontal bien orienté. La méthode eſt la même que celle qu'on a vue pour les *cadrans* verticaux dans la première & ſeconde méthode.

Je paſſe donc à la méthode indiquée par la plupart des auteurs, & qui ſuppoſe qu'on connoiſſe la déclinaiſon & l'inclinaiſon du plan. On connoît la première par le moyen du déclinateur, *fig.* 256, & la ſeconde par le moyen d'un demi-cercle décrit ſur une planche carrée $ABCD$, *fig.* 263, & garni d'un à-plomb FGH qu'on applique ſur le plan incliné $IBCL$, en obſervant de le placer ſur une ligne perpendiculaire aux lignes horizontales du plan; la diſtance EG entre le fil à-plomb & la ligne du milieu FE, forme un arc égal à celui qui meſureroit l'angle L, inclinaiſon du plan IL ſur la ligne horizontale KL.

Suppoſons un plan qui décline du midi à l'orient de 35 degrés, c'eſt-à-dire, qui regarde le midi & l'orient ſous un angle de 35° & incliné de 25°, ſupérieur.

Tirez les deux lignes AE, GD à angles droits, le point d'interſection E étant ſuppoſé le lieu où le pied du ſtyle; prenez ſur la ligne horizontale une quantité EF égale à la longueur du ſtyle; de l'extrémité F, comme centre, ſoit décrit un arc HI, coupant l'horizontale GD au point G; prenez l'arc GH égal à l'inclinaiſon qui eſt de 25°, & GI égal à ſon complément 65°, la ligne imaginée de F en I ſera horizontale, & de F en H verticale. Par le point I tirez l'horizontale MI LN, & par le point H la ligne FKH qui coupera la ligne OE au point K.

Prenez la diſtance FL, & portez-la de L en O; du point O, comme centre, décrivez l'arc PLQ, du point L prenez l'arc LQ égal à la déclinaiſon du plan 35°, à droite du point L, ſi le *cadran* décline vers l'orient; ou s'il décline du ſeptentrion à l'occident, prenez l'arc LP égal au complément de la déclinaiſon; la ligne OQN marquera au point N le point du midi; car puiſque FL égale OL, ſi l'on imagine le point F & le point O relevés horizontalement à la hauteur du point L, ayant pris l'arc LQ égal à la déclinaiſon du plan, la ligne horizontale OQN ſera dans le méridien: mais la ligne FK eſt verticale, & la ligne menée de F à N eſt une méridienne horizontale; le point K eſt donc dans le méridien, donc la ligne NK eſt la méridienne du *cadran*, & la ligne perpendiculaire OPM marquera en M le point de ſix heures.

Ayant tiré la méridienne par le point N & le point K pour avoir le centre C, on abaiſſera du point M une perpendiculaire MBR ſur la méridienne; on portera l'eſpace NO depuis le point N juſqu'en R ſur cette perpendiculaire, ou bien l'eſpace KF depuis K; car le point F & le point R ſont un même point; pour faire une interſection en R, & l'on tirera la ligne oculte NR: du point R on décrira l'arc VSX, on prendra SV de 49°, qui eſt la hauteur du pole pour Paris, & la ligne VRC ira marquer en C, ſur la méridienne, le centre du *cadran*.

En effet, pour trouver le centre du *cadran* C, il faut avoir une ligne NR qui ſoit placée, par rapport à la méridienne du plan & dans le plan, comme la méridienne horizontale ON l'étoit dans le méridien, c'eſt-à-dire, qui faſſe avec la méridienne du plan le même angle que faiſoit la méridienne horizontale; pour cela, il ne s'agit que de faire tourner la ligne ON autour du point N, ſans changer ni ſa longueur, ni ſa diſtance perpendiculaire à la méridienne NC, & l'amener en NR. Pour cela, je conçois un plan perpendiculaire au méridien, paſſant par la ligne horizontale OM qui eſt perpendiculaire au méridien, & je le fais tourner juſqu'à ce qu'il ſoit perpendiculaire à la méridienne NC de mon plan; alors la ligne tirée du point M & la ligne tirée du point O ſeront également perpendiculaires en B ſur la méridienne, puiſqu'elles ſont toutes deux

Digitized by Google

dans un plan perpendiculaire à la méridienne en *B*; la ligne *BR* ſera la hauteur perpendiculaire du point *O* ou du point *R* au-deſſus de la méridienne; & en renverſant ſur le plan le triangle *NBR*, nous aurons le même angle *KNR*, puiſque l'hypothénuſe & le côté *BR* ſont les mêmes, & il importe peu que *BR* ſoit perpendiculaire à la méridienne *NB*, ou dans le plan ou au-deſſus du plan. Prenons donc au-deſſus de la méridienne horizontale *NR* un arc *SV* de 49°, la ligne *RV* ira au pole & au centre du *cadran*, la ligne *RX* dans l'équateur & dans le méridien; donc l'équinoxiale paſſera par le point *Z* de la méridienne.

On fera auſſi *SX* égal au complément de la hauteur du pole; la ligne ou le rayon *RX* coupera la méridienne en *Z*, & par ce point on tirera l'équinoxiale *MZ*. La ſouſtylaire *CE* eſt perpendiculaire à l'équinoxiale en *T*; car elle eſt formée par l'aſſemblage des perpendiculaires abaiſſées de l'axe du *cadran* ſur le plan, & par la commune ſection de deux cercles qui ſont perpendiculaires l'un à l'autre, le plan & le méridien du plan: mais l'équateur eſt auſſi perpendiculaire au méridien du plan; donc il ſera ſur le plan une commune ſection qui ſera perpendiculaire à celle du méridien ou du cercle horaire du plan. En effet, quand deux plans ſont perpendiculaires l'un à l'autre, un autre plan auſſi perpendiculaire à l'un ne peut faire qu'une ſection parallèle à celle du premier; le ſtyle paſſe par *C* & par le bout *F* du ſtyle droit *EF*. Pour tracer les heures, on peut porter ſur le cercle *PIQ* les arcs des heures pris ſur un *cadran* horizontal dont la méridienne ſoit ſur *OQN*, on prolongera les rayons juſqu'à la tangente horizontale *MN*, & l'on aura les points où paſſent les lignes horaires, ou bien l'on cherchera le centre *W* diviſeur de l'équinoxiale *MTZ*, en portant la diſtance *TF* entre le point *T* & le bout du ſtyle ſur la ſouſtylaire *CT*. On décrira ſur ce rayon un cercle dont l'équinoxiale ſoit tangente, on le diviſera de 15 en 15 degrés, en commençant au point *Z* où la méridienne coupe l'équinoxiale, ou au point *M* de 6 heures; les rayons tirés de 15 en 15 degrés marqueront ſur l'équinoxiale les points par leſquels il faut tirer les lignes horaires qui partent du centre *C* du *cadran*.

C'eſt ſur ce principe que l'on trace des *cadrans* ſur différentes faces d'un polyèdre ou d'un ſolide à pluſieurs pans, comme on en voit ſouvent dans les jardins.

Les opérations que nous venons d'exécuter avec la règle & le compas, ſe peuvent remplacer par la Trigonométrie ſphérique, ſi l'on avoit à conſtruire un très-vaſte *cadran*.

Soit *TRB*, *fig.* 267, la moitié de l'horizon, *Z* le zénit, *P* le pole, *AR* le grand cercle dans le plan duquel eſt le *cadran* incliné & déclinant. L'arc *ZV*, perpendiculaire au plan, eſt le complément de l'inclinaiſon, & l'angle *AZV* le complément de la déclinaiſon *ER* du *cadran*. L'arc *PY*, perpendiculaire ſur le plan, eſt l'angle du ſtyle avec la ſouſtylaire.

Dans le triangle *AZV*, on cherchera l'arc *AZ* qui, ajouté avec *PZ*, donnera *AP*; l'on cherchera auſſi l'angle *A*.

Dans le triangle *APY*, connoiſſant *AP* & l'angle *A*, on trouvera *AY*, angle de la ſouſtylaire avec la méridienne, *S* l'élévation du ſtyle ſur le plan égale à *PY*, & l'angle *APY* que le méridien du lieu fait avec le cercle horaire perpendiculaire au *cadran*, ou avec le méridien du plan.

Pour trouver les lignes horaires, on ſuppoſera un cercle horaire *PO*, faiſant avec le méridien un angle *P* de 15° pour une heure, &c.; on l'ôtera de l'angle *APY* pour avoir *OPY* qui, avec l'arc *PY*, fera trouver *OY*: c'eſt la meſure de l'angle que fait dans le plan du *cadran* la ligne d'une heure avec la ſouſtylaire.

Si l'on veut rapporter les lignes horaires à l'horizontale du plan, on réſoudra le triangle *ARI* dans lequel on connoît l'inclinaiſon *R* & la déclinaiſon *IR* par rapport au méridien; on trouvera *AR* qui meſure l'angle de la méridienne avec l'horizontale du *cadran*.

Ce problème général a été réſolu analytiquement dans un mémoire qui fait partie du volume, intitulé: *Recherches ſur la Gnomonique, les Rétrogradations & les Eclipſes 1761*, dont les auteurs étoient M. du Séjour & M. Goudin. Celui-ci en a donné une ſolution dans l'Encyclopédie d'Yverdon au mot *Gnomonique*, & dans les ſuppléments de Paris au mot *Cadran*.

Juſqu'ici j'ai ſuppoſé qu'on connût l'inclinaiſon & la déclinaiſon du plan ſur lequel on veut tracer un *cadran*; mais on peut y ſuppléer avec des points d'ombre, comme dans les *cadrans* verticaux.

Quand on connoît la hauteur du pole & la déclinaiſon du ſoleil, il ſuffit d'un ſeul point d'ombre pour trouver la ſouſtylaire ſur un plan quelconque. (La Hire, *p.* 44.)

Soit *S* la pointe du ſtyle (*fig.* 268), qui a donné le point *A*; *P* le pied du ſtyle, ou le point ſur lequel tombe la perpendiculaire abaiſſée du ſtyle *S* ſur le plan; *Hh* une ligne horizontale qui réponde ou ſoit de niveau à la hauteur du ſtyle *S*; *PZ* parallèle à *Hh*, & égale au ſtyle droit *PS*; *BPH* perpendiculaire ſur l'horizontale *Hh*; on tirera *HZ*, & *ZB* perpendiculaire à *ZH*.

On fera ſéparément un angle *psa* (*fig.* 269) égal à la diſtance du ſoleil au pole, & l'angle *psb* égal au complément de la hauteur du pole, pour que *psd* repréſentant l'axe du *cadran*, la ligne *sb* ſoit verticale; & ayant pris un point *d* à volonté, on fera *sb* égale à *ZB*, & *sa* égale au rayon ſolaire, meſuré de *S* en *A*; on joindra les lignes *ad* & *bd*.

Digitized by Google

* On tirera la ligne AB; du point B comme centre, avec un demi-diamètre égal à $b\,d$, on décrira un arc $f\,L$; du point A avec un rayon égal à $a\,d$, on décrira un arc $g\,L$; du point L, on menera la ligne $L\,O$ perpendiculaire sur AB: cette ligne sera le rayon d'un cercle sur lequel doit être le point de l'axe que l'on cherche, représenté par le point d.

Du point O comme centre avec un rayon $O\,L$, on décrira un arc de cercle $D\,L\,e$; du point P, on menera $P\,G\,K$ perpendiculaire à $O\,L$, ou parallèle à $B\,A$; du point P, comme centre avec un rayon égal à $d\,s$, on fera une interſection I ſur la ligne $O\,L$. Alors $G\,I$ ſera égale au rayon de la baſe d'un cône, dont l'axe eſt égal à $P\,G$, & le côté égal à $P\,I$.

On fera $G\,K$ égale à la hauteur du ſtyle $P\,S$ du point K avec un rayon égal à $G\,I$; on décrira un arc $R\,D$, qui coupera le cercle $D\,L$ en D, ce point étant conçu relevé au-deſſus de la ligne $L\,G\,I\,O$, eſt celui où doit paſſer le ſtyle en ſorte que $D\,Q$ perpendiculaire ſur $L\,O$, marquera le point de la ſouſtylaire, qui répond perpendiculairement ſous le point d du ſtyle.

En effet, ſi l'on conçoit le cône dont le ſommet eſt au point S, relevé au-deſſus de P, le centre de la baſe au point K relevé au-deſſus de G, & le côté $P\,I$ égal à $d\,s$; la circonférence de ſa baſe renfermera tous les points où peut répondre le point d de l'axe. Mais le cercle $L\,D$ renfermera auſſi tous les points qui ſont éloignés de A & de B autant que le point d: donc c'eſt à la rencontre des deux arcs que doit être le point d de l'axe; donc la perpendiculaire $D\,Q$ marquera le point de la ſouſtylaire, correſpondant au point d de l'axe.

Ayant un point Q de la ſouſtylaire, on tirera la ligne $P\,Q$ par le pied du ſtyle, & ce ſera la ſouſtylaire, au moyen de laquelle on décrira le *cadran* par la méthode indiquée ci-devant.

Dans la Gnomonique de M. de la Hire, il y a dix méthodes ſemblables pour trouver par deux ou trois points d'ombre, ou la ſouſtylaire, ou le centre d'un *cadran* incliné, ſans connoître même la déclinaiſon du ſoleil, ni la hauteur du pole; la plupart de ces méthodes ſont aſſez compliquées pour les démonſtrations, & il me ſemble qu'elles ne ſont pas fort utiles pour la pratique.

X. Cadran ſans ſtyle par la hauteur du ſoleil. Dans tous les *cadrans* dont nous avons parlé juſqu'ici, il y a un ſtyle parallèle à l'axe du monde; mais on peut auſſi trouver l'heure qu'il eſt par la hauteur du ſoleil ou par ſon azimut, de pluſieurs manières différentes; & c'eſt ce que nous allons expliquer.

L'aſtrolabe ou planiſphère, dont les aſtronomes depuis Ptolemée ont fait un uſage continuel, s'appliquoit à tous les problèmes de la ſphère & de la Trigonométrie ſphérique. On dut naturellement l'appliquer à trouver l'heure par le moyen de la hauteur du ſoleil; ce qui produiſit les *cadrans* où l'heure eſt marquée par le fil même qui ſert à meſurer la hauteur du ſoleil.

Auſſi voyons-nous ces *cadrans* décrits dans les plus anciens auteurs de Gnomonique. Sebaſtien Munſter en décrit un, dont il dit *quadrans juxta veterum uſum*, & il cite Regiomontanus comme en ayant fait un d'une eſpèce particulière, différent de ceux des anciens. Dans celui de Munſter, les lignes horaires ſont des courbes tracées par la table des hauteurs du ſoleil à différentes heures du jour & en différens tems de l'année; & c'eſt celui que nous allons décrire. Munſter ſe ſervoit de l'aſtrolabe pour trouver les hauteurs du ſoleil à toute heure; mais il y a des tables des hauteurs qui ſont propres à conſtruire de pareils *cadrans*, elles ſe trouvent dans la *Connoiſſance des tems*, de 1782, pour Paris, & pour d'autres latitudes dans la Gnomonique de Dom Bedos, & dans les *Tables du Nonagéſime*, imprimées à Avignon en 1776: celles-ci ont été calculées par M. Trebuchet, d'Auxerre.

On y peut ſuppléer par la réſolution du triangle $P\,Z\,S$, que nous avons expliqué *au mot* HAUTEUR, & qui ſert également à trouver l'heure qu'il eſt quand on a obſervé la hauteur du ſoleil, ou la hauteur pour une heure donnée.

Mais, pour un *cadran*, il ſuffiroit de l'opération graphique de l'analemme. (*V.* PROJECTION.) Soit $H\,O$ l'horizon, *fig.* 252, P le pole, $E\,Q$ l'équateur, $M\,S\,A$ le parallèle diurne du ſoleil pour une déclinaiſon $E\,M$, $H\,B$ la hauteur obſervée du ſoleil, $B\,C$ une ligne parallèle à $A\,O$; ayant ouvert un compas de proportion ſur le rayon $M\,A$ du parallèle, on cherchera quel eſt l'arc dont le double de $S\,A$ eſt la corde, on en prendra le ſupplément à 180°, & prenant une heure pour 30°. 2ʰ pour 60°, *&c.* on aura l'heure qui répond à la hauteur $B\,H$ obſervée, ou à la poſition du point S ſur le parallèle diurne du ſoleil.

Connoiſſant la hauteur du ſoleil à différentes heures, nous allons tracer les lignes horaires ſur le *cadran*.

Soient P & C (*fig.* 270) les deux pinules que l'on dirige vers le ſoleil pour meſurer ſa hauteur; $A\,B$, $E\,D$ deux arcs de cercles décrits du centre C, dont l'un ſerve pour le ſolſtice d'hiver, l'autre pour le ſolſtice d'été, on pourra en décrire tant qu'on voudra dans l'intervalle $A\,E$ pour les différens mois de l'année.

Si je veux marquer 9 heures du matin pour le 21 décembre, je cherche la hauteur du ſoleil, qui eſt 7° ½; je prends un arc $A\,F$ de cette quantité, & le point F eſt un des points de la ligne de 9 heures.

Si je fais la même opération avec la hauteur du ſoleil le 21 juin, qui eſt 46 ½, il faudra prendre ce nombre de degrés ſur le cercle d'en haut; on aura l'arc $E\,G$, & le point G ſera l'autre extrémité de la ligne de 9 heures.

Digitized by Google

Pour trouver le point qui répond au 1er avril, je me ſers d'un cercle décrit par le point *H*, & le nombre de degrés que le ſoleil a ce jour-là de hauteur tombant en *K*, me donne un troiſième point de la ligne horaire cherchée: quand on a ainſi un grand nombre de points, on trace la ligne à la main.

Le fil à plomb, qui pend librement du centre *C*, porte un coulant, une perle, un grain d'émail, que l'on peut changer de place; on amène le fil ſur la ligne *CA*, l'on met la perle à la diſtance *CH*, ſi c'eſt le premier avril, on dirige les pinules vers le ſoleil, & le fil à-plomb ſe trouvant tomber dans la direction *CK* à neuf heures, la perle manquera en *K* ſur la ligne de 9 heures, & l'on ſera sûr qu'il eſt en effet 9 heures du matin.

On a donné dans les ſuppléments *in-folio* de l'Encyclopédie, la deſcription d'un ſemblable *cadran*, par M. Lambert, diſpoſé tout différemment, mais qui n'a pas plus d'avantage. Dans les mêmes ſuppléments *au mot* AZIMUT, on trouve la deſcription d'un inſtrument ſemblable pour trouver l'azimut du ſoleil par le moyen de ſa hauteur; il eſt de l'invention de M. Lambert, ainſi qu'un double ſecteur qui ſert au même uſage; mais l'article étant très-long, & ne me paroiſſant pouvoir être que peu d'uſage, il m'a ſemblé ne devoir pas entrer dans ce Dictionnaire.

L'anneau ſolaire eſt un *cadran* de même eſpèce, c'eſt-à-dire, où l'on marque l'heure par les hauteurs du ſoleil, dans la concavité d'un petit anneau où les lignes horaires ſont tracées, *Bion, pag. 375.*

XI. CADRAN *univerſel par les hauteurs du ſoleil.* Ce *cadran*, qui eſt appellé quelquefois *le capucin* (*fig. 271*) à cauſe de la forme pointue de ſa partie ſupérieure, ſe trouve dans Sebaſtien Munſter, ſous le nom de *Quadrangulum Horoſcopium*, ou *Horologium quadrangulum generale*: il eſt auſſi dans Oronce Finé; ce qui me fait penſer que l'invention en eſt plus ancienne que les ouvrages de ces deux auteurs, publiés en 1531. Il eſt décrit dans Clavius, *pag. 537*; mais aucun de ces auteurs n'en a donné la démonſtration: je vais tâcher d'y ſuppléer.

Conſtruction. D'un point *A* pris pour centre (*fig. 271*), on décrit un arc de cercle *EF*; on prend de chaque côté de la ligne du milieu *AD* des arcs de 23° 28′ pour y marquer les déclinaiſons du ſoleil au premier degré, au 10e & au 20e de chaque ſigne, ou pour le 1, le 10 & le 20 de chaque mois; à droite les déclinaiſons auſtrales, à gauche les déclinaiſons boréales. Pour cet effet, on peut décrire ſur la corde *EF* un cercle diviſé en degrés; on y marquera les longitudes du ſoleil; on tirera par chaque longitude une perpendiculaire ſur *EF*; elle coupera l'arc *EDF* au point de la déclinaiſon cherchée.

Ayant pris *OL* pour la largeur du *cadran*, on décrira un quart de cercle *OM*, ſur lequel on prendra les latitudes terreſtres; on en marquera les tangentes ſur le bord extérieur *OV*, & par ces différens points on tirera des perpendiculaires dans le trigone *AEF*: ainſi *AM*, *AG* ſeront égales aux tangentes de 45° de 60°, & les lignes paſſant par les points *M* & *G* parallélement à *EF*, ſont celles où l'index devra être placé ſous les latitudes de 45 & de 60° reſpectivement, & ainſi des autres.

A l'extrémité *L* de la ligne *OAL*, on ſera encore un trigone des ſignes *CAB*, en y tranſportant les diviſions de la ligne *MX*, qui paſſe à 45°, & dont la diſtance *AM* eſt égale à *AL*. On mettra en haut les déclinaiſons boréales de *L* en *C*, en bas les déclinaiſons auſtrales de *L* en *B*.

Pour tracer les lignes horaires, on continuera le cercle décrit ſur *OA*; on diviſera la partie *ONL* de 15 en 15 degrés; on tirera des perpendiculaires à *OA*, & ce ſeront les lignes horaires *CH*, *AN*, *OP*, en commençant par *CH*, qui ſera la ligne de midi, mais qui ne peut ſervir réellement, parce que la hauteur du ſoleil varie trop peu aux environs du midi.

Uſage. On ſuſpend un fil à-plomb ſur le point du trigone *AEF*, qui répond à la hauteur du pole du lieu où l'on eſt, & à la déclinaiſon ou au lieu du ſoleil le jour de l'obſervation. Le fil à-plomb a une perle ou un nœud mobile qu'on amène ſur le point de la ligne *BLC*, qui répond encore au lieu du ſoleil ſur le petit trigone. Dans cet état, le grain eſt à la diſtance convenable de la ſuſpenſion pour marquer l'heure ſur les lignes horaires lorſque le bord ſupérieur *EF* ſera dirigé vers le ſoleil, ou élevé de la quantité de la hauteur du ſoleil par le moyen des pinules qui ſont au bord ſupérieur de la plaque du *cadran*.

Je ſuppoſe, par exemple, qu'on ſoit à 60° de latitude, & que le ſoleil ſoit au ſolſtice d'été, on ſuſpendra le fil à-plomb au point *E*; on fera couler la perle juſqu'en *C*, & la longueur du fil *EC* rendu libre marquera l'heure ſur les lignes *CH*, *AN*, *OP*.

Pour varier aiſément la ſuſpenſion du fil à-plomb, on ſe ſert d'un petit bras recourbé & briſé, mobile à frottement, dont on amène l'extrémité ſur le point d'interſection de la ligne de déclinaiſon & de la ligne de latitude.

Démonſtration. Pour plus de facilité, je commencerai par le cas le plus ſimple; ſi l'obſervateur eſt ſous la ligne équinoxiale, & le ſoleil dans l'équateur, le point de ſuſpenſion eſt en *A*, & la perle du fil à-plomb partant du point *L* à midi quand le ſoleil eſt au zénit arrive en *N* quand le ſoleil ſe couche, & que la ligne *EF* eſt dirigée vers l'horizon; elle parcourt des arcs égaux en tems égaux, ou 15 degrés à chaque heure ſur la circonférence *LN*; ainſi, les lignes horaires qui

Digitized by Google

qui ſont tirées de 15 en 15 degrés, ſatisfont dans ce cas-là.

Si le ſoleil eſt dans le tropique, le fil à-plomb à midi tombe à l'extrémité B du petit zodiaque, ou il fait un angle de 66° avec la ligne AN; c'eſt la hauteur méridienne ce jour-là pour un obſervateur ſitué ſous la ligne. A meſure que la ligne s'abaiſſe, l'angle BAN diminue comme la hauteur du ſoleil; les intervalles des lignes horaires, compriſes entre LH & AN, ſont les coſinus des angles horaires par la conſtruction, puiſqu'on a pris ces angles horaires ſur l'arc LN; ainſi, les ſinus des angles du fil à-plomb avec la ligne AN diminuent comme les coſinus des angles horaires. Or il eſt facile de voir que c'eſt auſſi la marche des hauteurs du ſoleil dans ce cas-là. En effet, ſoit EV (*fig. 33*), le diamètre de l'équateur, HO l'horizon, TP le rayon du tropique, décrit par le ſoleil; ſuivant la propriété de la projection de l'analemme, le ſoleil à 4 heures répond en M dans la projection, en ſorte que le coſinus TM de l'angle horaire eſt la moitié du rayon TP du parallèle; mais MT eſt auſſi le ſinus de la hauteur du ſoleil: donc le ſinus de la hauteur du ſoleil eſt comme le coſinus de l'angle horaire; donc le *cadran* répond à ce qui ſe paſſe dans la phère pour ce cas-là.

Suppoſons maintenant pour l'obſervateur une latitude quelconque égale à PO (*fig. 252*), EQ l'équateur, MAF le parallèle du ſoleil, K le lieu du ſoleil dans la projection analemmatique, KL le ſinus de la hauteur du ſoleil, KA le coſinus de l'angle horaire; on voit que la ligne KL ſera toute la journée proportionnelle à KF, qui eſt la ſomme du coſinus de l'angle horaire actuel, & du coſinus AF de l'angle horaire au lever ou au coucher du ſoleil.

Or ſi le point de ſuſpenſion dans le *cadran* eſt en E (*fig. 271*), & que la perle décrive l'arc KQC depuis le lever du ſoleil, qu'elle ſera en K juſqu'à midi qu'elle ſera en C, le ſinus, comme QR de l'arc QK, qu'elle aura décrit à ſept heures du matin, ſera la ſomme de QS & de SR, c'eſt-à-dire, du coſinus de l'angle horaire à ſept heures, & du coſinus de l'angle horaire au point K vers 2^h P, qui eſt le lever du ſoleil dans ce cas-là: donc elle marquera les heures & les hauteurs comme nous avons vu qu'elles ſont dans l'analemme.

J'ai dit que la perle étoit en C à midi; il eſt aiſé de voir qu'en effet l'angle CEK eſt égal à la hauteur méridienne du ſoleil; car le triangle EAC eſt ſemblable au triangle GAL (dont l'angle G eſt égal à la hauteur de l'équateur, puiſque AG eſt la tangente de la latitude), les côtés AE & AC étant plus grands que AG & AL dans le rapport de la ſécante de $23^d\frac{1}{2}$ au rayon: ainſi, la ligne EC eſt plus inclinée que GL de $23^d\frac{1}{2}$ par rapport à GA ou EK; donc elle eſt inclinée d'une quantité égale à la ſomme de la hauteur de l'équateur & la déclinaiſon du ſoleil, c'eſt-à-dire, égale à la hauteur méridienne.

On trouve le lever & le coucher du ſoleil ſur ce *cadran* en plaçant le fil à-plomb parallélement à la ligne VOP, & regardant à quelle ligne horaire il répond.

On peut auſſi meſurer la hauteur du ſoleil à une heure quelconque, en ſuſpendant le fil en A au centre du demi-cercle LNO qu'on peut diviſer en degrés, & que les lignes horaires partagent en quarts d'heure, qui ſont chacun $3^d\frac{1}{4}$ de la circonférence.

Dans les ſupplémens de l'Encyclopédie *au mot* HEURE, on a donné la deſcription & la figure de ce *cadran*, d'après un journal anglois, en y ajoutant un quart de cercle mobile, avec une alidade & deux règles qui ſe meuvent par des couliſſes pour placer le centre du quart de cercle ſur un point quelconque. Mais l'ancienne méthode que j'ai ſuivie ici eſt auſſi commode & moins diſpendieuſe; & j'ai cru qu'il falloit préférer ici l'explication des *cadrans*, que l'on a le plus ſouvent exécutés, & que l'on rencontre le plus fréquemment.

On trouve auſſi dans les ſupplémens de l'Encyclopédie *au mot* CADRAN, la deſcription d'un inſtrument, qui donne également l'heure par le moyen de la hauteur en faiſant mouvoir une règle pour différentes latitudes, & une alidade pour les différentes déclinaiſons: cet inſtrument eſt de M. Lambert.

XII. *Cadran analemmatique* ou *azimutal*, *fig. 274*. Il fut donné en 1642, par Vaulezard, dans un ouvrage françois, intitulé: *Traité de l'origine, démonſtration, conſtruction & uſage du quadrant analemmatique*, & il fit le principal objet d'un livre de Forſter, publié, en 1654, à Londres ſous le nom de *Elliptical Horologiography*. Ce *cadran* a été copié depuis par tous les auteurs de Gnomonique, toujours ſans démonſtration: ce qui fit que j'en donnai une dans les *Mémoires de l'Académie*, année 1757; mais en voici une autre bien plus ſimple, déduite du principe de la projection orthographique.

Conſtruction. Soit ABD (*fig. 272*) une ellipſe décrite ſur un plan horizontal, dont le petit axe ſoit au grand, comme le ſinus de la latitude eſt au rayon (à Paris comme 753 eſt à 1000); du centre C, l'on prendra ſur la méridienne du côté du nord, quand le ſoleil déclinera au nord une diſtance CM égale au produit du coſinus de la latitude par la tangente de la déclinaiſon du ſoleil (à Paris 286 au ſolſtice), on élevera en M un ſtyle vertical. On diviſera l'ellipſe ABD en heures par des perpendiculaires comme EF abaiſſées de 15 en 15 degrés du cercle circonſcrit AED, & le ſtyle marquera l'heure ſur la circonférence de l'ellipſe.

Démonſtration. Soit *H O* (*fig. 273*), l'horizon vu de profil, ou projeté ſur le méridien, *O E Q* la projection de l'équateur ou d'un *cadran* équinoxial, dont le ſtyle eſt *B E S*. Concevons que le *cadran* équinoxial ſoit projeté ſur l'horizon par des perpendiculaires, ſa circonférence formera une ellipſe, dont le petit axe *H O* ſera le ſinus de l'angle *Q* égal à la latitude du lieu. Le ſtyle *E S*, qui eſt égal à la tangente de la déclinaiſon, aura pour projection *M C* ou *S A* plus petite que *S E* dans le rapport du ſinus de l'angle *S E A*, ou du coſinus de la latitude au rayon.

Au moment où le ſommet du ſtyle *S* marque l'heure ſur un point horaire de la circonférence du *cadran* équinoxial, on peut conſidérer le rayon ſolaire, qui va du ſommet du ſtyle au point horaire, comme projeté, ainſi que le ſommet *S*, la projection de ce rayon ſolaire ira du point *M* au point où ſe projete le point horaire; ainſi, on peut ne conſidérer que la projection, & l'on ſentira que le point *M* doit faire ombre ſur le point de l'ellipſe, qui répond au même point du cercle, ou qui en eſt la projection.

On peut auſſi concevoir un cercle vertical paſſant par le ſoleil & par le ſommet du ſtyle *S*, l'ombre du point *S* ſera néceſſairement dans ce vertical, ainſi que le point horaire du *cadran*, & ſa projection; donc le point *M* & l'ombre toute entière du ſtyle vertical *S M*, ſe trouveront dans le plan du même cercle vertical; donc l'ombre du point *S* & du point *M* tombera ſur le point de l'ellipſe où tombe le point horaire du cercle ou du *cadran* équinoxial.

Pour éviter le calcul de la quantité *C M*, on peut employer la conſtruction ſuivante. Ayant pris un arc *P O* (*fig. 273*) égal à la hauteur du pole, & *D O* égal à la déclinaiſon, on tirera *E P*, *E D* & la perpendiculaire *P G*; le ſegment *G K* ſera la quantité dont le ſtyle devra être éloigné du centre, ſur un *cadran* dont le rayon *E O* ſeroit le demi-grand axe. En effet, *G K* = *E G*, tang. déclin. = coſ. latit. tang. déclin. expreſſion qui revient au même que celle de la démonſtration précédente.

On peut auſſi trouver le point *M* en cherchant le foyer *F* de l'ellipſe, & faiſant l'angle *C F M* égal à la déclinaiſon du ſoleil; car la diſtance *B F* du foyer au petit axe eſt égale au rayon *A C*; ainſi *C F* eſt le coſinus de la latitude: donc *C M* = coſ. lat. tang. déclin.

On trouve dans la plupart des auteurs une conſtruction fort compliquée, & que je ne rapporterai point ici par cette raiſon, mais elle revient au même que celle-ci.

On lit auſſi dans les ſupplémens de l'Encyclopédie *in-folio* une théorie générale, mais très-longue de ce *cadran*, & une conſtruction géométrique de M. Lambert; mais je crois l'article précédent très-ſuffiſant pour le *cadran* azimutal.

Il eſt inutile de parler ici de la manière de tracer une ellipſe; on peut le faire ou avec un cordon égal au grand axe, fixé ſur les deux foyers, ou avec un compas à ellipſe, ou enfin avec deux cercles concentriques diviſés en 24 heures, de la manière que nous expliquerons en parlant des éclipſes.

Voici une table des principales meſures néceſſaires à la conſtruction de ces *cadrans* pour différentes hauteurs du pole.

La moitié du grand axe étant diviſée en 1000 parties égales, on voit dans cette table combien de ces parties doit avoir la diſtance qu'il faut mettre entre le centre du *cadran* & le ſtyle, le 21 de chaque mois, ou à l'entrée du ſoleil dans chaque ſigne.

Distances entre le centre et le style, dans un Cadran analemmatique.

Hauteurs du pole ou latitudes.	21 { *Février, Avril, Août, Octobre.*	22 { *Janvier, Mai. Juillet, Novembre.*	22 { *Juin, Décembre.*	*Moitié du petit axe.*
30 d	176	318	376	500
35	166	301	356	574
40	156	282	333	643
45	144	260	307	707
50	131	236	279	766
55	117	210	249	819

Ce *cadran* azimutal a l'avantage de n'être pas ſujet à l'inégalité des réfractions.

M. Lambert a remarqué dans les éphémérides de Berlin, pour 1777, qu'on peut ſubſtituer à l'ellipſe un cercle horizontal diviſé en parties égales, pourvu que le ſtyle ſoit incliné vers le

point qui tient le milieu entre le zénit & le pole, & que ſa diſtance au centre ſoit égale au produit de la tangente de la moitié de la hauteur de l'équateur par celle de la déclinaiſon; je n'en donnerai pas ici la démonſtration; c'eſt un objet de pure curioſité.

XIII. CADRAN *cylindrique par les hauteurs.* On fait ſouvent de petites colonnes portatives qui, préſentées au ſoleil, y marquent l'heure qu'il eſt, au moyen d'un ſtyle horizontal perpendiculaire à l'axe du *cadran.* On voit dans la figure 275 le développement du papier dont on environne le cylindre; la ligne *B A* qui eſt égale à la circonférence du cylindre, eſt diviſée en ſix parties égales pour répondre à ſix mois de l'année, parce que les ſix autres ſe répètent ſur les mêmes diviſions. Sur chacune de ces diviſions, on tire une ligne verticale comme *C D*, ſur laquelle on cherche les points de chacune des lignes horaires, par le moyen de la table des hauteurs du ſoleil à différentes heures du jour. Pour cet effet, ayant pris une longueur *S T* égale à la ſaillie du ſtyle qui doit faire ombre, on tire une ligne *T E* qui faſſe un angle *T* égal à la hauteur du ſoleil pour le jour & l'heure donnés; par exemple, à deux heures pour le 20 de mai ou de juillet, & l'on porte la longueur *S E* de *C* en *F* ſur la ligne du 20 mai ou du 20 juillet; le point *F* marque l'endroit où doit paſſer la ligne de deux heures: car lorſque le ſtyle ſera tourné ſur le point *C*, & expoſé directement au ſoleil de maniére que ſon ombre couvre la ligne *C D*, la pointe *T* du ſtyle jettera ſon ombre au point *F* & y marquera deux heures, puiſque la ligne *G F H* eſt la ligne de 2 heures. On trouvera de plus grands détails ſur cette eſpèce de *cadran*, dans la *Gnomonique* de Dom Bedos 1774; mais ce que je viens de dire ſuffit pour en faire comprendre le principe, & peut-être même pour la plupart de ceux qui voudroient en conſtruire.

XIV. CADRAN *qui ſe voit à Paris ſur la colonne de l'hôtel de Soiſſons ou de la halle au blé* L'hôtel de Soiſſons fut bâti en 1573 par Catherine de Médicis, ſur l'emplacement de l'ancien hôtel de Neſle; il prit le nom d'hôtel de Soiſſons en 1604, ayant été acheté par Charles de Bourbon, comte de Soiſſons; le prince de Carignan, mort en 1741, ayant laiſſé des dettes, les créanciers le firent démolir; la ville de Paris acheta le terrein, & l'on y a bâti la halle au blé.

Catherine de Médicis y avoit fait faire une colonne de 80 pieds de haut, par Jean Bulland: M. de Bachaumont l'acheta pour empêcher qu'elle ne fût démolie; & en 1764, M. de Viarmes, prévôt des marchands, engagea M. Pingré à y faire un *cadran* ſolaire; il n'y en avoit aucun parmi ceux qui avoient été décrits juſqu'alors qui pût convenir à cette colonne, & M Pingré a imaginé celui dont je vais donner la deſcription d'après l'ouvrage qu'il publia en 1764: *Mémoire ſur la colonne de la halle aux blés*; à Paris, chez Barrois. J'y ajouterai les réſultats des calculs qu'il n'avoit point publiés, & une figure exacte du *cadran*, avec la partie de la colonne ſur laquelle il eſt tracé.

On a choiſi à 50 pieds de hauteur au-deſſus du pavé un eſpace de 9 pieds, qu'on a rendu cylindrique en rempliſſant les cannelures de la colonne, & qui s'eſt trouvé avoir 29 pieds 9 pouces 9 lignes & $\frac{1}{2}$ de circonférence, & le rayon en lignes 683,35. Une ligne verticale tirée ſur la face méridionale de ce tambour, exprime la ſection du méridien & de la colonne; les interſections des cercles horaires ſont des ellipſes qu'on y a tracées, & qui forment ſur le tambour les lignes horaires du *cadran.*

Un cercle horizontal qui fait le tour de la partie ſupérieure, porte 15 ſtyles horizontaux qui ont 4 pieds 5 pouces 2 lignes de ſaillie, & dont chacun couvre par ſon ombre une des ellipſes horaires à l'heure qu'elle marque.

Toutes ces lignes horaires ſe réuniſſent en un point qui exprime le pole auſtral ou l'interſection de l'axe du monde & du *cadran*; il eſt au-deſſous de l'horizontale de 5 pieds 5 pouces 2 lignes $\frac{1}{10}$, qui eſt la tangente de la latitude du lieu 41° 8′ 10″, pour un rayon de 4 pieds 8 pouc. 11 lign. 35.

Pour trouver la place des ſtyles ſur le cercle ſupérieur, ou l'interſection des lignes horaires avec l'horizon, il ſuffit d'avoir le point de l'horizon où paſſent les cercles horaires d'une heure, de deux heures, &c. Soit *H P O* le méridien, *fig. 40*, *P* le pole, *P X* le cercle horaire d'une heure, qui fait avec le méridien un angle *P* de 15°; dans le triangle *P O X* rectangle en *O*, dont on connoît *P O* qui eſt la latitude du lieu, 48° 51′ 50″, & l'angle *P*, l'on trouvera *H X*, 11° 24′ 34″: ainſi, le premier ſtyle eſt implanté à 11° 24′ 34″ de la méridienne ſur le cercle horizontal du *cadran.* Cet angle eſt le même que celui de la ligne d'une heure ſur un *cadran* horizontal; j'en ai donné la table ci-deſſus: mais voici les complémens des angles *X*, ou les inclinaiſons des cercles horaires par rapport aux verticaux, pour ſervir à tracer les lignes horaires ſur le *cadran*, telles qu'on les voit dans la *figure 276.*

HEURES.		*Inclinaiſon des cercles horaires.*
Soir.	*Matin.*	
1	11	9° 48′
2	10	19 12
3	9	27 43
4	8	34 44
5	7	39 27
6	6	41 8
7	5	39 27
8	4	34 44

Pour tracer les courbes horaires ſur le tambour, il falloit en chercher pluſieurs points. Je ſuppoſe qu'on veuille ſavoir à quelle diſtance de la méridienne paſſe la ligne d'une heure priſe un pied au-deſſous de la ligne horizontale; je ſuppoſe que *H* ſoit le pied du ſtyle d'une heure ou de onze heures, *HV* une ligne verticale tirée ſur la ſurface de la colonne, *O* le point cherché ſur la ſurface de la colonne, *OV* une ligne horizontale tirée du point *O* au-dedans de la colonne perpendiculairement ſur le plan du vertical, dont *HV* eſt l'interſection; on a trouvé ci-deſſus l'angle formé en *H* entre le vertical & le plan du cercle horaire dans lequel eſt la ligne horaire *HO*; on cherchera la longueur de la perpendiculaire *OV*, en diſant: Le ſinus total eſt à un pied ou 144 lignes, comme la tangente de 9° 48′ 10″ ½ à la perpendiculaire *OV*, 248 l. 81. Cette perpendiculaire forme un triangle horizontal avec le rayon de la colonne qui paſſe en *O*; & pour avoir l'angle au centre, il ſuffira de dire: Le rayon de la colonne 683,35 eſt à *OV* comme le ſinus total eſt au ſinus d'un angle qu'on trouvera 2° 5′ 12″; c'eſt la diſtance horizontale entre le vertical du point *O* & celui du point *H*: or le vertical du point *H*, ſuivant le calcul précédent, eſt éloigné de 11° 24′ 34″ de la méridienne; donc le point *O* en ſera éloigné de 9° 19′ 22″. M. Pingré a calculé ainſi de pied en pied pour la hauteur, la ſituation horizontale de chaque ligne horaire, & il a fait paſſer ſes courbes par tous les points ainſi marqués.

Diſtance à la méridienne.	I heure.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Sur l'horizontale,	11° ....25′	23° ....30′	36° ....59′	52° ....32′	70° ....25′	90° ....0′	109° ...35′
un pié plus bas.	9.....19	19.....17	30.....38	44.....8.	60.....26	79.....24	99.....36
2 piés.....	7.....14	15.....4.	24.....11	35.....32	50.....7.	68.....24	89.....17
3.....	5.....8.	10.....47	17.....35	26.....32	39.....4.	56.....29	78.....14
4.....	3.....2.	6.....26	10.....42	16.....46	26.....29	42.....35	.....
5.....	0.....55	1.....58	3.....22	5.....36	10.....18	23.....2.	.....
6.....	1.....13	2.....37	4.....39	.....	.....	.....	.....
7.....	3.....21	7.....24	13.....49	.....	.....	.....	.....
8.....	5.....31	12.....27	25.....22	.....	.....	.....	.....
9.....	7.....43	17.....51	48.....17	.....	.....	.....	.....

On voit ſur cette colonne d'autres courbes qui ſont dorées, & qui marquent les arcs des ſignes: ils ſont repréſentés dans la figure; mais il ſeroit trop long d'en donner ici la démonſtration & le calcul.

XV. CADRAN *aux étoiles*; on l'appelle quelquefois *nocturnal de Munſter*. Il eſt compoſé de trois pièces principales; 1.° une platine *CD*, *fig.* 277, percée au centre *G* pour appercevoir l'étoile polaire au travers; 2.° un *cadran* mobile diviſé en 24 heures; 3.° une alidade *GH* mobile autour du cercle, & dont une partie déborde la circonférence. On ſuppoſe que l'on regarde l'étoile polaire par le trou du centre, le manche *B* étant en bas dans le plan d'un vertical, le plan de l'inſtrument incliné comme l'équateur. On regarde en même-tems une autre étoile circompolaire, & l'on place l'alidade ſur cette étoile. La figure eſt faite pour la claire de la petite ourſe qui eſt la précédente, ou ſupérieure des deux gardes ou des deux belles étoiles de la petite ourſe, marquée *β*; elle a 14ʰ 51′ d'aſcenſion droite: ainſi, elle paſſe au méridien à midi le 7 novembre. Le *cadran* des heures eſt mobile ſur la platine, de manière que l'heure du paſſage au méridien (de l'étoile pour laquelle il eſt fait) ſoit toujours à la partie ſupérieure, & le paſſage inférieur au bas de la platine. Par exemple, la claire de la petite ourſe paſſe au méridien inférieur à minuit le 7 novembre; ſi l'on amène donc le nombre 12 en bas où eſt le 7 novembre, marqué d'une fleur de lys dans la figure, le cercle des heures eſt diſpoſé comme un *cadran* équinoxial fait pour le ſoleil; le midi eſt en haut, parce que l'étoile paſſe à midi; le 5 décembre elle paſſe à dix heures; il faut donc que les 10ʰ du *cadran* ſoient en bas ce jour-là; pour cela on avance à droite de 30° l'index, la fleur de lys ou les 12ʰ, où on les met au 5 de décembre.

Il y a 200 ans que l'on comptoit 11 jours de moins à pareille ſituation du ſoleil: auſſi l'on trouve de ces *cadrans* où il y a le 27 octobre; cette différence vient du vieux ſtyle ſur lequel on comptoit 11 jours de moins. *Voyez* CALENDRIER. La préceſſion de l'étoile eſt peu conſidérable. On ſe ſervoit aſſez ſouvent des deux dernières étoiles de la grande ourſe; on mettoit alors en bas le 29 août; c'étoit à-peu-près cela dans le dernier ſiècle. Actuellement c'eſt le 3 ſeptembre; car ce jour-là on a 10ʰ 48 ou 50′ pour l'aſcenſion droite du ſo-

Digitized by Google

leil, égale à celle de ces deux étoiles. Les heures vont vers la gauche en haut, parce qu'en regardant le nord, les étoiles qui avancent vers le couchant vont à gauche.

Les jours du mois vont auſſi à gauche ou du même ſens, puiſque plus le ſoleil avance dans l'écliptique, & plus l'étoile avance en paſſant plutôt au méridien; il faut donc qu'on ait dans le méridien un moindre nombre d'heures, & pour cela on doit tourner le *cadran* vers la gauche.

On ne fait plus guère de ces ſortes d'inſtrumens; ils ne ſauroient avoir de la préciſion à cauſe de leur petiteſſe, & à raiſon de la différence qu'il y a entre l'étoile polaire & le vrai pole du monde auquel on ne peut pas diriger le centre de l'inſtrument.

On peut trouver l'heure exactement par le paſſage des étoiles au-deſſous de la polaire; je l'ai expliqué en détail dans le premier volume de mon Aſtronomie, où j'ai donné la table de ce qu'il faut ajouter à la diſtance de l'équinoxe au ſoleil, pour avoir exactement l'heure qu'il eſt quand une étoile paſſe dans le vertical ou dans l'à-plomb de l'étoile polaire. *Voyez* ETOILE.

XVI. Le *cadran à la lune* ou le *cadran lunaire* eſt celui qui montre l'heure pendant la nuit, par le moyen de la lumière de la lune, ou de l'ombre d'un ſtyle que la lune éclaire. On peut faire des *cadrans* où les interſections des lignes horaires avec les lignes qui marquent le quantième à la lune, indiquent l'heure; mais on peut ſe ſervir auſſi d'un *cadran ſolaire*, comme ſi c'étoit un *cadran lunaire*, c'eſt-à-dire, trouver l'heure à la lune par le moyen d'un *cadran ſolaire*. On obſervera l'heure que l'ombre du ſtyle montre à la lumière de la lune; on trouvera l'âge de la lune dans le calendrier, & on multipliera le nombre des jours par trois quarts; le produit ſera le nombre d'heures qu'il faut ajouter à l'heure marquée par l'ombre, afin d'avoir l'heure qu'on demande. La raiſon de cette pratique eſt, que la lune paſſe tous les jours au méridien, ou à quelque cercle horaire que ce ſoit, trois quarts d'heure plus tard que le jour précédent: or le jour de la nouvelle & de la pleine lune, elle paſſe au méridien en même-tems que le ſoleil; d'où il s'enſuit, par exemple, que le troiſième jour après la nouvelle lune, elle doit paſſer deux fois trois quarts d'heure ou une heure & demie plus tard au méridien; le 16 de la lune il y a douze heures, & ainſi des autres.

Si le nombre des jours multipliés par $\frac{3}{4}$ & ajoutés au nombre des heures excède 12, il faudra en ôter douze.

Les arcs des ſignes que l'on voit ſouvent ſur les grands *cadrans* & même ſur les petits, ſont des courbes hyperboliques décrites par l'ombre de la pointe du ſtyle en divers tems de l'année; on n'en trace jamais que ſix, trois au-deſſus de l'équinoxial, & trois au-deſſous; comme on les voit ſur le *cadran* vertical, *fig. 278*, la ligne équinoxiale ♈ ♎ tenant lieu de la courbe qui répond aux équinoxes.

Pour tracer ces courbes on en cherche un point ſur chaque ligne horaire au moyen du *Trigone*, *fig. 279*. C'eſt un inſtrument compoſé d'une règle *D A* & d'un ſecteur de cercle qui a 23° $\frac{1}{2}$ de chaque côté de la ligne du milieu, perpendiculaire à *D A*; les points *c* & *d* ſont éloignés de 11° 29′ du milieu, & les points *b* & *f* de 20° 10′. Ce ſont les déclinaiſons du ſoleil à un ſigne & à deux ſignes de diſtance aux équinoxes. La ligne *D A* repréſentant l'axe du monde ou le ſtyle d'un *Cadran*, les rayons *D a*, *D b*, &c. repréſentent les rayons ſolaires au commencement de chaque ſigne.

On diſpoſe l'inſtrument en ſorte que le bout de règle *A D* ſoit le long de l'axe du *cadran*, *fig. 280*, le point *D* à l'extrémité du ſtyle, & le plan de l'inſtrument dans le plan du cercle horaire, ſur lequel on veut opérer; c'eſt dans la figure le plan même du méridien. On prend enſuite le fil *D F* par l'extrémité *F*, & on l'étend, en ſorte qu'il paſſe par-deſſus une diviſion de l'inſtrument; on fait une marque *f* à l'endroit où le fil rencontre la ligne horaire du *cadran*; & cette marque eſt un des points par où paſſera l'arc du ſigne auquel la diviſion dont on s'eſt ſervi ſe rapporte: c'eſt dans notre figure aux ſignes du ♌, & des ♓; de même aux autres diviſions.

Après avoir ainſi trouvé dans un cercle horaire les ſept rencontres ou extrémités des ſept lignes de l'inſtrument prolongées, on le changera de poſition, en ſorte que ſon plan coincide avec le plan d'un autre cercle horaire, dans lequel on trouvera de même les extrémités du prolongement des lignes de l'inſtrument; on ne les a marqué ſur la figure 280 que ſur la ligne méridienne. Ayant ainſi dans chaque ligne horaire les points que le fil aura marqué pour chaque ſigne, il ne reſte plus qu'à les joindre les uns aux autres; ſavoir tous les ♈ enſemble, tous les ♉, &c. & l'on aura les arcs des ſignes tracés, ainſi qu'ils ſont dans la *fig. 278* & d'autant plus exactement, que le nombre des lignes horaires ſera plus grand.

On doit remarquer que tous les ♈ ſont en ligne droite; c'eſt qu'ils repréſentent l'interſection de l'équateur & du plan du cadran, qui eſt une ligne droite; les autres ſont des ſections coniques, parce qu'elles repréſentent l'interſection du plan du *cadran*, & des ſurfaces coniques que décrivent les rayons. Ces courbes ont un axe commun, qui eſt la ſouſtilaire.

Ce moyen de trouver les arcs des ſignes, en ſe ſervant de l'inſtrument, n'eſt pas très-exact ſi le *cadran* eſt fort grand, on peut bien avec un petit inſtrument prendre des angles, dont les côtés ſont très-grands, mais l'erreur ſe multiplie. Voici une autre méthode fondée ſur la même théorie.

Il faut tracer en grand ſur un mur ou ſur le

plancher, la figure du *trigone* telle qu'elle eſt repréſentée, *fig. 281*, ſur la ligne ♈ *D*, élever la perpendiculaire *D A*, égale à la longueur de l'axe du *cadran;* prendre enſuite ſur la ligne *D* ♈ l'intervalle *D o*, égal à la diſtance du ſommet du ſtyle à l'équinoxiale du *cadran* ſur une ligne horaire, mener enſuite la ligne *A M*, elle ſera coupée par les lignes du *trigone* aux points *a b c o d f g;* qu'il faut enſuite rapporter ſur la ligne horaire à laquelle appartient la diſtance *D o* dont on s'eſt ſervi; procéder ainſi ſur chaque ligne horaire, & joindre enſuite enſemble tous les points correſpondans au même ſigne comme dans la première methode.

Pour trouver les mêmes points par le calcul, il faut connoître l'angle du ſtyle avec la ligne horaire, dont la meſure eſt l'arc *P O*, *fig. 267* du cercle horaire compris entre le pole & le plan du *cadran;* il faut connoître auſſi la diſtance *S X*, *fig. 263*, entre le ſommet du ſtyle & le centre du *cadran*, en pieds, pouces & lignes, ce qui eſt facile dès qu'on a la hauteur du ſtyle droit *S P* & l'angle *S X P* du ſtyle & de la ſouſtylaire, dont la meſure eſt *P Y*, *fig. 267*. Alors dans le triangle *A D f*, *fig. 280*, connoiſſant l'angle *A D f* diſtance du ſoleil au pole, qui eſt la ſomme ou la différence de 90° & de la déclinaiſon du ſoleil avec l'angle *DAf* & le côté *A D*, on trouvera la longueur de *A f*.

La méridienne du tems moyen eſt une des choſes qui méritent le plus d'être tracées ſur de grands *Cadrans*, parce que le tems moyen & uniforme eſt celui que l'on devroit toujours employer dans l'uſage de la vie comme dans les obſervations & les tables aſtronomiques. Cependant la première ligne de cette eſpèce a été celle de M. de Fouchy chez le comte de Clermont. On en trouve la deſcription détaillée dans les Gnomoniques faites par de Parcieux & D. Bedos.

La méridienne, *fig. 284*, eſt ſuppoſée horizontale; elle eſt environnée d'une courbe qui commence en haut le 21 juin 76′ à droite, & finit en bas le 21 décembre 78′ à gauche de la méridienne du tems vrai.

Pour tracer cette courbe, il faut tracer les arcs des ſignes de cinq en cinq degrés, diviſer un quart d'heure avant & après midi en minutes & en ſecondes, prendre dans une table de l'équation du tems la différence entre le midi vrai & le midi moyen, & la prendre ſur l'arc du ſigne qui répond au jour donné; & l'on a ainſi une ſuite de points par leſquels on fait paſſer une courbe.

On tracoit autrefois ſur de grands *cadrans* les heures italiques, babyloniques & judaïques, ainſi, nous devons en donner ici une petite explication.

Les heures italiques qui commencent au coucher du ſoleil, & les heures babyloniennes qui commencent au lever, doivent commencer à la ligne horizontale *H Q*, *fig. 282*, qui eſt la ligne de 24 heures italiques ſi le *cadran* regarde le couchant, ou de 24 heures babyloniques s'il regarde l'orient.

Le point de l'équinoxiale *E Q* marqué 5^{h} du ſoir pour un *cadran* occidental, appartient à la ligne de 23^{h} italiques ou de 11^{h} babyloniques, puiſque le ſoleil étant dans l'équateur ſe couche à 6 heures, donc à cinq heures du ſoir il eſt 23 heures d'Italie; mais alors il ſe leve à 6 heures du matin, donc il eſt 11^{h} de Babylone.

Le même point marqué 11^{h} du matin pour un *cadran* oriental, appartient à 13^{h} italiques & à une heure babylonique.

Pour avoir un autre point de chacune des lignes dont nous venons de parler, il faut décrire un parallele diurne *A B C D F G*, c'eſt-à-dire un des arcs des ſignes que nous venons d'expliquer. Je choiſis pour exemple celui que le ſoleil décrit quand il ſe leve à 8 heures du matin, & qu'il ſe couche à 4 heures du ſoir; le point *C* qui précède d'une heure le coucher ſur un *cadran* occidental, appartient à la ligne de 23 heures italiques & à la ligne de 7 heures babyloniques.

Le point *C* ſur un *cadran* oriental, ſuit d'une heure le lever du ſoleil; ainſi, il appartient à la ligne d'une heure babylonique, & à la ligne de 17 heures italiques.

Quand on aura bien compris cet exemple, on pourra tracer toutes les lignes dont il s'agit; je n'entrerai pas dans un plus grand détail, puiſque l'on ne fait plus aucun uſage des lignes horaires babyloniques, & très-peu des italiques. *Voyez* M. DE LA HIRE, *page* 153.

Les heures judaïques, appellées auſſi les heures antiques ou planétaires, commençoient au lever du ſoleil, diviſoient le jour & la nuit ſéparément en 12 heures; ainſi, pour les tracer ſur un *cadran*, il faut diviſer les arcs ſémidiurnes ſur les parallèles ou arcs des ſignes en ſix parties égales depuis l'horizontale juſqu'à la méridienne; par les points de diviſion on tirera des lignes courbes qui feront les lignes horaires ſur leſquelles la pointe du ſtyle marquera les heures judaïques.

Par exemple le parallèle *A O*, *fig. 283*, pour le ſolſtice d'hiver depuis la méridienne en *A* juſqu'à la ligne l'horizontale en *O*, renferme 4 heures qui répondent à la partie *E Q* de l'équinoxiale, c'eſt cette partie qu'il faut diviſer en ſix également.

Du point *C* centre-diviſeur de l'équinoxiale, on décrira un arc de cercle *D F*, on tirera des rayons aux points *E* & *Q* de l'équinoxiale, & l'on diviſera en ſix parties égales l'arc *E Q*, qui dans ce cas eſt de 60°. On conduira des lignes *C G*, *C H*, *C I*, *C K*, *C L*, juſqu'à l'équinoxiale : par ces points de l'équinoxiale, on tirera des lignes qui ſe dirigent vers le centre, s'il y en a un dans le *cadran* propoſé; ces lignes *G g*, *H h*, &c. diviſeront l'arc ſémidiurne *A O* en ſix parties égales.

Les autres parallèles étant diviſés de même, on marquera d'abord les autres points de diviſion de chacun, à partir de l'horizontale ou de la méridienne, & la courbe qui paſſera par tous ces points ſera une des lignes horaires antiques.

Digitized by Google

TABLE DES DÉCLINAISONS DU SOLEIL,

A CHAQUE JOUR DU MOIS,

Pour une année moyenne entre deux biſſextiles, vers la fin de ce ſiècle, telle que les années 1782, 1786, 1790.

JANVIER.		FÉVRIER.		MARS.		AVRIL.		MAI.		JUIN.	
Jours.	Déclin. Auſtrale.	Jours.	Déclin. Auſtrale.	Jours.	Déclin. Auſtrale.	Jours.	Déclin. Boréale.	Jours.	Déclin. Boréale.	Jours.	Déclin. Boréale.
	D. M.		D. M.		D. M.		D. M.		D. M.		D. M.
1	22 59	1	16 58	1	7 25	1	4 42	1	15 12	1	22 7
2	22 54	2	16 41	2	7 2	2	5 5	2	15 30	2	22 15
3	22 48	3	16 23	3	6 39	3	5 28	3	15 47	3	22 22
4	22 41	4	16 5	4	6 16	4	5 51	4	16 5	4	22 29
5	22 35	5	15 47	5	5 53	5	6 14	5	16 22	5	22 36
6	22 27	6	15 29	6	5 30	6	6 36	6	16 39	6	22 42
7	22 20	7	15 10	7	5 6	7	6 59	7	16 55	7	22 48
8	22 12	8	14 51	8	4 43	8	7 21	8	17 12	8	22 54
9	22 3	9	13 32	9	4 19	9	7 44	9	17 28	9	22 59
10	21 54	10	14 12	10	3 56	10	8 6	10	17 43	10	23 3
11	21 45	11	13 52	11	3 32	11	8 28	11	17 59	11	23 8
12	21 35	12	13 32	12	3 9	12	8 50	12	18 14	12	23 12
13	21 25	13	13 12	13	2 45	13	9 11	13	18 29	13	23 15
14	21 14	14	12 52	14	2 22	14	9 33	14	18 43	14	23 18
15	21 3	15	12 31	15	1 58	15	9 54	15	18 58	15	23 21
16	20 51	16	12 10	16	1 34	16	10 16	16	19 11	16	23 23
17	20 40	17	11 49	17	1 11	17	10 37	17	19 15	17	23 25
18	20 27	18	11 28	18	0 47	18	10 58	18	19 38	18	23 26
19	20 15	19	11 7	19	0 23	19	11 19	19	19 51	19	23 27
20	20 2	20	10 45	10	0 B. 1	20	11 39	20	20 4	20	23 28
21	19 48	21	10 24	21	0 24	21	12 0	21	20 16	21	23 28
22	19 35	22	10 2	22	0 48	22	12 20	22	20 28	22	23 28
23	19 20	23	9 40	23	1 12	23	12 40	23	20 39	23	23 27
24	19 6	24	9 18	24	1 35	24	12 59	24	20 51	24	23 26
25	18 51	25	8 55	25	1 59	25	13 19	25	21 1	15	23 25
26	18 36	26	8 33	26	2 22	26	13 38	26	21 12	26	23 23
27	18 21	27	8 10	27	2 46	27	13 58	27	21 22	27	23 20
28	18 5	28	7 48	28	3 9	28	14 16	28	21 32	28	23 18
29	17 49			29	3 32	29	14 35	29	21 41	29	23 14
30	17 32			30	3 56	30	14 53	30	21 50	30	23 11
31	17 15			31	4 19			31	21 59		

Digitized by Google

TABLE DES DÉCLINAISONS DU SOLEIL,

A CHAQUE JOUR DU MOIS,

Pour une année moyenne entre deux biſſextiles, vers la fin de ce ſiècle, telle que les années 1782, 1786, 1790.

JUILLET.			AOUT.			SEPTEMB.			OCTOBRE.			NOVEMBRE.			DÉCEMBRE.		
Jours.	Déclin. Boréale.		Jours.	Déclin. Boréale.		Jours.	Declin. Boréale.		Jours.	Déclin. Auſtrale.		Jours.	Déclin. Auſtrale.		Jours.	Déclin. Auſtrale.	
	D.	M.		D.	M.		D.	M.		D.	M.		D.	M.		D.	M.
1	23	7	1	17	58	1	8	11	1	3	20	1	14	35	1	21	54
2	23	3	2	17	43	2	7	49	2	3	43	2	14	54	2	22	3
3	22	58	3	17	27	3	7	27	3	4	6	3	15	13	3	22	12
4	22	53	4	17	11	4	7	4	4	4	30	4	15	31	4	22	20
5	22	47	5	16	55	5	6	42	5	4	53	5	15	50	5	22	27
6	22	41	6	16	38	6	6	20	6	5	16	6	16	8	6	22	34
7	22	35	7	16	22	7	5	57	7	5	39	7	16	25	7	22	41
8	22	28	8	16	5	8	5	35	8	6	2	8	16	43	8	22	48
9	22	21	9	15	47	9	5	12	9	6	25	9	17	0	9	22	53
10	22	14	10	15	30	10	4	49	10	6	48	10	17	17	10	22	59
11	22	6	11	15	12	11	4	26	11	7	10	11	17	34	11	23	4
12	21	57	12	14	54	12	4	3	12	7	33	12	17	50	12	23	8
13	21	49	13	14	36	13	3	40	13	7	55	13	18	6	13	23	12
14	21	40	14	14	17	14	3	17	14	8	18	24	18	22	14	23	16
15	21	30	15	13	59	15	2	54	15	8	40	15	18	37	15	23	19
16	21	21	16	13	40	16	2	31	16	9	2	16	18	52	16	23	22
17	21	10	17	13	20	17	2	8	17	9	24	17	19	7	17	23	24
18	21	0	18	13	1	18	1	44	18	9	46	18	19	21	18	23	26
19	20	49	19	12	41	19	1	21	19	10	8	19	19	35	19	23	27
20	20	38	20	12	22	20	0	58	20	10	30	20	19	49	20	23	28
21	20	26	21	12	2	21	0	34	21	10	51	21	20	2	21	23	28
22	20	15	22	11	42	22	0	11	22	11	12	22	20	15	22	23	28
23	20	2	23	11	21	23	0A.	13	23	11	33	23	20	28	23	23	27
24	19	50	24	11	0	24	0	36	24	11	54	24	20	40	24	23	26
25	19	37	25	10	40	25	0	59	25	12	15	25	20	52	25	23	24
26	19	24	26	10	19	26	1	23	26	12	36	26	21	3	26	23	22
27	19	10	27	9	58	27	1	46	27	12	56	27	21	14	27	23	20
28	18	56	28	9	37	28	2	10	28	13	16	28	21	25	28	23	17
29	18	42	29	9	15	29	2	33	29	13	36	29	21	35	29	23	13
30	18	28	30	8	54	30	2	57	30	13	56	30	21	45	30	23	9
31	18	13	31	8	32				31	14	16				31	23	5

L'horizontale

L'horizontale & la méridienne ſont les ſeules qui ſoient des lignes droites, & celle-ci eſt toujours la ſixième heure, il y en a 12 depuis le lever juſqu'au coucher du ſoleil, & la première ſe compte une heure après le lever, la ſixième à midi, la douzième au coucher du ſoleil, après quoi l'on compte les heures de nuit comme on avoit compté les 12 heures de jour.

En ſuivant cette méthode, nous aurions à Paris des heures de jour qui ſeroient doubles de celles de la nuit en été, & qui n'en ſeroient que la moitié en hiver; auſſi cette méthode abandonnée depuis long-tems, n'eſt plus pour la Gnomonique qu'un objet d'érudition & de pure curioſité.

Il en eſt de même des autres lignes que l'on a mis quelquefois ſur les *cadrans*; comme les maiſons céleſtes, *&c.* mais on n'en fait plus uſage.

M. Bizot, Conſeiller au Préſidial de Beſançon, a fait au fauxbourg de Taragnóz un *cadran* vertical déclinant d'une eſpèce ſingulière, qui ne paroît que lorſque le ſoleil luit. Il a fait peindre un ange gardien ſur un mur; il a mis au-deſſus un avant-toit formé par trois plaques de tole, on a tracé les lignes horaires ſur ces trois plaques & on les a ouvert avec la lime, auſſi-bien que les chiffres; les demi-heures ſont indiquées par une ſuite de trous faits avec le forêt, le ſoleil paſſant au travers de ces ouvertures, repréſente un *cadran* lumineux, tel que l'heure actuelle ſe trouve à l'extrémité du doit index de l'ange. *Mercure de février* 1758.

C A L

CALCUL ASTRONOMIQUE, aſſemblage des règles & des méthodes, par leſquelles on *calcule* les mouvemens des aſtres, & ſur-tout les éclipſes, avec les fractions ſexagéſimales, les logarithmes, les règles de la trigonométrie, *&c.* Comme nous n'avons rien dit à ce ſujet au *mot* ARITHMÉTIQUE, il eſt bon de donner ici une idée des premiers élémens du *calcul aſtronomique.*

Les aſtronomes diviſent le ciel en 12 ſignes, chaque ſigne en 30 dégrés, le dégré en 60 minutes, la minute en 60 ſecondes; c'eſt-là ce qu'on appelle les *fractions ſexagéſimales*; l'addition s'en fait comme celle des nombres ordinaires, en obſervant de retenir 60 ſecondes pour en former une minute; 60 minutes pour en former un dégré; 30 dégrés pour en former un ſigne, & de rejetter 12 ſignes, lorſque la ſomme va au-delà. Exemple pour additionner les deux quantités ſuivantes:

4ˢ	15ᵈ	58′	45″
8	14	30	16
1	00	29	01

On obſerve dans les ſecondes que 6 dixaines doivent former la minute: on remarque pour les minutes que de 8 dixaines, il n'en faut mettre que 2 ſous les minutes & retenir les 6 autres qui forment un dégré: à l'égard des dégrés, comme il s'en trouve 30, on en compoſe un ſigne entier, de même que s'il y avoit 24 heures, on en compoſeroit un jour: enfin de 13 ſignes qu'il devroit y avoir dans la ſomme, on en retranche 12: en effet le cercle entier étant paſſé, on ſe trouve au même point que s'il n'y eût pas été; il eſt donc inutile d'y avoir égard. Un aſtre qui auroit parcouru 13 ſignes, & celui qui n'en auroit parcouru qu'un, s'ils étoient partis du même point, s'y retrouveroient tout de même, ſans aucune différence dans leurs ſituations.

La ſouſtraction des fractions ſexagéſimales ſuppoſe la même règle; il faut emprunter une minute pour en former 60 ſecondes, ou un dégré pour en former 60 minutes, un ſigne pour en former 30 dégrés, & un cercle entier pour en former douze ſignes, ſi la quantité que l'on veut ſouſtraire eſt la plus grande. Exemple:

de	4ˢ	6ᵈ	25′	30″
il faut ôter	5	8	35	40.
il reſte	10	27	49	50

Il eſt clair que ſi de 4 ſignes, on en ôte 5, il doit en reſter onze; car un aſtre qui auroit 4 ſignes de longitude & que l'on feroit rétrograder de 5 ſignes, ſe trouveroit avoir repaſſé le point équinoxial d'un ſigne tout entier, & auroit par conſéquent 11 ſignes de longitude.

Il eſt rare que l'on faſſe des multiplications ou des diviſions avec des fractions ſexagéſimales; mais dans les cas où l'on auroit à faire une règle de trois, on pourroit réduire en minutes ou en ſecondes les trois premiers termes de la propoſition, & opérer comme ſur les nombres ordinaires.

On trouve dans tous les anciens livres d'Aſtronomie, comme dans les *Ephémérides* d'Argoli, *&c.* une table qui a pour titre *Tabula ſexagenaria*, qui ſervoit à ces ſortes de parties proportionnelles; elle renferme 60 nombres du haut en bas, depuis 1 juſqu'à 60; chacune des colonnes ſuivantes a en tête la ſuite des nombres naturels, ou des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, *ou* 2, 4, 6, *&c.* quand il y en a plus de 60, on met une minute & le ſurplus en ſecondes: ainſi, dans la colonne de 10 & vis-à-vis de 15, c'eſt-à-dire dans la 15ᵉ ligne horizontale de cette colonne, on trouve 2′ 30″; c'eſt le quatrième terme d'une proportion qui commenceroit par 60 minutes & dont les termes ſuivans ſeroient 10 & 15. Cette table ſexagénaire peut ſervir également à la diviſion des fractions ſexagéſimales; on préfère aujourd'hui l'uſage des logarithmes logiſtiques; mais on a publié en Angleterre, en 1780, des tables ſexa-

géſimales de M. Taylor, qui ſont fort utiles pour ceux qui ont beaucoup de calculs à faire. Il y a auſſi une table ſexcentenaire publiée à Londres en 1779, par M. Bernoulli, pour les cas où le premier terme de la proportion eſt 10′ 0″; ces tables donnent juſqu'aux dixièmes de ſeconde.

On a propoſé bien des fois de ſubſtituer les décimales à la méthode actuelle du *calcul* aſtronomique. Mercator publia en 1676 des *Inſtitutions aſtronomiques*, dans leſquelles les *Tables rudolphines* étoient réduites à ce principe, & où le cercle étoit diviſé en décimales; mais le changement conſidérable que cette méthode auroit exigé dans toutes les méthodes & dans toutes les tables connues, a empêché que les aſtronomes n'aient adopté la méthode.

Le calcul aſtronomique eſt fondé auſſi ſur les *logarithmes*, la trigonométrie ſphérique; mais ces différentes parties ſeront expliquées à leurs places reſpectives. (*D. L.*)

CALCUL, ſ. m. (*Mathém. pures.*) ſupputation de pluſieurs ſommes ajoutées, ſouſtraites, multipliées, ou diviſées. *Voyez* ARITHMÉTIQUE.

L'art de calculer en général, eſt proprement l'art de trouver l'expreſſion d'un rapport unique, qui réſulte de la combinaiſon de pluſieurs rapports. Les différentes eſpèces de combinaiſons donnent les différentes règles de *calcul*. Cela eſt expliqué plus au long à l'*article* ARITHMÉTIQUE.

Voyez les différentes eſpèces de *calcul* aux *articles* ALGÈBRE, DIFFÉRENTIEL, EXPONENTIEL, INTÉGRAL, ADDITION, *&c.*

Pluſieurs peuples de l'Amérique, de l'Afrique & de l'Aſie calculent avec des cordes, auxquelles ils font des nœuds.

Le *calcul aux jettons* ſe fait aiſément, en repréſentant les unités par les jettons, les dixaines par d'autres jettons, les centaines par d'autres. Par exemple, ſi je veux exprimer 315 avec des jettons, je mets 3 jettons pour marquer les centaines, 1 pour les dixaines, 5 pour les unités. *Voyez* DIXAINE, *&c.*

Le mot *calcul* vient du latin *calculus*, qui ſignifie une *pierre*, parce que les anciens ſe ſervoient de petits cailloux plats pour faire leur ſupputations, ſoit des ſommes multipliées ou diviſées dans les comptes, ſoit en Aſtronomie & en Géométrie. De-là vient que nous avons donné le nom de *calcul* aux Sciences des nombres, à l'Arithmétique, à l'Algèbre. Les Romains s'en ſervoient encore pour donner les ſuffrages dans les aſſemblées & dans les jugemens; ils marquoient auſſi les jours heureux avec une pierre blanche, *dies albo notanda lapillo*, dit Horace, & les jours malheureux par une pierre noire. Ils avoient emprunté la première de ces coutumes des Grecs, qui nommoient ces eſpèces de jettons naturels ψῆφοι; c'étoient d'abord des coquilles de mer, remplacées depuis par des pièces d'airain de la même figure, appellées *ſpondyles*. Deux choſes diſtinguoient les *calculs*; la forme & la couleur. Ceux qui portoient condamnation étoient noirs & percés par le milieu, les autres étoient entiers & blancs. M. l'abbé de Canaye, (Mém. de l'Acad. des Belles-Lettres, *Tom. I & VII.*) dit qu'on pourroit regarder la précaution de percer les noirs comme une preuve que les Aréopagites, qui s'en ſervoient, jugeoient pendant la nuit; car à quoi bon percer les *calculs* noirs, ſi l'on eût pu voir les uns & les autres, & appercevoir, par le ſecours de la lumière, la différence de leur couleur; au lieu qu'en jugeant dans les ténèbres il eſt clair qu'on avoit beſoin d'une différence autre que celle de la couleur & relative au tact, pour démêler les *calculs* de condamnation d'avec ceux qui marquoient l'abſolution. On comptoit ces *calculs*, & le nombre des uns & des autres décidoit pour ou contre l'accuſé.

On ſe ſervoit auſſi de *calculs* ou *bulletins* pour tirer les athlètes au ſort dans les jeux publics, & les apparier. Voici comme la choſe ſe pratiquoit aux jeux olympiques, au rapport de Lucien dans ſon dialogue, intitulé: *Hercule ou des Sectes.* « On place, dit-il, devant les juges, une urne » d'argent conſacrée au dieu en l'honneur de qui » ſe célèbrent les jeux. On met dans cette urne » des ballottes de la groſſeur d'une fève, & dont » le nombre répond à celui des combattans. Si » ce nombre eſt pair, on écrit ſur deux de ces » ballotes la lettre *A*, ſur deux autres la lettre *B*, » ſur deux autres la lettre *T*, & ainſi du reſte. » Si le nombre eſt impair, il y a de néceſſité une » des lettres employées qui ne ſe trouve inſcrite » que ſur une ſeule ballote; enſuite les athlètes » s'approchent l'un après l'autre, & ayant invoqué » Jupiter, chacun met la main dans l'urne & en » tire une ballote. Mais un des maſtigophores ou » porteverges lui retenant la main, l'empêche de » regarder la lettre marquée ſur cette ballote juſqu'à » ce que tous les autres ayent tiré la leur. Alors » un des juges faiſant la ronde examine les ballotes » de chacun, & apparie ceux qui ont les lettres » ſemblables. Si le nombre des athlètes eſt impair, » celui qui a tiré la lettre unique eſt mis en ré- » ſerve pour ſe battre contre le vainqueur. » (*O*)

CALCULER, v. act. c'eſt en général appliquer les règles ou de l'Arithmétique ou de l'Algèbre, ou les unes & les autres, à la déterminaiſon de quelque quantité. *Voyez* CALCUL.

CALENDES, chez les Romains étoit le nom du premier jour du mois.

CALENDRIER, ſ. m. (*Aſtron.*) c'eſt une diſtribution de tems diſpoſée pour les uſages de la vie; ou bien c'eſt une table ou un almanach qui contient l'ordre des jours, des ſemaines, des mois, des fêtes, *&c.* qui arrivent pendant le cours de l'année. *Voyez* TEMS, ANNÉE, MOIS & FÊTE.

Il a été appellé *calendrier*, du mot *calendæ*, que l'on écrivoit anciennement en gros caractères au commencement de chaque mois. *Voyez* CALENDES.

La première choſe à remarquer dans le *calendrier*

Digitized by Google

eſt l'ordre des années, nous avons parlé de la durée & de la forme des années chez tous les Peuples du monde au *mot* ANNÉE, mais nous devons développer ici le *calendrier* des Romains, & celui dont on ſe ſert actuellement dans toute l'Europe, qui eſt le *calendrier* Grégorien.

Le *calendrier* des Romains, tel qu'il fut établi par Céſar, contient les 12 mois comme celui de Numa, les uns de 30 jours les autres de 31; mais au lieu de compter comme nous le premier du mois, le 2, le 3, *&c.* le premier jour s'appelloit jour des calendes, le ſuivant étoit le quatrième ou le ſixième avant les nones, on le verra ſuffiſamment dans la table ſuivante qui contient un *calendrier* romain, que des ſavans ont recueilli d'après divers monumens, & que M. Felice a donné dans l'Encyclopédie d'Yverdon en 1771, & qu'on a inſéré dans les ſupplémens de l'Encyclopédie de Paris *in-folio*, il paroît tiré des antiquités romaines de Roſin & de Demſter pour la partie des fêtes romaines, avec pluſieurs additions, & M. l'abbé Brotier y a fait diverſes corrections. Je ne ſais où la partie aſtronomique a été priſe, elle eſt différente dans d'autres *calendriers*, il y en a un de Geminus, deux qui portent le nom de Ptolémée, un du P. Petau dans ſon *uranologium*, celui-ci eſt le plus complet, parce qu'il y cite Oville, Pline, Columelle.

Dans ce *calendrier* de Jules-Céſar, on voit le même ordre & la même ſuite de mois que dans celui de Numa; janvier, mars, mai, quintil ou juillet, ſextil ou août, octobre & décembre, ont chacun 31 jours; & les quatre mois, avril, juin, ſeptembre & novembre, ſeulement 30. Février, dans les années communes, n'a que 28 jours, & 29 dans les années intercalaires ou biſſextiles. La ſuite des huit lettres *nundinales*, eſt placée ſans interruption depuis le premier juſqu'au dernier jour de l'année, pour qu'il y ait toujours à chaque année une lettre qui marque les jours des aſſemblées, appellées *nundinæ* par les romains, & qui revenoient tous les neuf jours: les citoyens de la campagne ſe rendoient à la ville ces jours-là, pour y apprendre ce qui concernoit la diſcipline, la religion ou le gouvernement. C'eſt pourquoi ſi le jour nundinal de la première année étoit ſous la lettre *A*, qui eſt au premier, au neuvième, au dix-ſeptième, au vingt-cinquième de janvier, *&c.* la lettre du jour nundinal de l'année ſuivante étoit *D*, qui eſt au quatrième, au douzième, au vingtième du même mois, *&c.* Car la lettre *A* ſe trouvant auſſi au vingt-ſeptième de décembre, ſi de ce jour on compte huit lettres, outre les quatre *B*, *C*, *D*, *E*, qui reſtent après *A* dans le mois de décembre, il en faudra prendre quatre autres au commencement de janvier de l'année ſuivante; ſavoir, *A*, *B*, *C*, *D*, afin que la lettre *D*, qui ſe trouve la première dans le mois de janvier, ſoit la neuvième après le dernier *A* du mois de décembre précédent, & qu'elle ſoit par conſéquent la lettre nundinale, ou qui marque les jours de ces aſſemblées, auxquelles on peut auſſi donner le nom de *foires* ou *marchés publics*. Ainſi, par le même calcul, la lettre nundinale de la troiſième année ſera *G*; celle de la quatrième *B*, & ainſi des autres, à moins qu'il n'arrive du changement par l'intercalation.

Pour entendre les lettres marquées dans la ſeconde colonne pour la qualité de chaque jour, il faut ſavoir que l'on ne pouvoit plaider & juger qu'à certains jours. On appelloit *faſtos*, en françois *faſtes*, les jours auxquels on pouvoit rendre la juſtice, *quibus fas eſſet jure agere*; & *nefaſtos*, ceux auxquels cela n'étoit pas permis, *quibus nefas eſſet*, comme nous l'apprenons dans ces deux vers d'Ovide:

Ille nefaſtus erit per quem tria verba ſilentur;
Faſtus erit per quem jure licebit agi.

C'eſt-à-dire, que le jour eſt néfaſte, dans lequel le préteur ne prononce point les trois mots ſolemnels, ou la formule de droit, *do*, *dico*, *addico*, comme on diroit chez nous qu'il eſt fête ou vacance au palais; il y avoit auſſi de certains jours qu'on appelloit *comitiaux*, marqués par un *C*, dans leſquels le peuple s'aſſembloit au champ de Mars, pour élire les magiſtrats, ou pour y traiter des affaires de la république, ces aſſemblées du peuple étoient appellées *comitia*, comices. Le prêtre ou ſacrificateur, qui étoit appellé *Rex*, ſe trouvoit quelquefois dans ces comices; enfin il y avoit un jour de l'année où l'on avoit coutume de nettoyer le temple de Veſta, & d'en tranſporter le fumier; ce qui ſe faiſoit avec tant de cérémonie, qu'il n'étoit pas permis de plaider pendant ce tems-là.

Ces remarques ſuffiſent pour entendre les lettres de la ſeconde colonne, 1.° la lettre *N* ſignifie *nefaſtus dies*, ou *jour néfaſte*, cela ſignifie qu'on ne peut pas rendre la juſtice en ce jour. 2.° *F*, ou *feſtus*, veut dire qu'on peut rendre la juſtice. 3.° *FP*, ou *faſtus primâ parte diei*, ſignifie qu'on peut la rendre dans la première partie du jour. 4.° *NP*, ou *nefaſtus primâ parte diei*, qu'on ne peut pas la rendre dans la première partie du jour. 5.° *EN*, ou *endotercifus* ou *intercifus*, c'eſt-à-dire, entrecoupé, qu'on le peut dans certaines heures, & qu'on ne le peut pas dans d'autres. 6.° *C*, ou *comitialis*, veut dire que l'on tient ce jour-là les aſſemblées qu'on appelle *comices*. 7.° Quand il y a ces lettres *Q*, *rex C*, *F*, ou *quando rex comitavit*, *fas*, qu'on le peut lorſque le ſacrificateur, appellé le *roi*, a aſſiſté aux comices. 8.° Enfin ces lettres *Q*, *ST*, *D*, *F*, ſignifie *quando ſtercus delatum*, *fas*, qu'on le peut auſſi-tôt que le fumier a été tranſporté hors du temple de la déeſſe Veſta.

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	JANVIER, Sous la protection de Junon.		
A	F	I.	1	*Kalendis.*	Januar.	Sacrifices à Janus, à Junon, à Jupiter & à Eſculape.
B	F		2	IV.	Nonas.	Jour malheureux, *Dies ater.*
C	C	IX.	3	III.	Nonas.	Coucher de l'écreviſſe.
D	C		4	Pridie	Nonas.	
E	F	XVIII.	5	*Nonis.*	Januar.	Lever de la lyre. Coucher au ſoir de l'aigle.
F	F	VI.	6	VIII.	Idus.	
G	C		7	VII.	Idus.	
H	C	XIV.	8	VI.	Idus.	Sacrifices à Janus.
A		III.	9	V.	Idus.	Les Agonales.
B	EN		10	IV.	Idus.	Milieu de l'hiver.
C	NP	XL	11	III.	Idus.	Les Carmentales.
D	C		12	Pridie	Idus.	Les Compitales.
E	NP	XIX.	13	*Idibus*	Januar.	Les trompettes font des publications par la ville en habit de femme.
F	EN	VIII.	14	XIX.	Kal. Febr.	Jour vicieux par décret du Sénat.
G			15	XVIII.	Kal. Febr.	A Carmenta, Porrima & Poſtverta.
H	C	XVI.	16	XVII.	Kal. Febr.	A la Concorde. Commencement du coucher au matin du lion.
A	C	V.	17	XVI.	Kal. Febr.	Le Soleil dans le verſeau.
B	C		18	XV.	Kal. Febr.	
C	C	XIII.	19	XIV.	Kal. Febr.	
D	C	II.	20	XIII.	Kal. Febr.	
E	C		21	XII.	Kal. Febr.	
F	C	X.	22	XI.	Kal. Febr.	
G	C		23	X.	Kal. Febr.	Coucher de la lyre.
H	C	XVIII.	24	IX.	Kal. Febr.	Les fêtes ſementines ou des ſemailles.
A	C	VII.	25	VIII.	Kal. Febr.	
B	C		26	VII.	Kal. Febr.	
C	C	XV.	27	VI.	Kal. Febr.	A Caſtor & Pollux.
D	C	IV.	28	V.	Kal. Febr.	
E	F		29	IV.	Kal. Febr.	Les équiries au champ de Mars.
F	F	XII.	30	III.	Kal. Febr.	Coucher de la Fidicule, ou Lyre... Les Pacales, ou Dédicace de l'Autel de la Paix.
G	F	I.	31	Pridie	Kal. Febr.	Aux dieux Pénates.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	FÉVRIER, *Sous la protection de Neptune.*		
H	N	IX.	1	*Kalendis*	Febr.	A Junon Sospita, à Jupiter, à Hercule, à Diane. Les Lucaires.
A	N	XVIII.	2	IV.	Nonas.	
B	N		3	III.	Nonas.	Coucher de la lyre & du milieu du lion.
C	N	VI.	4	Pridie	Nonas.	Coucher du dauphin.
D			5	*Nonis*	Febr.	Lever du verseau.
E	N	XIV.	6	VIII.	Idus.	
F	N	III.	7	VII.	Idus.	
G	N		8	VI.	Idus.	
H	N	XI.	9	V.	Idus.	Commencement du printems.
A	N		10	IV.	Idus.	
B	N	XIX.	11	III.	Idus.	Jeux génialiques. Lever de l'arcture.
C	N	VIII.	12	Pridie	Idus.	
D	N P		13	*Idibus*	Febr.	A Faune & à Jupiter. Défaite & mort des Fabiens.
E	C	XVI.	14	XVI.	Kal. Mart.	Lever du corbeau, de la coupe & du serpent.
F	N P	V.	15	XV.	Kal. Mart.	Les Lupercales.
G	E N D		16	XIV.	Kal. Mart.	Le Soleil au signe des poissons.
H	N P	XIII.	17	XIII.	Kal. Mart.	Les Quirinales.
A	C	II.	18	XII.	Kal. Mart.	Les Fornacales. Les Férales aux dieux Manes.
B	C		19	XI.	Kal. Mart.	
C	C	X.	20	X.	Kal. Mart.	
D	F		21	IX.	Kal. Mart.	A la déesse Muta ou Larunda. Les Férales.
E	C	XVIII.	22	VIII.	Kal. Mart.	Les Caryssies.
F	N P	VII.	23	VII.	Kal. Mart.	Les Terminales.
G	N		24	VI.	Kal. Mart.	Le Regifuge. Lieu du Bissexte.
H	C	XV.	25	V.	Kal. Mart.	Lever au soir de l'arcture.
A	E N	IV.	26	IV.	Kal. Mart.	
B	N P		27	III.	Kal. Mart.	Les équities au champ de Mars.
C	C	XII.	28	Pridie	Kal. Mart.	Les Tarquins vaincus.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	MARS, Sous la protection de Minerve.		
D	N P	I.	1	*Kalendis*	Mart.	Les Matronales. A Mars. Fêtes des Anciles.
E	F		2	VI.	Nonas.	A Junon Lucine.
F	C	IX.	3	V.	Nonas.	Coucher du second des poissons.
G	C		4	IV.	Nonas.	
H	C	XVII.	5	III.	Nonas.	Coucher de l'arcture. Lever du vendangeur. Lever de l'écrevisse.
A	N P	VI.	6	Pridie	Nonas.	Les Vestaliennes. En ce jour, Auguste fut créé grand Pontife.
B	F		7	*Nonis*	Mart.	A Vé-Jupiter au bois de l'asyle. Lever du Pégase.
C	F	XIV.	8	VIII.	Idus.	Lever de la couronne.
D	C	III.	9	VII.	Idus.	Lever de l'orion. Lever du poisson septentrional.
E	C		10	VI.	Idus.	
F	C	XI.	11	V.	Idus.	
G	C		12	IV.	Idus.	
H	E N	XIX.	13	III.	Idus.	Ouverture de la mer.
A	N P	VIII.	14	Pridie	Idus.	Les équiries secondes sur le Tibre.
B	N P		15	*Idibus*	Mart.	A Anna Pérenna. Le Parricide. Coucher du scorpion.
C	F	XVI.	16	XVII.	Kal. April.	
D	N P	V.	17	XVI.	Kal. April.	Les Libérales ou les Bacchanales. Les Agones. Coucher du milan.
E	C		18	XV.	Kal. April.	Le Soleil au signe du bélier.
F	N	XIII.	19	XIV.	Kal. April.	Les Quinquatres de Minerve pendant cinq jours.
G	C	II.	20	XIII.	Kal. April.	
H	C		21	XII.	Kal. April.	Premier jour du siècle. Coucher au matin du cheval.
A	N	X.	22	XI.	Kal. April.	
B	N P		23	X.	Kal. April.	Le Tubilustre.
C	Q. Rex. C. F.	XVIII.	24	IX.	Kal. April.	
D	C	VII.	25	VIII.	Kal. April.	Les Hilaries à la mère des dieux. Equinoxe du printems.
E	C		26	VII.	Kal. April.	
F	N P	XV.	27	VI.	Kal. April.	En ce jour, César se rendit maître d'Alexandrie.
G	C	IV.	28	V.	Kal. April.	Les Mégalésiens.
H	C		29	IV.	Kal. April.	
A	C	XII.	30	III.	Kal. April.	A Janus, à la Concorde, au Salut & à la Paix.
B	C	I.	31	Pridie	Kal. April.	A la Lune ou à Diane sur l'Aventin.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois	AVRIL, Sous la protection de Vénus.		
C	N	IX.	1	*Kalendis*	Aprilis.	A Vénus, avec des fleurs & du myrthe. A la Fortune virile.
D	C		2	IV.	Nonas.	Coucher des Pléïades.
E	C	XVIII.	3	III.	Nonas.	
F	C	VI.	4	Pridie	Nonas.	Jeux Mégaléſiens à la mère des dieux, pendant huit jours.
G			5	*Nonis.*	Aprilis.	A la Fortune publique citérieure.
H	N P	XIV.	6	VIII.	Idus.	Jeux pour la victoire remportée par Céſar ſur Juba, en Afrique.
A	N	III.	7	VII.	Idus.	Naiſſance d'Apollon & de Diane.
B	N		8	VI.	Idus.	Coucher de la balance. Coucher d'orion.
C	N	XI.	9	V.	Idus.	
D	N		10	IV.	Idus.	Les Céréales. Les jeux Circenſes.
E	N	XIX.	11	III.	Idus.	A la Fortune primigénie.
F	N	VIII.	12	Pridie	Idus.	La mère des dieux amenée à Rome. Jeux en l'honneur de Cérès, pendant huit jours.
G	N P		13	*Idibus.*	April.	A Jupiter vainqueur, & à la Liberté.
H	N	XVI.	14	XVIII.	Kal. Maii.	
A	N P	V.	15	XVII.	Kal. Maii.	Les Fordicides ou Fordicales.
B	N		16	XVI.	Kal. Maii.	Auguſte ſalué Empereur. Coucher des Hyades.
C	N	XIII.	17	XV.	Kal. Maii.	
D	N	II.	18	XIV.	Kal. Maii.	Les équiries au grand Cirque. Brûlement des renards.
E	N		19	XIII.	Kal. Maii.	Les Céréales. Le Soleil au ſigne du taureau.
F	N	X.	20	XII.	Kal. Maii.	
G	N P		21	XI.	Kal. Maii.	Les Paliliennes ou Parilienes. Naiſſance de Rome.
H	N	XVIII.	22	X.	Kal. Maii.	Les ſecondes Agoniennes ou Agonales.
A	N P	VII.	23	IX.	Kal. Maii.	Les premières Vinaliennes à Jupiter & à Vénus.
B	C		24	VIII.	Kal. Maii.	
C	N P	XV.	25	VII.	Kal. Maii.	Les Robigales. Coucher du bélier. Milieu du printems.
D	F	IV.	26	VI.	Kal. Maii.	Lever du chien. Lever des chevreaux.
E	C		27	V.	Kal. Maii.	Les Féries latines au mont Sacré.
F	N P	XII.	28	IV.	Kal. Maii.	Les Florales pendant ſix jours. Lever au matin de la chèvre.
G	C	I.	29	III.	Kal. Maii.	Coucher au ſoir du chien.
H	C		30	Pridie	Kal. Maii.	A Veſta Palatine. Les premières Larentales.

Lettres Nundinales	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	MAI, Sous la protection d'Apollon.	
A	N	IX.	1	*Kalendis*	Maii. A la bonne Déesse. Aux Lares Prestites ou Protecteurs. Jeux floraux pendant trois jours.
B	F		2	VI.	Nonas. Les Compitales.
C	C		3	V.	Nonas. Lever du Centaure & des Hyades.
D	C	XVII.	4	IV.	Nonas.
E	C	VI.	5	III.	Nonas. Lever de la lyre.
F	C		6	Pridie	Nonas. Coucher du milieu du scorpion.
G	N	XIV.	7	*Nonis*	Maii. Lever au matin des virgilies, ou pleïades.
H	F	III.	8	VIII.	Idus. Lever de la chevrette. (chèvre.)
A	N		9	VII.	Idus. Les Lemuriennes de nuit pendant trois jours. Les Luminaires.
B	C	XI.	10	VI.	Idus.
C	N		11	V.	Idus. Coucher d'orion. Jour malheureux pour se marier.
D	N P	XIX.	12	IV.	Idus. A Mars le vengeur au cirque.
E	N	VIII.	13	III.	Idus. Les Lémuriennes. Lever des Pléïades. Commencement de l'été.
F	C		14	Pridie	Idus. A Mercure. Lever du taureau.
G	N P	XVI.	15	*Idibus*	Maii. A Jupiter. Fêtes des marchands. Naissance de Mercure. Lever de la lyre.
H	F	V.	16	XVII.	Kal. Jun.
A	C		17	XVI.	Kal. Jun.
B	C	XIII.	18	XV.	Kal. Jun.
C	C	II.	19	XIV.	Kal. Jun. Le Soleil dans les gémeaux.
D	C		20	XIII.	Kal. Jun.
E	N P	X.	21	XII.	Kal. Jun. Les Agonales ou Agoniennes de Janus.
F	N		22	XI.	Kal. Jun. A Vé-Jupiter. Lever du chien.
G	N P	XVIII.	23	X.	Kal. Jun. Les Féries de Vulcains. Les Tubilustres.
H	Q. Rex. C. F.	VII.	24	IX.	Kal. Jun.
A	C		25	VIII.	Kal. Jun. A la Fortune. Lever de l'aigle.
B	C	XV.	26	VII.	Kal. Jun. Le second Regifuge. Coucher de l'arcture.
C	C	IV.	27	VI.	Kal. Jun. Lever des Hyades.
D	C		28	V.	Kal. Jun.
E	C	XII.	29	IV.	Kal. Jun.
F	C	I.	30	III.	Kal. Jun.
G	C	IX.	31	Pridie	Kal. Jun.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	JUIN, *Sous la protection de Mercure.*	
H	N	XVII.	1	*Kalendis* Jun.	A Junon. A la Monnoie. A Tempeſta. A Fabarie. Lever de l'aigle.
A	F	VI.	2	IV. Nonas.	A Mars. A la déeſſe Carna. Lever des Hyades.
B	C		3	III. Nonas.	A Bellone.
C	C	XIV.	4	Pridie Nonas.	A Hercule au Cirque.
D	N	III.	5	*Nonis* Jun.	A la Foi. A Jupiter Sponſor, ou au dieu Fidius, Saint, Semipater.
E	N		6	VIII. Idus.	A Veſta.
F	N	XI.	7	VII. Idus.	Les jours Piſcatoriens au champ de Mars. Lever de l'arcture.
G	N		8	VI. Idus.	A l'entendement au Capitole.
H	N P	XIX.	9	V. Idus.	Les Veſtaliennes. Autel de Jupiter Piſtor. Couronnement des ânes.
A	N	VIII.	10	IV. Idus.	Les Matraliennes de la Fortune forte. Lever au ſoir du dauphin.
B	N		11	III. Idus.	A la concorde. A la mère Matula.
C	N	XVI.	12	Pridie Idus.	A Jupiter Invictus. Le petit Quinquatrus. Commencement de la chaleur.
D	N	V.	13	*Idibus* Jun.	
E	N		14	XVIII. Kal. Jul.	
F	Q. ST. D. F.	XIII.	15	XVII. Kal. Jul.	Tranſport du temple de Veſta. Lever des Hyades.
G	C	II.	16	XVI. Kal. Jul.	Lever d'orion.
H	C		17	XV. Kal. Jul.	Lever du dauphin entier.
A	C	X.	18	XIV. Kal. Jul.	
B	C		19	XIII. Kal. Jul.	A Minerve au mont Aventin. Le ſoleil au ſigne du cancer.
C	C	XVIII.	20	XII. Kal. Jul.	A Summanus. Lever du ſerpentaire.
D	C	VII.	21	XI. Kal. Jul.	
E	C		22	X. Kal. Jul.	
F	C	XV.	23	IX. Kal. Jul.	
G	C	IV.	24	VIII. Kal. Jul.	A la Fortune forte. Solſtice d'été.
H	C		25	VII. Kal. Jul.	
A	C	XII.	26	VI. Kal. Jul.	Lever de la ceinture d'orion.
B	C	I.	27	V. Kal. Jul.	A Jupiter Stator & au Lar.
C	C		28	IV. Kal. Jul.	
D	F	IX.	29	III. Kal. Jul.	A Quirinus au mont Quirinal.
E	C		30	Pridie Kal. Jul.	A Hercule & aux Muſes. Les Poplifuges.

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	QUINTILE ou JUILLET, *Sous la protection de Jupiter.*		
F	N	XVII.	1	*Kalendis*	Jul.	Paſſage d'une maiſon en d'autres.
G	N.	VI.	2	VI.	Nonas.	
H	N		3	V.	Nonas.	
A	N P	XIV.	4	IV.	Nonas.	Coucher au matin de la couronne. Lever des Hyades.
B	N	III.	5	III.	Nonas.	Le Poplifuge.
C	N		6	Pridie	Nonas.	Jeux Apollinaires pendant huit jours. A la Fortune féminine.
D	N	XI.	7	*Nonis*	Jul.	Les Nones Caprotines. La fête des Servantes. Diſparition de Romulus.
E	N		8	VIII.	Idus.	La Vitulation. Coucher du milieu du capricorne.
F	E N	XIX.	9	VII.	Idus.	Lever au ſoir de Céphée.
G	C	VIII.	10	VI.	Idus.	Les vents étéſiens commencent à ſouffler.
H	C		11	V.	Idus.	
A	N P	XVI.	12	IV.	Idus.	Naiſſance de Jules-Céſar.
B	C	V.	13	III.	Idus.	
C	C		14	Pridie	Idus.	A la Fortune féminine. Les Mercatus ou les Mercuriales, pendant ſix jours.
D	N P	XIII.	15	*Idibus*	Jul.	A Caſtor & à Pollux.
E	F	II.	16	XVII.	Kal. Aug.	Lever de l'avant-chien.
F	C		17	XVI.	Kal. Aug.	Jour funeſte de la bataille d'Allia.
G	C	X	18	XV.	Kal. Aug.	Les Lucariens. Jeux pendant quatre jours.
H	N P		19	XIV.	Kal. Aug.	Jeux pour la victoire de Céſar. Le Soleil au ſigne du lion.
A	C	XVIII.	20	XIII.	Kal. Aug.	Les Lucariennes.
B		VII.	21	XII.	Kal. Aug.	
C	C		22	XI.	Kal. Aug.	Jeux de Neptune.
D		XV.	23	X.	Kal. Aug.	
E	N	IV.	24	IX.	Kal. Aug.	Les Furinales. Jeux Circenſes pendant ſix jours. Coucher du verſeau.
F	N P		25	VIII.	Kal. Aug.	Lever de la canicule.
G	C	XII.	26	VII.	Kal. Aug.	Lever de l'aigle.
H	C	I.	27	VI.	Kal. Aug.	
A	C		28	V.	Kal. Aug.	
B	C	IX.	29	IV.	Kal. Aug.	Coucher de l'aigle.
C	C		30	III.	Kal. Aug.	
D	C	XVII.	31	Pridie	Kal. Aug.	

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	SEXTILE ou AOUT; Sous la protection de Cérès.	
E	N	VI.	1	*Kalendis* Aug.	A Mars. A l'Espérance.
F	C	XIV.	2	XIV. Nonas.	Féries. De ce que César a subjugué l'Espagne.
G	C	III.	3	III. Nonas.	
H	C		4	Pridie. Nonas.	Lever du milieu du lion.
A	F	XI.	5	*Nonis* Aug.	Au Salut au mont Quirinal.
B	F		6	VIII. Idus.	A l'Espérance. Coucher du milieu de l'arcture.
C	C	XIX.	7	VII. Idus.	Coucher du milieu du verseau.
D	C	VIII.	8	VI. Idus.	Au Soleil indigète au mont Quirinal.
E	N P		9	V. Idus.	
F	C	XVI.	10	IV. Idus.	A Opis & à Cérès.
G	C	V.	11	III. Idus.	A Hercule au cirque Flaminien. Coucher de la lyre. Commencement de l'automne.
H	C		12	Pridie Idus.	Les Lignapésies.
A	N P	XIII.	13	*Idibus* Aug.	A Diane au bois Aricien. A Vertumne. Fêtes des esclaves & des servantes.
B	F	II.	14	XIX. Kal. Sept.	Coucher au matin du dauphin.
C	C		15	XVIII. Kal. Sept.	
D	C	X.	16	XVII. Kal. Sept.	
E	N P		17	XVI. Kal. Sept.	Les Portumnales. A Janus.
F	C	XVIII.	18	XV. Kal. Sept.	Les Consuales. Ravissement des Sabines.
G	F P	VII.	19	XIV. Kal. Sept.	Les Vinales dernières. Mort d'Auguste.
H	C		20	XIII. Kal. Sept.	Coucher de la lyre. Le Soleil au signe de la vierge.
A	N P	XV.	21	XII. Kal. Sept.	Les Vinales Eustiques. Les grands Mystères. Les Consuales.
B	E N	IV.	22	XI. Kal. Sept.	Lever au matin du vendangeur.
C	N P		23	X. Kal. Sept.	Les Vulcanales au cirque Flaminien.
D	C	XII.	24	IX. Kal. Sept.	Les Féries de la lune.
E	N P	I.	25	VIII. Kal. Sept.	Les Opiconsives au Capitole.
F	C		26	VII. Kal. Sept.	
G	N P	IX.	27	VI. Kal. Sept,	Les Volturnales.
H	N P		28	V. Kal. Sept.	A la victoire in Curia. Coucher de la flèche. Fin des vents étésiens.
A	F	XVII.	29	IV. Kal. Sept.	
B	F	VI.	30	III. Kal. Sept.	On montre les ornemens de la déesse Cérès.
C	C		31	Pridie Kal. Sept,	Lever au soir d'Andromède.

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	SEPTEMBRE, Sous la protection de Vulcain.		
D	N	XIV.	1	*Kalendis*	Septemb.	A Jupiter Maimactes. Fêtes à Neptune.
E	N	III.	2	IV.	Nonas.	A la victoire d'Auguſte. Féries.
F	N P		3	III.	Nonas.	Les Dionyſiaques ou les Vendanges.
G	C	XI.	4	Pridie	Nonas.	Jeux Romains pendant huit jours.
H	F		5	*Nonis*	Sept.	
A	F	XIX.	6	VIII.	Idus.	A l'Érèbe d'un bélier & d'une brebis noire.
B	C	VIII.	7	VII.	Idus.	
C	C		8	VI.	Idus.	
D	C	XVI.	9	V.	Idus.	Lever de la chevrette. (le ſoir).
E	C	V.	10	IV.	Idus.	Lever de la tête de Méduſe.
F	C		11	III.	Idus.	Lever du milieu de la vierge.
G	N	XIII.	12	Pridie	Idus.	Lever du milieu de l'Arcturc.
H	N P	II.	13	*Idibus*	Sept.	A Jupiter. Dédicace du Capitole. Le clou fiché par le Préteur. Départ des Hirondelles.
A	F		14	XVIII.	Kal. Oct.	Épreuve des chevaux.
B		X.	15	XVII.	Kal. Oct.	Les grands jeux Circenſes voués pendant cinq jours.
C	C		16	XVI.	Kal. Oct.	
D	C	XVIII.	17	XV.	Kal. Oct.	
E	C	VII.	18	XIV.	Kal. Oct.	Lever au matin de l'épi de la vierge.
F	C		19	XIII.	Kal. Oct.	Le Soleil dans le ſigne de la balance.
G	C	XV.	20	XII.	Kal. Oct.	Le Mercatus pendant quatre jours. Naiſſance de Romulus.
H	C	IV.	21	XI.	Kal. Oct.	
A	C		22	X.	Kal. Oct.	Coucher d'Argo & des poiſſons.
B	N P	XII.	23	IX.	Kal. Oct.	Jeux Circenſes. Naiſſance d'Auguſte. Lever au matin du centaure.
C	C	I.	24	VIII.	Kal. Oct.	Équinoxe de l'automne.
D	C		25	VII.	Kal. Oct.	A Vénus, à Saturne & à Mania.
E	C	IX.	26	VI.	Kal. Oct.	
F	C		27	V.	Kal. Oct.	A Vénus mère. A la Fortune de retour.
G	C	XVII.	28	IV.	Kal. Oct.	Fin du lever de la vierge.
H	F	VI.	29	III.	Kal. Oct.	
A	C	XIV.	30	Pridie	Kal. Oct.	Feſtin à Minerve. Les Méditrinales.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	OCTOBRE, *Sous la protection de Mars.*	
B	N	III.	1	*Kalendis* Octob.	
C	F		2	VI. Nonas.	
D	C	XI.	3	V. Nonas.	
E	C		4	IV. Nonas.	Coucher au matin du Bootès.
F	C	XIX.	5	III. Nonas.	On montre les ornemens de Cérès.
G	C	VIII.	6	Pridie Nonas.	Aux dieux Manes.
H	F		7	*Nonis.* Octob.	
A	F	XVI.	8	VIII. Idus.	Lever de l'étoile brillante de la couronne.
B	C	V.	9	VII. Idus.	
C	C		10	VI. Idus.	Les Ramales.
D		XIII.	11	V. Idus.	Les Méditrinales. Commencement de l'hiver.
E	N P	II.	12	IV. Idus.	Les Auguſtales.
F	N P		13	III. Idus.	Les Fontinales. A Jupiter libérateur. Jeux pendant trois jours.
G	E N	X.	14	Pridie Idus.	
H	N P		15	*Idibus.* Octob.	Les Marchands à Mercure.
A	F	XVIII.	16	XVII. Kal. Nov.	Jeux populaires. Coucher d'arcture.
B	C	VII.	17	XVI. Kal. Nov.	
C	C		18	XV. Kal. Nov.	A Jupiter libérateur. Jeux.
D	N P	XV.	19	XIV. Kal. Nov.	L'Armiluſtre.
E	C	IV.	20	XIII. Kal. Nov.	Le Soleil au ſigne du ſcorpion.
F	C		21	XII. Kal. Nov.	Jeux pendant quatre jours.
G	C	XII.	22	XI. Kal. Nov.	
H	C	I.	23	X. Kal. Nov.	Au pere Liber. Coucher du taureau.
A	C		24	IX. Kal. Nov.	
B	C	IX.	25	VIII. Kal. Nov.	
C	C		26	VII. Kal. Nov.	
D	C	XVII.	27	VI. Kal. Nov.	Jeux à la Victoire.
E	C	VI.	28	V. Kal. Nov.	Les petits Myſtères. Coucher des Virgilies.
F	C		29	IV. Kal. Nov.	
G	C	XIV.	30	III. Kal. Nov.	Les Féries de Vertumne. Jeux voués.
H	C	III.	31	Pridie Kal. Nov.	Coucher d'arcture.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	NOVEMBRE, Sous la protection de Diane.		
A	N		1	*Kalendis*	Novemb.	Banquet de Jupiter. Jeux Circenſes. Coucher de la tête du taureau.
B	F	XI.	2	IV.	Nonas.	Coucher au ſoir de l'arcture.
C	F		3	III.	Nonas.	Lever au matin de la Fidicule. (la lyre).
D		XIX.	4	Pridie	Nonas.	
E	F	VIII.	5	*Nonis*	Novemb.	Les Neptunales. Jeux pendant huit jours.
F	F		6	VIII.	Idus.	
G	C	XVI.	7	VII.	Idus.	Montre des ornemens.
H	C	V.	8	VI.	Idus.	Lever de la claire du ſcorpion.
A	C		9	V.	Idus.	
B	C	XIII.	10	IV.	Idus.	
C	C	II.	11	III.	Idus.	Clôture de la mer. Coucher des Virgilies.
D	C		12	Pridie	Idus.	
E	N P	X.	13	*Idibus*	Nov.	Banquet commandé. Les Lectiſternies.
F	F		14	XVIII.	Kal. Dec.	Épreuve des chevaux.
G	C	XVIII.	15	XVII.	Kal. Dec.	Jeux populaires au cirque, durant trois jours.
H	C	VII.	16	XVI.	Kal. Dec.	Fin des ſemailles de froment.
A	C		17	XV.	Kal. Dec.	
B	C	XV.	18	XIV.	Kal. Dec.	Le Mercatus durant trois jours. Le Soleil au ſagittaire.
C	C	IV.	19	XIII.	Kal. Dec.	Souper des Pontifes en l'honneur de Cybèle.
D	C		20	XII.	Kal. Dec.	Coucher des cornes du taureau.
E	C	XII.	21	XI.	Kal. Dec.	Les Libérales. Coucher au matin du lièvre.
F		I.	22	X.	Kal. Dec.	A Pluton & à Proſerpine.
G	C		23	IX.	Kal. Dec.	
H	C	IX.	24	VIII.	Kal. Dec.	Bruma ou les Brumales pendant trois jours.
A	C		25	VII.	Kal. Dec.	Coucher de la canicule. (ſirius).
B	C	XVII.	26	VI.	Kal. Dec.	
C	C	VI.	27	V.	Kal. Dec.	Sacrifices mortuaires aux Gaulois déterrés & aux Grecs, *in foro Boario.*
D	C		28	IV.	Kal. Dec.	
E	C	XIV.	29	III.	Kal. Dec.	
F	F	III.	30	Pridie	Kal. Dec.	

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	DÉCEMBRE, *Sous la protection de Vesta.*		
G	N	XI.	1	*Kalendis*	Decemb.	A la Fortune féminine.
H			2	IV.	Nonas.	
A		XIX.	3	III.	Nonas.	
B		VIII.	4	Pridie	Nonas.	A Minerve & à Neptune.
C	F		5	*Nonis.*	Decemb.	Les Faunales.
D	C	XVI.	6	VIII.	Idus.	Coucher du milieu du sagittaire.
E	C	V.	7	VII.	Idus.	Lever au matin de l'aigle.
F	C		8	VI.	Idus.	
G	C	XIII.	9	V.	Idus.	A Junon Jugale.
H	C	II.	10	IV.	Idus.	
A	N P		11	III.	Idus.	Les Agonales. Les quatorze jours Alcyoniens.
B	E N	X.	12	Pridie	Idus.	
C	N P		13	*Idibus*	Decemb.	Les Equiries ou courſe des chevaux.
D	F	XVIII.	14	XIX.	Kal. Jan.	Les Brumales. Les Ambroſiannes.
E	N P	VII.	15	XVIII.	Kal. Jan.	Les Conſuales. Lever du matin de l'écreviſſe entière.
F	C		16	XVII.	Kal. Jan.	
G			17	XVI.	Kal. Jan.	Les Saturnales pendant cinq jours.
H	C	XV.	18	XV.	Kal. Jan.	Lever du cigne. Le Soleil au ſigne du capricorne.
A	N P	IV.	19	XIV.	Kal. Jan.	Les Opaliennes.
B	C		20	XIII.	Kal. Jan.	Les Sigillaires pendant deux jours.
C	N P	XII.	21	XII.	Kal. Jan.	Les Angéronales. Les Divales. A Hercule & à Vénus, avec du vin miélé.
D	C	I.	22	XI.	Kal. Jan.	Les Compitales. Les Fériées dédiées aux Lares. Jeux.
E	N P	IX.	23	X.	Kal. Jan.	Les Féries de Jupiter. Les Larentinales ou Laurentinales. Coucher de la chèvre.
F	C		24	IX.	Kal. Jan.	Les Juvénales. Jeux.
G	C	XVII.	25	VIII.	Kal. Jan.	La fin des Brumales. Solſtice d'hiver.
H	C	VI.	26	VII.	Kal. Jan.	
A	C		27	VI.	Kal. Jan.	A Phébus pendant trois jours. Lever au matin du dauphin.
B	C	XIV.	28	V.	Kal. Jan.	
C	F	III.	29	IV.	Kal. Jan.	Coucher au ſoir de l'aigle.
D	F		30	III.	Kal. Jan.	Coucher au ſoir de la canicule.
E	F	XI.	31	Pridie	Kal. Jan.	

5.° La troiſième colonne eſt pour les dix-neuf caractères des nombres du cycle lunaire, ou *nombre d'or*, pour marquer les nouvelles lunes dans toute l'année, ſuivant l'ordre auquel elles arrivoient du tems de Jules-Céſar, du moins pluſieurs ſavans ont penſé qu'on avoit compté ainſi dès le tems de Céſar, & qu'on avoit pris pour la première année du cycle lunaire l'an 45 avant J. C. ou l'année de la réforme julienne; il eſt vrai que la nouvelle lune cette année-là, fut le premier janvier: mais Scaliger & Petau penſent que ces nombres n'ont été mis dans le *calendrier* julien que depuis le concile de Nicée.

Quoi qu'il en ſoit, cette colonne eſt tirée de Gauricus, & le P. Petau, *l. 6, c. 14*, en a donné l'explication détaillée. Dans la première année du cycle de 19 ans, la nouvelle lune arrivoit le 1 janvier & le 31, le 1 mars & le 31, le 29 avril, *&c.* en ſorte qu'on trouve le nombre 1 vis-à-vis de tous ces jours-là. Le nombre 11 ſe trouve vis-à-vis de tous les jours de l'année, où arrivoit la nouvelle lune dans la ſeconde année de chaque cycle de 19 ans, comme au 20 de janvier, au 18 février, *&c.* qui étoient des jours de nouvelle lune, l'an 44 avant J. C. ou 43, ſuivant la manière de compter des aſtronomes. Cela ſuffiroit pour trouver les nouvelles lunes d'une année quelconque dans l'hiſtoire romaine; car tous les 19 ans elles revenoient au premier janvier. *Voyez* CYCLE LUNAIRE.

6.° La quatrième colonne marque la ſuite des jours des mois, ſuivant notre uſage; on les a mis pour montrer le rapport qu'il y a entre la manière de nommer & de compter les jours des romains & la nôtre, & faire voir quels ſont, ſelon notre façon de compter, les jours auxquels les fêtes romaines peuvent répondre.

7.° La cinquième colonne contient la diviſion des mois en calendes, nones & ides, qui étoient en uſage parmi les romains. Elle n'eſt point en parties égales, comme les calendes des grecs, mais en portions fort différentes, dont on peut voir les raiſons dans le P. Petau, *Doctr. temp. liv. 2, ch. 14*. Les variétés en ſont renfermées dans ces vers latins:

Sex majus nonas, octobor, julius & mars;
Quatuor at reliqui. Dabit idus quilibet octo.

C'eſt-à-dire, que les mois de mars, mai, juillet & octobre, ont ſix jours de nones, & que tous les autres n'en ont que quatre; mais qu'il y a dans tous huit jours d'ides; ce qu'il faut entendre ainſi, ſavoir: que le premier jour de chaque mois s'appelle toujours *calendæ* ou *kalendæ*, les calendes; qu'aux quatre mois, mars, mai, juillet & octobre, le ſeptième du mois s'appelle *nonæ*, les nones, & le treizième *idus*, les ides. Les autres jours ſe comptent à rebours du mois ſuivant, comme le 28, le 29, *&c.* avant les calendes du mois ſuivant. Les jours qui ſont depuis les calendes juſqu'aux nones, prennent le nom de nones du mois courant: les autres jours qui ſont entre les nones & les ides, prennent auſſi le nom des ides du même mois. Mais tous les autres jours depuis les ides juſqu'à la fin, prennent le nom des calendes du mois ſuivant. On voit au reſte que les tables des faſtes, ſur leſquelles les romains plaçoient leurs mois & leurs jours par année, prirent dans la ſuite le nom de *calendrier*, parce que ce nom de *calendes* étoit écrit en gros caractères à la tête de chaque mois.

8.° Enfin la dernière colonne comprend les choſes qui appartiennent principalement à la religion des romains, comme ſont les fêtes, les ſacrifices, les jeux, les cérémonies, les jours heureux ou malheureux; auſſi bien que les commencemens des ſignes, les quatre points cardinaux de l'année, qui ſont les quatre ſaiſons, le lever & le coucher des étoiles, *voyez* LEVER HÉLIAQUE, *&c.* Cela étoit d'un grand uſage parmi les anciens, qui s'en ſont long-tems ſervi pour marquer la différence des ſaiſons, au lieu de *calendrier*, au moins juſqu'à ce qu'il eût été rédigé dans une forme plus régulière par la correction de Jules-Céſar. Nous voyons dans la plupart des livres anciens, que l'on ſe gouvernoit entièrement par l'obſervation du lever & du coucher des étoiles, dans la Navigation, dans l'Agriculture, dans la Médecine & dans la plus grande partie des affaires publiques & particulières, parce que les apparitions d'étoiles étoient plus faciles à bien diſtinguer que les limites des ſaiſons & l'inégalité des jours.

J'aurois augmenté cette partie du *calendrier*; mais les auteurs anciens ſont ſi peu d'accord entr'eux, que j'ai cru le travail trop peu utile.

CALENDRIER *grégorien*, eſt celui dont nous nous ſervons depuis 1582, & qui fut rédigé à Rome ſous le pape Grégoire XIII. Il y avoit long-tems qu'on s'occupoit de ce projet de réformation, comme on peut le voir dans l'hiſtoire eccléſiaſtique du P. Alexandre. Pierre d'Ailly, chancelier de l'Univerſité de Paris, en 1414, le cardinal Cuſa, Regio Montanus, ſous le règne de Sixte IV, s'en occupèrent; l'ouvrage fut enfin terminé ſous Grégoire XIII.

Le point fixe, d'où l'on partit dans la réformation du *calendrier*, fut la règle qu'on attribue aux pères du concile de Nicée tenu en 325. Suivant cette règle, l'équinoxe doit être le 21 de mars, & la fête de Paque le dimanche après le XIVe de la lune du premier mois, c'eſt-à-dire, de la lune, dont le 14e arrive ou le jour même, ou après le jour de l'équinoxe.

On croyoit, au tems du concile de Nicée, que l'année étoit à-peu-près de 365^j^ 5^h^ 55', ſuivant le ſentiment de Ptolemée. On ſuppoſa donc que l'équinoxe, qui arrivoit alors le 21 de mars, arriveroit toujours de même, ou qu'on y remédieroit dans la ſuite. Mais comme il y a ſix minutes de moins dans la véritable durée de l'année ſolaire,

l'équinoxe

l'équinoxe arrivoit chaque année ſix minutes plutôt qu'on ne croyoit; & du tems de Gregoire XIII, en 1577, il ſe trouvoit arriver le 11 de mars; il auroit fallu omettre trois jours de l'année tous les 400 ans, pour que le 21 de mars fût toujours près du véritable équinoxe.

Ce fut le 24 février 1581 que parut le bref par lequel Gregoire XIII ordonna l'obſervation des trois articles qui devoient remplir pour toujours l'intention attribuée aux PP. du concile de Nicée: les voici en abrégé.

1.° Il eſt dit qu'après le 4 octobre 1582, on retrancha 10 jours du mois, en ſorte que le jour qui ſuivra la fête de S. François, qu'on a coutume de célébrer le 4 octobre, ſera appellé non le 5, mais le 15 d'octobre, & que la lettre dominicale G ſera changée en C.

2.° Pour qu'à l'avenir l'équinoxe du printems ne puiſſe pas s'éloigner du 21 de mars, les années biſſextiles qui avoient lieu de quatre en quatre ans, n'auront pas lieu dans les années ſéculaires 1700, 1800, 1900, mais ſeulement l'an 2000, & ainſi dans la ſuite à perpétuité; de ſorte que trois années ſéculaires ſoient toujours communes, & la quatrième biſſextile. Le troiſième article de la réformation, a pour objet les nouvelles lunes, & nous en parlerons ci-après.

Voici la table des années ſéculaires biſſextiles ou communes, dans laquelle on voit que les nombres ſéculaires 16, 20, 24, &c. diviſibles par 4 ſans reſte, ſont les ſeuls qui expriment des années biſſextiles, comme dans le cours d'un ſiècle les nombres diviſibles par 4 expriment auſſi des années biſſextiles.

1600 biſſextile.	2000 b.	2400 b.
1700 commune.	2100 c.	2500 c.
1800 commune.	2200 c.	2600 c.
1900 commune.	2300 c.	2700 c.

En continuant ainſi, l'on verra que l'année 5200 doit être biſſextile, parce que 52 eſt diviſible par 4; mais, pour plus grande exactitude, il faudroit faire cette année de 365 jours ſeulement, en ſorte que depuis 4800 juſqu'à 5600, il n'y eût point de biſſextile; car l'année étant réellement de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$, les $11'\ 12''$ qu'il y a de moins font un jour en 128 ans, ou 28 jours en 3600 ans; ainſi, il faudroit retrancher 28 biſſextiles ſéculaires ſur 36 ſiècles, au lieu que la règle précédente n'en retranche que 27.

Il y auroit encore une correction à faire dans la forme des années civiles, ſi l'on pouvoit changer ainſi les uſages des nations pour la commodité des calculs, ce ſeroit la diſtribution des mois.

M. Carouge conſidérant la durée du tems que le ſoleil emploie à parcourir chaque ſigne, obſerve que ſi l'on avoit placé le commencement de l'année au ſolſtice d'hiver en faiſant les trois premiers mois & les trois derniers de 30 jours, le ſoleil entreroit dans chaque ſigne preſque toujours le premier du mois, & chaque ſaiſon occuperoit préciſément trois mois; & comme le mois de janvier répond au ſigne où le ſoleil eſt le moins de tems, ce ſeroit celui qu'on ſeroit de 29 jours dans les années communes. (*Journal des Savans*, août 1776, janvier 1779.)

Tous les États catholiques adoptèrent le *calendrier* de Gregoire XIII, & les dix jours que l'on retrancha de l'année en 1582, furent cauſe d'une différence qui a ſubſiſté long-tems en Europe dans la manière de compter les jours; toutes les fois, par exemple, que l'on comptoit en Angleterre le 2 janvier, on comptoit le 12 en France, c'eſt-à-dire, 10 jours de plus; les perſonnes qui craignoient l'équivoque datoient ainſi, $\frac{2}{12}$ janvier, c'eſt-à-dire, le deux vieux ſtyle, ou ſtyle julien, & le 12 nouveau ſtyle ou ſtyle grégorien. Lorſqu'en 1700 on eut ſupprimé une biſſextile, ſuivant le *calendrier* grégorien, la différence ſe trouva de 11 jours, parce que dans le *calendrier* julien on avoit fait l'année 1700 plus longue d'un jour; ce qui faiſoit compter enſuite un jour de moins.

Cette différence du vieux & du nouveau ſtyle a ſubſiſté long-tems entre les pays proteſtans & les pays catholiques: les proteſtans d'Allemagne ont reçu en 1700 le nouveau *calendrier*. On voit dans les *Tranſactions philoſophiques*, n.° 203, &c. ce que l'on penſoit en Angleterre de la réformation; mais elle y a été adoptée enfin, & le nouveau ſtyle a commencé en Angleterre au mois de ſeptembre 1752. On a retranché alors 11 jours, & l'on s'eſt trouvé d'accord avec le *calendrier* grégorien: l'uniformité a lieu actuellement dans tous les Etats de l'Europe; la Ruſſie eſt le ſeul pays où l'on compte encore 11 jours de moins que dans les autres pays de l'Europe.

La réformation du *calendrier* avoit encore un autre objet dans les vues de l'égliſe; c'étoit de remettre les nouvelles lunes, & ſur-tout le quatorzième de la lune paſchale, au même état où elles avoient été en 325, au tems du concile de Nicée, & dont elles étoient éloignées de plus de quatre jours. Denis le Petit aſſure que, ſuivant l'intention du concile, on doit célébrer la fête de Pâque le premier dimanche *après* le 14.e de la lune, ſi ce 14.e arrive le 21 de mars ou après le 21 de mars: ainſi, la fête de Pâque ne doit jamais arriver plutôt que le 22 de mars; car la règle dit que ce ſera le premier dimanche *après* le quatorzième. De même elle ne doit jamais arriver plus tard que le 25 avril: car ſi la pleine lune tombe au 20 mars, ce ne ſera pas la pleine lune paſchale; on attendra celle qui ſuit le 21 mars ou celle du 18 avril; & ſi le 18 avril ſe trouve un dimanche, ce ne ſera encore que le dimanche ſuivant, 25 avril, qui ſera le jour de Pâque.

Le P. Alexandre fait voir combien l'église a pris de soin, depuis le concile de Nicée, pour empêcher qu'il ne se glissât quelques erreurs dans la célébration de la Pâque : on s'en est occupé dans divers siècles; & l'un des premiers qui s'en occupèrent, fut S. Hyppolite, évêque & martyr, qui vivoit l'an 228. Enfin Grégoire XIII rassembla à Rome des savans de divers pays dès l'année 1576. Un médecin de Calabre, nommé *Luigi Lilio*, ou *Aloisius Lilius*, lui présenta pour lors un projet de *calendrier*, intitulé : *Compendium novæ rationis restituendi calendarii*, que le pape adressa, en 1577, à tous les princes chrétiens & à toutes les universités célèbres pour le faire examiner, & qui fut adopté dans le bref de la réformation.

L'épacte, dans son principe, est ce qu'il faut ajouter à l'année lunaire pour former l'année solaire. La suite des épactes est la suite des différences qui se trouvent entre ces deux sortes d'années. Il y a des épactes astronomiques destinées à trouver exactement les syzygies astronomiques moyennes en heures, minutes & secondes. *Voyez* EPACTE. Mais celles du *calendrier* sont destinées seulement à trouver, suivant l'intention de l'église & la règle établie en 1582, les jours des nouvelles lunes ecclésiastiques : je dis suivant l'intention & la règle de l'église, parce que les nouvelles lunes ecclésiastiques ne sont pas tout-à-fait d'accord avec les N. L. moyennes de l'Astronomie.

L'épacte qu'on assigne à chaque année dans le *calendrier*, est le nombre qui indique l'âge de la lune au commencement de cette année, suivant le *calendrier* ecclésiastique : de-là il suit que si la nouvelle lune arrive le 1 janvier, l'épacte est zéro pour cette année-là; mais, l'année suivante, elle sera de 11, parce que l'année lunaire n'est que de 354 jours, & l'année solaire de 365, ou 11 jours de plus; ce qui fait que la nouvelle lune étant tombée au 20 décembre, la lune aura 11 jours le 1 janvier de l'année suivante. De même l'année d'après, l'épacte est de 22; la troisième année elle seroit de 33, si l'on en ôtoit 30 pour former un mois complet : elle se réduit donc à 3. Par ce moyen les épactes d'années suivent l'ordre naturel des multiples de onze, en retranchant toujours 30; savoir, 11, 22, 3, 14, 25, 6, 17, 28, 9, 20, 1, 12, 23, 4, 15, 26, 7, 18, 29. Tel est l'ordre naturel & primitif des épactes, quand on suppose les mois lunaires de 29 & de 30 jours, les années civiles de 365 jours, avec un bissextile tous les quatre ans.

Cet ordre primitif & régulier est celui qu'on suppose à l'époque du concile de Nicée; mais en s'en éloignant, on observe deux défauts dans cette règle, ou deux interruptions : on les appelle *équation lunaire* & *équation solaire*; la première vient de ce que le cycle lunaire de 19 ans est défectueux d'environ $1^h \frac{1}{2}$, les 235 lunaisons ne faisant pas tout-à-fait 19 ans; de sorte qu'au bout de 312 ans, les nouvelles lunes arrivent un jour plutôt, & l'on est obligé de prendre l'épacte plus forte d'une unité. La seconde équation a lieu à cause du retranchement de trois bissextiles sur l'espace de 400 ans, qui fait que la nouvelle lune arrive plus tard, & qu'il faut diminuer l'épacte. De cette double inégalité, il résulte que chaque siècle exige un nouvel ordre d'épacte; il y en a 30 suites différentes qui forment ce qu'on appelle la *table étendue des épactes*, & que l'on trouvera ci-après.

Ces 30 suites tiennent lieu de 30 *calendriers* qu'il auroit fallu avoir; elles composent un total aussi parfait que les règles de l'église & de la société civile pouvoient l'exiger.

Ces 30 lignes sont désignées par 30 lettres de l'alphabet qui descendent dans un ordre rétrograde, mais dans lesquelles on a seulement évité d'employer certaines lettres qui pouvoient occasionner de la confusion dans les caractères. En tête de la table, on trouve les 19 nombres du cycle lunaire, en commençant par 31, qui, au tems du concile de Nicée, se plaçoit vis-à-vis le 1 janvier. La première ligne horizontale de la table, marquée *P*, n'est autre chose que la suite des nombres que nous avons indiqués ci-dessus, en commençant par 0, ou *, sans autre interruption que celle d'un jour de plus, quand le nombre d'or devient 1, parce qu'alors la dernière lunaison n'est que de 29 jours au lieu de 30; ce qui fait avancer les nouvelles lunes d'un jour. Cette dernière lunaison est une des sept intercalaires qu'il y a en 19 ans; mais elle est exceptée de la règle. *Voyez* CYCLE LUNAIRE. La seconde ligne marquée *N* a une unité de moins, & ainsi des autres.

La première ligne de la table des épactes, marquée *P*, fut attribuée, dans la réformation du *calendrier*, au sixième siècle : on supposa que les nombres d'or indiquoient exactement, pour ce siècle-là, les nouvelles lunes. L'on prit pour époque du *calendrier* l'année 550, tems postérieur à celui du concile, parce qu'on voulut que les nouvelles lunes du *calendrier* fussent en retard sur les nouvelles lunes astronomiques moyennes, de peur que la fête de Pâque ne vint à être célébrée avant le XIV de la lune paschale, contre l'intention de l'église. Or les nouvelles lunes moyennes arrivent quelquefois un peu avant la nouvelle lune vraie, sur laquelle les Juifs se régloient : l'église a donc voulu avoir dans son *calendrier* des nouvelles lunes moyennes qui ne pussent jamais devancer les vraies, mais qui les suivissent toujours.

On a donc pris pour racine l'année 550, sous le règne de l'empereur Justinien; alors les nombres d'or indiquoient les nouvelles lunes environ 16 heures plus tard qu'au tems du concile de Nicée, comme on le voit par les tables astronomiques, & il n'y avoit plus de danger qu'elles pussent être indiquées plutôt que les nouvelles lunes vraies. L'on attribue à l'année 500 & au sixième siècle entier la première ligne de la table générale des épactes, qui est marquée *P* dans la table étendue

Digitized by Google

que nous expliquons ici : mais comme au bout de 300 ans, c'eſt-à-dire l'an 800, il y a une équation lunaire, & que la lune anticipe d'un jour dans le *calendrier*, les nouvelles lunes arrivant un jour plutôt, c'eſt le nombre précédent qui indique les nouvelles lunes ; il faut prendre la dernière ligne *a*, dont les épactes ſont plus fortes d'un jour. Après un autre intervalle de 300 ans, c'eſt-à-dire l'an 1100, il y a encore une équation lunaire ; la lune anticipe encore d'un jour : il faut donc, pour le douzième ſiècle, remonter d'une ligne, & l'on aura la ligne *b* qui commence par II, XIII, &c. ; de même en 1400, on aura la ligne *c*, qui commence par l'épacte III.

En 1582, l'on retrancha 10 jours de l'année : les nouvelles lunes arrivérent donc 10 jours plus tard ; ainſi, il faut deſcendre de dix lignes dans la table générale, & venir à *D* pour 1583 : je dis que cela s'appelle *deſcendre*, parce que de la ligne *c* à la ligne *a*, on deſcend d'abord de deux lignes ; & ſi l'on diminue encore l'épacte de l'unité, on trouve les nombres de la première ligne *P* qui eſt cenſée deſcendre encore davantage ; car la table générale des épactes eſt comme un cercle dans lequel on recommence dans le même ordre & ſans interruption, lorſqu'on l'a parcouru tout entier.

En 1600, il n'y a eu ni équation lunaire, ni équation ſolaire, puiſque la première avoit été employée en 1400, & que la ſeconde ne devoit arriver qu'en 1700, 1800 & 1900 ; ainſi, l'on a conſervé la ligne *D* qui commence par XXIII.

En 1700, il y a eu une équation ſolaire, parce qu'on a omis une biſſextile, & que l'année a été plus courte d'un jour : les nouvelles lunes ont dû arriver, par cette raiſon, un jour plus tard ; & pour les indiquer un jour plus tard, il faut avoir l'épacte plus petite d'une unité : ainſi, en 1700, il a fallu deſcendre d'une ligne dans la table, & prendre la ſuite des épactes qui répond à la lettre *C*, & qui commence par XXII. Cela doit arriver ainſi toutes les fois que l'on omet un jour ou qu'on paſſe une biſſextile ; ce que nous appellons équation ſolaire. Il auroit dû y avoir une équation lunaire en 1700 ; mais elle fut remiſe à 1800.

Quoique l'équation lunaire eût été employée pour l'année 1400, la lune anticipe d'un jour ſur le cycle lunaire, non pas en 300 ans, mais ſeulement en 312 $\frac{1}{2}$ ans. Ces 12 $\frac{1}{2}$ ans avoient été omis quatre fois depuis l'an 500 ; ſavoir, en 800, 1100, 1400, 1700 : ainſi, il y avoit 50 ans dont on avoit anticipé l'équation lunaire. D'ailleurs, en partant de l'année 550, c'étoit en 850, 1150, 1450, 1750 qu'on devoit employer l'équation lunaire ; ainſi, ajoutant encore à 1750 les 50 ans dont on étoit reſté encore en retard, on trouve qu'en 1800, il faudra employer l'équation lunaire : on retarde ainſi tous les 25 ſiècles. Cette équation ſeroit une augmentation dans l'épacte de 1800 : mais cette année-là, il y aura un jour intercalaire omis, de même qu'en 1700 ; & par conſéquent on devroit de même retrancher un de l'ordre des épactes, & deſcendre d'une ligne dans la table générale. Ces deux effets ſe détruiront ; les nouvelles lunes ne monteront ni ne deſcendront ; elles demeureront aux mêmes jours ; la même ligne *C* dans la table générale ſervira pour tout le 19e ſiècle qui commence en 1800, comme elle avoit ſervi pour le ſiècle précédent.

En 1900, on omettra encore un jour intercalaire ; les nouvelles lunes deſcendront d'un jour ; il faudra deſcendre à la ligne *B* de la table générale. L'année 2000 ne changera point de ligne, parce qu'il n'y a cette année-là ni intercalaire omiſe, ni équation lunaire. En 2100, on omet un intercalaire, & l'on emploie l'équation lunaire, parce qu'il y a 300 ans d'écoulés depuis 1800, où l'on a fait la dernière équation : ainſi, le 22e ſiècle, qui commence à 2100, conſervera la même lettre *B* que le ſiècle précédent, de même que je l'ai remarqué pour l'année 1800.

En 2200, on omettra une intercalaire, & il n'y aura point d'équation lunaire : ainſi, on deſcendra à la ligne *A* de la table générale ; & par la même raiſon, en 2300, on deſcendra à la ligne *u*.

En 2400, on aura eu 300 ans depuis la dernière équation lunaire de 2100 : il y aura donc une équation lunaire ; mais il n'y aura point d'équation ſolaire : ainſi, les nouvelles lunes monteront d'un jour, & on reviendra à la ligne *A*.

2500, équation ſol. on deſcendra à la ligne *u*.
2600, équation ſol. on deſcendra à la ligne *t*.
2700, équat. ſol. & lun. on conſervera la ligne *t*.
2800, aucune équation, on conſervera la ligne *t*.

Ainſi, dans les principes de Lilius, il eſt aiſé de continuer à l'infini la table de l'*équation des épactes*, ſi l'on a égard à l'intercalaire qu'on doit retrancher trois fois en 400 ans, & à l'équation lunaire qui doit arriver tous les 300 ans, d'abord ſept fois de ſuite, & après cela au bout de 400 ans ſeulement, à cauſe des 12 ans & demi qu'on néglige tous les 300 ans, & qui ſe trouvent avoir produit 100 ans au bout de 8 fois 300 ans ou de 2400 ans : il faut renvoyer alors l'équation lunaire & l'année ſéculaire qui ſuivra comme nous l'avons indiqué, lorſque parvenus à 1700 ans nous avons rejetté l'équation lunaire à 1800. Il arrivera donc toujours que l'équation lunaire ſera différée au bout de 2400 ans, à compter de 1800, c'eſt-à-dire, dans les années 4300, 6800, 9300, 11800, & ainſi de ſuite, en allant toujours par 2500 ; alors, au lieu d'être employée au bout de 300 ans, elle ne le ſera qu'au bout de 400 ans pour cette fois-là : par ce moyen, la lune ne remonte dans le *calendrier* que de 8 jours en 2500 ans, au lieu qu'elle remonteroit de 8 jours en 2400 ans. On a marqué ces années de retard d'un double caractère ℂ ℂ dans la table de l'équation des épactes qu'on trouvera plus bas, & où l'on voit quelle ligne on doit prendre pour chaque ſiècle dans la table étendue des épactes.

Digitized by Google

TABLE ÉTENDUE DES ÉPACTES,

Contenant les trente ſuites d'Epactes qui peuvent avoir lieu dans différens ſiècles, ſuivant le Calendrier Grégorien. *Article* 1575, *page* 303.

Remarques. Les Nombres d'Or ſont dans la première ligne de la Table, en tête de chaque colonne. La 9e ligne marquée C, *eſt celle qui a lieu depuis* 1700 *juſqu'à* 1900, *& qui recommence tous les* 19 *ans. Par exemple, l'Epacte eſt* XXII *en* 1769, 1788, 1807, *&c.*

	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX
N	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII
M	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII
H	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI
G	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V
F	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV
E	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III
D	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II
C	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I
B	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*
A	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX
u	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII
r	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII
s	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI
r	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	25
q	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV
p	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII
n	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII
m	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI
l	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX
k	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX
i	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII
h	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII
g	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI
f	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV
e	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV
d	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII
c	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII
b	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI
a	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X

Digitized by Google

TABLE ÉTENDUE DES ÉPACTES,

Contenant les trente ſuites d'Epactes qui peuvent avoir lieu dans différens ſiècles, ſuivant le Calendrier Grégorien. *Article* 1575, *page* 303.

Remarques. Les Nombres d'Or ſont dans la première ligne de la Table, en tête de chaque colonne. La 9e ligne marquée C, *eſt celle qui a lieu depuis* 1700 *juſqu'à* 1900, *& qui recommence tous les* 19 *ans. Par exemple, l'Epacte eſt XXII en* 1768, 1788, 1807, *&c.*

	13	14	15	16	17	18	19	1	2
P	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VIII	XIX
N	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	25	VII	XVIII
M	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	VI	XVII
H	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	V	XVI
G	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	IV	XV
F	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	III	XIV
E	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	II	XIII
D	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	I	XII
C	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	*	XI
B	XI	XXII	III	XIV	25	VI	XVII	XXIX	X
A	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVIII	IX
u	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVII	VIII
t	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXVI	VII
s	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXV	VI
r	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIV	V
q	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXIII	IV
P	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXII	III
n	III	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	IX	XXI	II
m	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XX	I
l	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XIX	*
k	*	XI	XXII	III	XIV	25	VI	XVIII	XXIX
i	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVII	XXVIII
h	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XVI	XXVII
g	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XV	XXVI
f	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIV	XXV
e	25	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XIII	XXIV
d	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XII	XXIII
c	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	XI	XXII
b	XXII	III	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	X	XXI
a	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	IX	XX

Digitized by Google

TABLE DE L'ÉQUATION DES ÉPACTES.

Années.	Lignes d'Epactes.	Années.	Lignes d'Epactes.	Années.	Lignes d'Epactes.
1582	D	♉ 2500	u	♉ 3500	p
Biſſex. 1600	D	♉ 2600	t	Biſſex. ☾ ♉ 3600	q
♉ 1700	C	☾ ♉ 2700	t	♉ 3700	p
☾ ☾ ♎ 1800	C	Biſſex. 2800	t	♉ 3800	n
♉ 1900	B	♉ 2900	ſ	☾ ♉ 3900	n
Biſſex. 2000	B	☾ ♉ 3000	ſ	Biſſex. 4000	n
☾ ♉ 2100	B	♉ 3100	r	♉ 4100	m
♉ 2200	A	Biſſex. 3200	r	♉ 4200	l
♉ 2300	u	☾ ♎ 3300	r	☾ ☾ ♎ 4300	l
Biſſex. ☾ 2400	A	♉ 3400	q	Biſſex. 4400	l

Il y auroit un changement à faire après l'an 8100 dans les régles précédentes, & un autre au bout de 481 436 ans, mais on les a négligés, on en peut voir le détail dans Clavius.

En ſuivant ces règles, on trouveroit le retour des mêmes lettres & dans le même ordre au bout de 300 mille ans; c'eſt-là le grand cycle du calendrier, mais comme les données ne comportent pas une ſi grande préciſion, nous ne nous arrêterons pas à ce détail.

Quand on a trouvé par la table étendue des épactes, quelle eſt celle des 30 lignes que l'on doit employer dans le ſiècle où l'on ſe trouve; le nombre d'or qui eſt à la tête de chaque colonne vous apprend quelle eſt l'épacte de l'année; ainſi, en 1782 le nombre d'or étant 16, on trouve au-deſſous de 16, dans la neuvième ligne marquée *C*, que l'épacte eſt XV; en 1786 elle ſera * qui veut dire 30 ou zero.

Connoiſſant l'épacte de l'année, on peut trouver toutes les nouvelles lunes & les jours de la ſemaine dans le *calendrier perpétuel* des épactes, ou *calendrier* de Grégoire XIII que l'on trouvera ci-après, où ſont marquées les épactes *, xxix, xxviij, &c. & les lettres *A, B, C, D, E, F, G*, en commençant par le premier jour de janvier; dans ce *calendrier* tous les jours auxquels répond l'épacte de l'année ſont ceux des nouvelles lunes cette année-là, mais il y a trois obſervations à faire ſur trois articles particuliers de ce *calendrier* perpétuel.

Au lieu du nombre 30, on met une étoile * qui tient lieu de 30 & de zero; en effet, dans les années où il y a une nouvelle lune le premier décembre & le 31, l'épacte qui marque l'âge de la lune quand l'année finit, devroit être 30, parce que la lune a 30 jours quand l'année finit, mais elle devroit être zero ſi l'on conſidéroit la nouvelle lune du 31 décembre; ainſi, l'on met un ſigne ambigu qui tient lieu de l'une & de l'autre, & qui s'applique également à ces deux circonſtances.

Dans le *calendrier perpétuel* on a pratiqué ſix interruptions, où l'on a mis enſemble les épactes XXIV & XXV, ſans cela les 12 ſuites des épactes qui ſont de 30 chacune, formeroient 360 jours, au lieu de 354 qu'elles doivent former pour s'accorder avec l'année lunaire qui a 11 jours de moins que l'année ſolaire. Cette ſuppreſſion de 6 jours a été repartie ſur la ſeconde trentaine, ſur la 4e, la 6e, la 8e, la 10e & la 12e; & les jours où elle tombe ſont le 5 février, le 5 avril, le 3 juin, le 1 août, le 29 ſeptembre & le 27 novembre. Ces ſix jours qui, par la diſpoſition précédente, devroient avoir XXV d'épacte, ont tout-à-la-fois XXV & XXIV. Par-là on gagne un nombre à chaque fois, & il ſe trouve qu'à la fin de décembre on a gagné 6 jours, qui, ajoutés aux 5 jours qu'il y a de moins dans les 360 jours d'épacte, que dans l'année, ſont 11 jours, comme cela doit être puiſque l'année lunaire n'a que 354 jours.

CALENDRIER PERPÉTUEL DES ÉPACTES,

SUIVANT GRÉGOIRE XIII,

Pour servir à trouver toutes les nouvelles Lunes, les jours de la semaine, & les Fêtes mobiles pour une année quelconque.

JANVIER.			FÉVRIER.		MARS.		AVRIL.		MAI.		JUIN.	
J. du M.	Epactes.	Let. dom.										
1	*	A	XXIX	D	*	D	XXIX	G	XXVIII	B	XXVII	E
2	XXIX	B	XXVIII	E	XXIX	E	XXVIII	A	XXVII	C	25.XXVI	F
3	XXVIII	C	XXVII	F	XXVIII	F	XXVII	B	XXVI	D	XXV.XXIV	G
4	XXVII	D	25.XXVI	G	XXVII	G	25.XXVI	C	25.XXV	E	XXIII	A
5	XXVI	E	XXV.XXIV	A	XXVI	A	XXV.XXIV	D	XXIV	F	XXII	B
6	25.XXV	F	XXIII	B	25.XXV	B	XXIII	E	XXIII	G	XXI	C
7	XXIV	G	XXII	C	XXIV	C	XXII	F	XXII	A	XX	D
8	XXIII	A	XXI	D	XXIII	D	XXI	G	XXI	B	XIX	E
9	XXII	B	XX	E	XXII	E	XX	A	XX	C	XVIII	F
10	XXI	C	XIX	F	XXI	F	XIX	B	XIX	D	XVII	G
11	XX	D	XVIII	G	XX	G	XVIII	C	XVIII	E	XVI	A
12	XIX	E	XVII	A	XIX	A	XVII	D	XVII	F	XV	B
13	XVIII	F	XVI	B	XVIII	B	XVI	E	XVI	G	XIV	C
14	XVII	G	XV	C	XVII	C	XV	F	XV	A	XIII	D
15	XVI	A	XIV	D	XVI	D	XIV	G	XIV	B	XII	E
16	XV	B	XIII	E	XV	E	XIII	A	XIII	C	XI	F
17	XIV	C	XII	F	XIV	F	XII	B	XII	D	X	G
18	XIII	D	XI	G	XIII	G	XI	C	XI	E	IX	A
19	XII	E	X	A	XII	A	X	D	X	F	VIII	B
20	XI	F	IX	B	XI	B	IX	E	IX	G	VII	C
21	X	G	VIII	C	X.	C	VIII	F	VIII	A	VI	D
22	IX	A	VII	D	IX	D	VII	G	VII	B	V	E
23	VIII	B	VI	E	VIII	E	VI	A	VI	C	IV	F
24	VII	C	V	F	VII	F	V	B	V	D	III	G
25	VI	D	IV	G	VI	G	IV	C	IV	E	II	A
26	V	E	III	A	V	A	III	D	III	F	I	B
27	IV	F	II	B	IV	B	II	E	II	G	*	C
28	III	G	I	C	III	C	I	F	I	A	XXIX	D
29	II	A			II	D	*	G	*	B	XXVIII	E
30	I	B			I	E	XXIX	A	XXIX	C	XXVII	F
31	*	C			*	F			XXVIII	D		

CALENDRIER PERPÉTUEL DES ÉPACTES,

SUIVANT GRÉGOIRE XIII,

Pour servir à trouver toutes les nouvelles Lunes, les Jours de la semaine, & les Fêtes mobiles pour une année quelconque.

JUILLET.			AOUT.		SEPTEMBRE.		OCTOBRE.		NOVEMBRE.		DÉCEMB.	
J. du M.	Epactes.	*Let. dom.*										
1	XXVI	G	XXV. XXIV	C	XXIII	F	XXII	A	XXI	D	XX	F
2	25. XXV	A	XXIII	D	XXII	G	XXI	B	XX	E	XIX	G
3	XXIV	B	XXII	E	XXI	A	XX	C	XIX	F	XVIII	A
4	XXIII	C	XXI	F	XX	B	XIX	D	XVIII	G	XVII	B
5	XXII	D	XX	G	XIX	C	XVIII	E	XVII	A	XVI	C
6	XXI	E	XIX	A	XVIII	D	XVII	F	XVI	B	XV	D
7	XX	F	XVIII	B	XVII	E	XVI	G	XV	C	XIV	E
8	XIX	G	XVII	C	XVI	F	XV	A	XIV	D	XIII	F
9	XVIII	A	XVI	D	XV	G	XIV	B	XIII	E	XII	G
10	XVII	B	XV	E	XIV	A	XIII	C	XII	F	XI	A
11	XVI	C	XIV	F	XIII	B	XII	D	XI	G	X	B
12	XV	D	XIII	G	XII	C	XI	E	X	A	IX	C
13	XIV	E	XII	A	XI	D	X	F	IX	B	VIII	D
14	XIII	F	XI	B	X	E	IX	G	VIII	C	VII	E
15	XII	G	X	C	IX	F	VIII	A	VII	D	VI	F
16	XI	A	IX	D	VIII	G	VII	B	VI	E	V	G
17	X	B	VIII	E	VII	A	VI	C	V	F	IV	A
18	IX	C	VII	F	VI	B	V	D	IV	G	III	B
19	VIII	D	VI	G	V	C	IV	E	III	A	II	C
20	VII	E	V	A	IV	D	III	F	II	B	I	D
21	VI	F	IV	B	III	E	II	G	I	C	*	E
22	V	G	III	C	II	F	I	A	*	D	XXIX	F
23	IV	A	II	D	I	G	*	B	XXIX	E	XXVIII	G
24	III	B	I	E	*	A	XXIX	C	XXVIII	F	XXVII	A
25	II	C	*	F	XXIX	B	XXVIII	D	XXVII	G	XXVI	B
26	I	D	XXIX	G	XXVIII	C	XXVII	E	25. XXVI	A	25. XXV	C
27	*	E	XXVIII	A	XXVII	D	XXVI	F	XXV. XXIV	B	XXIV	D
28	XXIX	F	XXVII	B	25. XXVI	E	25. XXV	G	XXIII	C	XXIII	E
29	XXVIII	G	XXVI	C	XXV. XXIV	F	XXIV	A	XXII	D	XXII	F
30	XXVII	A	25 XXV	D	XXIII	G	XXIII	B	XXI	E	XXI	G
31	25 XXVI	B	XXIV	E			XXII	C			19. XX	A

Les 12

Les 12 lunaiſons de chaque année ſont alternativement de 30 & de 29 jours; auſſi l'on met alternativement 30 épactes & 29, d'abord les 30 dans le mois de janvier, enſuite 29 ſeulement, en en réuniſſant deux au même jour, puis 30 & ainſi de ſuite. L'épacte XXIV dans février & toutes celles qui la ſuivent, ſe trouve remontée d'un rang au-deſſus de ſa place naturelle vers le commencement du mois, à cauſe des deux épactes XXV & XXIV qui ſont réunies au 5 février: ainſi, les lunaiſons qui commencent par les 30 épactes qui précèdent les deux épactes accumulées au 5 de février; c'eſt-à-dire, par les épactes XXV, XXVI, XXVII, XXVIII, XXIX, *, I, II, &c. juſqu'à l'épacte XXIV inclusivement, contiennent ſeulement 29 jours; il faut dire la même choſe des lunaiſons qui répondent aux 30 épactes ſemblables, qui précèdent dans cinq autres endroits du *calendrier* la réunion de XXIV & XXV.

Dans les mois qui ont deux épactes au même jour XXV & XXIV, on pourroit craindre qu'il n'y eût deux nouvelles lunes indiquées au même jour dans l'eſpace de 19 ans, ſavoir, l'une quand l'épacte de l'année ſeroit XXV, & l'autre quand elle ſeroit XXIV; or il ne peut pas y avoir deux nouvelles lunes dans les 19 ans qui tombent au même jour du mois, puiſqu'ils n'y reviennent qu'après les 19 ans révolus. Pour obvier à cet inconvénient dans la diſpoſition des épactes de la table étendue, on a mis 25 en chiffre arabe au lieu de XXV dans toutes les ſuites d'épactes, ou dans toutes les lignes où les deux nombres 24 & 25 ſe trouvent enſemble & peuvent revenir dans l'eſpace de 19 ans, ce nombre 25 eſt mis dans le *calendrier* à côté de XXVI, parce que dans ces mêmes lignes d'épactes les nombres 25 & XXVI ne peuvent pas ſe trouver enſemble dans l'eſpace de 19 ans.

Dans les mois qui ont 25 & XXVI d'épacte au même rang ou au même jour, il ne peut pas arriver non plus que la nouvelle lune ſoit indiquée deux fois au même jour en 19 ans, parce que 25 ne ſe trouve point dans les huit ſuites d'épactes qui contiennent vingt-cinq & vingt-ſix, on n'a mis dans celle-ci que le nombre romain XXV, qui, dans le *calendrier*, eſt à côté de XXIV; mais XXV & XXIV ne ſont point enſemble dans ces huit ſuites-là; ainſi, l'on a toujours eu ſoin de faire en ſorte que les deux figures qui ſont enſemble dans le calendrier à un même jour, ne fuſſent pas dans une même ſuite d'épactes; il eſt bien vrai que les mêmes nombres y ſont, mais l'un eſt en chiffres romains & en petites capitales, l'autre en chiffres arabes, & cette différence de forme les diſtingue aſſez; quelquefois on met le 25 en rouge comme dans les bréviaires ou dans les livres imprimés en deux couleurs.

Toutes les fois que dans les cycles de 19 ans, l'épacte XXV concourt avec un nombre d'or plus grand que onze, c'eſt-à-dire, avec les nombres d'or, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, il y a toujours dans ce même cycle une épacte XXIV, mais ſi pour lors on prend l'épacte 25 qui eſt d'un caractère ou d'une couleur différente, qui dans ſix endroits du *calendrier* eſt placée à côté de l'épacte XXVI, il ne pourra jamais y avoir deux nouvelles lunes au même jour, parce que cette épacte 25, marquée d'un caractère & d'une autre couleur, répond par-tout à un jour différent de celui qui a l'épacte XXIV.

Mais lorſque dans un cycle de 19 ans, l'épacte XXV ſe rencontre avec un nombre d'or plus petit que 12, ou avec les nombres d'or 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 & 11, il ne peut pas arriver que dans le même cycle l'épacte XXIV ſe trouve employée avec l'épacte XXV, pour lors on prend l'épacte XXV qui, dans ſix endroits, eſt marquée au même jour que l'épacte XXIV, & puiſque l'épacte XXIV n'aura pas lieu dans ce cycle-là, on ne riſque point de trouver dans le même cycle deux nouvelles lunes au même jour.

De même, quoique l'épacte 25 qui eſt différente en caractère ou en couleur, ſe trouve dans ſix jours de l'année à côté de l'épacte XXVI, on ne craindra pas cependant de trouver deux nouvelles lunes au même jour dans les 19 ans, parce que quand l'épacte XXV ſe trouve avec un nombre d'or plus grand que 11, (& ce ſont les ſeuls cas où l'on ſe ſerve du caractère 25,) l'épacte XXVI n'a jamais lieu dans le même cycle pour indiquer les nouvelles lunes.

En effet, dans la table étendue des épactes, on voit aux 8 lignes marquées *N*, *E*, *B*, r, n, k, e, b, qui chacune répondent à un cycle lunaire entier de 19 ans; l'épacte 25 diſtinguée par les chiffres arabes ſous les 8 nombres d'or, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, l'épacte XXIV ſous les onze autres & jamais l'épacte XXVI; mais dans les 22 autres lignes horizontales de la table, où l'épacte XXV ſe trouve ſous les 11 petits nombres d'or depuis 1 juſqu'à 12, on trouve quelquefois l'épacte XXVI, mais on n'y trouve pas XXIV. Si donc on prend tantôt l'épacte XXV qui eſt dans le *calendrier* à côté de XXIV, & tantôt l'épacte 25 qui eſt d'un autre caractère ou d'une autre couleur, & placée dans le *calendrier* à côté de XXVI, ayant égard aux nombre d'or petits ou grands avec leſquels elle concourt; il n'arrivera jamais que, dans le même cycle de 19 ans, il y ait deux nouvelles lunes au même quantième du mois, quoique dans les ſix endroits ci-deſſus marqués, il y ait au même jour XXV avec XXIV, & XXVI avec l'épacte 25 d'un caractère différent.

Ainſi l'épacte XXIV ne peut pas avoir lieu quand l'épacte * XXV concourt avec un des onze premiers nombres d'or, mais ſeulement quand elle concourt avec un nombre d'or plus grand que 11, & l'épacte XXVI n'a jamais lieu lorſque l'épacte 25 de caractère différent concourt avec un nombre d'or plus grand que 11.

Cette épacte 25 relevée d'un jour, fait que la 2e lune de l'année a 29 jours & non pas 30, & répond mieux au moyen mouvement de la lune que l'épacte XXV qui eſt un peu en retard.

On a choiſi les épactes XXV & XXIV pour les accumuler enſemble, quoiqu'on eût pu choiſir deux autres épactes quelconques; mais c'étoit à-peu-près vers ces mêmes jours que l'on employoit l'équation de la lune dans l'ancien *calendrier* des nombres d'or du Concile de Nicée, & l'on a cherché à s'en rapprocher le plus qu'il étoit poſſible dans la diſpoſition du nouveau *calendrier*.

Ces nombres XXV & XXIV que l'on met enſemble, ont même été choiſis d'ailleurs avec deſſein, pour faire en ſorte que preſque toutes les lunaiſons paſchales fuſſent de 29 jours, comme le vouloient les pères du concile de Nicée, & qu'elles commençaſſent toujours entre le 8 de mars & le 5 avril. Il n'y a dans le nouveau *calendrier* que deux exceptions à la première règle, c'eſt lorſqu'on a pour épacte 25 ou XXIV, & que 25 concourt avec un nombre d'or plus grand que 11, ce qui arrive bien rarement; il n'y a que ces deux lunes paſchales qui ſoient de 30 jours. Lorſque les PP. de Nicée aſſignèrent un eſpace de 29 jours pour les nouvelles lunes paſchales, depuis le 8 de mars juſqu'au 5 avril, il étoit facile d'y arranger 19 nombres d'or, de façon que tous donnaſſent des lunaiſons de 29 jours; mais comme il y a 30 épactes; on ne ſauroit les arranger toutes dans 29 jours, à moins qu'on n'en mette deux à-la-fois au même jour, comme cela arrive au 5 avril, c'eſt ce qui fait que la lunaiſon de l'épacte XXIV a 30 jours, & par conſéquent auſſi celle de l'épacte 25, placée au-deſſus de XXIV. (Clavius, *page* 103.)

L'équation de la lune ſe place au 5 avril par une raiſon ſemblable pour ſe rapprocher de l'ancien uſage de l'égliſe, mais il ſeroit trop long d'entrer ici dans ces détails.

Le troiſième artifice employé dans la diſpoſition des épactes du *calendrier perpétuel*, conſiſte à avoir mis à la fin de décembre à côté de l'épacte XX, une épacte extraordinaire 19, qui eſt auſſi différente ou par le caractère ou par la couleur. Celle-ci ſert uniquement à marquer la nouvelle lune le dernier de décembre, lorſque l'épacte XIX concourt avec les nombres d'or 19, ce qui n'arrivera plus juſqu'après l'an 8200, & lorſque de 30 cycles de la table étendue, celui qui a la lettre *D*, ſera en uſage comme il l'a été depuis la correction grégorienne juſqu'à l'année 1700 excluſivement, c'eſt dans cette ligne *D* ſeulement que l'épacte XIX ſe trouve ſous le nombre d'or 19; l'épacte 19 placée au 31 de décembre, doit alors indiquer une nouvelle lune comme cela eſt arrivé en 1595, 1614, 1633, 1652, 1671, 1690; en effet, dès que le nombre d'or eſt 19, on doit ajouter 12 à l'épacte de l'année pour former celle de l'année ſuivante, au lieu qu'on n'ajouteroit que 11 dans les autres cas. Ainſi, à l'épacte XIX lorſqu'elle a lieu avec le nombre d'or 19, il faut ajouter 12 & l'on a 1 d'épacte pour l'année ſuivante, mais l'uſage de l'épacte 1 ne ſe trouve dans le *calendrier* qu'au 30 de janvier; donc ſi l'épacte 19 n'étoit pas placée dans le *calendrier* au 31 de décembre pour indiquer une nouvelle lune, la lunaiſon de décembre ne contenant alors que 29 jours, il n'y auroit point de lunaiſon indiquée dans le *calendrier* depuis le 2 décembre juſqu'au 29 de janvier, car, dans le mois de décembre, il n'y a pas d'autre épacte XIX que celle du 2 de décembre, & dans le mois de janvier il n'y a pas d'épacte 1 avant le 30. Cependant il y a dans le cas dont il s'agit une lune de 29 jours qui commence le 2 décembre; le calcul prouve même qu'il y a en effet une nouvelle lune moyenne ce jour-là, quand le nombre d'or 19 concourt avec l'épacte XIX. (Clavius, *page* 104.)

Mais l'exception dont il s'agit, ou l'addition de l'épacte 19, extraordinairement cumulée avec l'épacte XX au 31 décembre, ne fait dans le *calendrier* aucune confuſion, parce qu'elle eſt à côté de l'épacte XX qui n'a jamais lieu dans le cycle où l'épacte XIX concourt avec le nombre d'or 19: en effet, on peut voir dans la table étendue des épactes, que la ligne *D* qui a lieu dans le cas prévu ne renferme pas l'épacte XX. Ce nombre ne ſe trouve point dans les 19 épactes de ce cycle, il ne peut donc pas y avoir double emploi, ni deux nouvelles lunes indiquées au même jour dans l'eſpace de 19 ans, quoiqu'il y ait deux épactes au même jour, c'eſt-à-dire 19 & XX.

Les épactes ne peuvent indiquer que les nouvelles lunes moyennes, c'eſt-à-dire, les nouvelles lunes qui auroient lieu, ſi la lune & le ſoleil alloient toujours d'un mouvement uniforme, & que leur longitude moyenne fût toujours égale à leur longitude vraie. Ce ſeroit aſſez pour l'uſage du *calendrier* civil; car l'on eſt toujours sûr de ne pas ſe tromper de plus d'un jour même en ſe reſtreignant aux moyens mouvemens; mais nous devons obſerver encore, que non-ſeulement les nouvelles lunes déſignées dans le *calendrier* par les épactes ne ſont point les nouvelles lunes aſtronomiques vraies qu'on obſerve & qu'on trouve dans nos éphémérides, mais elles ne ſont pas même exactement d'accord avec les nouvelles lunes moyennes. Il y a ſouvent des différences qui deviennent ſenſibles; par exemple, en 1700 la pleine lune moyenne arriva le ſamedi, 3 avril, vers les 11h du ſoir à Rome; Pâque devoit donc ſe célébrer le lendemain, ſuivant la règle; mais dans le *calendrier* la pleine lune étoit indiquée pour le 4 avril, la fête ſe trouva renvoyée au 11 du même mois. (*Voyez l'Hiſt. de l'Acad.* 1701.) Lors de la correction grégorienne on voulut remettre les nouvelles lunes aux mêmes lieux où elles étoient du tems du concile de Nicée, par le moyen du cycle des 19 ans. Mais comme en 625 ans le cycle ramena la nouvelle lune deux jours plutôt, il y avoit alors quatre jours de différence entre

Digitized by Google

les nouvelles lunes aſtronomiques & celles du cycle. Dans l'exécution, on n'a tenu compte que de 3 jours au lieu de 4; de-là vient que la pleine lune aſtronomique moyenne vient ſouvent un jour avant la pleine lune paſchale, & que le *calendrier* n'a point à cet égard la juſteſſe qu'on avoit eu intention de lui donner; de-là vient auſſi la contradiction apparente que l'on trouvera quelquefois entre les calculs rigoureux de l'Aſtronomie, & les calculs du comput eccléſiaſtique.

Ainſi, dans l'exécution du projet de la réformation, l'on n'a pas exactement ſuivi l'intention de la bulle de Gregoire XIII; il auroit dû y avoir une équation lunaire en 1700. Depuis 1700, l'épacte répondant au nombre d'or 1, auroit dû être 1, au lieu qu'on ne lui attribue que 0 ou *, en ſorte qu'on n'a augmenté que de 3 jours les épactes lunaires, depuis le concile juſqu'à préſent, au lieu de 4 jours. Cette erreur d'un jour a fait tomber la fête de Pâque, en 1704, au 33 mars, au lieu qu'elle auroit dû être le 20 avril, parce que la pleine lune dans cette année-là, devoit être marquée au 20 mars, & qu'elle ne le fut qu'au 21: or le 20 mars n'eſt point du mois paſchal, mais le 21 en eſt. (*Hiſt. Acad.* 1701.) (*Jo. Bernoulli opera*, Lauſanne, 1743, *tom. iv.*) La raiſon de ce défaut, eſt que l'objet des réformateurs étoit de demeurer plutôt au-deſſous qu'au-deſſus des véritables nouvelles lunes, pour empêcher que les épactes n'indiquaſſent la nouvelle lune plutôt qu'elle n'arrive réellement; & que la fête de Pâque ne fût célébrée le XIVe de la lune, ou même plutôt, c'eſt-à-dire, en même tems que chez les juifs ou chez les hérétiques, *quarto decimani* (Fleury, *Hiſt. eccleſ.* ann. 196.) Pour cet effet, on a eu plus d'égard à la pleine lune qu'à la nouvelle lune; on n'a pas craint qu'il arrivât que la fête de Pâque fût célébrée plus tard que le XXIe de la lune; mais on redoutoit la célébration qui auroit pu tomber le XIVe de la lune, quand il ſe trouve un dimanche, parce que c'eſt le jour que choiſiſſent les juifs pour immoler l'agneau paſchal.

Cette remarque avoit déjà été faite par Clavius, qui obſerve que c'étoit l'ancien uſage de l'égliſe, *pag. 55 & 352*. Cela auroit dû prévenir le reproche aſtronomique fait par Caſſini au *calendrier* grégorien, ſi ce n'eſt que Caſſini ne trouva pas cette raiſon ſuffiſante pour avoir fait mettre entre le *calendrier* & l'Aſtronomie une ſemblable différence. Elle nuit à l'exactitude du *calendrier*, relativement à l'uſage qu'en en peut faire pour trouver les nouvelles lunes véritables.

Pour trouver l'épacte & les fêtes mobiles dans une année quelconque, on commencera par chercher le nombre d'or. Ce nombre, pris au haut de la table étendue des épactes, marquera la colonne dans laquelle doit ſe trouver l'épacte.

Pour ſavoir dans quelle ligne de la table, & vis-à-vis de quelle lettre il faut chercher l'épacte, on prendra dans la table de l'*équation des épactes*, la lettre qui convient au ſiècle où l'on ſe trouve, & ce ſera dans cette ligne qu'il faudra prendre l'épacte répondante au nombre d'or.

Pour avoir une règle particulière dans ce ſiècle-ci & le ſuivant, où l'on emploie la ligne *C*, on part de l'épacte XVIII, qui a lieu la dernière année de chaque cycle lunaire, on ajoute 11 pour chaque année & un de plus, parce que la première année du cycle l'épacte augmente de 11, & l'on ôte 30 autant de fois qu'on le peut. Ainſi, on multipliera par 11 le nombre d'or de l'année courante: on ajoutera 19; on diviſera cette ſomme par 30, & l'on aura pour reſte l'épacte de l'année. On peut auſſi multiplier par 11 le nombre d'or diminué d'une unité, & diviſer le produit par 30: le reſte de la diviſion eſt l'épacte cherchée.

Ainſi, pour avoir l'épacte de 1762, on multiplie le nombre d'or 15 par 11 on a 165; on y ajoute 19, ce qui fait 184; l'on diviſe cette ſomme par 30; le quotient eſt 6, mais il reſte 4, qui forme l'épacte cherchée. On peut la trouver encore autrement; on multiplie par 11 le nombre 62 de l'année; on ajoute 9 au produit (c'eſt l'épacte de 1700); & de plus, autant d'unités que le nombre d'or 1 eſt revenu de fois depuis 1700; ce qui eſt arrivé en 1710, 1729 & 1748, parce que dans ces années-là l'augmentation eſt plus forte d'une unité; la ſomme 694 étant diviſée par 30, le quotient eſt 23, & le reſte 4 eſt l'épacte de 1762: cette règle ne ſert que pour le 18e ſiècle.

L'épacte de l'année indique tous les jours de pleine lune dans le *calendrier* perpétuel: ainſi, pour avoir la nouvelle lune paſchale, qui ne peut arriver qu'après le 7 de mars, il faut voir à quel jour répond l'épacte de l'année, à compter du 8 de mars inclufivement, & ce ſera celui de la nouvelle lune paſchale; le quatorzième jour, à compter de la nouvelle lune inclufivement, ſera le jour de la pleine lune paſchale, & le premier dimanche après cette pleine lune exclufivement, c'eſt-à-dire, le premier jour où l'on trouvera la lettre dominicale de l'année, ſera le jour de Pâque.

Les limites paſchales, ſont le 22 mars, le 25 avril; ainſi, en 1598, 1693 & 1761, la fête de Pâque eſt arrivée le 22 mars; elle s'y trouvera encore en 1818, 2285, 2437, 2505, *&c.* Au contraire, cette fête n'eſt tombée qu'au 25 avril; en 1546, en 1666 & en 1734, & cela arrivera encore en 1886, 1943, 2038, 2190, *&c.*

La ſeptuagéſime eſt toujours neuf ſemaines avant Pâque, ou le 64e jour, y compris celui de Pâque; le mercredi des cendres le 47e avant le jour de Pâque, en comptant l'un & l'autre.

On trouve la fête de l'Aſcenſion, en comptant 40 jours après Pâque; la Pentecôte, en comptant 50; la Trinité 57 jours, & la fête Dieu 61 jours après Pâque; celle-ci arrive toujours le même quantième du mois que le ſamedi ſaint.

Le *calendrier réformé* ou *corrigé*, eſt celui où ſans s'embarraſſer de tout l'appareil des nombres d'or, des épactes, des lettres dominicales, on détermine la pleine lune de Pâque & les fêtes mobiles qui en dépendent, par les calculs aſtronomiques, ſuivant les tables du ſoleil & de la lune, appellées *tables rudolphines*, ou *tables de Kepler*.

Ce *calendrier* fut introduit dans les états proteſtans d'Allemagne en 1700; l'on retrancha tout-d'un-coup onze jours du mois de février, de maniére qu'en 1700, février n'eut que dix-huit jours; par ce moyen, le ſtyle corrigé revint à celui du *calendrier* grégorien. Les proteſtans d'Allemagne ont ainſi reçu, du moins pour un certain tems, la forme de l'année grégorienne, juſqu'à ce que la quantité réelle de l'année tropique étant déterminée par obſervation d'une manière encore plus exacte, les catholiques romains puiſſent convenir avec eux d'une forme d'année exacte & commode.

CALENDRIER *perpétuel*. On appelle ainſi une ſuite de *calendriers* relatifs aux différens jours où la fête de Pâque peut tomber; & comme cette fête n'arrive jamais plus tard que le 25 avril, ni plutôt que le 22 mars, le *calendrier perpétuel* eſt compoſé d'autant de *calendriers* particuliers qu'il y a de jours depuis le 22 mars inclusivement, juſqu'au 25 avril inclusivement; ce qui fait 35 *calendriers*.

On trouve un *calendrier perpétuel* fort utile & fort bien entendu, dans l'excellent ouvrage de l'*art de vérifier les dates*, par des Bénédictins de la congrégation de S. Maur, Dom Clement & Dom Durand.

La ſeconde édition, en 1770, a été donnée par Dom Clement, & la troiſième en 1783; dans celles-ci, il a trouvé le moyen de réduire les 35 *calendriers* à ſept.

CALENDRIER ou *almanach*, eſt une table des 12 mois ou des 365 jours de l'année. L'on y marque les jours de la ſemaine, les fêtes mobiles ou fixes, les noms des ſaints, dont on fait l'office à chaque jour dans l'égliſe; il y en a une table dans le martyrologe romain, & une dans le livre que nous venons de citer.

On y met le lever & le coucher du ſoleil & de la lune, & les phaſes de la lune, l'entrée du ſoleil dans les ſignes des équinoxes & des ſolſtices, & les éclipſes.

Quelquefois on y ajoute les longitudes, latitudes & déclinaiſons du ſoleil, de la lune & des autres planètes; le commencement & la fin du crépuſcule, les phénomènes remarquables qui arrivent dans le ciel, comme conjonctions, oppoſitions, éclipſes d'étoiles ou de ſatellites. *Voyez* EPHÉMÉRIDE, CONNOISSANCE DES TEMS.

CALENDRIER *ruſtique*, eſt le nom qu'on donne à un *calendrier* propre pour les gens de la campagne, dans lequel ils apprennent les tems où il faut ſemer, planter, tailler la vigne, *&c.* Ces ſortes de *calendriers* ſont ordinairement remplis de beaucoup de règles fauſſes & de prédictions haſardées ſur la pluie & les ſaiſons fondées ſur les influences prétendues, & ſur les aſpects de la lune & de planetes. Mais les gens inſtruits diſtinguent avec ſoin les règles qui ſont fondées ſur des expériences exactes & réitérées, d'après celles qui ne ſont fondées que ſur le préjugé & l'ignorance. (*D. L.*)

On ſe ſert auſſi du mot *calendrier* pour déſigner le catalogue ou les faſtes que l'on gardoit anciennement dans chaque égliſe, & où étoient les ſaints que l'on y honoroit en général ou en particulier, avec les évêques de cette égliſe, les martyrs, *&c.*

Il ne faut pas confondre les *calendriers* avec les martyrologes; car chaque égliſe avoit ſon *calendrier* particulier, au lieu que les martyrologes regardent toute l'égliſe en général: ils contiennent les martyrs & les confeſſeurs de toutes les égliſes. De tous les différens *calendriers*, on en a formé un ſeul martyrologe, en ſorte que les martyrologes ſont poſtérieurs aux *calendriers*.

Il y a encore quelques-uns de ces *calendriers* qui exiſtent, particuliérement un de l'égliſe de Rome fort ancien, qui fut fait vers le milieu du quatrième ſiécle; il contenoit les fêtes des payens comme celles des chrétiens: ces derniers étoient alors en aſſez petit nombre. Le père Mabillon a fait imprimer auſſi le *calendrier* de l'égliſe de Carthage, qui fut fait vers l'an 483. Le *calendrier* de l'égliſe d'Ethiopie, & celui des Cophtes, publiés par Ludolphe, paroiſſent avoir été faits après l'année 760. Le *calendrier* des ſyriens, imprimé par Genebrard, eſt fort imparfait; celui des moſcovites, publié par le père Papebrock, convient pour la plus grande partie avec celui des grecs, publié par Genebrard. Le *calendrier* mis au jour par Dom Dachery, ſous le titre d'*année ſolaire*, ne diffère en rien du *calendrier* de l'égliſe d'Arras. Le *calendrier* que Beckius publia à Augſbourg en 1687, eſt, ſelon toute apparence, celui de l'ancienne égliſe d'Augſbourg, ou plutôt de Strasbourg, qui fut écrit vers la fin du dixième ſiécle. Le *calendrier moſarabique*, dont on fait encore uſage dans les cinq égliſes de Tolède; le *calendrier ambroſien* de Milan, & ceux d'Angleterre, avant la réformation, ne contiennent rien que l'on ne trouve dans ceux des autres égliſes occidentales, c'eſt-à-dire, les ſaints que l'on honore dans toutes ces égliſes en général, & les ſaints particuliers aux égliſes qui faiſoient uſage de ces *calendriers*. (*CHAMBERS.*)

CALER *un quart de cercle* (*Aſtron.*), c'eſt mettre ſon plan dans une ſituation exactement verticale par le moyen du fil à-plomb qui doit raſer le limbe, ſans appuyer, & ſans être trop en l'air, & qui doit battre légérement ſur le milieu du

Digitized by Google

point de la diviſion, auquel on veut qu'il réponde. C'eſt ordinairement par le moyen des vis du pied, que l'on *cale un quart de cercle*, & pour que ce mouvement ne le faſſe pas charier, on fait porter chacune des quatre vis ſur une coquille dont la ſurface inférieure a des aſpérités qui ſe gripent ſur le pavé. Quelquefois auſſi l'on ſe ſert du niveau à bulle d'air pour *caler les quarts de cercles*, tels ſont ceux qu'a fait longtems le célèbre Bird en Angleterre, dans leſquels la lunette tourne autour du centre, le fil vertical reſtant toujours ſur le premier point de la diviſion; mais la chaleur du ſoleil faiſant varier le niveau, peut occaſionner des erreurs. (*D. L.*)

CALIPPIQUE, nom d'une période de 76 ans, propre à corriger l'erreur du cycle lunaire.

CALISTO (*Aſtr.*) *Voyez* OURSE.

CAMELEON *ou* CHAMELEON (*Aſtron.*), l'une des douze conſtellations méridionales, figurées dans les anciennes cartes de Bayer; elle eſt ſur le colure des équinoxes & au-dedans du cercle polaire antarctique; elle n'eſt compoſée que de neuf étoiles dans Bayer: mais il y en a un beaucoup plus grand nombre dans le catalogue de la Caille; celle qu'il a marquée α, & qu'il a obſervée avec ſoin, avoit au commencement de 1750, 126ᵈ 8′ 38″ d'aſcenſion droite, & 76ᵈ 7′ 12″ de déclinaiſon auſtrale. (*D. L.*)

CAMELEOPARD (*Aſtron.*) *Voy.* GIRAFFE.

CAMMARUS (*Aſtron.*) *Voyez* CANCER.

C A N

CANCER, *écreviſſe*; quatrième ſigne du zodiaque: c'eſt auſſi le nom d'une conſtellation.

Le *cancer* a été appellé *cammarus*, qui en grec ſignifie écreviſſe; *aſtacus* du mot grec ἀστακὸς, (*cancer marinus.*) Il paroît que ce nom eſt venu de ce que le ſoleil arrivé à ſa plus grande déclinaiſon, ſembloit retourner ſur ſes pas quand il étoit dans ce ſigne. Suivant les poëtes, l'écreviſſe fut placée dans le ciel par Jupiter, pour avoir ſervi ſes amours, en retardant par ſa piqûre la fuite d'une nymphe, fille de Garamanthe. Ampelius dit que cette écreviſſe fut placée dans le ciel par Junon, après qu'elle eut été écraſée par Hercule en voulant l'incommoder dans le combat contre l'hydre de Lerne. On ſait que Junon, toujours ennemie d'Hercule, pourſuivoit par-tout ce héros, & ſuſcitoit des obſtacles à toutes ſes entrepriſes.

M. Dupuis a expliqué ingénieuſement cette fable, en faiſant voir que le lever héliaque des premières étoiles de l'hydre étoit accompagné de celui du *cancer*, avant que la queue de l'hydre eût achevé de diſparoître, ou avant que le ſecond travail d'Hercule fût conſommé. Mais le travail d'Hercule, qui répond à la conſtellation du *cancer*, eſt ſon voyage en Heſperie pour enlever des pommes d'or ou des brebis à toiſon d'or; il s'explique par le coucher de la conſtellation d'Hercule.

Les deux ânes, qui ſont deux étoiles de la conſtellation du *cancer*, marquées γ & δ dans nos catalogues, repréſentent, ſuivant les poëtes, ceux qui, dans la guerre de Jupiter contre les géans, contribuèrent à ſa victoire, ou par leurs cris, ou parce qu'ils ſervoient de monture à Vulcain, & aux ſatyres qui venoient au ſecours de Jupiter. On voit entre ces deux étoiles un amas d'étoiles appellé *l'étable*, *præſepe*, à cauſe des deux ânes, qui en ſont tout proches: c'eſt ce que nous appellons *la nébuleuſe du cancer*; mais ce n'eſt pas une véritable nébuleuſe dans le ſens qu'on y attache aujourd'hui.

Les étoiles de cette conſtellation ſont au nombre de 83 dans le catalogue britannique; mais elles ſont peu remarquables: la plus belle marquée β, n'eſt que de 3ᵉ à 4ᵉ grandeur.

On repréſente le *cancer* par deux figures placées l'une auprès de l'autre, & aſſez ſemblables à celles dont on ſe ſert pour exprimer ſoixante-neuf en Arithmétique 69.

Tropique du cancer, eſt un des petits cercles de la ſphère, parallèle à l'équateur, & qui paſſe par le commencement du ſigne du *cancer*. Ce tropique eſt dans l'hémiſphère ſeptentrional, & eſt éloigné de l'équateur de 23ᵈ 28′: c'eſt celui que le ſoleil paroît décrire le jour du ſolſtice d'été.

CANICULAIRES: *jours caniculaires*, marquent proprement un certain nombre de jours qui précèdent, & qui ſuivent celui où la canicule ſe levoit autrefois le matin avec le ſoleil, c'eſt-à-dire, les jours de la plus grande chaleur. Les égyptiens & les éthiopiens commençoient leur année aux jours *caniculaires*. Dans nos almanachs de provinces, on les compte ordinairement depuis le 22 juillet juſqu'au 23 août: c'eſt le tems que le ſoleil emploie à parcourir le ſigne du lion.

Mais il y en a qui comptent les jours *caniculaires* juſqu'à la fin d'août. Varénius, *pag. 275*, édit. 1712.

CANICULE, ſ. f. (*Aſtron.*) c'eſt le nom de la belle étoile du grand chien, qu'on appelle auſſi ſimplement *l'étoile du chien*; les grecs la nommoient σείριος, *ſirius*. *Voyez* SIRIUS.

Pline & Galien donnent auſſi à la *canicule* le nom de *procyon*, quoiqu'en effet *procyon* ſoit le nom d'une autre étoile dans le petit chien. *Voyez* PROCYON.

Quelques auteurs anciens nous diſent, après Hippocrate & Pline, *lib. 2, c. 40*, que le jour où la *canicule* ſe leve la mer bouillonne, le vin tourne, les chiens entrent en rage, la bile s'augmente & s'irrite, & tous les animaux tombent en langueur & dans l'abattement; que les maladies

Digitized by Google

qu'elle cauſe le plus ordinairement ſont les fièvres ardentes & continues, les dyſſenteries & les phrénéſies. On ſent bien que ce ſont les effets de la chaleur, qu'on attribuoit à l'aſtre qui annonçoit les chaleurs.

C'eſt actuellement le 20 août qu'arrive le lever héliaque de ſirius; & cependant alors ce qu'on appelle les jours *caniculaires*, ſont près de finir.

Les romains étoient ſi perſuadés de la malignité de la *canicule*, que pour en écarter les influences ils lui ſacrifioient tous les ans un chien roux; le chien avoit eu la préférence dans le choix des victimes, à cauſe de la conformité des noms. Ce n'eſt pas la ſeule occaſion où cette conformité ait donné naiſſance à des branches de ſuperſtition: la *canicule* paſſoit ou pour la chienne d'Erigone, ou pour le chien que Jupiter donna à Minos, que Minos donna à Procris, & que Procris donna à Cephale.

CANON, *en Géométrie & en Algèbre*, ſignifie une règle générale pour la ſoluuion de pluſieurs queſtions d'un même genre: ce mot eſt aujourd'hui peu uſité. On ſe ſert plus communément des termes *méthode* & *formule*. *Voyez* MÉTHODE & FORMULE.

CANON *naturel des triangles*; c'eſt une table qui contient tout enſemble les ſinus, les tangentes & les ſécantes des angles; on la nomme de la ſorte, parce qu'elle ſert principalement à la réſolution des triangles. *Voyez* TRIANGLE.

CANON *artificiel des triangles*; c'eſt une table où ſe trouvent les logarithmes des ſinus & des tangentes, *&c. Voyez* SINUS, TANGENTE, LOGARITHME.

CANOPUS (*Aſtron.*) étoile de la première grandeur, ſituée dans l'hémiſphère auſtral, à l'extrémité la plus auſtrale de la conſtellation appellée *argo*, ou le navire. On l'appelle auſſi *canobus*, κανωβος, *Ptolemæon*, *Suel* (Bayer); mais Pline dit *canopus*. Ce nom eſt celui du pilote de Menelas, roi de Troye. Selon M. Caſtard, il vient du mot κηφ, qui en langue coptite ſignifie de l'or, & le coptite dérive du grec.

C'eſt, après *ſirius*, la plus belle étoile du ciel: on la voit de l'île de Rodes raſer l'horizon; elle annonçoit aux égyptiens l'entrée du ſoleil dans le verſeau; de-là vint ce qu'on appelloit *Regnum canopicum*. *Voyez* mon *Aſtronomie*, *t. 4*, *p. 443*. (*D. L.*)

CAP

CAPABLE, (*Géom.*) on dit qu'un ſegment de cercle eſt *capable* d'un angle, lorſque ce ſegment eſt tel qu'on y peut inſcrire cet angle; en ſorte que les deux côtés de l'angle ſe terminent aux extrémités du ſegment, & que le ſommet de l'angle ſoit ſur la circonférence du ſegment. On ſait que tous les angles inſcrits dans un même ſegment ſont égaux; ainſi, le ſegment *E F D* (*pl. Géom. fig. 21*), eſt *capable* de l'angle *E F D*, ou de ſon égal *E H D*. On a pluſieurs méthodes pour décrire un ſegment *capable* d'un angle donné: en voici une aſſez ſimple. Faites un triangle iſoſcèle, dont l'angle au ſommet *E F D* ſoit égal à l'angle donné; ou, ce qui eſt la même choſe, faites les angles *F E D*, *F D E*, égaux chacun à la moitié de 180 degrés moins la moitié de l'angle donné; & par les points *F*, *D*, décrivez l'arc de cercle *E F D*. *Voyez* CERCLE. (*O*)

CAPOT, *terme de jeu de Piquet*. On dit de celui qui ne fait aucune levée ou main, qu'il eſt *capot*.

Le *capot* vaut quarante points. *Voyez* PIQUET. Celui qui gagne ſeulement les cartes, n'en compte que dix.

CAPRICORNE (*Aſtron.*) *caper*, dixième ſigne du zodiaque; on l'appelle auſſi le *bouc*, la *chèvre amalthée*, le *ſigne de l'hiver*, la *porte du ſoleil*; car on regardoit les deux tropiques comme les deux portes du ciel. Par l'une, le ſoleil montoit dans les régions ſupérieures; par l'autre, il redeſcendoit à la région la plus baſſe du ciel. Quelques poëtes diſent que cette conſtellation repréſente la chèvre amalthée, dont le lait ſervit aux nymphes qui prirent ſoin de Jupiter ſur le mont Ida, & que Jupiter par reconnoiſſance plaça enſuite parmi les aſtres: mais c'eſt une confuſion; la chèvre amalthée eſt celle qui eſt entre le bras du cocher. *V.* CHÈVRE. D'autres expliquent la forme bizarre du *capricorne*, qui eſt moitié bouc & moitié poiſſon, en forme d'égipan, par le moyen d'une autre fable. Les dieux étant à table dans un endroit de l'Egypte, Typhon, le plus terrible des géans, parut ſubitement, & cauſa une ſi grande frayeur, que tous les dieux cherchèrent leur ſûreté dans la fuite, & ſe changèrent en différentes formes. Pan, le dieu des chaſſeurs, des paſteurs & de toute la nature, ſe plongea dans le Nil juſqu'à moitié du corps, prit la forme d'un poiſſon par derrière, & celle d'une chèvre par ſa partie antérieure, & Jupiter voulut conſerver la mémoire de cet événement, en plaçant dans le ciel cet animal monſtrueux; ces origines ſont ſi abſurdes, qu'on oſe à peine les rapporter. Mais M. Dupuis fait voir que ce ſigne indiquoit l'élévation du ſoleil après la ſaiſon des pluies; il croit que dans l'origine le *capricorne* fut placé au ſolſtice d'été: on y réuniſſoit autrefois un *capricorne* & un poiſſon, parce que le débordement du Nil commençoit ſous ce ſigne, & les indiens l'appellent encore *poiſſon*. *Aſtron. t. iv*, *p. 363*.

Il y a 51 étoiles du *capricorne* dans le catalogue britannique; mais il y en a beaucoup plus dans ceux de Mayer & la Caille. (*D. L.*)

CAR

CARACTERE, ſ. m. ſigne dont on ſe ſert dans les Mathématiques pour abréger le diſcours & pour ſimplifier les calculs.

Digitized by Google

Les *caractères numéraux* ſont ceux qu'on emploie pour exprimer les nombres; ce ſont des *lettres* ou des *figures*, que l'on appelle autrement *chiffres*. Les eſpèces de *caractères* qui ſont principalement en uſage aujourd'hui, ſont le commun & le romain: on peut y joindre le grec, & un autre nommé le *caractère françois*, ainſi que les lettres des autres alphabets, dont on s'eſt ſervi pour exprimer les nombres.

Le *caractère commun* eſt celui que l'on appelle ordinairement le *caractère arabe*, parce que l'on ſuppoſe qu'il a été inventé par les aſtronomes arabes, quoique les Arabes eux-mêmes l'appellent le *caractère indien*, comme s'ils l'avoient emprunté des peuples de l'Inde.

Il y a dix *caractères arabes*; ſavoir, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, dont le dernier s'appelle en latin *cyphra*. En France, on donne en général le nom de *chiffre* à tout *caractère* qui ſert à exprimer les nombres.

On ſe ſert du *caractère arabe* preſque dans toute l'Europe, & preſque dans toutes les circonſtances où il peut avoir lieu, en fait de commerce, de meſure, de calculs aſtronomiques, *&c.*

Le *caractère romain* eſt compoſé de lettres majuſcules de l'alphabet romain, d'où probablement lui eſt venu ſon nom; on peut-être de ce que les anciens Romains en faiſoient uſage ſur leurs monnoies, & dans les inſcriptions de leurs monumens publics, érigés en l'honneur de leurs divinités & de leurs hommes illuſtres, de même que ſur leurs tombeaux, *&c.*

Les lettres numérales qui compoſent le *caractère romain*, ſont au nombre de ſept; ſavoir, *I*, *V*, *X*, *L*, *C*, *D*, *M*.

Le *caractère I* ſignifie un; *V*, cinq; *X*, dix; *L*, cinquante; *C*, un cent; *D*, cinq cens; & *M*, un mille.

Le *I*, répété deux fois, fait deux, *II*; trois fois, trois, *III*; quatre s'exprime ainſi, *IV*. *I*, mis devant *V* ou *X*, retranche une unité du nombre exprimé par chacune de ces lettres.

Pour exprimer ſix, on ajoute *I* à *V*, *VI*; pour ſept, on y en ajoute deux, *VII*; & pour huit, trois, *VIII*: on exprime neuf, en mettant *I* devant *X*, *IX*, conformément à la remarque précédente.

On peut faire la même remarque par rapport à *X* devant *L* ou *C*; ce *X* indique alors qu'il faut retrancher dix unités du nombre ſuivant: ainſi, *XL* ſignifie *quarante*, & *XC*, *quatre-vingt-dix*; une *L* ſuivie d'un *X*, ſignifie *ſoixante* *LX*, &c. On a déſigné quelquefois quatre cens par *CD*, mais cela eſt rare.

Outre la lettre *D*, qui exprime *cinq cent*, on peut encore exprimer ce nombre par un *I* devant un *C* renverſé de cette manière *IↃ*; de même au lieu de *M*, qui ſignifie un *mille*, on ſe ſert quelquefois de *I* entre deux *C*, l'un droit & l'autre renverſé en cette ſorte *CIↃ*: ſuivant cette convention, on peut exprimer *ſix cent* par *IↃC*, & *ſept cent* par *IↃCC*, &c.

L'addition de *C* & *C* devant & après, augmente *CIↃ* en raiſon décuple; ainſi, *CCIↃↃ* ſignifie 10000; *CCCIↃↃↃ*, 100000, &c.

Ceci eſt la manière commune de marquer les nombres, anciennement uſitée par les Romains, qui exprimoient auſſi tout nombre de mille par une ligne tirée ſur un nombre quelconque moindre que mille. Par exemple, $\overline{V}$ ſignifie 5000; $\overline{LX}$, 60000; pareillement $\overline{M}$ eſt 1000000; $\overline{MM}$ eſt 2000000, *&c.*

Outre cela, 1.° certaines libertés ou variations ont été admiſes, au moins dans quelques écrivains modernes; par exemple, *IIX* ſignifie 8; *IICIX*, 89: 2.° certains *caractères* ont été en uſage, qui ſemblent avoir du rapport aux lettres; par exemple *M*, par lequel on exprime *mille*, 1000, a été formé de *CXↃ* ou *CIↃ*, dont la moitié, c'eſt-à-dire *IↃ*, étoit priſe pour 500; de même, afin d'avoir peut-être plus de commodité pour écrire, *IↃ* ſemble avoir été changé en *D*. Nous ignorons au reſte comment les Romains faiſoient leurs calculs par le moyen de ces nombres. Ils avoient ſans doute une arithmétique comme nous, & peut-être ne ſeroit-il pas impoſſible de la retrouver; mais ce ſeroit une recherche de pure curioſité. Le *caractère arabe*, qui a prévalu par-tout, nous en exempte.

Chiffres grecs. Les Grecs avoient trois manières d'exprimer les nombres. 1.° La plus ſimple étoit pour chaque lettre en particulier, ſuivant ſa place dans l'alphabet, afin d'exprimer un nombre depuis α 1 juſqu'à ω 24; c'eſt de cette manière que ſont diſtingués les livres de l'Iliade d'Homere. 2.° Il y avoit une autre manière qui ſe faiſoit par une diviſion de l'alphabet en huit unités: α 1, β 2, *&c.* 8 dixaines ι: ι 10, κ 20, *&c.* 8 centaines, ρ 100, σ 200, *&c.* *N. B.* ils exprimoient mille par un point ou un accent ſous une lettre: par exemple, α 1000, ε 2000, *&c.* 3.° Les Grecs avoient une troiſième manière qui ſe faiſoit par ſix lettres capitales, en cette manière, Ι [*ἰώ* pour *μία*] 1, Π [*πέντε*] 5, Δ [*δέκα*] 10, Η [*ἑκατὸν*] 100, Χ [*χίλια*] 1000, Μ [*μύρια*] 10000; & quand la lettre Π en renfermoit quelques-unes, excepté 1, cela montroit que la lettre renfermée étoit le quintuple de ſa propre valeur, comme

$\overline{|\Delta|}$ 50, $\overline{|H|}$ 500, $\overline{|X|}$ 5000, $\overline{|M|}$ 500000.

Chiffres hébraïques. L'alphabet hébreu étoit diviſé en neuf unités, א 1, ב 2, *&c.*; en neuf dixaines, י 10, כ 20, *&c.*; en neuf centaines, ק 100, ר 200, *&c.*; ך 500, ם 600, ן 700, ף 800, ץ 900. Les mille s'exprimoient quelquefois par les unités que l'on mettoit avant les cent, ארלך, 1534, & de même devant les dixaines, אץ, 1070. Mais en général, on exprimoit *mille* par le mot אלף, & 2000 par בא; בא, précédé des autres

lettres numérales, ſervoit à déterminer le nombre de mille : par exemple, ▭ ה״אג, 3000, *&c.*

Le *caractère françois*, ainſi appellé à cauſe que les François l'ont inventé, & en font principalement uſage, eſt plus ordinairement nommé *chiffre de compte* ou *de finance*.

Ce n'eſt proprement qu'un chiffre romain en lettres non majuſcules ; ainſi, au lieu d'exprimer 56 par *LVI*, en chiffre romain, on l'exprime en plus petits *caractères*, par *lvj*, & ainſi des autres, *&c.*

On en fait principalement uſage dans les chambres des comptes, dans les comptes que rendent les tréſoriers, les receveurs, *&c.*, & autres perſonnes employées dans l'adminiſtration des revenus.

En *Algèbre*, les premières lettres de l'alphabet *a*, *b*, *c*, *d*, *&c.*, ſont les ſignes ou les *caractères* qui expriment les quantités *données* ; & les dernières lettres *z*, *y*, *x*, *&c.*, ſont les *caractères* des quantités *cherchées*. *Voyez* QUANTITÉ ; *voyez auſſi l'article* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE, où nous avons expliqué pourquoi l'Algèbre ſe ſert de lettres pour déſigner les quantités, ſoit connues, ſoit inconnues.

Obſervez que les quantités égales ſe marquent par le même *caractère*. Les lettres *m*, *n*, *r*, *f*, *t*, *&c.*, ſont les *caractères* des expoſans indéterminés des rapports & des puiſſances ; ainſi, x^m, y^n, z^r, *&c.* déſignent les puiſſances indéterminées de différentes eſpèces ; mx, ny, rz, les différens multiples ou ſous-multiples des quantités *x*, *y*, *z*, ſelon que *m*, *n*, *r* repréſentent des nombres entiers ou rompus.

+ Eſt le ſigne de ce qui exiſte réellement, & on l'appelle *ſigne affirmatif* ou *poſitif* ; il fait comprendre que les quantités qui en ſont précédées, ont une exiſtence réelle & poſitive. *Voy.* POSITIF.

C'eſt auſſi le ſigne de l'addition ; & en liſant, on prononce *plus* : ainſi, $9 + 3$ ſe prononce neuf *plus* trois, c'eſt-à-dire, 9 ajouté à 3, ou la ſomme de 9 & 3 ; ce qui fait 12. *Voyez* ADDITION.

Quand le ſigne — précède une quantité ſimple, il exprime une négation ou bien une exiſtence négative ; il fait voir, pour ainſi dire, que la quantité qui en eſt précédée, eſt moindre que rien. Car on peut dire, par exemple, d'un homme qui a 20000 livres de dettes, & qui n'a rien d'ailleurs, que ſa fortune eſt au-deſſous de rien de la valeur de 20000 livres, puiſque ſi on lui donnoit 20000 livres, il ſeroit obligé de payer ſes dettes, & il ne lui reſteroit rien ; ce qu'on peut exprimer ainſi, *la fortune de cet homme* eſt — 20000 livres. Au reſte, nous donnerons plus au long & plus exactement l'idée des quantités négatives à *l'article* NÉGATIF.

Si on met ce ſigne entre des quantités, c'eſt le ſigne de la ſouſtraction ; & en le liſant, on prononce *moins* : ainſi, $14 - 2$ ſe lit 14 *moins* 2, ou diminué de 2, c'eſt-à-dire, le reſte de 14, après que l'on en a ſouſtrait 2 ; ce qui fait 12. *Voyez* SOUSTRACTION.

= Eſt le ſigne de l'égalité ; ainſi, $9 + 3 = 14 - 2$, ſignifie que 9 *plus* 3 ſont égaux à 14 *moins* 2.

Hariot eſt le premier qui a introduit ce *caractère*. En ſa place, Deſcartes ſe ſert de *x*. Avant Hariot, il n'y avoit aucun ſigne d'égalité. Wolf & quelques autres auteurs ſe ſervent du même *caractère* ∷ pour exprimer l'identité des rapports, ou pour marquer les termes qui ſont en proportion géométrique, ce que pluſieurs auteurs indiquent autrement.

Le ſigne × eſt la marque de la multiplication ; il fait voir que les quantités qui ſont de l'un & de l'autre côté de ce ſigne, doivent être multipliées les unes par les autres : ainſi, 4×6 ſe lit 4 multiplié par 6, ou bien le produit de 4 & 6 = 24, ou le rectangle de 4 & de 6. Cependant, dans l'Algèbre, on omet aſſez ſouvent ce ſigne, & l'on met ſimplement les deux quantités enſemble : ainſi, *b d* exprime le produit des deux nombres marqués par *b* & *d*, leſquels étant poſés valoir 2 & 4, leur produit eſt 8 ſignifié par *bd*.

Wolf & d'autres auteurs prennent pour ſigne de multiplication un point (.) placé entre deux multiplicateurs ; ainſi 6. 2 ſignifie le produit de 6 & 2, c'eſt-à-dire 12. *Voyez* MULTIPLICATION.

Quand un des facteurs ou tous les deux ſont compoſés de pluſieurs termes, on les diſtingue par une ligne que l'on tire deſſus ; ainſi, le produit de $a + b - c$ par *d* s'écrit $d \times \overline{a + b - c}$.

Guido Grandi, & après lui Leibnitz, Wolf & d'autres, pour éviter l'embarras des lignes, au lieu de ce moyen, diſtinguent les multiplicateurs compoſés en les renfermant dans une parenthèſe de la manière ſuivante $(a + b - c)\,d$.

Le ſigne ÷ exprimoit autrefois la diviſion ; ainſi, $a \div b$ déſignoit que la quantité *a* eſt diviſée par la quantité *b*. Mais aujourd'hui, en Algèbre, on exprime le quotient ſous la forme d'une fraction ; ainſi, $\frac{a}{b}$ ſignifie le quotient de *a* diviſé par *b*.

Wolf & d'autres prennent pour indiquer la diviſion, le ſigne (:) ; ainſi 8 : 4 ſignifie le quotient de 8 diviſé par 4, = 2.

Si le diviſeur ou le dividende, ou bien tous les deux ſont compoſés de pluſieurs lettres ; par exemple, $a + b$ diviſé par *c*, au lieu d'écrire le quotient ſous la forme d'une fraction de cette manière $\frac{a+b}{c}$, Wolf renferme dans une parenthèſe les quantités compoſées, comme $(a + b) : c$. *Voyez* DIVISION.

> eſt le ſigne de majorité ou de l'excès d'une quantité ſur une autre. Quelques-uns ſe ſervent du *caractère* ⌐ ou de celui-ci ¬.

< eſt le ſigne de minorité. Hariot introduiſit le premier ces deux *caractères*, dont tous les auteurs modernes ont fait uſage depuis.

D'autres

D'autres auteurs emploient d'autres ſignes; quelques-uns ſe ſervent de celui-ci ⎽⎽|; mais aujourd'hui on n'en fait aucun uſage.

∽ eſt le ſigne de ſimilitude, recommandé dans les *miſcellanea berolinenſia*, & dont Leibnitz, Wolf & d'autres ont fait uſage, quoiqu'en général les auteurs s'en ſervent rarement. *Voyez* SIMILITUDE.

D'autres auteurs emploient ce même *caractère*, pour marquer la différence entre deux quantités, lorſque l'on ignore laquelle eſt la plus grande. *Voyez* DIFFÉRENCE.

Le ſigne $\sqrt{}$ eſt le *caractère* de radicalité; il fait voir que la racine de la quantité qui en eſt précédée, eſt extraite ou doit être extraite: ainſi, $\sqrt{25}$ ou $\sqrt[2]{25}$ ſignifie la *racine quarrée* de 25, c'eſt-à-dire 5; & $\sqrt[3]{25}$ indique la *racine cubique* de 25. *Voyez* RACINE, RADICAL.

Ce *caractère* renferme quelquefois pluſieurs quantités; ce que l'on diſtingue en tirant une ligne deſſus: ainſi, $\sqrt{b+d}$ ſignifie la *racine quarrée* de la ſomme des quantités *b* & *d*.

Wolf, au lieu de ce ſigne, renferme dans une parenthèſe les quantités compoſées, & affecte le tout de l'expoſant de la racine: ainſi, pour déſigner la *racine quarrée* de $a+b-c$, il écrit $(a+b-c)^{\frac{1}{2}}$. *Voyez* EXPOSANT.

Le ſigne ∴ eſt le *caractère* de la proportion arithmétique; ainſi, 7. 3 ∴ 13. 9. fait voir que trois eſt ſurpaſſé par 7 autant que 9 l'eſt par 13, c'eſt-à-dire de 4. *Voyez* PROPORTION.

Le ſigne ∷ eſt le *caractère* de la proportion géométrique; ainſi, 8. 4 ∷ 30. 15, ou 8 ∴ 4 ∷ 30 ∴ 15. montre que le rapport de 30 à 15 eſt le même que celui de 8 à 4, ou que les quatre termes ſont en proportion géométrique, c'eſt-à-dire, que 8 eſt à 4 comme 30 eſt à 15. *Voy.* PROPORTION.

Au lieu de ce *caractère*, Wolf ſe ſert du ſigne d'égalité = qu'il préfère au premier, comme plus ſcientifique & plus expreſſif. D'autres déſignent ainſi la proportion géométrique, $a \mid b \parallel c \mid d$. Tout cela eſt indifferent.

Le ſigne ∺ eſt le *caractère* de la proportion géométrique continue; il montre que le rapport eſt toujours le même ſans interruption: ainſi, ∺ 2. 4. 8. 16. 32. ſont dans la même proportion continue; car 2 eſt à 4 comme 4 eſt à 8, comme 8 eſt à 16, *&c.* *Voyez* PROPORTION & PROGRESSION.

En *Géométrie*, ∥ eſt le *caractère* du parallélisme, qui montre que deux lignes ou deux plans doivent être à égale diſtance l'un de l'autre. *Voyez* PARALLÈLE.

△ eſt le *caractère* d'un triangle. *Voy.* TRIANGLE.

□ eſt le ſigne d'un quarré; | marque l'égalité des côtés d'une figure.

⎽⎽

⎕ ſignifie un *rectangle*; < eſt le ſigne d'un *angle*.

O caractériſe un *cercle*; |_ marque un *angle droit*.

v
= exprime l'*égalité des angles*; |_ eſt le ſigne d'une *perpendiculaire*.

° exprime un degré; ainſi, 75° ſignifie *ſoixante & quinze degrés*.

′ eſt le ſigne d'une *minute* ou d'une *prime*; ainſi, 50′ dénote *cinquante minutes*. ″, ‴, ⁗, *&c.*, ſont les *caractères* des *ſecondes*, des *tierces*, des *quartes*, &c., de *degrés*; ainſi, 5″, 6‴, 18⁗, 20⁗′, ſignifient 5 *ſecondes*, 6 *tierces*, 18 *quartes*, 20 *quintes*. Les quartes & les quintes s'expriment auſſi par IV & par V.

Au reſte, pluſieurs des *caractères* de Géométrie, dont nous venons de parler, ſont peu uſités aujourd'hui.

Dans les calculs *différentiel* & *intégral*, la lettre *d*, placée au-devant d'une quantité variable *x*, veut dire la *différence* de cette quantité. Ainſi, *dx* ſignifie la *différence de x*, ou la *différentielle de x*: c'eſt la notation ordinaire. Les Anglois déſignent la même choſe par la lettre *x* ſurmontée d'un point, en cette ſorte $\dot{x}$; & ils appellent *fluxion* ce que les autres nations appellent *différence* d'après Leibnitz.

Le ſigne *ſ*, placée au-devant d'une différentielle, ſignifie l'*intégrale* de cette différentielle. Ainſi, $\int dx$ veut dire l'*intégrale de dx*. Les Anglois déſignent la même choſe par *Fl. x*, qui veut dire la *fluente de la fluxion x*.

Voy. DIFFÉRENTIEL, INTÉGRAL, FLUXION, FLUENTE.

CARACTÉRISTIQUE, ſ. f. La *caractériſtique* d'un logarithme eſt ſon expoſant, c'eſt à-dire, le nombre entier qu'il renferme; ainſi, dans ce logarithme, 1, 000 000, 1 eſt l'expoſant: de même 2 eſt l'expoſant dans celui-ci, 2, 4523, *&c.*

En général, on appelle en Mathématiques, *caractériſtique*, une marque ou caractère par lequel on déſigne quelque choſe. *V.* CARACTÈRE. Ainſi, *d* eſt la *caractériſtique* des quantités différentielles, ſuivant M. Leibnitz; & ſuivant M. Neuton, la *caractériſtique* des fluxions eſt un point. *V.* FLUXION, DIFFÉRENTIEL.

Dans la haute Géométrie, on appelle *triangle caractériſtique* d'une courbe, un triangle rectiligne rectangle, dont l'hypothénuſe fait une partie de la courbe, qui ne diffère pas ſenſiblement d'une ligne droite, parce que cette portion de courbe eſt ſuppoſée infiniment petite. Ce triangle a été appellé *caractériſtique*, à cauſe qu'il ſert ordinairement à diſtinguer les lignes courbes. *Voyez* COURBE.

Suppoſons, par exemple, la demi-ordonnée *p m* (*pl. d'Anal. fig. 18*) infiniment proche d'une autre demi-ordonnée *P M*: alors *P p* ſera la différence de l'abſciſſe; & abaiſſant une perpendiculaire *M R*

$= Pp$, Rm ſera la différence de la demi-ordonnée. Tirant donc une tangente TM, en ce cas l'arc infiniment petit Mm ne différera pas d'une ligne droite ; par conſéquent MmR eſt un triangle rectiligne rectangle, & conſtitue le triangle *caractériſtique* de cette courbe, autrement appellé *triangle différentiel*. En effet, l'équation différentielle qui eſt entre les petits côtés de ce triangle, eſt l'équation qui déſigne & caractériſe la courbe. *Voyez* TRIANGLE DIFFÉRENTIEL. (*O*)

CARDINAUX (*ſignes*), adj. pl. (*Aſtronomie.*) Points *cardinaux* de l'horizon, ſont l'orient, l'occident, le ſeptentrion & le midi ; ceux du zodiaque ſont les premiers degrés des ſignes où le ſoleil eſt cenſé entrer au commencement de chaque ſaiſon ; ſavoir, le *bélier*, le *cancer*, la *balance* & le *capricorne*.

CARNABONS (*Aſtronomie*), nom que l'on donne quelquefois à la conſtellation du ſerpentaire.

CARRÉ (*Aſtronomie*), ſe dit de trois conſtellations qui ſe ſont remarquer par quatre étoiles principales diſpoſées en quadrilatere. On dit le *carré* de la grande ourſe, le *carré* de Pégaſe & le *carré* d'Orion. (*D. L.*)

CARREAU (*Franc-*), ſorte de jeu dont M. de Buffon a donné le calcul en 1733, avant que d'être de l'Académie des Sciences. Voici l'extrait qu'on trouve de ſon mémoire ſur ce ſujet, dans le volume de l'Académie pour cette année-là.

Dans une chambre carrelée de *carreaux* égaux & ſuppoſés réguliers, on jette en l'air un louis ou un écu, & on demande combien il y a à parier que la pièce ne tombera que ſur un ſeul *carreau* ou *franchement*.

Suppoſons que le *carreau* donné ſoit quarré ; dans ce quarré inſcrivons-en un autre qui en ſoit diſtant par-tout de la longueur du demi-diamètre de la pièce ; il eſt évident que toutes les fois que le centre de la pièce tombera ſur le petit quarré ou ſur ſa circonférence, la pièce tombera franchement ; & qu'au contraire elle ne tombera pas franchement, ſi le centre de la pièce tombe hors du quarré inſcrit : donc la probabilité que la pièce tombera franchement, eſt à la probabilité contraire, comme l'aire du petit quarré eſt à la différence de l'aire des deux quarrés.

Donc pour jouer à jeu égal, il faut que le grand quarré ſoit double du petit, c'eſt-à-dire, que le diamètre de la pièce étant 1, & x le côté du grand quarré, on aura $x^2 : (x-1)^2 :: 2 : 1$; d'où l'on tire facilement la valeur de x, qui ſera incommenſurable avec le diamètre de la pièce.

Si la pièce, au lieu d'être ronde, étoit quarrée, &, par exemple, égale au quarré inſcrit dans la pièce circulaire dont nous venons de parler, il ſaute aux yeux que la probabilité de tomber franchement deviendroit plus grande : car il pourroit arriver que la pièce tombât franchement hors du petit quarré : le problème devient alors un peu plus difficile, à cauſe des différentes poſitions que la pièce peut prendre ; ce qui n'a point lieu quand la pièce eſt circulaire, car toutes les poſitions ſont alors indifférentes. Voici dans un problème ſimple une idée qu'on peut ſe former de ces différentes poſitions.

Sur un ſeul plancher formé de planches égales & parallèles, on jette une baguette d'une certaine longueur, & ſuppoſée ſans largeur : on demande la probabilité qu'elle tombera franchement ſur une ſeule planche. Que l'on conçoive le point du milieu de la baguette à une diſtance quelconque du bord de la planche, & que de ce point, comme centre, on décrive un demi-cercle dont le diamètre ſoit perpendiculaire aux côtés de la planche ; la probabilité que la baguette tombera franchement, ſera à la probabilité contraire, comme le ſecteur circulaire renfermé au-dedans de la planche eſt au reſte de l'aire du demi-cercle ; d'où il eſt aiſé de tirer la ſolution cherchée. Car nommant x la diſtance du centre de la baguette à l'un des côtés de la planche, X le ſecteur correſpondant, dont il eſt toujours facile de trouver la valeur en x, & A l'aire du demi-cercle ; la probabilité cherchée ſera à la probabilité contraire, comme $\int X dx$ eſt à $\int dx\,(A-X)$. *Voy.* JEU, PARI. (*O*)

CARTE, ſ. f. (*Aſtronomie géographique.*) figure plane qui repréſente la figure de la terre, ou une de ſes parties, ſuivant les loix de la perſpective.

Une *carte* eſt donc une projection de la ſurface du globe ou d'une de ſes parties, qui repréſente les figures & les dimenſions, ou au moins les ſituations des villes, des rivières, des montagnes, *&c.* *Voyez* PROJECTION.

Cartes univerſelles, ſont celles qui repréſentent toute la ſurface de la terre, ou les hémiſphères. On les appelle ordinairement *mappemonde*. *Voyez* MAPPEMONDE.

Cartes particulières, ſont celles qui repréſentent quelques pays particuliers, ou quelques portions de pays.

Ces deux eſpèces de *cartes* ſont nommées ſouvent *cartes géographiques*, ou *cartes terreſtres*, pour les diſtinguer des *hydrographiques* ou *marines*, qui ne repréſentent que la mer, ſes îles, & ſes côtes.

Les conditions requiſes pour une bonne *carte*, ſont 1.° que tous les lieux y ſoient marqués dans leur juſte ſituation, eu égard aux principaux cercles de la terre, comme l'équateur, les parallèles, les méridiens, *&c.* 2.° que les grandeurs de différens pays aient entre elles les mêmes proportions ſur la *carte*, qu'elles ont ſur la ſurface de la terre : 3.° que les différens lieux ſoient reſpectivement ſur la *carte* aux mêmes diſtances les uns des autres, & dans la même ſituation que ſur la terre elle-même.

Pour les principes de la conſtruction des *cartes*, & les loix de projection, *voyez* PERSPECTIVE & PROJECTION *de la ſphère. Voici l'application de ces principes à la conſtruction des cartes.*

Digitized by Google

Conſtruction d'une carte, l'œil étant ſuppoſé placé dans l'axe. Suppoſons, par exemple, qu'il faille repréſenter l'hémiſphère boréal tel qu'il doit paroître à un œil ſitué dans un des points de l'axe, comme dans le pôle auſtral, & en prenant le plan de l'équateur pour celui où la repréſentation doit ſe faire : nous imaginerons pour cela des lignes tirées de chaque point de l'hémiſphère boréal à l'œil, & qui coupent le plan en autant de points. Tous ces derniers points joints enſemble, formeront par leur aſſemblage la *carte* requiſe.

Ici l'équateur ſera la limite de la projection; le pôle de la terre ſe préſentera ou ſe projettera au centre; les méridiens de la terre ſeront repréſentés par des lignes droites qui iront du centre de l'équateur ou du pôle de la *carte*, à tous les points de l'équateur; les parallèles de latitude formeront de petits cercles, dont les centres ſeront le centre même de l'équateur ou de la projection.

La meilleure manière de concevoir la projection d'un cercle ſur un plan, c'eſt d'imaginer un cône dont le ſommet placé à l'endroit où nous ſuppoſons l'œil, ſoit radieux ou envoie des rayons, dont la baſe ſoit le cercle qu'il faut repréſenter, & dont les côtés ſoient autant de rayons lancés par le point lumineux : la repréſentation du cercle ne ſera alors autre choſe que la ſection de ce cône, par le plan ſur lequel elle doit ſe faire; & il eſt clair que, ſelon les différentes poſitions du cône, la repréſentation ſera une figure différente.

Voici maintenant l'application de cette théorie à la pratique. Prenez pour pôle le milieu *P* (*Pl. de géog. fig.* 2.) de la feuille de laquelle vous voulez faire votre *carte;* & de ce point comme centre, décrivez, pour repréſenter l'équateur, un cercle de la grandeur que vous voulez donner à votre *carte.* Ces deux choſes peuvent ſe faire à volonté; & c'eſt d'elles que dépend la détermination de tous les autres points ou cercles. Diviſez votre équateur en 360 parties, & tirez des droites du centre à chaque commencement de degré : ces droites ſeront les méridiens de votre *carte*, & vous prendrez pour premier méridien celle qui paſſera par le commencement du premier degré ou par zero. *Voyez* MÉRIDIEN.

Conſtructions des parallèles ſur la carte. Marquez par les lettres *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, les quatre quarts de l'équateur, compris, le premier depuis zero juſqu'à 90; le ſecond, depuis 90 juſqu'à 180; le troiſième, depuis 180 juſqu'à 270; & le quatrième, depuis 270 juſqu'à zero; & de tous les degrés d'un de ces quarts de cercle *BC*, comme auſſi des points qui marquent 23ᵈ 30′ à 66ᵈ 30′, tirez des droites occultes au point *D*, qui marquent celui où ces lignes coupent le demi-diamètre *APC:* enfin du point *P* comme centre, décrivez différens arcs qui paſſent par les différens points de *PC;* ces arcs ſeront les parallèles de latitude; le parallèle 23ᵈ 30′ ſera le tropique du cancer; & celui de 66′ 30′ ſera le cercle polaire arctique. *Voyez* PARALLÈLE & TROPIQUE.

Les méridiens & les parallèles ayant été ainſi décrits, on écrira les différens lieux au moyen d'une table de longitude & de latitude, comptant la longitude du lieu ſur l'équateur, à commencer du premier méridien, & continuant vers le méridien du lieu; & pour la longitude du lieu, on la prendra ſur le parallèle de la même latitude. Il eſt évident que le point d'interſection de ce méridien & de ce parallèle repréſentera le lieu ſur la *carte*, & l'on s'y prendra de même pour y repreſenter tous les autres lieux.

Quant à la moitié de l'écliptique qui paſſe dans cet hémiſphère, ce grand cercle doit ſe repréſenter par un arc de cercle; de façon qu'il ne s'agit plus que de trouver ſur la *carte* trois points de cet arc. Le premier point, c'eſt-à-dire, celui où l'écliptique coupe l'équateur, eſt le même que celui où le premier méridien coupe l'équateur, & il ſe diſtingue par cette raiſon par le ſigne d'*aries.* Le dernier point de cet arc de cercle, ou l'autre interſection de l'équateur & de l'écliptique, c'eſt-à-dire, la fin de *virgo*, ſera dans leur point oppoſé de l'équateur à 180 degrés. Le milieu de l'arc eſt le point où le méridien de 90 degrés coupe le tropique du *cancer.* Ainſi, nous avons trois points de cet arc, qui donneront l'arc entier. *Voyez* CERCLE & CORDE.

Les *cartes* de cette première projection ont la première des qualités requiſes ci-deſſus : mais elles manquent de la ſeconde & de la troiſième, car les degrés égaux des méridiens ſont repréſentés ſur ces *cartes* par des portions de ligne droite inégales.

On peut par cette méthode repréſenter dans une *carte* preſque toute la terre, en plaçant l'œil, par exemple, dans le pôle antarctique, & prenant pour plan de projection celui de quelque cercle voiſin, par exemple, celui du cercle antarctique. Il ne faut ici, de plus qu'à la première projection, que continuer les méridiens, tirer des parallèles du côté de l'équateur, & achever l'écliptique; mais ces *cartes* ſeroient trop embrouillées & trop difformes pour qu'on pût en faire uſage.

On ſe contente pour l'ordinaire de tracer les deux hémiſphères ſéparément, ce qui rend la *carte* beaucoup plus nette & plus commode. Si l'on veut avoir par le moyen de cette *carte* la diſtance de deux lieux *A*, *B*, (*fig.* 3, *n.°* 2, *géog.*) ſitués ſous le même méridien *P B*, on décrira les arcs de cercle *AE*, *BD*; on verra combien la partie *ED* contient de diviſions ou de degrés, & on aura le nombre de degrés depuis *E* juſqu'en *D*. Or, comme un degré de la terre contient 25 lieues, il faudra prendre 25 fois ce nombre de degrés pour avoir la diſtance de *A* en *B*.

M. de Maupertuis a démontré dans ſon diſcours *ſur la parallaxe de la lune*, que les loxodromiques, dans cette projection, devenoient des ſpirales logarithmiques. *Voyez* LOXODROMIQUE & SPIRALE

LOGARITHMIQUE. Supposons donc que *A G* (*fig. 3. n.° 4, géog.*) soit une portion de spirale logarithmique, ou projection de la loxodromique, & qu'on veuille savoir la distance *A G* des deux lieux placés sur le même rhumb; il est certain que *A G* sera *A B* en raison constante, c'est-à-dire, dans le rapport du sinus total au cosinus de l'angle du rhumb, ou de l'angle de la loxodromique avec le méridien : donc, connoissant *A B* par la méthode précédente, & sachant de plus, comme on le suppose, l'angle du rhumb, on connoîtra *A G*, c'est-à-dire, on connoîtra de combien de lieues sont éloignés l'un de l'autre les deux endroits dont les points *A*, *G*, sont la projection.

Cette projection est la plus aisée de toutes : mais on préfère pour l'usage celle où l'œil est placé dans l'équateur. C'est en effet de cette dernière sorte qu'on fait ordinairement les *cartes*. Au reste, comme la situation de l'écliptique, par rapport à chaque lieu de la terre, change continuellement, ce cercle ne doit point avoir lieu, à proprement parler, sur la surface de la terre : mais on s'en sert pour représenter, conformément à sa situation, quelques momens marqués; par exemple, celui où le commencement d'*aries* & de *libra* seroit dans l'intersection du premier méridien & de l'équateur.

Construction des cartes, supposant l'œil placé dans le plan de l'équateur. Cette méthode de projection, quoique plus difficile, est cependant plus juste, plus naturelle, & plus commode que la première. Pour la concevoir, nous supposerons que la surface de la terre soit coupée en deux hémisphères par la circonférence entière du premier méridien; nous proposant de représenter chacun de ces hémisphères dans une *carte* particulière, l'œil sera placé dans un point de l'équateur, éloigné de 90 degrés du premier méridien, & nous prendrons pour plan transparent où la représentation doit se faire, celui du premier méridien. Dans cette projection, l'équateur devient une droite, aussi bien que le méridien éloigné de 90 degrés du premier : mais les autres méridiens, ou parallèles aux équateurs, deviennent des arcs de cercle ainsi que l'écliptique. *Voyez* PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE DE LA SPHÈRE.

Voici la méthode pour les construire. Du point *E* comme centre, (*fig. 3.*) décrivez un cercle de la grandeur que vous voulez donner à votre *carte*; il représentera le premier méridien, qui est aussi le même que celui de 180 degrés, car tirant le diamètre *B D*, il partagera le méridien en deux demi-cercles, dont le premier *B A D* conviendra à zero, & l'autre *B C D* à 180 degrés. Ce diamètre *B D* représentera le méridien de 90 degrés; ainsi, le point *B* sera le pôle arctique, & le point *D*, le pôle antarctique. Le diamètre *A C* perpendiculaire à *B D*, sera l'équateur. Divisez les quarts de cercle *A B*, *B C*, *C D*, *D A*, en 90 degrés chacun; & pour trouver les arcs des méridiens & des parallèles, vous vous y prendrez de cette sorte. Il faudra, par la méthode donnée ci-dessus, & démontrée à l'*article* PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE DE LA SPHÈRE, diviser l'équateur en ses degrés, savoir en 180, parce que celui de la *carte* ne représente en effet que la moitié de l'équateur. Par ces différentes divisions & par les deux pôles, vous décrirez des arcs de cercles *B* 10 *D*, *B* 20 *D*, & ces arcs représenteront les méridiens.

Pour décrire les parallèles, il faudra diviser de la même sorte le méridien *B D* en 180 degrés, & par chacune de ces trois divisions, & les divisions correspondantes des quarts de cercles *A B*, *B C*, décrire les arcs de cercles; on aura de cette manière les parallèles de tous les degrés, avec les tropiques, les polaires & les méridiens.

L'écliptique peut se marquer de deux façons; car sa situation sur la terre peut être telle que ses intersections avec l'équateur répondent perpendiculairement au point *T*: en ce cas, la projection de ce demi-cercle, depuis le premier degré du cancer jusqu'au premier du capricorne, sera une droite qu'on déterminera en comptant un arc de $23^d\ 30'$ de *A* vers *B*, & tirant par l'extrémité *F* de cet arc un diamètre. Ce diamètre représentera l'écliptique pour la situation dont nous parlons; & l'on pourra, comme ci-dessus, le diviser en degrés, & y marquer les nombres, signes, *&c.* Mais si l'écliptique est placée de façon que son intersection avec l'équateur réponde au point *A*, sa projection sera en ce cas un arc de cercle qui passera par les points d'intersection *A* & *C* de l'écliptique & de l'équateur, pris sur la droite qui marque la projection de l'équateur; & par celui qui marque l'intersection du tropique du cancer, & du méridien de 90 degrés pris sur la droite, qui sert de projection à ce méridien. Ces points suffisent pour décrire cet arc de cercle.

Il ne reste plus, pour rendre la *carte* parfaite, qu'à prendre dans les tables les longitudes & les latitudes des différens lieux, & à placer ces lieux conformément sur la *carte*; ce qu'on fera selon qu'on l'a enseigné dans la construction des *cartes* de la première espèce. On pourroit, dans cette projection, représenter sur une seule *carte* presque tout le globe de la terre; il ne faudroit pour cela que prendre pour plan de projection, au lieu du plan du premier méridien, le plan de quelqu'autre petit cercle parallèle à ce premier méridien, & fort proche de l'œil; car par ce moyen on pourra décrire tous les méridiens & les parallèles à l'équateur en entier, sans qu'ils sortent des limites de la *carte*. Mais comme cela rendroit la *carte* confuse & embrouillée, on ne le fait que rarement; & il paroît plus à propos de représenter les deux hémisphères en entier sur deux *cartes* différentes.

Un des avantages de cette projection est, qu'elle représente d'une manière un peu plus vraie que la précédente, les longitudes & les latitudes des

Digitized by Google

lieux, leurs diſtances de l'équateur & du premier méridien. Ses inconvénients ſont : 1.° qu'elle rend les degrés de l'équateur inégaux, ces degrés devenant d'autant plus grands qu'ils ſont plus près de *D A B* ou de ſon oppoſé *B C D* : ce qui fait que des eſpaces inégaux ſur la terre ſont repréſentés comme égaux ſur la *carte*, & réciproquement; défaut qu'on n'éviteroit que par d'autres, peut-être plus grands. 3.° Que les diſtances des lieux, & leurs ſituations mutuelles ne peuvent pas ſe bien déterminer dans les *cartes* de cette projection.

Conſtruction des cartes ſur le plan de l'horizon, ou dont un lieu donné quelconque à volonté doive être le centre ou le milieu. Suppoſons, par exemple, qu'on veuille décrire la *carte* dont le centre ſoit la ville de Paris, nous ſuppoſerons ſa latitude de 48^d 50′ 10″; l'œil ſera placé dans le nadir; la *carte* tranſparente ſera le plan de l'horizon, ou quelqu'autre plan parallèle à celui-là, en ſuppoſant qu'on veuille repréſenter dans la *carte* plus qu'un hémiſphère : prenez le point *E*, *fig.* 4, pour Paris, & de ce point comme centre, décrivez le cercle *A B C D* pour repréſenter l'horizon que vous diviſerez en quatre quarts de cercle, & chacun d'eux en 90 degrés. Que le diamètre *B D* ſoit le méridien; *E*, celui du nord; *D*, celui du ſud; la ligne tirée de l'eſt de l'équinoxe, à l'oueſt de l'équinoxe, marquera le premier vertical; *A*, le côté de l'eſt; *C*, celui de l'oueſt, c'eſt-à-dire deux points du premier vertical, éloignés de part & d'autre de 9 degrés du zénith. Tous les verticaux ſont repréſentés par des droites tirées du centre *E*, aux différens degrés de l'horizon. Diviſez *B D* en 180 degrés par les méthodes précédentes, & le point de *E B* qui repréſentera 48^d 50′ 10″, à compter depuis *B*, ſera la projection du pôle boréal, que nous marquerons par la lettre *P*. Le point de *B D* qui repréſentera 48^d 50′ 10″ de l'arc *D C*, en allant de *C* vers *D*, ſera l'interſection de l'équateur avec le méridien de Paris, que vous marquerez par la lettre *Q*. De ce point *Q*, en allant vers *P*, vous écrirez les nombres 1, 2, 3, &c. comme auſſi en allant de *Q* vers *D*, & en allant de *B* vers *P*, il faudra marquer les degrés de cette ſorte, 48, 47, 46, &c.

Vous prendrez enſuite les points correſpondans des degrés égaux; & de leur diſtance priſe pour diamètre, vous décrirez des cercles qui repréſenteront les parallèles ou cercles de latitude avec l'équateur, les tropiques & le cercle polaire. Pour les méridiens, vous décrirez par les points *A*, *P*, *C* un cercle qui repréſentera le méridien de 90 degrés de Paris, & dont le centre ſera le point *M*, & *P N* le diamètre; & ayant diviſé *K L* en degrés par les méthodes précédentes, vous décrirez par les points *P*, *N*, & par les points de diviſion de la ligne *K L*, des cercles dont les portions renfermées dans le cercle *B A D C* repréſenteront les méridiens.

Les *cartes rectilignes* ſont celles où les méridiens & les parallèles ſont tout-à-la-fois repréſentés par des droites; ce qui eſt réellement impoſſible par les loix de la perſpective, parce qu'on ne peut point aſſigner de poſition entre l'œil & le plan de projection, telle que les cercles de longitude & de latitude deviennent tout-à-la-fois des lignes droites. Dans la première méthode que nous avons donnée ci-deſſus, les méridiens étoient des droites, mais les parallèles étoient des cercles. Dans la plupart des autres eſpèces de projections, les méridiens & les parallèles ſont des courbes. Il y a une eſpèce de projections où les méridiens ſont des droites, & les parallèles des hyperboles : c'eſt lorſque l'œil ſeroit ſuppoſé placé dans le centre de la terre, & que la projection ſe feroit ſur une parallèle au méridien; mais cette projection eſt plutôt de pure curioſité que d'uſage.

Conſtruction des cartes particulieres. Les *cartes* particulières de grandes étendues de pays, comme les *cartes* d'Europe, ſe projettent de la même manière que les *cartes* générales, obſervant ſeulement qu'il eſt à propos de faire choix de différentes méthodes pour différentes pratiques : par exemple, l'Afrique & l'Amérique par où paſſe l'équateur, ne ſe projetteroient pas convenablement par la première méthode, mais par la ſeconde; l'Europe, l'Aſie ſe projetteroient mieux par la troiſième; & les pays voiſins des pôles, & qu'on nomme les zones froides, par la première.

Ainſi, pour commencer, tirez ſur votre plan ou papier une droite, que vous prendrez pour le méridien du lieu ſur lequel l'œil eſt imaginé placé, & diviſez-la comme ci-deſſus en degrés, qui ſeront les degrés de latitude; prenez enſuite dans les tables la latitude des deux parallèles qui en terminent les deux extrémités : il faudra marquer dans le méridien ces degrés de latitude, & tirer par ces mêmes degrés des perpendiculaire qui ſerviront à la *carte* de limite nord & ſud. Cela fait, il faudra tirer des parallèles dans les différens degrés des méridiens, & placer les lieux juſqu'à ce que la *carte* ſoit complète.

Des cartes particulieres de moindre étendue. Les géographes ſuivent une autre méthode dans la conſtruction des *cartes* qui doivent repréſenter une plus petite portion de la terre. Premièrement on tire une droite au bas du plan, qui puiſſe repréſenter la longitude, & qui ſerve de borne à la partie méridionale du pays qu'on veut décrire. On prend dans cette ligne autant de parties égales que le pays comprend de degrés de longitude; au milieu de cette ligne, on lui élève une perpendiculaire dans laquelle on prend autant de parties que le pays contient de degrés de latitude. On détermine de quelle grandeur ces parties doivent être par la proportion d'un degré de grand cercle aux degrés des paralleles qui terminent le pays dont on fait la *carte*. Par l'extrémité de cette perpendiculaire, on tire une autre droite perpen-

Digitized by Google

diculaire ou parallèle à celle d'en-bas, ſur laquelle les degrés de longitude doivent ſe repréſenter comme dans la ligne d'en-bas, c'eſt-à-dire, preſque égaux les uns aux autres, à moins que les latitudes des deux extrémités ne ſoient fort differentes l'une de l'autre : car ſi la parallèle la plus baſſe eſt ſituée à une diſtance conſidérable du cercle équinoxial, ou que la laritude de la limite boréale ſoit beaucoup plus grande que celle de l'auſtrale, les parties ou degrés de la ligne ſupérieure ne ſeront plus égaux aux parties ou degrés de l'inférieure ; mais ils ſeront moindres, ſuivant la proportion du degré de la partie ſeptentrionale, au degré de la partie méridionale. Après qu'on aura ainſi déterminé, ſoit ſur la ligne ſupérieure, ſoit ſur l'inférieure, les parties qu'on doit prendre pour les degrés de longitude, on tirera, par les points de diviſion des parallèles, des droites qui repréſenteront les méridiens ; & par les différens degrés de la perpendiculaire élevée au milieu de la première ligne tranſverſale, on tirera des lignes parallèles à cette première ligne tranſverſale, leſquelles repréſenteront les parallèles de latitude. Enfin, on placera les lieux ſuivant la méthode qui a été déjà enſeignée, aux points dans leſquels les méridiens ou cercles de longitude concourront avec les parallèles ou cercles de latitude.

Pour les *cartes* de province ou de pays de peu d'étendue, comme de paroiſſes, de terres, *&c.*, on ſe ſert d'une autre méthode plus sûre & plus exacte qu'aucune des précédentes. Les angles de poſition ou ceux ſur leſquels doivent tomber les lieux, y ſont déterminés par des inſtrumens propres à cet effet, & rapportés enſuite ſur le papier. Cela fait un art à part, qu'on appelle *arpentage*. *Voyez* LEVÉE DES PLANS.

Les *figures 10 & 11 de la Géographie* repréſentent des *cartes* particulières de quelque portion de la terre ; la *figure 10* eſt la repréſentation d'une portion aſſez conſiderable, où les méridiens, comme on le voit, ſont des lignes convergentes. La *fig. 11* eſt la repréſentation d'une portion peu étendue, où les méridiens & les parallèles ſont des lignes droites ſenſiblement paralleles. *L*, *K*, *I*, ſont trois lieux placés ſur la *carte*. Si l'on connoît les lieux *K*, *I*, & leur diſtance au lieu *L*, on connoîtra sûrement la poſition du lieu *L* ; car il n'y a qu'à décrire des centres *K*, *I*, & des diſtances *L K*, *L I*, qu'on ſuppoſe données, deux arcs de cercle qui ſe couperont au point cherché *L*.

L'uſage des *cartes* ſe déduit facilement de leur conſtruction. Les degrés des méridiens & des parallèles marquent les longitudes & les latitudes des lieux ; & l'échelle des lieues qui y eſt jointe, la diſtance des uns aux autres. La ſituation des lieux, les uns par rapport aux autres, comme auſſi par rapport aux points cardinaux, paroît à la ſeule inſpection de la *carte*, puiſque le haut en eſt toujours tourné vers le nord, le bas vers le ſud, la droite vers l'eſt & la gauche vers l'oueſt, à moins que la bouſſole qu'on met aſſez ſouvent ſur la *carte*, ne marque le contraire.

CARTE *marine*, eſt la projection de quelques parties de la mer ſur un plan, pour l'uſage des navigateurs. *Voyez* PROJECTION.

Le P. Fournier rapporte l'invention des *cartes marines* à Henri, fils de Jean, roi de Portugal ; elles diffèrent beaucoup des *cartes géographiques terreſtres*, qui ne ſont d'aucun uſage dans la navigation. Toutes les *cartes marines* ne ſont pas non plus de la même eſpèce ; car il y en a qu'on nomme *cartes planes* ; d'autres, *réduites* ; d'autres, *cartes de Mercator* ; d'autres, *cartes du globe*, &c.

Les *cartes planes* ſont celles où les méridiens & les parallèles ſont repréſentés par des droites parallèles les unes aux autres.

Ptolemée les rejette dans ſa Géographie, à cauſe des erreurs auxquelles elles ſont ſujettes, quoiqu'elles puiſſent être utiles dans des voyages courts. Leurs défauts ſont, 1.° que puiſque tous les méridiens ſe rencontrent en effet dans les pôles, il eſt abſurde de les repréſenter, ſur-tout dans de grandes *cartes*, par des droites parallèles ; 2.° que les *cartes* planes repréſentent les degrés des différens parallèles égaux à ceux de l'équateur, & par conſéquent les diſtances des lieux de l'eſt à l'oueſt, plus grandes qu'elles ne ſont ; 3.° que dans une *carte plane*, le vaiſſeau paroît, tant qu'on garde le même rhumb de vent, faire voile dans un grand cercle du globe ; ce qui eſt pourtant très-faux.

Malgré ces défauts des *cartes planes*, elles ſont cependant aſſez exactes, lorſqu'elles ne repréſentent qu'une petite portion de la mer ou de la terre ; & elles peuvent être en ce cas d'un uſage fort ſimple & commode.

Conſtruction d'une carte plane. 1.° Tirez une droite comme *A B* (*pl. de navigation*, *fig. 9.*), & diviſez-la en autant de parties égales qu'il y a de degrés de latitude dans la portion de mer qu'il faut repréſenter ; 2.° joignez-y en une autre *B C* à angles droits, & diviſez-la en autant de parties égales les unes aux autres & à la première, qu'il y a de degrés de longitude dans la portion de mer que vous voulez repréſenter ; 3.° achevez le parallélogramme *A B C D*, & partagez ſon aire en petits quarrés : les droites parallèles à *A B*, *C D*, ſeront les méridiens ; & les parallèles à *A D* & *B C*, les cercles paralléles. 4.° vous y placerez, au moyen d'une table de longitudes & de latitudes, les côtes, les îles, les baies, les bancs de ſable, les rochers, de la manière qui a été preſcrite ci-deſſus pour les *cartes* particulières.

Il s'enſuit de-là 1.° que la latitude & la longitude du lieu où eſt un vaiſſeau, étant données, on pourra aiſément repréſenter ſon lieu dans la *carte* ; 2.° qu'étant donnés dans la *carte* les lieux *F* & *G* d'où le vaiſſeau part & où il va, la ligne *F G*,

Digitized by Google

tirée de l'un à l'autre, fait avec le méridien *A B* un angle *A F G* égal à l'inclinaiſon du rhumb; & puiſque les portions *F* 1, 12, 2 *G*, entre des parallèles équidiſtans ſont égales, & que l'inclinaiſon de la droite *F G* à tous les méridiens ou à toutes les droites paralleles à *A B* eſt la même, la droite *F G* repréſente donc le rhumb. On peut prouver de la même manière, que cette *carte* repréſente véritablement les milles de longitude.

Il s'enſuit de-là qu'on peut ſe ſervir utilement des *cartes planes* pour diriger un vaiſſeau dans un voyage qui ne ſoit pas de long cours, ou même dans un voyage aſſez long, pourvu qu'on ait ſoin qu'il ne ſe gliſſe point d'erreur dans la diſtance des lieux *F* & *G*; ce qu'on corrigera de la manière ſuivante.

Conſtruction d'une échelle pour corriger les erreurs des diſtances dans les cartes planes. 1.° Tranſportez cinq degrés de la *carte* à la droite *A B*, *fig. 10*, & diviſez-les en 300 parties égales ou milles géographiques; 2.° décrivez ſur cette droite un petit cercle *A C B*, qu'il faudra diviſer en 90 parties égales: ſi l'on veut ſavoir en conſéquence combien cinq degrés ſont de milles dans le parallèle de cinquante, qu'on prenne au compas l'intervalle *A C* égal à cinquante, & qu'on le tranſporte au diamètre *A B*, ſur lequel il marquera le nombre de milles qu'on veut ſavoir.

Il s'enſuit de-là que ſi un vaiſſeau fait voile ſur un rhumb à l'eſt ou à l'oueſt hors de l'équateur, les milles correſpondans aux degrés de longitude ſe trouvent comme dans l'article précédent; s'il fait voile ſur un rhumb collatéral, alors on peut ſuppoſer toujours la courſe de l'eſt à l'oueſt dans un parallèle moyen entre le parallèle du lieu d'où le vaiſſeau vient & de celui où il va.

Il eſt vrai que cette réduction par une parallèle moyenne arithmétique n'eſt pas exacte; cependant on s'en ſert ſouvent dans la pratique, parce que c'eſt une méthode commode pour l'uſage de la plupart des marins. En effet, elle ne produira point d'erreur conſidérable, ſi toute la courſe eſt diviſée en parties dont chacune ne paſſe pas un degré; ce qui fait qu'il eſt convenable de ne pas prendre le diamètre du demi-cercle *A C B* de plus d'un degré, & de le diviſer au plus en milles géographiques. *Pour l'application des cartes planes à la navigation, voyez* NAVIGATION.

Carte réduite ou *carte de réduction*: c'eſt celle dans laquelle les méridiens ſont repréſentés par des droites convergentes vers les pôles, & les parallèles par des droites paralleles les unes aux autres, mais inégales. Il paroît donc, par leur conſtruction, qu'elles doivent corriger les erreurs des *cartes planes*.

Mais puiſque les parallèles y devroient couper les méridiens à angles droits, il s'enſuit auſſi que ces *cartes* ſont défectueuſes à cet égard, puiſqu'elles repréſentent les parallèles comme inclinées aux méridiens; c'eſt ce qui a fait imaginer une autre eſpèce de *cartes réduites*, dans leſquelles les méridiens ſont paralleles, mais les degrés inégaux; on les appelle *cartes de Mercator*.

Carte de Mercator: c'eſt celle dans laquelle les méridiens & les parallèles ſont repréſentés par ces droites parallèles, mais où les degrés des méridiens ſont inégaux, & croiſſent toujours à meſure qu'ils s'approchent du pôle dans la même raiſon que ceux des parallèles décroiſſent ſur le globe; au moyen de quoi ils conſervent entr'eux la même proportion que ſur le globe.

Cette *carte* tire ſon nom de celui de l'auteur qui l'a propoſée le premier, & qui a fait la première *carte* de cette conſtruction; ſavoir, de *Mercator*: mais il n'eſt ni le premier qui en ait eu l'idée (car Ptolomée y avoit penſé quinze cens ans auparavant), ni celui à qui l'on en doit la perfection, M. Wlright étant le premier qui l'ait démontrée, & qui ait enſeigné une manière aiſée de la conſtruire, en étendant la ligne méridienne par l'addition continuelle des ſécantes.

Conſtruction de la carte de Mercator. 1.° Tirez une droite, & diviſez-la en parties égales qui repréſentent les degrés de longitude, ſoit dans l'équateur, ſoit dans les parallèles qui doivent terminer la *carte*; élevez de ces différens points de diviſion des perpendiculaires qui repréſentent les différens méridiens, de façon que des droites puiſſent les couper toutes ſous un même angle, & par conſéquent repréſenter les rhumbs; & vous ferez le reſte comme dans la *carte plane*, avec cette condition de plus, que pour que les degrés des méridens ſoient dans la proportion convenable avec ceux des parallèles, il faut augmenter les premiers; car les derniers reſtent les mêmes, à cauſe du parallèliſme des méridiens. *Voyez* DEGRÉ.

Décrivez donc dans l'équateur *C D* & de l'intervalle d'un degré (*pl. navig. fig. 11.*), le quart de cercle *D L E*, & élevez en *D* la perpendiculaire *D G*; faites l'arc *D L* égal à la latitude, & par le point *L* tirez *C G*; cette droite *C G* ſera le degré du méridien propre à être tranſporté ſur le méridien de la *carte*; le reſte ſe fera comme dans les *cartes planes*. Suppoſons qu'on demande dans la pratique de conſtruire une *carte plane de Mercator*, depuis le quarantième juſqu'au cinquantième degré de latitude boréale, & depuis le ſixième juſqu'au dix-huitième degré de longitude; tirez d'abord une droite qui repréſente le quarantième parallèle de l'équateur, & diviſez-la en douze parties égales, pour les douze degrés de longitude que la *carte* doit contenir: prenez enſuite une ligne des parties égales, ſur l'échelle de laquelle ces parties ſont égales à chacun des degrés de longitude; & à chacune de ſes extrémités élevez des perpendiculaires pour repréſenter deux méridiens paralleles, qu'il faut diviſer au moyen de l'addition continuelle des ſécantes, leſquelles on démontre croître dans la même proportion que les degrés de longitude décroiſſent. *Voyez* SÉCANTE.

Digitized by Google

Ainſi, pour la diſtance de 40 degrés de latitude à 41 degrés, prenez 131 & demi parties égales de l'échelle, qui ſont la ſécante de 40 deg. 30′, pour la diſtance de 41 deg. à 42 deg., prenez 133 & demi parties égales de l'échelle, qui ſont la ſécante de 41 deg. 30′, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier degré de votre *carte*, qui contiendra 154 de ces parties égales, leſquelles ſont la ſécante de 49 deg. 30′, & doivent donner par conſéquent la diſtance de 49 degrés de latitude à 50. Par cette méthode, les degrés de latitude ſe trouveront évidemment augmentés dans la proportion ſuivant laquelle les degrés de longitude décroiſſent ſur le globe.

Le méridien étant diviſé, il faudra y ajouter la bouſſole ou le compas de mer : choiſiſſant pour cela quelque endroit convenable dans le milieu, on tirera par cet endroit une parallèle au méridien diviſé, laquelle ſera le rhumb du nord ; & au moyen de celle-ci, on aura les 31 autres points de compas : enfin, on rapportera les villes, les ports, les côtes, les îles, &c., au moyen d'une table de latitude & de longitude, & la *carte* ſera finie.

Dans la *carte de Mercator*, l'échelle change à proportion des latitudes : ſi par conſéquent un vaiſſeau fait voile entre le 40ème & le 50ème degrés de latitude, les degrés des méridiens entre ces deux parallèles devront ſervir d'échelle pour meſurer le chemin du vaiſſeau ; d'où il s'enſuit que, quoique les degrés de longitude ſoient égaux en longueur ſur la *carte*, ils doivent néanmoins contenir un nombre inégal de milles ou de lieues, & qu'ils décroîtront à meſure qu'ils approcheront plus près du pôle, parce qu'ils ſont en raiſon inverſe d'une quantité qui croît continuellement.

Cette *carte* eſt très-bonne, quoique fauſſe en apparence : on trouve par expérience qu'elle eſt fort exacte, & qu'il eſt en même-tems fort aiſé d'en faire uſage. En effet, elle a toutes les qualités requiſes pour l'uſage de la navigation. La plupart des marins, dit Chambers, paroiſſent cependant éloignés de s'en ſervir, & aiment mieux s'en tenir à leur vieille *carte plane*, qui eſt, comme on l'a vu, très-fautive.

Pour l'uſage de la *carte plane de Mercator* dans la navigation, *voyez* NAVIGATION.

Carte du globe. C'eſt une projection qu'on nomme de la ſorte à cauſe de la conformité qu'elle a avec le globe même, & qui a été propoſée dans ces derniers tems par MM. Senex, Willon & Harris : les méridiens y ſont inclinés, les parallèles à égales diſtances les uns des autres & courbes, & les rhumbs réels ſont en ſpirales comme ſur la ſurface du globe. Cette projection eſt encore peu connue ; nous n'en pouvons dire que peu de choſe, juſqu'à ce que ſa conſtruction & ſes uſages aient une plus grande publicité.

Cartes compoſées par rhumbs & diſtances. Ce ſont celles où il n'y a ni méridiens ni parallèles, mais qui ne montrent la ſituation des lieux que par rhumbs & par l'échelle des milles.

On s'en ſert principalement en France, & ſurtout dans la Méditerranée.

On les trace ſans beaucoup d'art, & il ſeroit par conſéquent inutile de vouloir rendre un compte exact de la manière de les conſtruire ; on ne s'en ſert que dans de courts voyages. (*O*)

* Les *cartes géographiques* les plus eſtimées ſont celles de Guillaume de l'Iſle, premier géographe du roi de France, mort en 1726, de M. d'Anville, de M. Buache, de M. Robert de Vaugondy, de M. Bellin, celles de Homann à Nuremberg, les *cartes* gravées à la calcographie de Rome, les *cartes* marines de Hollande, celles de M. Bonne, &c.

CARTE *hydrographique*. L'invention des *cartes hydrographiques* eſt l'ouvrage du prince don Henri de Portugal. Il y avoit long-tems que celles de géographie étoient connues ; mais des *cartes* conſtruites ſuivant le même principe euſſent été inutiles dans la navigation. Le prince dont nous parlons & ſes mathématiciens préférèrent, par les raiſons qu'on verra bientôt, de développer la ſurface du globe terreſtre, en étendant les méridiens en lignes droites & parallèles entr'elles. Pour prendre une idée claire de ce développement, qu'on imagine que les parallèles du globe terreſtre ſoient en même-tems flexibles & extenſibles, & les méridiens ſeulement flexibles ; qu'on déploie enſuite toute la ſurface de ce globe, en étendant les méridiens en lignes droites & parallèles, on aura la ſurface terreſtre développée en un rectangle, dont la longueur ſera la circonférence de l'équateur, & la largeur celle d'un demi-méridien. Ce ſont-là les premières *cartes* qu'employèrent les navigateurs, & qu'on nomme *plates*, parce qu'elles ſont en quelque ſorte formées de la ſurface du globe applatie.

Le motif pour lequel on s'eſt aſtreint à déſigner les méridiens par les lignes droites & parallèles, eſt celui-ci : c'étoit afin que la trace du vaiſſeau qui auroit parcouru un certain rhumb de vent, pût ſe marquer dans la *carte* par une ligne droite ; car s'ils euſſent été inclinés les uns les autres, ou des lignes courbes comme dans les *cartes* ordinaires de géographie, cette trace n'auroit pu être qu'une ligne courbe : ce qui n'auroit point répondu à l'intention du navigateur.

Mais il y a dans ces ſortes de *cartes* deux inconvéniens ; l'un conſiſte en ce que la proportion des degrés des parallèles & de ceux des méridiens n'y eſt point conſervée. Ils y ſont repréſentés comme égaux, quoiqu'ils ſoient réellement d'autant plus inégaux, qu'on approche davantage du pôle.

C'eſt-là le défaut que Ptolomée reprochoit dans ſa *Géographie*, aux *cartes* de Marin de Tyr, qui étoient préciſément comme celles qu'on vient de décrire. De-là naît une erreur ſur l'eſtime du chemin, qui paroît plus grand qu'il n'eſt réellement dans tous les rhumbs obliques, & dans ceux d'eſt

d'eſt & d'oueſt. A la vérité, les navigateurs ont des methodes pour prévenir cette erreur; mais les téductions qu'ils pratiquent, à moins qu'il n'y ait pas une grande différence en latitude, ſont ou peu exactes ou fort laborieuſes.

Le ſecond & le plus eſſentiel défaut des *cartes* plates, eſt que le rhumb qu'elles indiquent, en tirant une ligne d'un lieu à un autre, n'eſt point le véritable, excepté lorſque ces lieux ſont ſous le même méridien ou le même parallele. Je m'étonne que cette erreur ait échappé à la plupart des auteurs de navigation; car lorſqu'ils veulent enſeigner le rhumb de vent convenable pour aller d'un lieu à un autre, ils ordonnent de les joindre par une ligne droite, & d'examiner à quel rhumb de la roſe des vents cette ligne eſt parallèle, ou quel angle elle fait avec les méridiens. Il eſt cependant facile de ſe convaincre que cet angle n'eſt point celui du véritable rhumb. Il ſuffit pour cela de faire attention que le rapport des degrés du méridien & des paralléles n'étant point conſervé, les deux côtés du triangle rectangle qui déterminent l'angle du rhumb, ne ſont point dans leur vrai rapport; ainſi, l'angle qu'on trouve par ce moyen ne ſauroit être le véritable. On peut encore le montrer par un exemple fort ſimple: nous ſuppoſerons deux lieux, l'un ſous l'équateur & le premier méridien, l'autre à la latitude de 89 degrés, avec une longitude de 90 degrés. Il eſt viſible que le véritable rhumb pour aller de l'un à l'autre, différeroit à peine du méridien; cependant, ſi l'on cherchoit ce rhumb ſuivant la méthode précédente, on trouveroit un angle preſque demi-droit. L'angle qu'indiquent les *cartes* plates eſt donc faux. Heureuſement les navigateurs ne cherchent jamais à faire des courſes auſſi conſidérables en ſuivant un ſeul rhumb. Les divers obſtacles qu'ils rencontrent en mer, comme les côtes, les endroits dangereux par les bancs ou les écueils, les obligent de partager leur route en une multitude de petites portions. C'eſt par cette raiſon que l'erreur que nous venons de relever leur a échappé; car elle eſt d'autant moindre, que la diſtance eſt moins conſidérable; & il leur eſt d'ailleurs familier d'attribuer aux courans, à la dérive, *&c.*, la plupart de celles qu'ils commettent dans leur eſtime, quoiqu'il y en ait parmi elles, qui ſont, comme celle-ci, des erreurs de théorie.

On remarquoit, dès le milieu du ſeizième ſiècle, le premier des défauts dont je viens de parler, & l'on ſentoit dès-lors la néceſſité de chercher quelque autre manière de repréſenter la ſurface du globe terreſtre qui en fût exempte. Mercator, fameux géographe des Pays-Bas, en donna la première idée, en remarquant qu'il faudroit étendre les degrés des méridiens, d'autant plus qu'on s'éloigneroit davantage de l'équateur; mais il s'en tint là, & il ne paroît pas avoir connu la loi de cette augmentation. Edouard Wrigth la dévoila le premier, & il montra qu'en ſuppoſant le méridien diviſé en petites parties, par exemple, de dix en dix minutes, il falloit que ces petites parties fuſſent de plus en plus grandes en s'éloignant de l'équateur dans le même rapport que les ſécantes de leur latitude. Ceci mérite d'être développé: voici le raiſonnement par lequel on a découvert ce rapport.

Puiſque le degré des paralléles qui décroît réellement eſt toujours repréſenté par la même ligne, ſi l'on veut conſerver le rapport du degré du méridien avec celui du parallele adjacent, il faut augmenter celui du méridien en même raiſon que l'autre décroît. Mais on ſait que le degré du parallèle décroît comme le coſinus de la latitude, c'eſt-à-dire, qu'un degré d'un parallèle quelconque eſt à celui du méridien ou de l'équateur, comme le coſinus de la latitude au ſinus total. D'un autre côté, le coſinus d'un arc eſt au ſinus total, comme celui-ci à la ſécante: il faudroit donc que chaque petite partie du méridien, compriſe entre deux paralléles très-voiſins, ſoit à la partie ſemblable de l'équateur, comme la ſécante de la latitude au ſinus total; & par exemple, le degré compris entre les paralléles qui paſſent par les 30 & 31 degrés de latitude, ſera au degré de l'équateur, comme la ſomme des ſécantes des petites parties dans leſquelles on aura diviſé ce degré, à autant de fois le rayon. Si donc on additionne continuellement les ſécantes de minute en minute, par exemple, juſqu'à un certain parallèle, cette ſomme des ſécantes repréſentera la diſtance de ce parallèle à l'équateur, dans les *cartes* réduites, ſans erreur ſenſible. Wrigth publia cette invention en 1599, dans un livre imprimé à Londres. Dans cet ouvrage, Wrigth calcule l'accroiſſement des parties du méridien par l'addition continuelle des ſécantes de dix en dix minutes. Cela eſt à-peu-près ſuffiſant dans la pratique de la navigation; mais les géomètres qui ne ſe contentent pas d'approximations, quand ils peuvent atteindre à l'exactitude rigoureuſe, ont depuis recherché le rapport précis de cet accroiſſement. Pour cela, ils ont ſuppoſé, en ſuivant les traces du raiſonnement de Wrigth, que le méridien fût diviſé en parties infiniment petites; & ils ont démontré que cette ſomme des ſécantes infinies en nombre, compriſes entre l'équateur & un parallèle quelconque, ſuit le rapport du logarithme de la tangente du demi-complément de la latitude de ce parallèle. On a dreſſé ſur ce principe des tables plus exactes de l'accroiſſement des parties du méridien, pour guider les conſtructeurs des *cartes* hydrographiques. On trouve ces *cartes* dans divers traités modernes de navigation, comme ceux de M. Bouguer, de M. Robertſon, *&c.*

Cette ſorte de *cartes* remplit parfaitement toutes les vues des navigateurs. A la vérité, les parties de la terre y ſont repréſentées toujours en croiſſant du côté des poles, & d'une manière tout-à-fait difforme; mais cela importe peu, pourvu

qu'elles fourniſſent un moyen facile & ſûr de ſe guider dans ſa route. Or c'eſt l'avantage propre aux *cartes* dont nous parlons. Les rhumbs de vent y ſont repréſentés comme dans les premières par des lignes droites, & ces lignes indiquent, par l'angle qu'elles forment avec le méridien, le véritable angle du rhumb. On a enfin ſur ces lignes la vraie diſtance des lieux ou la longueur du chemin parcouru, pourvu que pour les meſurer, on ſe ſerve de l'arc du méridien compris entre les mêmes paralléles, comme d'échelle; ce qui donne une ſolution en même-tems aiſée & exacte de tous les problêmes de navigation. On nomme ces cartes, *cartes réduites*, ou *par latitude croiſſante*. Elles commencèrent à s'introduire chez les navigateurs vers l'an 1630; & ce furent, ſuivant le P. Fournier, des pilotes Dieppois qui en firent uſage les premiers. Quoi qu'il en ſoit, ce ſont, ſans contredit, les meilleures; nous dirons plus, les ſeules bonnes pour des navigations de long cours; & il ſeroit à deſirer que ce fuſſent les ſeules qu'on vît entre les mains des navigateurs. (+)

Carte *itinéraire*. (*Géogr.*) L'étendue des conquêtes des Romains, & la diſtance où étoient de l'Italie les pays dans leſquels on envoyoit des armées, dont les marches devoient être réglées d'avance, firent ſentir la néceſſité d'avoir des *cartes itinéraires*, ſur leſquelles les ſtations des troupes & la diſtance d'une ſtation à l'autre, puſſent être marquées diſtinctement. Nous voyons par pluſieurs paſſages de Pline, que ſur les *cartes itinéraires* d'Agrippa, on marquoit les diſtances avec une préciſion aſſez grande pour rendre ſenſible la différence de quelques milles, qui ſe trouvoit entre la meſure d'un pays donnée par les géographes Grecs, & celle qu'en donnoient ces *cartes*. Sous les empereurs, on diſtribuoit de ſemblables *cartes* aux généraux que l'on envoyoit en expédition, aux magiſtrats chargés de régler la marche des troupes, & même à ceux qui avoient l'inſpection des voitures publiques.

Les copies des ces *cartes*, diſtribuées aux généraux & aux magiſtrats, ne contenoient qu'un pays particulier; & l'uſage que l'on faiſoit de ces copies obligeant à les renouveller continuellement, il eſt viſible que l'on en devoit conſerver des prototypes ou des originaux. M. Fréret croit que la géographie de l'anonyme des Ravennes, écrite après la deſtruction de l'empire d'occident, a été manifeſtement compoſée ſur une ſemblable *carte itinéraire*, de laquelle l'auteur avoit copié les routes, mais en omettant les diſtances. On doit conclure de-là, ſelon M. Fréret, qu'il s'étoit conſervé quelques copies de ces *cartes itinéraires* dans les bibliothèques, même après la deſtruction de l'empire d'occident; cependant il n'eſt fait aucune mention de ces *cartes itinéraires* dans les écrivains du moyen âge. (+)

CARTES *céleſtes* (*Aſtron.*) ſont celles dans leſquelles on repréſente les conſtellations, & les étoiles qui les compoſent. Le plus bel ouvrage que l'on ait en ce genre, eſt l'*Atlas cœleſtis*, gravé à Londres, en 1729, en 28 feuilles, d'après le grand *Catalogue britannique* de Flamſteed. Ce ſont ces figures que les aſtronomes ſuivent toujours, excepté pour les conſtellations auſtrales de l'abbé de la Caille; elles coûtent à Londres deux guinées. On en trouve une réduction *in*-4.° à Paris chez Fortin, qui eſt très-ſuffiſante pour l'uſage; & M. Bode en a donné une à Berlin, qui eſt faite avec beaucoup de ſoin en 1782.

On ſupplée auſſi à ce grand ouvrage par le moyen des planiſphères publiés à Paris, en 1764, par M. Robert de Vaugondy, de ceux du P. Chryſologue de Gy, capucin, ou des deux planiſphères gravés à Londres par Senex; ils ſont en deux feuilles chacun. L'on y trouve auſſi toutes les conſtellations & toutes les étoiles du *Catalogue britannique*, placées, dans l'un, ſuivant les longitudes & les latitudes; dans l'autre, ſuivant les aſcenſions droites & les déclinaiſons. Les planiſphères de Senex coûtent trois ſchillings, c'eſt-à-dire trois livres dix ſols la feuille, à Londres; il ſuffit d'avoir ou les deux feuilles projettées ſur l'équateur, ou les deux feuilles projettées ſur l'écliptique. Celui de M. de Vaugondy a l'avantage de renfermer les conſtellations nouvelles du pôle auſtral; mais il eſt gravé à contre-ſens des autres, & repréſente la convexité du globe céleſte, au lieu de ſa concavité. Celui du P. Chryſologue renferme auſſi une partie des nouvelles conſtellations.

Parmi les ouvrages plus anciens, dont on peut auſſi tirer avantage pour connoître les conſtellations, il y a, 1.° l'*Uranométrie* de Bayer, dont nous avons deux éditions; la première parut en 1603, à Auſbourg, en 15 feuilles; 2.° les *cartes* du P. Pardies, jéſuite, en ſix feuilles, publiées en 1673; 3.° les quatre *cartes* du ciel, d'Auguſtin Royer, imprimées en 1679; 4.° celles d'Hévélius, contenues dans un ouvrage aſſez rare, qui parut à Dantzick en 1690, intitulé: *Firmamentum Sobieſcianum*, en 54 feuilles.

De toutes les *cartes céleſtes*, celle dont les aſtronomes font le plus d'uſage, eſt la *carte* qui repréſente le zodiaque, & dans laquelle on voit toute la zone céleſte qui environne l'écliptique, avec 8 degrés de chaque côté de l'écliptique. Nous avons deux fort bons *zodiaques*; celui qui fut deſſiné & gravé par Jean Senex, de la ſociété royale de Londres, ſur la fin du ſiècle dernier, en deux grandes feuilles, ſous les yeux de Halley; & celui qui a été gravé en France par Dheulland, & publié vers l'an 1755; celui-ci avoit été entrepris dès l'année 1741 par M. le Monnier, & exécuté par d'Heulland, graveur; il eſt accompagné d'un catalogue gravé en 30 pages, de toutes les étoiles zodiacales, dont Flamſteed avoit donné les longitudes pour 1690; ces longitudes ont été réduites à 1755. Ce *zodiaque* ſe trouve chez

Digitized by Google

Dezauche, géographe de la Marine, rue des Noyers.

Ce *zodiaque françois* n'eſt qu'en une feuille, parce qu'on l'a gravé ſur une plus petite échelle & ſur une plus grande planche que celui de Senex, cela n'empêche pas qu'il ne ſoit auſſi commode que le *zodiaque anglois*; il a même l'avantage de repréſenter les étoiles qui ſont juſqu'à 10 degrés de latitude au nord & au ſud de l'écliptique, au lieu que celui de Senex ne renfermoit que 8 degrés de latitude.

Au défaut des *cartes céleſtes*, on peut ſe ſervir des globes, pour reconnoître les conſtellations.

On trouve une différence remarquable entre les *cartes* de différens auteurs. Hévélius reproche à Bayer d'avoir repréſenté ſur ſes *cartes*, le ciel tel que nous le voyons, étant placés comme nous le ſommes au-dedans de la ſphère, au lieu que les anciens le repréſentoient comme on le voit par dehors ſur la convexité des globes céleſtes, ou comme ſi l'on étoit au-deſſus de la ſphère étoilée. Hévélius ſe plaint de ce que, par ce changement de diſpoſition, Bayer a fait que les étoiles qui ſont à notre droite quand on regarde le globe, ſont à notre gauche en regardant les *cartes céleſtes* de Bayer, *Hevelii Firmamentum Sobieſc.* Mais les aſtronomes n'ont point adopté à cet égard le ſentiment d'Hévélius; ils aiment mieux, ce me ſemble, les *cartes céleſtes* ſur leſquelles on voit la concavité du ciel, que ces globes où l'on ne voit que la convexité, & pour leſquels il faut ſe retourner en idée autrement que quand on regarde le ciel; cela me paroît beaucoup plus commode pour le ſpectateur: cependant il y en a qui veulent encore repréſenter les conſtellations à l'envers, & mettre l'occident à la droite, entr'autres, M. Robert de Vaugondy, dans le *Planiſphère* qu'il a publié en 1764.

Il ſe trouve encore une différence entre les *cartes céleſtes* de divers auteurs. Schikardus (*in Aſtroſcopio, pag. 39*,) reprocha le premier à Bayer, que la plupart de ſes figures étoient retournées de droite à gauche, par rapport aux anciens catalogues, ce qui produiſoit une différence entre les dénominations anciennes des parties droites ou gauches, & celles de Bayer; Flamſteed a eu raiſon, ce ſemble, de corriger Bayer en cela, comme il l'a fait, du moins pour certaines conſtellations; car il a laiſſé Orion tel que Bayer l'avoit mis.

Il en eſt de même d'Hévélius, qui a voulu s'en tenir aux anciens. La conſtellation d'Orion qui, dans les *cartes* de Bayer & de Flamſteed, eſt tournée vers le ciel ou vers le haut de la ſphère, regarde au contraire le centre du globe dans celles d'Hévélius; l'épaule orientale α eſt dans Bayer & Flamſteed l'épaule gauche; dans Hévélius, comme dans les anciens, c'eſt l'épaule droite; l'étoile β, ou *rigel*, qui eſt ſur le pied droit dans Bayer, eſt ſur le pied gauche dans Hévélius; dans l'un, ce géant paroît à genoux, & élevant le pied droit; dans l'autre, il ſemble monter en levant le pied gauche; dans Bayer, il tient ſa maſſue élevée à l'orient de la main gauche; dans Hévélius, il la tient de la main droite; toutes ces différences font voir la néceſſité des lettres par leſquelles on eſt convenu de déſigner les étoiles, & l'inconvénient qu'il y auroit à ſe ſervir dans les catalogues des mots de droite & de gauche; il vaut beaucoup mieux ſe ſervir des mots *oriental* & *occidental*. En effet, quoique Flamſteed ait ſuivi en général les *cartes* de Bayer, il y a cependant encore des différences; par exemple, Orion, dans les *cartes* de Bayer, a la tête tournée à gauche; dans celle de Flamſteed, il l'a tournée du côté droit, en ſorte que les étoiles λ & φ, qui ſont à la tempe gauche dans Bayer, ſont ſur la tempe droite dans Flamſteed. *Voyez* l'explication de mon globe céleſte, à Paris chez Lattré. (*D. L.*)

CARTE MILITAIRE, (*Géograph.*) eſt la *carte* particulière d'un pays ou d'une portion de pays, ou d'une frontière, ou des environs d'une place, d'un poſte, ſur laquelle ſont exprimés tous les objets qu'il eſt eſſentiel de connoître pour former & exécuter un projet de campagne. On y voit les marches qu'une armée peut faire, les lieux où elle peut camper, les divers poſtes qu'elle doit occuper; les défilés & leur longueur; les rivières, les ruiſſeaux, leur largeur, leur profondeur, les gués, la nature du fonds, la hauteur des bords, les ponts, les paſſages, les moulins, les canaux, les étangs; les villages, les hameaux, les châteaux, les métairies & autres lieux qui ſont bons à occuper; les montagnes, leur hauteur, leur pente, leurs eſcarpemens; les vallons, les ravins, leur largeur, leur profondeur; les foſſés, les champs clos, les bois les marais; la nature des plaines, les cantons de fourrages; la diſtance d'un lieu à un autre, le nombre des maiſons & écuries de chaque lieu, les différens chemins, leur qualité, *&c.* Si la carte repréſente quelque partie de mer, on y diſtingue la nature de la côte, les laiſſes de haute & de baſſe mer, de morte-eau comme de vive-eau; les ſondes des anſes, des baies, des rades; les dangers de toute eſpèce, les différentes batteries établies pour la défenſe des mouillages, des paſſes; les retranchemens, les épaulemens pratiqués dans les parties où l'ennemi peut tenter une deſcente; les camps, les poſtes qui doivent couvrir les principaux établiſſemens & l'intérieur du pays, *&c.* Tous ces détails peuvent être compris dans une *carte militaire*, & à l'aide d'une légende ou d'un mémoire, ſe faire ſentir aiſément; mais il y a très-peu de gens capables d'un tel travail: il n'y en a pourtant pas de plus important pour pouvoir régler & conduire les opérations d'une campagne. On ne ſauroit donc former trop de ſujets pour une partie ſi profonde & ſi eſſentielle. C'eſt auſſi dans cette vue que notre miniſtère n'a pas diſcontinué depuis la paix d'employer des

officiers de l'état-major de l'armée, avec des ingénieurs-géographes, ſur les frontières & ſur les côtes du royaume.

L'uſage des *cartes militaires* étoit connu des anciens; Végece ne nous laiſſe aucun doute à cet égard. « Un général, dit cet auteur, doit avoir des tables dreſſées avec exactitude, qui lui marquent non-ſeulement la diſtance des lieux par le nombre de pas, mais la qualité des chemins, les routes qui abrègent, les logemens qui s'y trouvent, les montagnes & les rivières. On aſſure que les plus habiles généraux, non contens de ces ſimples mémoires, ont fait lever les plans du théâtre de la guerre, afin de déterminer plus ſûrement leur marche ſur le tableau même des lieux. » On ne ſait ſi ces plans étoient auſſi parfaits que nos *cartes* topographiques, mais au moins devoient-ils donner beaucoup de facilités aux généraux pour leurs opérations.

Nous avons aujourd'hui un grand nombre de *cartes* qui, quoiqu'elles ne contiennent pas, à beaucoup près, tous les détails néceſſaires, ne laiſſent pas de pouvoir être très-utiles à un officier qui ſeroit chargé de reconnoître un pays, ou qui l'entreprendroit pour ſon inſtruction: telles ſont celles de la France, dreſſées par MM. de l'Académie royale des Sciences; celles des pays-bas, par Fricx; celles du théâtre de la guerre dernière en Heſſe & pays circonvoiſins, par M. de la Roſière, copiées à Paris par les géographes Beaurain, & Julien; celles des campagnes de M. le prince Ferdinand de Brunſwick, en Weſtphalie, par le colonel Bawr, maréchal-général des logis de l'armée Hanovrienne; celles de la Bavière, par Finck; celles de la Poloême, par le major Muller, & quantité d'autres *cartes* particulières de différens pays de l'Allemagne, publiées à Nuremberg, à Ausgbourg, à Berlin; celles du théâtre de la guerre en Italie, par les ingénieurs du prince Eugène; celles de la Savoie & du Piémont, publiées par Jaillot, *&c.*

La plupart des *cartes* qu'on vient d'indiquer, ayant été levées géométriquement, peuvent ſervir à conſtruire des *cartes militaires*; en faiſant d'avance des extraits des campagnes qui auront été faites dans les pays qu'elles repréſentent, en deſſinant ſur une plus grande échelle les parties des pays qu'on devra reconnoître, en cherchant les lieux élevés pour mieux découvrir le terrain, en queſtionnant les gens de la campagne, en parcourant le pays de tout ſens, & en voyant par ſoi-même tous les objets qui méritent attention.

Lorſqu'on n'a point de *cartes* particulières, qu'on n'a pas le tems d'en lever, ou que l'occaſion ne permet pas d'opérer, on a recours aux *cartes* générales. On y prend les poſitions qui paroiſſent le mieux déterminées; on les trace à grand point ſur des feuilles ſéparées, & on fait une *carte* à *vue* qu'on accompagne d'un mémoire. Il n'y a point d'officier d'état-major qui ne doive ſavoir cette méthode, qui eſt on ne peut pas plus néceſſaire, ſur-tout en campagne. (*M. D. L. R.*)

* CARTE MILITAIRE, *Reconnoiſſance militaire.* La connoiſſance généraliſée d'un pays ſuffit pour calculer les avantages des principales poſitions qu'il offre à une armée, & pour déterminer d'avance celles qui répondent le mieux aux projets qu'elle peut méditer; mais quand il eſt queſtion des opérations ſucceſſives des troupes, de l'ouverture des marches, de l'emplacement des camps, de la ſûreté des communications & de tous les objets quelconques ſubordonnés à la nature du terrein, c'eſt par des *cartes militaires* que l'on parvient à éclairer ſes mouvemens. Ces *cartes* ſont levées dans un plus ou moins grand détail, ſuivant que le tems a pu le permettre, & que les circonſtances l'ont exigé. Lorſque, pendant la paix, on leve le plan d'une frontiere ou d'une partie de côte, à l'effet de rechercher quels moyens de défenſe la nature particulière du local peut préſenter pour pouvoir en faire l'application au beſoin, il eſt évident que ce travail peut & doit être exécuté dans le plus grand détail & avec l'exactitude la plus ſcrupuleuſe; mais lorſque dans le tumulte de la guerre, ſous les yeux même de l'ennemi, il s'agit de rendre compte d'un pays où il faut tout de ſuite faire mouvoir, marcher, manœuvrer une nombreuſe armée, l'établir dans un camp ou dans des quartiers; c'eſt par le moyen d'une *carte* figurée à vue avec la plus grande célérité, & d'un mémoire qui inſtruiſe des choſes que le deſſin ſeul ne peut rendre intelligibles, qu'on parvient à remplir cet objet important. C'eſt à ce genre d'ouvrage qu'on donne particulierement le nom de *reconnoiſſance militaire*. A la maniere dont il eſt exécuté, on diſtingue l'intelligence & la ſagacité de l'officier qui en eſt chargé; s'il eſt doué du talent de bien diſcerner quels éclairciſſemens particuliers exige le beſoin du moment, il ſe gardera de s'appéſantir ſur des détails dont la connoiſſance eſt inutile pour concourir au but que l'on ſe propoſe, & d'employer à cela un tems d'autant plus précieux qu'il eſt alors limité. Une expérience plus ou moins éclairée l'inſtruit à pénétrer dans les vues du général, & ſon travail ne porte que ſur des objets qu'il eſt abſolument néceſſaire de ſavoir.

Il réſulte de ce que l'on vient d'avancer qu'il y a deux eſpèces de *cartes militaires*, ſavoir celles qui ſont levées géométriquement & à l'aide des inſtrumens uſités pour cela, & celles qui ſont ſimplement faites à vue, auxquelles appartient proprement le nom de *reconnoiſſance*. Entre ces deux eſpèces, on peut cependant en conſidérer une troiſième, qui ſe rapproche plus ou moins de l'une ou de l'autre; telle ſeroit une *carte* dont les principaux points ſeroient calculés ou arrêtés à la planchette, d'après une baſe exactement meſurée, & dont tout le détail auroit été rempli à vue. Ces différents genres de plans topogra-

Digitized by Google

phiques ont cela de commun, qu'ils exigent de la part des perſonnes qui s'en occupent, une grande facilité de figurer le terrein, laquelle ne s'acquiert que par l'uſage.

L'article *levée des plans topographiques* dans lequel on conſidère l'art de lever des plans d'une manière générale & applicable à toute ſorte d'objets, indique les procédés les plus ſimples & les plus expéditifs pour dreſſer des cartes de toutes les différentes eſpèces dont on vient de faire mention; on y renvoie le lecteur. Mais comme l'uſage le plus répété que l'on faſſe aujourd'hui de cet art, eſt ſans contredit pour le ſervice des armées, ſur-tout depuis que la défenſe des frontières eſt moins appuyée ſur la multiplicité des places fortes, que ſur les reſſources d'une tactique habile & approfondie; on va rechercher dans cet article quelles ſont les connoiſſances qu'un officier doit joindre à l'art de figurer les terreins, & examiner de quelle nature il faut que ſoient les comptes détaillés qui doivent accompagner une *carte* ou une *reconnoiſſance*.

Il y a encore des éclairciſſemens acceſſoires, leſquels n'ont point un rapport immédiat avec la guerre, & qu'on pourroit raſſembler dans un mémoire particulier, lorſque l'on eſt chargé en tems de paix de lever une *carte militaire*; on terminera cet article par en faire une expoſition ſuccinte.

Tout officier qui ſe deſtine à ce genre de travail, doit réunir aux études particulières qu'il exige, une théorie aſſez étendue ſur la guerre, pour donner à ſes talens leur juſte application, & les élever à leur vrai point d'utilité. Plus il eſt en état de pénétrer dans les motifs d'un général, plus ſes opérations deviennent eſſentielles aux entrepriſes que l'on ſe propoſe. Il ajoute à ſes figurés plus ou moins rapides, des obſervations lumineuſes qui développent tout ce qu'il n'a pu exprimer, & ſes renſeignemens de vive voix complettent l'inſtruction qu'on a droit d'attendre de lui.

Celui qui ne fait que repréſenter un terrein, eſt un ouvrier méchanique dont on ne peut interroger que les plans; celui qui n'a que l'art de compoſer un mémoire, n'offre que des détails iſolés, qui donnent difficilement une idée claire de l'enſemble; il faut néceſſairement la réunion de l'un & l'autre moyen pour remplir avec ſuccès l'objet d'une *reconnoiſſance militaire*.

L'habitude de juger le terrein militairement, eſt le fruit de réflexions plus compoſées que l'on ne penſe: il faut le voir en géomètre pour en évaluer l'étendue; il faut le voir en tacticien, pour y appliquer les mouvemens d'une armée, en raiſon des formes qu'il préſente; il faut le voir en méchanicien, pour y découvrir à propos la poſſibilité de créer ou d'anéantir des obſtacles.

La Théorie des fortifications, la ſcience de l'artillerie, l'examen des différens ordres ſur leſquels ſe forment les armées, l'analyſe de leurs rapports avec l'attaque & la défenſe, la combinaiſon des armes, des manœuvres & des circonſtances; voilà les ſources où l'on doit puiſer, pour apprendre à évaluer d'une manière auſſi prompte que ſûre, tout le parti que l'on peut tirer d'un terrein.

Les écrits des Xénophon, des Polibe, des Céſar, des Vegece, des Saxe, des Puiſegur, des Folard, des Feuquières & des auteurs modernes qui marchent ſur leurs traces, préſentent d'abondantes lumières à ceux qui veulent acquérir des connoiſſances militaires. L'induſtrie de l'homme, miſe en action par les intérêts les plus grands, y fait voir & l'origine & les effets de ces reſſources ingénieuſes qu'elle ſait joindre à la nature pour en multiplier les forces. La raiſon s'y trouve guidée par l'expérience de tous les tems, & elle s'approprie ſans effort des vérités que la pratique ne découvre jamais ou qu'elle achette par des erreurs ſans nombre.

Il ne ſuit point de-là que l'art de rendre compte d'un pays exige que l'on s'appeſantiſſe minutieuſement ſur les détails de toutes les parties de la guerre; on ne doit les approfondir que d'une manière relative au beſoin que l'on en peut avoir; on les généraliſe & l'on en extrait, pour ainſi dire, l'eſprit eſſentiel qui appartient à la carrière que l'on embraſſe.

Ce n'eſt point du ſimple exercice des armes, ou du talent de rompre de petits corps de troupes dans tous les ſens poſſibles que l'on s'occupera principalement; c'eſt de la grande tactique; c'eſt de l'art de diſpoſer une armée & de la faire manœuvrer de la manière la plus favorable à l'effet que l'on veut produire. On évitera avec ſoin l'adoption excluſive de ces ſyſtèmes, qui plient tous les terreins à leurs méthodes & à leurs organiſations particulières; on appréciera chaque ordre d'après ſes avantages & ſes inconvéniens abſolus & relatifs, & l'on parviendra à ſe convaincre que leur degré de ſupériorité dépend du moment, du local & d'une infinité d'autres données, que l'habitude de juger fait ſeule ſaiſir avec juſteſſe. Il eſt néceſſaire de bien connoître les différentes manières de former & de déployer les colonnes, ainſi que la compoſition actuelle des régimens, bataillons, eſcadrons, *&c.*, & l'étendue de ces corps en bataille. C'eſt en s'exerçant à repréſenter ſur le papier les mouvemens combinés de ces différentes maſſes, que l'on s'accoutume à tracer des tableaux exacts & intelligens des opérations des armées.

Soit que l'on travaille, à la guerre ou pendant la paix, à faire des *reconnoiſſances militaires*, ce ſont toujours les mêmes vues qui doivent diriger dans les mémoires inſtructifs que l'on y joint; on ſuppoſe en tems de paix ce qui exiſte quand les armées ſont raſſemblées, & l'on raiſonne en conſéquence de ces ſuppoſitions, pour bien faire connoître toutes les reſſources dont chaque lieu eſt

Digitized by Google

ſuſceptible. Les détails dans leſquels nous allons entrer, appartiennent donc à tous les momens, & l'on y trouvera ce que chaque circonſtance particulière peut exiger.

Les eaux & les montagnes ſont les objets toujours ſubſiſtants que la nature oppoſe à l'attaque pour favoriſer la défenſe; l'art qui agit plus ou moins ſur ces deux obſtacles, diſpoſe abſolument de tous les autres.

Les moyens que préſentent les alpes & les pyrénées pour s'y maintenir, ſont fort différens de ceux que fourniſſent les vaſtes plaines de la Flandre. Là des chaînes entièrement eſcarpées forment des murs impénétrables, dont les points acceſſibles ſont toujours diſputés au moyen de très-peu de troupes; ici les rivières & les canaux ſont les principales barrières qu'une armée puiſſe oppoſer à l'ennemi. Il faut pour en empêcher le paſſage qu'elle calcule ſa poſition & ſes mouvemens ſur l'étendue du front à défendre, ſur la profondeur du lit, la largeur & l'eſcarpement de ſes bords, ſur l'épaiſſeur des haies & des bois adjacens, & enfin ſur les ſtratagêmes que l'on peut employer pour lui faire prendre le change.

Ces deux manières de faire la guerre ſont entièrement différentes, mais elles tiennent aux mêmes principes, & elles ſe réuniſſent plus ou moins l'un & l'autre à l'art des fortifications pour la défenſe de tous les pays.

C'eſt donc de la connoiſſance la plus exacte des lieux où l'on doit opérer, que dépend l'exécution d'un ſyſtême quelconque de mouvemens. Il faut que celui qui eſt chargé de reconnoître, joigne à ſa *carte* un mémoire local qui faſſe mention de tout ce qui peut concerner les montagnes, les plaines, les rivières, les ruiſſeaux, les chemins, les villes, les châteaux, les moulins, *&c.*, & qui indique les différens moyens dont on pourroit ſe ſervir pour augmenter leur degré d'avantages, ou pour affoiblir leurs inconvénients.

On diviſe un mémoire en autant de chapitres qu'il y a d'eſpèce d'objets à parcourir; on expoſe enſuite quels ſont les camps que pourroient occuper les armées, en faiſant voir avec ſoin leurs reſſources en tout genre, & l'on finit par un état des ſubſiſtances & des autres ſecours que peut fournir le pays dont on fait la deſcription.

Comme les terreins que l'on a à reconnoître militairement en tems de paix ſont toujours ſur les côtes ou ſur les frontières en première & ſeconde ligne, on peut, à la ſuite d'un mémoire local, ſuppoſer de la part de l'ennemi des entrepriſes ſur les points qui ſont les plus expoſés à ſes attaques. On fait valoir alors tout ce que le pays peut préſenter d'obſtacles, & on ſuit l'ennemi dans ſes ſuccès pour lui oppoſer à chaque pas de nouvelles difficultés. Cette manière de mettre en mouvement toutes les parties de ſon tableau, fait ſentir la valeur des détails & récapitule de la façon la plus inſtructive ce que l'on a dit en traitant de tous les objets en particulier.

Des Montagnes.

Lorſque l'on parlera de la nature des hautes montagnes, on diſtinguera les chaînes principales qui ſervent d'enceinte à un pays, des différens rameaux qui en défendent ou qui en favoriſent les iſſues; on fera connoître les hauteurs relatives de toutes leurs parties, les rochers, les bois, les vallons que l'on y rencontre, & comme c'eſt à la naiſſance des vallons que ſe trouvent ces cols ou ports qui facilitent les moyens de les franchir; on s'attachera à en exprimer parfaitement les détails, & à mettre ſous les yeux tout ce qui peut concourir à les protéger.

Si la ſuite de montagnes que l'on a à décrire eſt aſſez étendue pour que l'on s'occupe d'un plan de défenſe, on dira comment une armée pourroit s'y établir, quelles ſeroient ſes communications, où elle feroit des abattis, ſur quels points elle placeroit des redoutes, quels chemins elle auroit à détruire, & l'on expoſeroit généralement toutes les reſſources dont elle ſeroit à même de diſpoſer pour ſe retrancher avec ſûreté.

Le choix des poſitions dans les montagnes demande le coup d'œil le plus militaire; la moindre faute peut devenir irréparable quand on a à faire à un ennemi éclairé; il faut lui ôter toute poſſibilité de vous tourner, de vous forcer ou de vous renfermer; les obſtacles ſont fortement marqués, on doit ſeulement les ſaiſir avec intelligence, & joindre l'art à la nature pour les fortifier particuliérement, & les lier à la ligne totale de défenſe.

Il ſera fort eſſentiel encore, en imaginant le pays au pouvoir de l'ennemi, de faire connoître comment on pourroit parvenir à le traverſer. Au ſein des montagnes les plus eſcarpées, on découvre toujours quelques routes praticables, qui, au moyen d'attaques ſimulées ſur d'autres points, peuvent ſervir au paſſage des troupes. Les guides ne remplacent jamais à cet égard les cartes & les mémoires; leur ignorance, leur impoſture & leur manière de voir tout-à-fait étrangere aux rapports militaires, expoſent à une infinité de dangers, dont le moindre eſt toujours de voir échouer ſes projets.

Les montagnes qui ne ſont que des plaines élevées, exigent des comptes auſſi exacts & des obſervations peut-être plus judicieuſes. Dans les premières, tout eſt caractériſé, la nature bien développée indique elle-même les moyens de défenſe; dans celle-ci, les traits beaucoup moins prononcés laiſſent bien plus à l'arbitraire, & la manière d'en profiter varie comme les degrés d'expérience. L'eſſentiel eſt d'expoſer avec clarté tout ce qui eſt contenu dans les différentes maſſes entourrées par des rivières, des ruiſſeaux ou d'autres obſtacles,

Digitized by Google

de décrire les vallons qu'elles forment, les plaines qu'elles renferment, & de bien faire connoître les rapports qui les lient les unes aux autres, & tous les défilés qui leur ſervent d'iſſues. Les avantages de chaque portion de terrein, outre ſa force abſolue, dépendent beaucoup de tout ce qui l'avoiſine, & c'eſt dans le ſyſtême ſuppoſé des mouvemens de l'ennemi, que l'on fait encore mieux tenir toutes ces relations.

Des Eaux.

La largeur des rivières & des ruiſſeaux, leur rapidité, leur profondeur, leur fond vaſeux ou couvert de graviers, les différentes hauteurs de leurs rives, les tems de leurs crûes & les changemens de toutes ces données dans l'étendue de leur cours: voilà les premiers objets de l'article des eaux. On y détaillera avec ſoin les endroits où elles ſont guéables, la quantité de bateaux que l'on peut y trouver, la ſolidité des ponts qui les traverſent, les parties où l'on pourroit en jetter de nouveaux, & le genre de travaux que l'on pourroit faire pour conſerver ces communications. Les villes, les villages, les châteaux, les moulins, les écluſes, les bois, les haies, *&c.* qui appartiennent à une rivière ou à ſes bords, doivent être décrits avec la plus grande exactitude, ou récapitulés avec des renvois aux articles dans leſquels il en eſt fait mention. La nature des lacs & des terreins marécageux, les moyens de les deſſécher, s'ils en ſont ſuſceptibles, la manière d'arrêter des inondations, ou de les occaſionner, l'ordre des écluſes dont on ſe ſert pour naviguer ſur les canaux, tous ces détails méritent, ainſi que beaucoup d'autres, la plus grande attention, & c'eſt à celui qui reconnoît à réunir tous les renſeignemens utiles qui appartiennent à ſon travail.

Une *carte* bien levée & un mémoire qui calcule avec préciſion le fort & le foible de tout ce qui concerne une rivière, mettent à même de juger de ce qu'il faut faire pour en empêcher le paſſage; on ſera le maître cependant de ſuppoſer des entrepriſes ſur leurs points les plus intéreſſans, & de s'exercer à déployer tous les efforts & toutes les ruſes qu'un ennemi peut tenter contre un corps de troupes deſtiné à les défendre. Cette méthode d'analyſer ainſi tous les obſtacles en les menaçant tous également, & en mettant en œuvre tous les moyens capables de les forcer, oblige de planer ſur leur enſemble, & accoutume à voir les objets de la manière la plus militaire.

Des Villes.

On a environné les villes de murs pour ſe ſouſtraire à des tentatives imprévues; on a élevé des remparts pour ſe créer des aſyles contre les entrepriſes ſoutenues d'un ennemi; l'expérience a diſpoſé leurs contours en parties ſaillantes & rentrantes, pour qu'elles ſe défendent mutuellement, & le beſoin de s'oppoſer à de nouvelles armes a développé les reſſources d'un art qui n'a de bornes que celles du génie. Le mérite d'une ſimple enceinte, quand la ville eſt bien ſituée, eſt de ſervir de poſte & de retarder quelque tems les efforts des aſſaillans, pour donner le moyen de lui préparer de nouveaux obſtacles. La deſtination d'une place de guerre eſt toujours la réſiſtance d'un petit nombre d'hommes contre les attaques d'un plus grand nombre & de couvrir par ſa ſituation une étendue déterminée de pays. C'eſt à celui qui fait un mémoire local & militaire à examiner ce que l'on doit attendre de chaque ville en particulier, & ſi elle répond aux vues qui ont dirigé ſon emplacement, & la conſtruction des ouvrages qui la défendent. Une juſte évaluation de la bonté primitive de ſes parties, ainſi que l'expoſition détaillée de leur état actuel, mettent à même de juger de ſon degré de force réelle, & des changemens ou réparations qu'il y auroit à faire pour en augmenter la défenſe. On ſe rappellera dans ces examens, que le vrai but des fortifications eſt de compenſer ce qui manque à la quantité de bras, & l'on ne préſentera point de ces projets qui ſuppoſent des armées entières pour défendre une ville de guerre. Il eſt inutile de ſe renfermer ſi l'on eſt en état de tenir la campagne, & l'art des ſavantes manœuvres, du choix des poſitions, l'emporte de beaucoup ſur l'art de hériſſer la terre de baſtions, & d'enchaîner des armées pour les rendre abſolument paſſives.

Des Villages.

Après avoir traité des villes & donné leur deſcription, ſans la ſurcharger de ces détails qui ſont néceſſairement connus, lorſqu'elles nous appartiennent, on fera voir tout ce que les villages, les haies qui les couvrent, les murs qui entourent leurs jardins, & les grandes fermes qui s'y rencontrent peuvent préſenter d'intéreſſant. Souvent un ſeul cimetière devient, par ſa poſition, par ſon enceinte & par le ſecours de l'art, un ouvrage de fortification où l'on peut ſe défendre avec beaucoup d'avantage. Chaque local particulier a des moyens de défenſe qui lui appartiennent, & qu'il faut avoir l'art d'appercevoir & le ſoin d'indiquer. Des chariots placés à propos, des abatis de bois bien diſpoſés ſervent quelquefois à diſputer long-tems un terrein qui eût été emporté tout de ſuite.

A cet article on ajoutera un détail complet des châteaux forts & des maiſons iſolées, environnées de foſſés & de murs, qui ſont répandus dans la campagne, & l'on mettra à portée de juger de la valeur de tous les poſtes en ce genre que peut offrir un pays.

Des Chemins.

Il ne ſuffit pas de préſenter les difficultés de

toute eſpèce dont chaque lieu peut être ſuſceptible, la connoiſſance exacte des communications & du tems que l'on emploie à les parcourir, eſt indiſpenſable à un général pour combiner les mouvemens des troupes. On donnera donc un état circonſtancié de toutes les chauſſées que l'on aura reconnues, des chemins intermédiaires qui pourroient être intéreſſans par les points eſſentiels où ils conduiſent, & des chemins en corniches ou en tourniquets qui ſe trouvent dans les montagnes. Les ſuites de hauteurs qui bordent une route, ont des relations avec elle qu'il eſt néceſſaire d'expoſer; il faut ſavoir ſi elle eſt commandée par la campagne ou ſi elle la commande elle-même; enfin la largeur, les encaiſſemens, les pas dangereux, les réparations à faire aux ponts pour le tranſport de l'artillerie, ſont autant de détails qu'il ne faut point omettre.

Pour faire marcher une armée d'un lieu à un autre, il n'y a ſouvent qu'un ſeul chemin, & l'on eſt obligé alors de reconnoître & d'ouvrir des paſſages aux différentes colonnes. Cet inconvénient doit être prévu, & d'après les ſuppoſitions de marche qui ſeront dictées par le local lui-même, on indiquera la trace des colonnes ſur leſquelles l'armée pourroit ſe porter.

Lorſqu'il ſera queſtion ſur la frontière ou ſur la côte de pratiquer quelque nouvelle route, on examinera quelle doit être ſa direction pour qu'elle réponde aux vues du commerce ſans préſenter des iſſues trop favorables à l'ennemi, ou les moyens d'intercepter nos communications; on cherchera à la rendre la plus militaire poſſible, en la plaçant du côté où il ſeroit aiſé de lui en ôter la diſpoſition, & où l'on pourroit ſe l'approprier ſoi-même avec le plus d'avantage.

Des Bois & des Haies.

Les forêts, les bois & les haies qui couvrent la campagne ſont des obſtacles trop conſéquents pour ne pas en détailler la nature. Des haies telles que celles de Bretagne & de Normandie ſont ſeules autant de parapets d'un excellent profil, qui peuvent ſervir à diſputer le terrein pied-à-pied, & à ralentir ſinguliérement ou même rendre impoſſible la marche d'un ennemi; elles offrent en beaucoup d'endroits une ſuite de poſtes que l'on peut défendre avec très-peu de monde, car celui qui voudroit les forcer ne pouvant juger de la quantité d'hommes en état de lui réſiſter, ne marche & n'attaque qu'avec incertitude, il redoute à chaque inſtant des ſurpriſes & la crainte de ſe voir couper la retraite l'oblige de ſe retirer; ou donne le tems aux troupes d'arriver & de tomber ſur lui avec avantage. C'eſt ſur-tout ſur les côtes que l'on peut employer avec ſuccès de ſemblables retranchemens. De ſimples pavſans conduits avec intelligence, peuvent arrêter aſſez long-tems l'effort d'un ennemi pour rendre ſon attaque inutile, lui faire manquer ſon entrepriſe, ou tout au moins laiſſer le loiſir de raſſembler contre lui des forces plus puiſſantes.

Il faut faire ſavoir ſi les bois ſont fourrés ou s'ils ſont clairs, quelle eſt l'eſpèce des arbres qui les compoſent, & dans quel ſens on peut les traverſer. Leur poſition, leur étendue & leur différente épaiſſeur décident enſemble la manière d'en faire uſage. Ici ils offrent une barrière impénétrable en couvrant des ruiſſeaux & des vallons; là ils ſervent à appuyer les ailes d'un camp & à en étendre le front; ailleurs leur proximité met à portée d'en employer les arbres à faire des abattis & des palliſſades pour augmenter la force d'un retranchement; par-tout ils fourniſſent à de petites troupes les moyens de ſe poſter avantageuſement pour attaquer à l'improviſte, ou pour ſe défendre avec avantage contre des forces ſupérieures.

Des Côtes.

La deſcription des côtes renferme une infinité d'objets, tous plus eſſentiels les uns que les autres; tantôt elles ſont hériſſées de rochers plats qui rendent leur abord plus ou moins dangereux; tantôt elles ſont bordées de falaiſes qui en interdiſent abſolument l'accès. Quelques-unes de leurs parties, entièrement développées & découvertes, préſentent la plus grande facilité pour la deſcente; d'autres, par leurs formes rentrantes, offrent des anſes & des ports pour mettre les vaiſſeaux à l'abri des grands vents. L'art a profité des caps & des pointes pour y établir des forts ou de ſimples batteries qui flanquent les endroits acceſſibles. Les îles adjacentes ſont devenues des ouvrages avancés qui ſervent de barrières aux tentatives de l'ennemi; tout préſente dans une étendue un peu conſidérable de côtes, une variété d'accidens qui demande l'ordre le plus ſuivi & les notions les plus exactes, d'après ſes propres obſervations & les rapports des marins éclairés. La nature des vents qui ſont néceſſaires pour l'entrée & la ſortie des ports, ainſi que tous les avantages & inconvéniens de chacun d'eux doivent être ſpécifiés. On expoſe tout ce qui caractériſe les endroits acceſſibles & les tems de marée qui ſont plus ou moins favorables à leur approche. On rend compte de l'état actuel de tous les forts qui protègent la côte, des batteries, des corps de garde & de toutes les pièces d'artillerie qui peuvent s'y trouver; on indique quels ſont les lieux où l'on pourroit faire de nouvelles conſtructions d'une poſition plus reſſortiſſante aux parties qui ſont à défendre; on recueille avec ſoin les différens projets qui ont été faits pour améliorer tel ou tel port, relativement à la guerre & au commerce, & pour le mettre à l'abri de toute inſulte, ſoit du côté de la mer, ſoit du côté des terres. On en donne une analyſe, & l'on conclut ſoi-même par l'expoſé de ce que l'on croit le plus propre à remplir ces différentes

différentes vues; on calcule les forces que peuvent fournir dans un moment de surprise les canonniers gardes-côtes, en attendant que les troupes réglées se soient portées, s'il en est besoin, sur les points attaqués. Les effets que produisent les marées sur les rivières qui ont leur embouchure dans la mer, l'ordre & le tems des différens changemens qu'elles leur font éprouver, & l'influence qu'elles ont sur leur passage, exigent que l'on en rende un compte exact. Enfin mille autres détails qu'une rade, un chenal, un mouillage, *&c.*, peuvent présenter à une vue exercée, & qu'une instruction aussi générale que la nôtre ne nous permet pas de parcourir, servent à compléter cet article, & à fonder d'une manière sûre le vrai système de défense, qui appartient à une partie de côtes quelconque.

Des Camps.

Dans un mémoire relatif à une *carte militaire*, il ne sera point question en traitant des camps, de faire mention de tous les emplacemens que peut occuper une armée. On n'aura pour objet que de réunir le plus de lumières possibles sur ces positions essentielles que l'on peut prendre dans un pays, lorsqu'on s'y propose quelque entreprise, ou sur celles qui serviroient à en défendre l'entrée, en couvrant à-la-fois tous les endroits par où l'on tenteroit d'y pénétrer. Ce n'est donc que de ces deux sortes de camps que l'on aura à parler. Dans les premiers, tout doit être relatif aux points qu'il faut attaquer. On s'y établit pour observer les mouvemens de l'ennemi, on lui donne de la jalousie sur toutes les parties environnantes, & l'on profite de ses moindres fautes pour se porter en avant & opérer l'exécution de ses projets. Dans les seconds, tout se rapporte aux points qu'il faut défendre; on cherche, pour en protéger l'ensemble, à n'avoir que des cordes à parcourir, tandis que l'ennemi est obligé de décrire des arcs; on augmente les obstacles du front & des flancs par des batardeaux & des retranchements, & l'on se ménage une retraite assurée sur ses derrières, en cas que l'on fût près d'être tourné. Il est nécessaire dans les uns & dans les autres, de bien développer les moyens d'établir ses subsistances & d'empêcher qu'elles ne soient interceptées. On emploie, autant qu'il est possible, les ruisseaux pour couvrir le front des camps, & les marais ou les bois impraticables pour en appuyer les ailes. La description la plus exacte doit par conséquent expliquer tout ce qui concerne ces différentes barrières, afin de mettre une armée à l'abri de toute surprise. Il faut faire savoir qu'elle est la profondeur d'un camp, quel est son champ de bataille, si les eaux dont on peut disposer sont d'une bonne qualité, & si elles ne sont point de nature à tarir. Aucune obscurité ne doit régner sur les notions que l'on donne, car c'est des bonnes positions & de l'art d'en tirer parti, que dépend le succès des campagnes: toute erreur, à cet égard, est capable d'entraîner les plus grands désordres, & l'on ne sauroit mettre trop d'exactitude dans les reconnoissances que l'on en fait, & dans les comptes que l'on en rend.

Des productions du Pays.

Toutes les ressources qu'un pays peut offrir en grains, en vins, en bestiaux, en bois, en fourrages, *&c.*, doivent être comprises dans un état clair & précis que l'on puisse consulter avec confiance; on y joindra le nombre d'habitans dont les bras peuvent être appliqués aux travaux de force, ainsi que la quantité de voitures & de bêtes de charge dont on seroit à même de disposer, & cet article terminera la partie locale du mémoire.

C'est à l'intelligence à créer le reste de l'ouvrage, elle appellera à son secours toutes les connoissances qui peuvent donner plus d'essor à sa marche; elle n'opposera point un ennemi foible & ignorant à un général éclairé, qui profiteroit à chaque moment de ses fautes; il en est des suppositions sur le papier comme des exercices d'un camp de manœuvres. On ne présente de vrais images de la guerre, qu'autant que les forces opposées combinent tous leurs mouvemens d'après les formes du terrein. L'ennemi n'aura de succès qu'en raison de sa supériorité, & ses avantages serviront à développer l'art qu'une résistance éclairée fait employer à transformer chaque objet en obstacles.

Des Quartiers d'hiver.

Les différens mémoires qui accompagnent une suite de portions de *cartes*, sont les études d'un tableau général, que l'on pourra tracer ensuite, pour former un système complet de défense, sur toute l'étendue d'une côte ou d'une frontière. C'est dans ce tableau qu'entrera naturellement, si l'on s'en occupe, l'examen de tout ce qui peut regarder l'établissement des quartiers d'hiver. On se rappellera, en exposant ses moyens, qu'il doit y avoir des communications assurées entre tous les quartiers d'une armée, qu'ils ne doivent pas couvrir une trop grande étendue de pays, pour que les troupes soient à portée de se secourir réciproquement, & de se rassembler, s'il est possible sur un champ de bataille, avant que l'ennemi pût tenter de les enlever séparément. Il faut déterminer les villes où l'on pourroit établir ses magasins, & les fortifications qu'elles demanderoient pour éviter les surprises, & tenir avec sûreté pendant un certain nombre de jours contre les attaques les plus vives. Enfin on y donnera un état circonstancié des travaux à faire dans chaque quartier, & de tous les forts & autres ouvrages nécessaires à construire sur les rivières, les marais & autres obstacles qui intercepteroient ses communications.

L'utilité qui réſulte des travaux faits en tems de paix eſt certainement réelle ſous le rapport des notions en tout genre que peuvent en recueillir les généraux, mais leur vrai point de vue doit être de former des ſujets qui connoiſſent eux-mêmes tous les détails d'un pays, & qui acquièrent l'habitude de voir tous les terreins d'une manière militaire & avec la plus grande célérité poſſible.

La lenteur à la guerre eſt incompatible avec ce que l'on attend d'un officier chargé de reconnoître. Il ne s'agit pas de plaire par des deſſins finis & des mémoires bien écrits, il eſt queſtion d'éclairer par des croquis rapides, & par des notes auſſi ſimples que judicieuſes. Il eſt donc eſſentiel de s'exercer ſouvent en ce genre de travail pour en contracter l'habitude, ſans négliger cependant la perfection du deſſin qui eſt la baſe des bonnes eſquiſſes, comme celle des ouvrages achevés.

Des Langues.

Les langues étrangères, & ſur-tout l'allemand, devroient faire partie de la maſſe des connoiſſances que l'on ſe propoſe d'acquérir en entrant dans cette carrière. Les yeux ne ſaiſiſſent, pour ainſi dire, que la ſurface, & qu'un ſeul inſtant des objets; mais ces objets peuvent changer d'un moment à l'autre. C'eſt des gens du pays qu'on parvient à connoître ces ſucceſſions. Eh! comment les conſulter & en tirer habilement ce que leur propre intérêt les engage ſouvent à cacher, ſi l'on ne peut le faire que par le ſecours d'un interprète?

Tel eſt le cercle que la théorie & la pratique doivent tracer autour de chaque élève. L'étendue du rayon dépend de ſon application & de ſon aptitude. Nous n'avons conſidéré ſes talens que relativement aux fonctions militaires qui appartiennent à ſon état; mais il ne ſuit point de-là que nous voulions fixer des bornes à l'eſſor dont ils ſont ſuſceptibles en tout autre ſens. Nous nous permettrons même, avant de terminer cet article, de jetter un coup-d'œil ſur les recherches auſſi agréables qu'utiles, auxquelles il pourroit ſe livrer en mettant à profit les momens dont il jouiroit.

Des Travaux acceſſoires.

Rien ne l'empêcheroit, en tems de paix, de joindre, à ſes travaux ordinaires, des mémoires particuliers ſur tout ce que le commerce, la politique, les arts, la nature & les monumens anciens pourroient lui offrir d'intéreſſant dans les pays où il ſeroit employé. La néceſſité de parcourir ſucceſſivement tous les points d'une ſurface, lui fait appercevoir une infinité d'objets qui doivent échapper aux recherches rapides du voyageur & aux yeux rarement éclairés de l'habitant.

Le commerce ſoumettroit à ſes obſervations le projet d'un canal de navigation, le choix de ſon emplacement, la direction d'une chauſſée, l'établiſſement d'une manufacture, l'exploitation d'une mine, l'amélioration de la culture, le deſſéchement des marais, le défrichement des landes, & tous les moyens généralement quelconques qui peuvent concourir à augmenter ſon énergie.

La politique offriroit à ſes jugemens les différens objets d'échanges que les puiſſances voiſines ſeroient dans le cas de ſe propoſer ſur les frontières. Il déterminera leur valeur abſolue & les relations encore plus conſéquentes qui les lient à la guerre & au commerce, & ſes remarques mettroient à même de compenſer avantageuſement par des acceſſoires eſſentiels des pertes apparentes qui ſembleroient n'appartenir qu'à une négligence de vérification.

Les arts lui apprendroient tout ce que peut l'induſtrie appliquée aux beſoins de l'homme, & il s'accoutumeroit à bien analyſer l'organiſation d'une machine utile, & à calculer ſi ſes effets répondent à l'emploi des forces & du tems.

Quelle variété d'aſpects lui préſente la nature, & pour le récréer & pour l'inſtruire! Il parcourt tour-à-tour les différentes eſpèces de métaux, de foſſiles, de pierres, de terres, les propriétés particulières des eaux, les productions rares en tout genre, les inſcriptions reſpectées par les tems; & en conſignant toutes ſes découvertes dans ſon ouvrage, il en forme une collection de matériaux précieux où le naturaliſte & l'hiſtorien peuvent puiſer à l'envi des lumières. Qui mieux que lui rencontrera ces premières empreintes de la nature qu'elle ſe plaît à receler au milieu des rochers & des hautes montagnes que la main des hommes n'a pu défigurer; ſon œil exercé les cherche & les ſaiſit, & il s'empreſſe d'en enrichir la ſomme des monumens que les obſervateurs ont déjà raſſemblés.

Non-ſeulement tous ſes pas ſont utiles, mais ſon jugement ſe perfectionne, & l'habitude de voir les objets ſous tous leurs rapports poſſibles, donne encore plus d'eſſor à ſes diſpoſitions militaires. La guerre, qui eſt un métier pour les uns & un art pour les autres, devient la plus vaſte ſcience quand le génie préſide à ſes opérations. Tous les talens, toutes les connoiſſances humaines ſont les inſtrumens qu'elle emploie pour préparer & pour aſſurer ſes ſuccès. (*Par M. Jouy, Ingénieur-Géog. Milit.*).

CARTES. *Problême ſur les cartes.* (*Arithmét.*) Pierre tient huit *cartes* dans ſes mains qui ſont: un as, un deux, un trois, un quatre, un cinq, un ſix, un ſept & un huit, qu'il a mêlées: Paul parie que les tirant l'une après l'autre, il les devinera à meſure qu'il les tirera.

L'on demande combien Pierre doit parier contre un que Paul ne réuſſira pas dans ſon entrepriſe?

Par l'énoncé de la queſtion, on ſuppoſe que Paul parie de tirer toutes les *cartes* l'une après l'autre, ſans les remettre dans le jeu après les avoir tirées, & ſans manquer une ſeule fois à deviner juſte la *carte* qu'il tirera.

Digitized by Google

Dans ce cas, en ſuivant les règles ordinaires des probabilités, l'eſpérance de Paul au premier coup eſt $\frac{1}{8}$, au ſecond $\frac{1}{7}$; d'où il s'enſuit que ſon eſpérance pour les deux premiers coups eſt $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7}$; & en effet, il eſt aiſé de voir que le premier coup ayant huit cas poſſibles, & le ſecond ſept, la combinaiſon des deux aura 8×7 coups, dont il n'y en a qu'un ſeul qui faſſe gagner Pierre, celui où il devinera juſte deux fois de ſuite. Par la même raiſon, l'eſpérance de Paul pour trois coups ſera $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6}$; pour quatre, $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{5}$; & pour ſept (car il n'y en peut avoir huit, attendu qu'après ſept tirages il ne reſte plus de *cartes* à tirer, & il n'y a plus de jeu), elle ſera $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \ldots \times \frac{1}{1}$; donc l'enjeu de Pierre ſera à celui de Paul comme $8 \times 7 \times \ldots . 2 - 1$ eſt à 1, c'eſt-à-dire, comme $56 \times 720 - 1$ eſt à 1; ou comme 40319 eſt à 1.

Si Paul parioit d'amener ou de deviner juſte à un des ſept coups ſeulement, ſon eſpérance ſeroit $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} + \ldots . \frac{1}{1}$, & par conſéquent l'enjeu de Pierre à celui de Paul, comme $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} \ldots . + \frac{1}{2}$ à $1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{7} \ldots . - \frac{1}{2}$.

Si Paul parioit d'amener juſte dans les deux premiers coups ſeulement, ſon eſpérance ſeroit $\frac{1}{8} + \frac{1}{7}$, & le rapport des enjeux celui de $\frac{1}{8} + \frac{1}{7}$ à $1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{7}$.

S'il parioit d'amener juſte dans deux coups quelconques, ſon eſpérance ſeroit $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \times \frac{1}{6} \ldots + \frac{1}{8} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} \ldots . + \frac{1}{7} \times \frac{1}{5} \ldots . + \frac{1}{6} \times \frac{1}{5}$, *&c.*

Autre Problême.

On demande combien il y a à parier contre un que tirant cinq *cartes* dans un jeu de piquet, compoſé de trente-deux, l'on ne tirera pas une quinte majeure indéterminée, ſans nommer en quelle couleur, ſoit en cœur, ſoit en carreau, en pique ou en treſle?

Pour réſoudre la queſtion propoſée, il faut d'abord chercher en combien de façons trente-deux *cartes* peuvent être priſes cinq à cinq, & on trouvera par les règles connues des combinaiſons, que ce nombre de fois eſt le produit des cinq nombres 28, 29, 30, 31, 32; ce produit étant diviſé par le produit de cinq autres nombres 1, 2, 3, 4, 5, ou par 120: c'eſt-à-dire, que le nombre de fois cherché eſt le produit des nombres 28, 29, 31, 8, ou 201376. Maintenant, comme il y a quatre quintes majeures, il faut ôter ce nombre 4 de 201376, ce qui donnera 201372, & il y aura à parier 4 contre 201372, ou 1 contre 50343 qu'on ne tirera pas une quinte majeure à volonté.

S'il s'agiſſoit d'une quinte quelconque, comme il y a en tout ſeize quintes, ſavoir, quatre de chaque couleur, le pari ſeroit 16 contre 201376 moins 16, ou de 16 contre 201360, ou de 1 contre 12585, (*O*)

* CARTES, ſ. f. (*Jeux*) petits feuillets de carton oblongs, ordinairement blancs d'un côté, peints de l'autre de figures humaines ou autres, & dont on ſe ſert à pluſieurs jeux, qu'on appelle par cette raiſon *jeux de cartes*. *Voyez* LANSQUENET, BRELAND, PHARAON, OMBRE, PIQUET, BASSETTE, *&c.* Entre ces jeux il y en a qui ſont purement de hazard, & d'autres qui ſont de hazard & de combinaiſon. On peut compter le lanſquenet, le breland, le pharaon, au nombre des premiers; l'ombre, le piquet, le médiateur, au nombre des ſeconds. Il y en a où l'égalité eſt très exactement conſervée entre les joueurs, par une juſte compenſation des avantages & des déſavantages; il y en a d'autres où il y a évidemment de l'avantage pour quelques joueurs, & du déſavantage pour d'autres: il n'y en a preſqu'aucun dont l'invention ne montre quelqu'eſprit; & il y en a pluſieurs qu'on ne joue point ſupérieurement, ſans en avoir beaucoup, du moins de l'eſprit du jeu.

Le père Méneſtrier, jéſuite, dans ſa *bibliothèque curieuſe & inſtructive*, nous donne une petite hiſtoire de l'origine du *jeu de cartes*. Après avoir remarqué que les jeux ſont utiles, ſoit pour délaſſer, ſoit même pour inſtruire; *que la création du monde a été pour l'Etre ſuprême une eſpèce de jeu*; que ceux qui montroient chez les romains les premiers élémens, s'appelloient *ludi magiſtri*; que Jeſus-Chriſt même n'a pas dédaigné de parler des jeux des enfans: il diſtribue les jeux en jeux de hazard, comme les dés; (*Voyez* DÉS) en jeux d'eſprit, comme les échecs; (*Voyez* ECHECS) & en jeux d'hazard & d'eſprit, comme les *cartes*. Mais il y a des *jeux de cartes*, ainſi que nous l'avons remarqué, qui ſont de pur hazard.

Selon le même auteur, il ne paroît aucun veſtige de *cartes* à jouer avant l'année 1392, que Charles VI. tomba en phrénéſie. Le *jeu de cartes* a dû être peu commun avant l'invention de la gravure en bois, à cauſe de la dépenſe que la peinture des *cartes* eût occaſionnée. Le P. Meneſtrier ajoute que les allemands, qui eurent les premiers des gravures en bois, gravèrent auſſi les premiers des moules de *cartes*, qu'ils chargèrent de figures extravagantes: d'autres prétendent encore que l'impreſſion des *cartes* eſt un des premiers pas qu'on ait fait vers l'impreſſion en caractères gravés ſur des planches de bois, & citent à ce ſujet les premiers eſſais d'imprimerie faits à Harlem, & ceux qu'on voit dans la bibliothèque Bodleyane. Ils penſent que l'on ſe ſeroit plutôt apperçu de cette ancienne origine de l'imprimerie, ſi l'on eût conſidéré que les grandes lettres de nos manuſcrits de 900 ans paroiſſent avoir été faites par des enlumineurs.

On a voulu par le *jeu de cartes*, dit le P. Méneſtrier, donner une image de la vie paiſible, ainſi que par le jeu des échecs, beaucoup plus ancien, on en a voulu donner une de la guerre. On trouve dans le *jeu de cartes* les quatres états de la vie;

le *cœur* représente les gens d'église ou de chœur, espece de rébus; le *pique*, les gens de guerre; le *trefle*, les laboureurs; & les *carreaux*, les bourgeois dont les maisons sont ordinairement carrelées. Voilà une origine & des allusions bien ridicules. On lit dans le P. Ménestrier que les Espagnols ont représenté les mêmes choses par d'autres noms. Les quatre rois, David, Alexandre, César, Charlemagne, sont des emblèmes des quatre grandes monarchies, Juive, Grecque, Romaine & Allemande. Les quatre dames, Rachel, Judith, Pallas & Argine, anagramme de *regina*, (car il n'y a jamais eu de reine appellée *Argine*) expriment les quatre manieres de régner, par la beauté, par la piété, par la sagesse, & par le droit de la naissance. Enfin les valets représentoient les servans d'armes. Le nom de *valet* qui s'est avili depuis, ne se donnoit alors qu'à des vassaux de grands seigneurs, ou à de jeunes gentilshommes qui n'étoient pas encore chevaliers. Les Italiens ont reçu le *jeu de cartes* les derniers. Ce qui pourroit faire soupçonner que ce jeu a pris naissance en France, ce sont les fleurs-de-lis qu'on a toujours remarquées sur les habits de toutes les figures en *carte*. *Labire*, nom qu'on voit au bas du valet de cœur, pourroit avoir été l'inventeur des *cartes*, & s'être fait compagnon d'Hector & d'Ogier le danois, qui sont les valets de carreau & de pique, comme il semble que le cartier se soit réservé le valet de trefle pour lui donner son nom. *Voyez l'article* JEU, *Belliot. av. & instit., page 168.*

CAS IRRÉDUCTIBLE *du troisieme degré*, ou simplement CAS IRRÉDUCTIBLE, *en Analyse*, c'est celui où une équation du troisieme degré a ses trois racines réelles, inégales & incommensurables. Dans ce *cas*, si on résout l'équation par la méthode ordinaire, la racine quoique réelle, se présente sous une forme qui renferme des quantités imaginaires, & l'on n'a pu jusqu'à présent réduire cette expression à une forme réelle, en chassant les imaginaires qu'elle contient. *Voyez* RÉEL, IMAGINAIRE, *&c.* Entrons sur ce sujet dans quelque détail.

Soit $x^3 + qx + r = 0$ une équation du troisieme degré, dans laquelle le second terme est évanoui. *Voyez* EVANOUISSEMENT, EQUATION & TRANSFORMATION, *&c.* Pour la résoudre, je fais $x = y + z$, & j'ai $x^3 = y^3 + 3yyz + 3zyy + z^3 = y^3 + 3yzx + z^3$; donc $x^3 - 3yzx - y^3 = 0$. Cette équation étant comparée terme à terme avec $x^3 + qx + r = 0$, on aura, 1.° $-3yz = q$ ou $z = -\frac{q}{3y}$; 2.° $y^3 + z^3 = -r$, ou $y^3 + r = \frac{q^3}{27y^3}$, ou $y^6 + ry^3 = \frac{q^3}{27}$.

Cette équation, qu'on ramène au second degré, (en faisant $y^3 = t$,) étant résolue à la maniere ordinaire (*Voyez* EQUATION,) donne $y^3 = -\frac{r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$. Donc, à cause de $z^3 = -r - y^3$, on aura $z^3 = -\frac{r}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$; donc x ou $y + z = \sqrt[3]{-\frac{r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}}$. Telle est la forme de la valeur de x. Cela posé.

1.° Il est évident que si q est positif, r étant positif ou négatif, cette forme est réelle, puisqu'elle ne contient que des quantités réelles. Or dans ce *cas*, comme on le verra à *l'article* EQUATION, deux des racines sont imaginaires. Ainsi, la seule racine réelle se trouve exprimée par une formule qui ne contient que des quantités réelles. Ce *cas* ne tombe donc point dans le *cas irréductible*, & n'a aucune difficulté.

2.° Si q est négatif, & que $\frac{r^2}{4} = \frac{q^3}{27}$, alors l'équation a deux racines égales, & il n'y a encore aucune difficulté.

3.° Si q est négatif & $\frac{r^2}{4} > \frac{q^3}{27}$, il y a deux racines imaginaires, & la racine réelle se trouve représentée par une formule toute réelle; ce qui n'a point de difficulté non plus.

4.° Mais, si q est négatif, & que $\frac{r^2}{4} < \frac{q^3}{27}$, alors $-\frac{r^2 q^3}{27} + \frac{r^3}{4}$ est une quantité négative, & par conséquent $\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$ est imaginaire. Ainsi, l'expression de x renferme alors des imaginaires.

Cependant on démontre en Algèbre, que dans ce *cas* les trois racines sont réelles & inégales. On peut en voir la preuve à la fin de cet article. Comment donc peut-il se faire que la racine x se présente sous une forme qui contienne des imaginaires?

M. Nicole a le premier résolu cette difficulté (*Mem. académ.* 1738.) Il a fait voir que l'expression de x, quoiqu'elle contienne des imaginaires, est en effet réelle. Pour le prouver, soit $\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)} = b\sqrt{-1}$, & $-\frac{r}{2} = a$, on aura $x = \sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{a - b\sqrt{-1}}$. Il s'agit de montrer que cette expression, quoiqu'elle renferme des imaginaires, représente une quantité réelle. Pour cela, soit formée, suivant les règles données à *l'article* BINOME, une série qui exprime la valeur de $\sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}}$, ou $\overline{a + b\sqrt{-1}}^{\frac{1}{3}}$ & celle de $\overline{a - b\sqrt{-1}}^{\frac{1}{3}}$; on trouvera, après avoir ajouté ensemble ces deux séries, que

tous les termes imaginaires ſe détruiront, & qu'il ne reſtera qu'une ſuite infinie de termes compoſés de quantités toutes réelles. Ainſi, la valeur de x eſt en effet réelle. La difficulté eſt de ſommer cette ſérie; c'eſt à quoi on n'a pu parvenir juſqu'à préſent. Cependant M. Nicole l'a ſommée dans quelques *cas* particuliers, qu'il a par conſéquent ſouſtraits, pour ainſi dire, au *cas irréductible*. Voyez *les Mém académ.* 1738, & *ſuiv.*

Lorſque l'une des trois racines réelles & inégales eſt commenſurable, alors l'équation n'eſt plus dans le *cas irréductible*, parce que l'un des diviſeurs du dernier terme donne la racine commenſurable. *Voyez* DIVISEUR & RACINE.

Mais quand la racine eſt incommenſurable, il faut, pour trouver l'expreſſion réelle de la racine, ou ſommer la ſérie ſuſdite, ou dégager de quelqu'autre manière l'expreſſion trouvée de la formule imaginaire qui la défigure pour ainſi dire. C'eſt à quoi on travaille inutilement depuis deux cens ans.

Cette racine du *cas irréductible*, ſi difficile à trouver par l'Algèbre, ſe trouve aiſément par la Géométrie. *Voyez* CONSTRUCTION. Mais quoiqu'on ait la valeur linnéaire, on n'en eſt pas plus avancé pour ſon expreſſion algébrique. *Voyez* INCOMMENSURABLE.

Cet inconvénient du *cas irréductible* vient de la méthode qu'on a employée juſqu'ici pour réſoudre les équations du troiſième degré; méthode imparfaite, mais la ſeule qu'on ait pu trouver juſqu'à préſent. Voici en quoi conſiſte l'imperfection de cette méthode. On ſuppoſe $x = y + z$, y & z étant deux quantités indéterminées; enſuite on a tout-à-la-fois $x^3 - 3yzx - y^3 - z^3 = 0$, & $x^3 + qx + r = 0$. On compare ces équations terme à terme, & cette comparaiſon *terme à terme* enferme une ſuppoſition tacite, qui amène une forme irréductible ſous laquelle x eſt exprimée; à la rigueur on a $qx + r = -3yzx - y^3 - z^3$; voilà la ſeule conſéquence *rigoureuſe* qu'on puiſſe tirer de la comparaiſon des deux équations; mais outre cela, on veut encore ſuppoſer que la première partie de $qx + r$, c'eſt-à-dire qx ſoit égale à $-3yzx$ première partie du ſecond membre. Cette ſuppoſition n'eſt point abſolue ni rigoureuſement néceſſaire, on ne l'a fait que pour parvenir plus aiſément à trouver la valeur de y & de z, qu'on ne pourroit pas trouver ſans cela; d'ailleurs comme y & z ſont l'une & l'autre indéterminées, on peut ſuppoſer $-3yzx = qx$ &. $-y^3 - z^3 = r$. Mais cette ſuppoſition même fait que les deux quantités y & z, au lieu d'être réelles comme elles devroient, ſe trouvent chacune imaginaires. Il eſt vrai qu'en les ajoutant enſemble, leur ſomme eſt réelle; mais l'imaginaire qui s'y trouve toujours, & qu'on ne peut en chaſſer, rend inutile l'expreſſion de x qui s'en tire.

En un mot l'équation $x = y + z$ ne donne à la rigueur que cette équation $qx + r = -3zxy - y^3 - z^3$, on $qy + qz + r = -3yyz - 3yzz - y^3 - z^3$ & toutes les fois que l'on voudra de cette équation en faire deux autres particulières, on fera une ſuppoſition tacite qui pourra entraîner des inconveniens impoſſibles à éviter, comme il arrive ici, où y & z ſe trouvent imaginaires.

Il faudroit voir ſi, par quelque moyen, on ne pourroit pas couper l'équation ſuſdite en deux autres, qui donnaſſent à y & à z une forme réelle & facile à trouver: mais cette opération paroît devoir être fort difficile, ſi elle n'eſt pas impoſſible.

J'ai fait voir dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Pruſſe de* 1746, que l'on pouvoit toujours trouver par la triſection d'un arc de cercle, une quantité $c + e\sqrt{-1}$, égale à la racine cube de $a + b\sqrt{-1}$; & que ſi $c + e\sqrt{-1} = \sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}}$, on a $\sqrt[3]{a - b\sqrt{-1}} = c - e\sqrt{-1}$. *Voy.* IMAGINAIRE. D'où il s'enſuit que dans les *cas* où un arc de cercle peut être diviſé géométriquement, c'eſt-à-dire par la règle & le compas, en trois parties égales, on peut aſſigner la valeur algébrique de c & de e, ce qui pourroit fournir des vues pour réſoudre en quelques occaſions des équations du troiſième degré qui tomberoient dans le *cas irréductible*. Voyez *le Mémoire que j'ai cité.*

Quoi qu'il en ſoit, la racine étant incommenſurable dans le *cas irréductible*, l'expreſſion réelle de cette racine, quand on la trouveroit, n'empêcheroit pas de recourir aux approximations. On a donné à l'*article* APPROXIMATION la méthode générale pour approcher de la racine d'une équation, & nous y avons indiqué les auteurs qui ont donné des méthodes particulières d'approximation pour le *cas irréductible*. Voyez *auſſi* CASCADE.

Puiſque nous en ſommes ſur cette matière des équations du troiſième degré, nous croyons qu'on ne nous ſaura pas mauvais gré de faire ici quelques remarques nouvelles qui y ont rapport, & dont nos lecteurs pourront tirer de l'utilité.

On ſait que toute équation du troiſième degré a trois racines. Il faudroit donc, pour réſoudre d'une manière complète, une équation du troiſième degré, trouver une méthode qui fît trouver à-la-fois les trois racines, comme on trouve à-la-fois les deux racines d'une équation du ſecond degré. Juſqu'à ce qu'on ait trouvé cette méthode, il y a bien de l'apparence que la théorie des équations du troiſième degré reſtera imparfaite: mais la trouvera-t-on, cette méthode? c'eſt ce que nous n'oſons ni nier ni prédire.

Examinons préſentement de plus près la méthode dont on ſe ſert pour trouver les racines d'une équation du troiſième degré. On a d'abord une équation du ſixième degré y^6, &c. telle qu'on l'a vue ci-deſſus, & qui a par conſéquent ſix racines,

Digitized by Google

qu'on peut aiſément prouver être toutes inégales: on a enſuite une équation du troiſième degré $z^3 = -y^3 - r$; & comme y^3 a deux valeurs différentes à cauſe de l'équation $y^6 + ry^3$, &c. $= 0$, & que z eſt élevé au troiſième degré, il s'enſuit que cette équation doit donner auſſi ſix valeurs différentes de z, trois pour chaque valeur de y^3; or chacune des ſix valeurs de z étant combinée avec chacune des ſix valeurs de y, on aura trente-ſix valeurs différentes pour $z + y$; donc x paroit avoir trente-ſix valeurs différentes. Cependant l'équation étant du troiſième degré, x ne doit avoir que trois valeurs: comment accorder tout cela?

Je réponds d'abord que les trente-ſix valeurs prétendues de $y + z$ doivent ſe réduire à dix-huit. En effet, il ne faut pas combiner indifféremment chaque valeur de z avec toutes les valeurs de y, mais ſeulement à toutes les valeurs de y qui correſpondent à la valeur qu'on a ſuppoſée à y^3. Par exemple, on a $y^3 = -\frac{r}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$; d'où l'on tire $z^3 = -\frac{r}{2} \mp \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$; le ſigne + qui précède le ſigne radical dans la valeur de y^3, répond au ſigne — qui précède le ſigne radical dans la valeur de z^3, & le ſigne — au ſigne +; ce qui eſt évident, puiſque $z^3 = -r - y^3$: donc pour chacune des trois valeurs de y, qui répondent au ſigne + placé devant le ſigne radical, il y a trois valeurs de z qui répondent au ſigne — placé devant le ſigne radical: ce qui fait neuf valeurs de $y + z$; & en y ajoutant les neuf autres valeurs pour le cas du ſigne —, placé avant le ſigne radical dans l'expreſſion de y^3, cela fait 18 au lieu de 36 qu'on auroit en combinant indifféremment les ſignes. Mais ce n'eſt pas tout.

Quoique chacune des valeurs de y & de z, employées & combinées comme on vient de le preſcrire, paroiſſe donner une valeur de $y + z$, il faut encore rejetter celles dans leſquelles le produit zy ne ſera pas égal à $-\frac{q}{3}$; car c'eſt une des conditions de la ſolution, comme on l'a vu plus haut, que $-3zy = q$; il eſt vrai que les dix-huit valeurs de y & z ſatisfont à la condition que $-27y^3z^3 = q^3$. Mais cette condition $-27y^3z^3 = q^3$ eſt beaucoup plus étendue que la condition $-3zy = q$, quoique d'abord elle paroiſſe la même. Par exemple, $u = b$ ne donne qu'une valeur de u: mais $u^3 = b^3$ donne trois valeurs de u. Pour le prouver, ſoit $u^3 - b^3 = 0$, & diviſons par $u - b$, il viendra $uu + bu + bb = 0$, ce qui donne $u = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{3bb}{4}\right)}$; ainſi, $u^3 = b^3$ donne $u = b$, $u = b \times \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{-3}}{2}\right)$ & $u = b \times \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{-3}}{2}\right)$. Donc, quoique, dans les dix-huit valeurs de $y + z$, on ait $27y^3z^3 = -q^3$, il ne faut prendre que celles où $3yz = -q$. Cela poſé.

Soient ces quatre équations:

I. $\begin{cases} y^3 = -\frac{r}{2} + \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}. \end{cases}$

II. $\begin{cases} z^3 = -\frac{r}{2} - \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}. \end{cases}$

III. $\begin{cases} y^3 = -\frac{r}{2} - \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}. \end{cases}$

IV. $\begin{cases} z^3 = -\frac{r}{2} + \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}. \end{cases}$

Et ſoit $a + b\sqrt{-1}$ = à la racine cubique de $-\frac{r}{2} + \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$, on aura $a - b\sqrt{-1}$ = à la racine de $-\frac{r}{2} - \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$, ce qui donnera:

Racines de la première équation.

1. $y = a + b\sqrt{-1}$.
2. $y = (a + b\sqrt{-1}).\left(-\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)$.
3. $y = (a + b\sqrt{-1}).\left(-\frac{1-\sqrt{-3}}{2}\right)$.

Racines de la ſeconde.

4. $z = a - b\sqrt{-1}$.
5. $z = (a - \sqrt{-1}).\left(-\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)$.
6. $z = (a - b\sqrt{-1}).\left(-\frac{1-\sqrt{-3}}{2}\right)$.

Racines de la troiſième.

Sont les mêmes que de la ſeconde.

Racines de la quatrième.

Sont les mêmes que de la première.

Donc, 1.° la combinaiſon des racines de la troiſième équation avec celles de la quatrième, donnera le même réſultat que celle des racines des deux premières.

2.° Il ne faudra combiner enſemble que les valeurs de y & de z, & dont le produit ſera $= -\frac{q}{3}$, c'eſt-à-dire $aa + bb$; car $a + b\sqrt{-1}$ étant $= \sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} - \frac{r^2}{4}\right)}}$ & $a - b\sqrt{-1} = \sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} - \frac{r^2}{4}\right)}}$, on aura $aa + bb = \sqrt[3]{-\frac{q^3}{27}} = -\frac{q}{3}$. D'où il s'enſuit,

3.° Qu'il faudra combiner la racine marquée

(1) avec la racine marquée (4), ce qui donnera $y = 2a$.

4.° Qu'il faudra combiner la racine marquée (2) avec la racine marquée (6), ce qui donnera $-a + b\sqrt{3}$.

5.° Qu'il faudra combiner la racine marquée (3) avec la racine marquée (5), ce qui donnera $-a - b\sqrt{3}$.

Voilà les trois racines de l'équation, & il eſt viſible par les règles que nous avons établies, que toutes les autres valeurs de $y + z$ donneroient des expreſſions fauſſes de la racine x, & que toutes les trois racines ſont ici réelles.

On peut trouver aiſément par la même méthode les trois valeurs de x dans tout autre *cas* que le *cas irréductible*. Par exemple, ſi q eſt poſitif, ou ſi q eſt négatif & $<$ ou $= \frac{r^2}{4}$, alors il faudra ſuppoſer $\sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}} = a + b$, $\sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}} = a - b$; & l'on trouvera en ce *cas* une racine réelle & deux imaginaires, ou une racine réelle & deux autres réelles, égales entr'elles. C'eſt ce qu'il eſt inutile d'expliquer, plus en détail : il ne faut pour s'en convaincre, que faire un calcul ſemblable à celui que nous avons fait pour trouver les trois racines dans le *cas irréductible*. (O)

CASCADE, *Méthode des caſcades* (*Algèbre.*) eſt le nom que M. Rolle, géomètre de l'Académie des Sciences, a donné autrefois à une méthode qu'il avoit imaginée pour réſoudre les équations. Il la publia en 1699 dans ſon *traité d'Algèbre*. Par cette méthode on approche toujours de la valeur de l'inconnue, par des équations ſucceſſives qui vont toujours en baiſſant ou en tombant d'un degré, & de-là eſt venu le nom de *caſcades*. *Voyez* EQUATION.

On trouve dans l'*Analyſe démontrée du* P. Reynaud, *liv. VI.* une méthode par laquelle on approche des racines d'une équation, en réſolvant des équations qui vont toujours en baiſſant d'un degré ; & cette méthode paroît avoir beaucoup de rapport à celle de M. Rolle. En voici l'idée. Soit, par exemple, une équation du troiſième degré $x^3 - px^2 + qx + r = 0$ dont les trois racines ſoient réelles & poſitives a, b, c, a étant la plus petite, & c la plus grande ; ſoit multipliée cette équation par les termes d'une progreſſion arithmétique 3, 2, 1, 0 ; elle deviendra l'équation du ſecond degré $3x^2 - 2px + q = 0$, dont les deux racines ſont réelles, & ſont telles que la plus petite eſt entre a & b, & la plus grande entre b & c : ainſi, cherchant les deux racines de cette équation du ſecond degré, on aura les limites entre leſquelles b eſt renfermé ; & on pourra trouver enſuite cette racine b par approximation : la racine b étant trouvée, on connoîtra les autres a, c.

Pour démontrer cette méthode, ſoit $x^3 - px^2 + qx + r = y$, l'équation d'une courbe de *genre parabolique*. *Voyez ce mot*. L'équation $3x^2 - 2px + q = 0$, ſera l'équation des points qui donneront les *maxima* de y. *Voyez* MAXIMUM. Et ces points, comme il eſt aiſé de le voir, ſeront ſitués de manière qu'ils ſeront l'un d'un côté, l'autre de l'autre côté du point qui donnera la racine moyenne de l'équation $x^3 - px^2 + qx + r = 0$, c'eſt-à-dire du ſecond point où la courbe coupera ſon axe. *Voyez* RACINE ; *voyez* auſſi dans les *Mém. acad.* 1741. deux Mémoires de M. l'abbé de Gua ſur le nombre des racines, où il fait uſage des courbes de genre parabolique.

En voilà aſſez pour faire ſentir comment on parvient à trouver au-moins par approximation les racines d'une équation, en changeant cette équation en une autre d'un dégré inférieur. On trouve *dans le livre VI. du* P. Reyneau, tout le détail de cette méthode, qui eſt extrêmement pénible, peu commode, & très-imparfaite dans la pratique, ſur-tout lorſqu'il y a des racines imaginaires. *Voy.* LIMITES. (O)

CASE, ſ. f. (*jeu de Trictrac*), ſe dit de deux dames poſées ſur la même ligne ou flèche où l'on joue. S'il n'y a qu'une dame ſur la flèche, elle fait la demi-caſe.

On appelle *caſe du diable* celle de la ſeconde flèche du grand-jan : on ne lui donne guère ce nom que lorſque c'eſt la ſeule qui ſoit à faire, parce qu'il ne reſte alors dans le petit-jan que cinq dames, & que tous les coups que l'on joue ſans remplir, avancent ces dames, les font même paſſer, & mettent dans le cas, ou de ne point faire ſon plein, ou de ne pas tenir long-tems. *Voyez* TRICTRAC.

CASER, v. n. au *Trictrac*, c'eſt accoupler deux dames, ou les placer ſur la même flèche.

CASSINOIDE (*Aſtron.*), nom que l'on a donné quelquefois à une courbe propoſée par Caſſini pour repréſenter le mouvement du ſoleil. Cette courbe eſt telle, que le produit des deux lignes tirées des foyers à la circonférence eſt conſtant ; au lieu que dans l'ellipſe c'eſt la ſomme qui eſt conſtante. *Voyez* les *Elemens d'Aſtronomie* de M. Caſſini le fils, *pag.* 149.

L'analogie entre ces deux courbes fait que l'on appelle quelquefois la caſſinoide, *ellipſe caſſinienne*, quoiqu'elles ne ſoient pas du même genre.

CASSIOPÉE (*Aſtron.*), conſtellation boréale, compoſée de 54 étoiles principales dans le catalogue de Flamſteed.

Suivant les grecs, une reine d'Ethiopie, femme de Cephée, donna ſon nom à cette conſtellation ; elle y eſt repréſentée comme dans un trône, tenant une palme à la main. On a appellé quelquefois cette conſtellation *cathedra mollis*, *fili-*

Digitized by Google

quaſtrum, ſolium, mulier ſedis, mulier habens palmam delubutam; elle eſt auſſi appellée *cerva*, *canis*: car les arabes ne peignent qu'un chien ou une biche à la place d'une reine, & les ſyriens un ſanglier.

M. Dupuis croit que c'eſt pour cela que le troiſième travail d'Hercule, ou l'entrée du ſoleil dans la balance, eſt marqué par la défaite du ſanglier d'Erimanthe : c'étoit l'emblême du coucher de *caſſiopée* au lever du ſoleil.

Il parut en 1572 une nouvelle étoile dans cette conſtellation, qui ſurpaſſoit d'abord jupiter en éclat & en grandeur ; mais elle diminua peu-à-peu, & diſparut entierement au bout de dix-huit mois. Ce phénomène extraordinaire exerça tous les aſtronomes de ce tems-là, & fut la matière de pluſieurs ouvrages ; les uns prétendirent que c'étoit une comète, d'autres ajoutoient de plus que c'étoit la même que celle qui avoit paru à la naiſſance de Jeſus-Chriſt, & qu'elle annonçoit ſon ſecond avénément. Tycho les réfua, & compoſa ſur cette fameuſe étoile un grand ouvrage *De nova ſtella anni 1572*. *Voyez* ÉTOILES NOUVELLES. (*D. L.*)

CASTOR, *en Aſtronomie*, eſt le nom d'une des deux belles étoiles de la conſtellation des gemeaux. *Voyez* GEMEAUX.

C A T

CATABIBAZON, *en Aſtronomie*, eſt le nœud deſcendant de la lune, celui qu'on appelloit auſſi *anabibazon* & *queue du dragon*. *Voyez* LUNE. (*O*)

CATACAUSTIQUE, ſ. f. (*Opt.*) eſt la cauſtique formée par des rayons réflechis ; on la nomme ainſi pour la diſtinguer de la *diacauſtique*. *Voyez* CAUSTIQUE, DIACAUSTIQUE, RÉFLEXION, CATOPTRIQUE, *&c.* (*O*)

CATACOUSTIQUE, ſ. f. qu'on appelle auſſi *cataphonique*, eſt la ſcience qui a pour objet les ſons réfléchis ; ou cette partie de l'acouſtique qui conſidère les propriétés des échos, ou en général les ſons qui ne viennent pas directement du corps ſonore à l'oreille, mais qui ne la frappent qu'après qu'ils y ont été renvoyés par quelqu'autre corps. Ce mot *catacouſtique* eſt analogue au mot *catoptrique*, qui ſignifie *la ſcience qui a pour objet les rayons de lumière réfléchis, & leurs propriétés* ; ainſi, la *catacouſtique* eſt à l'acouſtique proprement dite, ce que la *catoptrique* eſt à l'optique. *Voyez* ACOUSTIQUE, ECHO & SON.

CATADIOPTRIQUE, adj. (*Optique.*) On donne ce nom à ce qui appartient à-la-fois à la *catoptrique* & à la *dioptrique*, c'eſt-à-dire, à ce qui appartient à la théorie de la lumière réfléchie & de la lumière rompue. *Voyez* CATOPTRIQUE & DIOPTRIQUE. Par exemple, un inſtrument ou lunette qui réfléchit & rompt en même-tems les rayons, eſt appellé *téleſcope catoptrique*. *Voyez* TÉLESCOPE. (*O*)

CATADUPES (*Hydrod.*), nom que les anciens donnoient à ce que nous appellons aujourd'hui *cataractes*. *Voyez* CATARACTE.

CATALOGUE *d'étoiles* (*Aſtron.*) eſt la table des poſitions des différentes étoiles par longitudes & latitudes, aſcenſions droites & déclinaiſons pour une certaine époque : on en trouvera un abrégé *au mot* ETOILE.

Le plus ancien *catalogue* eſt celui qui nous a été conſervé par Ptolemée dans ſon *Almageſte*, & qui renferme 1022 étoiles, dont les poſitions ſont à-peu-près pour l'année 63 de l'ere chrétienne : quoiqu'il les ait appliquées à l'année 137 ; on ne croit pas que Ptolemée en ſût l'auteur. Il eſt plus probable qu'il ne fit que réduire à l'année 137 de J. C. celui d'Hipparque, qui étoit pour l'année 130 avant J. C. en retranchant 2ᵈ 40′ de toutes les longitudes ; *Almag. VIII.* 2. Copernic ſe contenta de même de réduire à ſon tems le *catalogue* de Ptolemée, ſans faire, à ce ſujet, de nouvelles obſervations.

Parmi les arabes, Albategnius & Ulug-Beg ; parmi les européens, Tycho-Brahé & Hévélius firent des *catalogues* plus exacts & plus amples. Mais le plus grand & le plus fameux de tous, eſt le *catalogue britannique* de Flamſteed, qui parut à Londres en 1712, dans ſon *Hiſtoria Cœleſtis*, publiée d'abord en un ſeul volume *in-folio*, & en trois volumes en 1725, & je l'ai fait réimprimer en 1783 dans le huitième volume des éphémérides. C'eſt ſans comparaiſon le *catalogue* le plus parfait & le plus ample qu'on ait fait : on y trouve les longitudes, latitudes, aſcenſions droites, & les déclinaiſons de 2919 étoiles, pour le commencement de 1690, déterminés par des obſervations exactes & aſſidues, que Flamſteed, aſtronome royal à Greenwich, avoit faites depuis 1676 juſqu'à 1705, avec un arc mural placé dans le méridien.

Dans le recueil de *Tables aſtronomiques*, publié ſous la direction de l'Académie de Berlin, en 1776, il y a un *catalogue* de 4535 étoiles, au lieu de 2919 que contient le *catalogue britannique* ; mais on a ajouté les autres d'après les *catalogues* d'Hévélius, de la Caille & de Bradley.

Ce fut la première fois que les aſtronomes purent compter ſur des poſitions d'étoiles, au point de s'en ſervir ſans examen, pour en conclure celles des planètes. Ce *catalogue* a été la baſe de tous les calculs & de toutes les théories des aſtronomes juſqu'au tems où M. le Monnier & l'abbé de la Caille entreprirent de dreſſer de nouveaux *catalogues* pour l'année 1750, comme nous allons le dire.

On ne pourroit guère compter aujourd'hui ſur les poſitions d'étoiles tirées du *catalogue britannique*, ſi ce n'eſt à une ou deux minutes près, parce que bien des étoiles ont des mouvemens propres, qui ſont encore inconnus, en ſorte qu'il y en a pluſieurs qui s'écartent un peu du mouvement

commun

commun & de la loi générale : c'eſt ce qui a déterminé les aſtronomes à en former de nouveaux.

Le premier *catalogue* d'étoiles de la Caille, fut publié en 1757, dans un livre fort rare actuellement, qui a pour titre, *Aſtronomiæ fundamenta* : j'ai inſéré ce *catalogue* dans mon *Aſtronomie* ; il eſt compoſé de 397 étoiles principales, dont il avoit déterminé les poſitions avec une exactitude inconnue juſqu'alors. Il donne dans le même livre les obſervations qui avoient ſervi à dreſſer ce *catalogue* ; ſavoir, les hauteurs correſpondantes de toutes ces étoiles priſes au nombre de dix à douze pour chaque étoile, & les diſtances au zénit, meſurées auſſi à pluſieurs repriſes avec deux inſtrumens de ſix pieds de rayon : ces 397 étoiles lui coûterent plus de tems & de peine, que n'auroient fait 4000, en ſuivant la méthode de Flamſteed ; auſſi M. de la Caille y avoit travaillé pendant dix ans, & tous les aſtronomes ont regardé ces poſitions d'étoiles comme le vrai fondement actuel de l'Aſtronomie, & comme un prodige de travail.

Ce premier *catalogue* a été ſuivi de celui de 1942 étoiles auſtrales ; elles étoient choiſies ſur le nombre d'environ dix mille, que M. de la Caille obſerva au cap de Bonne-Eſpérance & aux Iles de France & de Bourbon, depuis 1751 juſqu'en 1754, en les comparant aux étoiles primitives du *catalogue* précédent. On n'a point encore oſé entreprendre de calculer les 8000 étoiles reſtantes. Ce ſecond *catalogue* eſt imprimé dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1752, *pag.* 539, & dans le *Recueil* des obſervations des dix mille étoiles auſtrales, intitulé : *Cœlum auſtrale*, que M. Maraldi nous a procuré en 1763. Il ſe trouve à Paris chez Deſaint, prix 15 livres ; il y en a peu d'exemplaires.

Le troiſième *catalogue* de M. de la Caille, eſt celui des étoiles zodiacales, au nombre d'environ 600, qu'il obſerva à Paris pendant l'hiver de 1762, avec une lunette méridienne. Ce dernier ouvrage, qui lui coûta la vie, eſt reſté imparfait ; cependant la plus grande partie eſt achevée, & M. Bailly en ayant fini les calculs, il l'a publié à la tête du volume des *Ephémérides*, que M. de la Caille avoit calculées pour les années 1765 – 1774 ; mais les calculs n'ayant été faits qu'une fois, il s'y trouve diverſes imperfections.

Dans le même tems, M. le Monnier s'occupoit auſſi du projet d'établir les fondemens de l'Aſtronomie par un nouveau *catalogue* d'étoiles ; il en a publié les principaux réſultats dans les trois premiers livres de ſes *Obſervations*, imprimées au Louvre, *in-folio*.

M. Mayer, qui faiſoit à Gottingue de ſemblables obſervations, a laiſſé un *catalogue* de 998 étoiles, fort exact, qui eſt imprimé dans ſes *Œuvres poſthumes*, & dans la *Connoiſſance des tems*, de 1778.

Il nous reſte à deſirer un *catalogue* des étoiles boréales plus récent que le *catalogue britannique*, & auſſi détaillé que celui que M. de la Caille a fait pour les étoiles auſtrales. Cet aſtronome infatigable, ſongeoit à l'entreprendre & à s'établir pour quelque tems dans une des villes méridionales de France, où l'on jouit d'un plus beau ciel qu'à Londres & à Paris ; une mort prématurée a privé l'Aſtronomie de cet important ouvrage. M. Dagelet, profeſſeur à l'Ecole Militaire, a eu le courage de l'entreprendre, & il en eſt occupé actuellement. (Août 1783.)

On a publié en Angleterre, en 1771, dans le *nautical Almanac* de 1773, un *catalogue* précieux de 387 étoiles, dont les aſcenſions droites, les déclinaiſons, les longitudes & les latitudes ont été calculées d'après les obſervations du célèbre docteur Bradley, mort en 1762, & réduites à 1760. C'eſt une partie intéreſſante des obſervations faites pendant un grand nombre d'années à l'obſervatoire royal de Greenwich avec d'excellens inſtrumens, mais qui ſont encore entre les mains des héritiers de l'auteur. Ce *catalogue* a été imprimé par Fortin, dans ſon édition de l'*Atlas de Flamſteed* : on en trouve l'errata dans le huitième volume des *Ephémérides*. (*D. L.*)

CATARACTE, ſ. f. (*Hydrod.*) chûte ou précipice dans le canal ou lit d'une rivière, qui a pour cauſe des rochers, ou d'autres obſtacles qui arrêtent le courant, & font tomber l'eau avec beaucoup de bruit & une grande impétuoſité.

M. de Maupertuis, dans la relation de ſon voyage au nord pour la meſure de la terre, parle des *cataractes* du fleuve de Tornéo, & de la manière dont les gens du pays les franchiſſent dans des nacelles fort minces. On peut voir auſſi dans le tome I de l'*Hiſtoire ancienne* de M. Rollin, la deſcription abrégée des *cataractes* du Nil, & de l'intrépidité avec laquelle les peuples du pays s'y expoſent.

Strabon appelle auſſi *cataractes* ce qu'on appelle aujourd'hui *caſcade* ; & ce que nous appellons préſentement *cataracte*, les anciens l'appelloient *catadupes*.

Dans preſque tous les fleuves, dit M. de Buffon, la pente va en diminuant juſqu'à leur embouchure, d'une manière aſſez inſenſible ; mais il y en a dont la pente eſt très-bruſque dans certains endroits, ce qui forme ce qu'on appelle une *cataracte*, qui n'eſt autre choſe qu'une chûte d'eau plus vive que le courant ordinaire du fleuve. Le Rhin, par exemple, a deux *cataractes* ; l'une à Bilefeld, & l'autre auprès de Schafhouſe. Le Nil en a pluſieurs, & entr'autres deux qui ſont très-violentes, & qui tombent de fort haut entre deux montagnes : la rivière Vologda, en Moſcovie, a auſſi deux *cataractes* auprès de Ladoga : le Zaïre, fleuve de Congo, commence par une forte *cataracte* qui tombe du haut d'une montagne. Mais la plus fameuſe *cataracte* eſt celle de la rivière de Niagara,

en Canada; elle tombe de cent cinquante-ſix pieds de hauteur perpendiculaire, comme un torrent prodigieux, & elle a plus d'un quart de lieue de largeur : la brume ou le brouillard que l'eau fait en tombant, ſe voit de cinq lieues, & s'élève juſqu'aux nues; il s'y forme un très-bel arc-en-ciel lorſque le ſoleil donne deſſus. Au-deſſous de cette *cataracte*, il y a des tournoiemens d'eau ſi terribles, qu'on ne peut y naviguer juſqu'à ſix milles de diſtance; & au-deſſus de la *cataracte*, la rivière eſt beaucoup plus étroite qu'elle ne l'eſt dans les terres ſupérieures. *V. Tranſact. philoſ. abr. vol. vj, part. ij, pag. 119.* Voici la deſcription qu'en donne le P. Charlevoix ; « Mon premier ſoin fut » de viſiter la plus belle caſcade qui ſoit peut-être » dans la nature; mais je reconnus d'abord que le » baron de la Hontan s'étoit trompé ſur ſa hau- » teur & ſur ſa figure, de manière à faire juger » qu'il ne l'avoit point vue.

» Il eſt certain que ſi l'on meſure ſa hauteur par » les trois montagnes qu'il faut franchir d'abord, » il n'y a pas beaucoup à rabattre des ſix cens » pieds que lui donne la carte de M. de l'Iſle, » qui ſans doute n'a avancé ce paradoxe que ſur » la foi du baron de la Hontan & du P. Hen- » nepin : mais après que je fus arrivé au ſommet » de la troiſième montagne, j'obſervai que dans » l'eſpace de trois lieues que je fis enſuite juſqu'à » cette chûte d'eau, quoiqu'il faille quelquefois » monter, il faut encore plus deſcendre; & c'eſt » à quoi ces voyageurs paroiſſent n'avoir pas fait » aſſez d'attention. Comme on ne peut approcher » la caſcade que de côté, ni la voir que de pro- » fil, il n'eſt pas aiſé d'en meſurer la hauteur avec » les inſtrumens : on a voulu le faire avec une » longue corde attachée à une longue perche; & » après avoir ſouvent réitéré cette manœuvre, on » n'a trouvé que cent quinze ou cent vingt pieds » de profondeur. Mais il n'eſt pas poſſible de » s'aſſurer ſi la perche n'a pas été arrêtée par » quelque rocher qui avançoit; car quoiqu'on l'eût » toujours retirée mouillée, auſſi-bien qu'un bout » de la corde à quoi elle étoit attachée, cela ne » prouve rien, puiſque l'eau qui ſe précipite de » la montagne rejaillit fort haut en écumant. Pour » moi, après l'avoir conſidérée de tous les endroits » d'où on peut l'examiner à ſon aiſe, j'eſtime » qu'on ne ſauroit lui donner moins de cent qua- » rante ou cent cinquante pieds.

» Quant à la figure, elle eſt en fer à cheval, » & elle a environ quatre cens pas de circonfé- » rence; mais préciſément dans ſon milieu, elle » eſt partagée en deux par une île fort étroite & » d'un demi-quart de lieue de long qui y aboutit. » Il eſt vrai que ces deux parties ne tardent pas » à ſe rejoindre; celle qui étoit de mon côté, & » qu'on ne voyoit que de profil, a pluſieurs pointes » qui avancent : mais celle que je découvrois en » face me parut fort unie. Le baron de la Hon- » tan y ajoute un torrent qui vient de l'oueſt : il » faut que dans la fonte des neiges les eaux ſau- » vages viennent ſe décharger là par quelque ra- » vine, *&c.* » *Pag. 332, &c., tom. iij.*

Il y a, continue M. de Buffon, une *cataracte* à trois lieues d'Albanie, dans la nouvelle Yorck, qui a environ cinquante pieds de hauteur; & de cette chûte d'eau, il s'élève auſſi un brouillard dans lequel on apperçoit un léger arc-en-ciel, qui change de place à meſure qu'on s'en éloigne ou qu'on s'en approche. *Voyez Tranſact. philoſ. abr. vol. vj, pag. 119.*

En général, dans tous les pays où le nombre d'hommes n'eſt pas aſſez conſidérable pour former des ſociétés policées, les terreins ſont plus irréguliers & le lit des fleuves plus étendu, moins égal & rempli de *cataractes*. Il a fallu des ſiècles pour rendre le Rhône & la Loire navigables; c'eſt en contenant les eaux, en les dirigeant & en nettoyant le fond des fleuves, qu'on leur donne un cours aſſuré. Dans toutes les terres où il y a peu d'habitans, la nature eſt brute & quelquefois difforme. *Hiſt. nat.* de MM. de Buffon & Daubenton, *tom. j.*

Il eſt dit dans la Genèſe, à l'occaſion du déluge, que les *cataractes du ciel furent ouvertes*. Il y a apparence que le mot de *cataractes* en cet endroit, ſignifie un *grand réſervoir d'eau*.

M. Newton a donné le nom de *cataracte* à la courbe que décrivent, ſelon lui, les particules d'un fluide qui s'échappe d'un vaſe par un trou horizontal. *Voyez* HYDRODYNAMIQUE. *(O)*

CATHETE, *en Géométrie*, ſe prend généralement pour déſigner une ligne qui tombe perpendiculairement ſur une autre ligne ou ſur une ſurface. *Voyez* PERPENDICULAIRE.

Les deux petits côtés d'un triangle rectangle ſont deux *cathètes*. *Voyez* RECTANGLE.

Ce mot eſt principalement en uſage dans la catoptrique, ou dans la partie de l'optique qui conſidère les propriétés des rayons de lumière réfléchis.

CATOPTRIQUE, ſ. f. ſcience de la viſion réfléchie, ou la partie de l'optique qui enſeigne les loix que ſuit la lumière réfléchie par les miroirs. *Voyez* MIROIR & RÉFLEXION; *voyez auſſi* VISION, LUMIERE & OPTIQUE. Vous trouverez à ces articles les principes & les loix de la *catoptrique*. Ce mot vient du grec κατοπτρον, *ſpeculum*; formé de κατα & οπτομαι, *video*, je vois.

La *catoptrique* traite non-ſeulement de la réflexion des rayons de lumière & des loix que ſuit cette réflexion; elle traite auſſi des phénomènes qui en réſultent par rapport à la viſion, & cette partie eſt extrêmement curieuſe. Cependant les principes n'en ſont pas encore bien développés, ſur-tout par rapport à ce qui concerne le lieu de l'image & ſa grandeur apparente. Sur quoi *voyez l'article* APPARENT.

Les principaux auteurs qui ont traité de la *catoptrique*, ſont parmi les anciens, Euclide avant

Digitized by Google

J. C., Alhazen & Vitellion dans les onze & douzième ſiècles; & parmi les modernes, le P. Tacquet, le P. Fabri, dans ſon livre, intitulé: *Synopſis optica*; Jacques Grégory, dans ſon *Optica promota*, & ſur-tout le célèbre Iſaac Barrow dans ſes *Leçons optiques*. Ce dernier ouvrage eſt ſans contredit le meilleur; l'auteur ſemble y avoir démontré les loix de la *catoptrique* par des principes plus exacts & plus lumineux que les auteurs qui l'ont précédé; cependant il ne traite que des propriétés des miroirs ſphériques, ſoit concaves, ſoit convexes, & il ne dit rien des miroirs plans. Les propriétés de ces derniers miroirs ſont démontrées fort au long dans le premier livre de la *Catoptrique* du P. Tacquet, imprimé dans le recueil de ſes œuvres, *in-folio*. M. Smith, dans ſon *Optique*, a auſſi traité avec beaucoup d'étendue des loix de la *catoptrique*.

Catoptrique ſe prend auſſi adjectivement pour ce qui a rapport à la *catoptrique*, ou ce qui s'exécute par des rayons réfléchis. Ainſi, on dit *cadran catoptrique*, *teleſcope catoptrique*, &c. *Voyez* CADRAN, TÉLESCOPE, *&c.* (*O*)

CAU

CAUDA LUCIDA, (*Aſtron.*) la queue du lion, eſt une étoile de la première ou ſeconde grandeur. Sa longitude, en 1750, étoit de 168ᵈ 9′, ſa latitude de 12ᵈ 17′. *Voyez* LION.

CAUSES *finales* (*Méch.*). Le principe des *cauſes finales* conſiſte à chercher les *cauſes* des effets de la nature par la fin que ſon auteur a dû ſe propoſer en produiſant ces effets. On peut dire plus généralement, que le principe des *cauſes finales* conſiſte à trouver les loix des phénomènes par des principes métaphyſiques.

Ce mot a été fort en uſage dans la philoſophie ancienne, où l'on rendoit raiſon de pluſieurs phénomènes, tant bien que mal, par les principes métaphyſiques, tant bons que mauvais. Par exemple, l'on diſoit: *L'eau monte dans les pompes, parce que la nature a horreur du vuide*; voilà le principe métaphyſique abſurde par lequel on expliquoit ce phénomène. Auſſi le chancelier Bacon, ce génie ſublime, ne paroît pas faire grand cas de l'uſage des *cauſes finales* dans la phyſique. *Cauſarum finalium*, dit-il, *inveſtigatio ſterilis eſt, & tanquam virgo Deo conſecrata, nil parit. De augm. ſcient. lib. iij, cap. 5.* Quand ce grand génie parloit ainſi, il avoit ſans doute en vue le principe des *cauſes finales*, employé même d'une manière plus raiſonnable que ne l'employoient les ſcholaſtiques; car l'horreur du vuide, par exemple, eſt un principe plus que ſtérile, puiſqu'il eſt abſurde. Bacon avoit bien ſenti que nous voyons la nature trop en petit pour pouvoir nous mettre à la place de ſon auteur; que nous ne voyons pas quelques effets qui tiennent à d'autres, & dont nous n'appercevons que la chaîne; que la *fin* du Créateur doit preſque toujours nous échapper, & que c'eſt s'expoſer à bien des erreurs que de vouloir la démêler, & ſur-tout expliquer par-là les phénomènes. Deſcartes a ſuivi la même route que Bacon, & ſa philoſophie a proſcrit les *cauſes finales* avec la ſcholaſtique. Cependant un grand philoſophe moderne, M. Leibnitz, a eſſayé de reſſuſciter les *cauſes finales*, dans un écrit imprimé *Act. erud.* 1682, ſous le titre de *Unicum opticæ, catoptricæ, & dioptricæ principium*. Dans cet ouvrage, M. Leibnitz ſe déclare hautement pour cette manière de philoſopher, & il en donne un eſſai, en déterminant les loix que ſuit la lumière.

La nature, dit-il, agit toujours par les voies les plus ſimples & les plus courtes; c'eſt pour cela qu'un rayon de lumière dans un même milieu va toujours en ligne droite tant qu'il ne rencontre point d'obſtacle: s'il rencontre une ſurface ſolide, il doit ſe réfléchir de manière que les angles d'incidence & de réflexion ſoient égaux, parce que le rayon obligé de ſe réfléchir, va dans ce cas d'un point à un autre par le chemin le plus court qu'il eſt poſſible. Cela ſe trouve démontré par-tout. *Voyez* MIROIR & RÉFRACTION. Enfin ſi le globule lumineux rencontre une ſurface tranſparente, il doit ſe rompre de manière que les ſinus d'incidence & de réfraction ſoient en raiſon directe des viteſſes dans les deux milieux, parce que dans ce cas, il ira d'un point à un autre, dans le tems le plus court qu'il eſt poſſible.

M. de Fermat, avant M. Leibnitz, s'étoit ſervi de ce même principe pour déterminer les loix de la réfraction; & il ne faudroit peut-être que ce que nous venons de dire, pour démontrer combien l'uſage des *cauſes finales* eſt dangereux.

En effet, il eſt vrai que dans la réflexion ſur les miroirs plans & convexes, le chemin du rayon eſt le plus court qu'il eſt poſſible: mais il n'en eſt pas de même dans les miroirs concaves; & il eſt aiſé de démontrer que ſouvent ce chemin, au lieu d'être le plus court, eſt le plus long. J'avoue que le père Tacquet, qui a adopté dans ſa *Catoptrique* ce principe du plus court chemin pour expliquer la reflexion, n'eſt pas embarraſſé de la difficulté des miroirs concaves. Lorſque la nature, dit-il, ne peut pas prendre le chemin le plus court, elle prend le plus long, parce que le chemin le plus long eſt unique déterminé, comme le chemin le plus court. On peut bien appliquer ici ce mot de Ciceron: *Nihil tam abſurdum excogitari poteſt, quod dictum non ſit ab aliquo philoſophorum.*

Voilà donc le principe des *cauſes finales* en défaut ſur la réflexion. C'eſt bien pis ſur la réfraction; car en premier lieu, pourquoi dans le cas de réflexion, la nature ſuit-elle tout à-la-fois le plus court chemin & le plus court tems; au lieu que dans la réfraction, elle ne prend que le

plus court tems, & laiſſe le plus court chemin? On dira qu'il a fallu choiſir, parce que dans le cas de la réfraction, le plus court tems & le plus court chemin ne peuvent s'accorder enſemble. A la bonne heure; mais pourquoi préférer le tems au chemin? En ſecond lieu, ſuivant MM. Fermat & Leibnitz, les ſinus ſont en raiſon directe des vîteſſes, au lieu qu'ils doivent être en raiſon inverſe. *Voyez* RÉFRACTION & AETION. Reconnoiſſons donc l'abus des *cauſes finales* par le phénomène même que leurs partiſans ſe propoſent d'expliquer à l'aide de ce principe.

Mais s'il eſt dangereux de ſe ſervir des *cauſes finales à priori* pour trouver les loix des phénomènes, il peut être utile, & il eſt au moins curieux de faire voir comment le principe des *cauſes finales* s'accorde avec les loix des phénomènes, pourvu qu'on ait commencé par déterminer ces loix d'après des principes de méchanique clairs & inconteſtables. C'eſt ce que M. de Maupertuis s'eſt propoſé de faire à l'égard de la réfraction en particulier, dans un *Mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences*, 1744. Nous en avons parlé *au mot* AETION. Il a fait à la fin & au commencement de ce mémoire, des réflexions très-judicieuſes & très-philoſophiques ſur les *cauſes finales*. Il a depuis étendu ces réflexions, & porté plus loin leur uſage dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1746, & dans ſa *Coſmologie*. Il montre dans ces ouvrages l'abus qu'on a fait du principe des *cauſes finales*, pour donner des preuves de l'exiſtence de Dieu par les effets les moins importans de la nature, au lieu de chercher en grand des preuves de cette vérité ſi inconteſtable. *Voy. l'article* COSMOLOGIE. Ce qui appartient à la ſageſſe du Créateur, dit M. de Fontenelle, ſemble être encore plus au-deſſus de notre foible portée, que ce qui appartient à ſa puiſſance. *Eloge de M. Leibnitz*. Voyez auſſi des réflexions très-ſages de M. Mairan ſur le principe des *cauſes finales*, dans les *Mém. acad.* 1723. (*O*)

CAUSE, ſ. f. (*Méch.*) ſe dit de tout ce qui produit du changement dans l'état d'un corps, c'eſt-à-dire, qui le met en mouvement ou qui l'arrête, ou qui altère ſon mouvement.

C'eſt une loi générale de la nature, que tout corps perſiſte dans ſon état de repos ou de mouvement, juſqu'à ce qu'il ſurvienne quelque *cauſe* qui change cet état.

Nous ne connoiſſons que deux ſortes de *cauſes* capables de produire ou d'altérer le mouvement dans les corps; les unes viennent de l'action mutuelle que les corps exercent les uns ſur les autres, à raiſon de leur impénétrabilité: telles ſont l'impulſion & les actions qui en dérivent, comme la traction. *Voyez ces deux mots.* En effet, lorſqu'un corps en pouſſe un autre, cela vient de ce que l'un & l'autre corps ſont impénétrables: il en eſt de même lorſqu'un corps en tire un autre; car la traction, comme celle d'un cheval attaché à une voiture, n'eſt proprement qu'une impulſion. Le cheval pouſſe la courroie attachée à ſon poitrail; & cette courroie étant attachée au char, le char doit ſuivre.

On peut donc regarder l'impénétrabilité des corps comme une des *cauſes* principales des effets que nous obſervons dans la nature; mais il eſt d'autres effets dont nous ne voyons pas auſſi clairement que l'impénétrabilité ſoit la *cauſe*, parce que nous ne pouvons démontrer par quelle impulſion méchanique ces effets ſont produits, & que toutes les explications qu'on en a données par l'impulſion, ſont contraires aux loix de la méchanique, ou démenties par les phénomènes. Telles ſont la peſanteur des corps, la force qui retient les planètes dans leurs orbites, *&c. Voyez* PESANTEUR, GRAVITATION, ATTRACTION, *&c.*

C'eſt pourquoi, ſi l'on ne veut pas décider abſolument que ces phénomènes aient une autre *cauſe* que l'impulſion, il faut au moins ſe garder de croire & de ſoutenir qu'ils aient l'impulſion pour *cauſe*: il eſt donc néceſſaire de reconnoître une claſſe d'effets, & par conſéquent de *cauſes* dans leſquelles l'impulſion ou n'agit point, ou ne ſe manifeſte pas.

Les *cauſes* de la première eſpèce, ſavoir, celles qui viennent de l'impulſion, ont des loix très-connues; & c'eſt ſur ces loix que ſont fondées celles de la *percuſſion*, celles de la *dynamique*, &c. *Voyez ces mots.*

Il n'en eſt pas de même des *cauſes* de la ſeconde eſpèce. Nous ne les connoiſſons pas; nous ne ſavons donc ce qu'elles ſont que par leurs effets: leur effet ſeul nous eſt connu, & la loi de cet effet ne peut être donnée que par l'expérience, puiſqu'elle ne ſauroit l'être *à priori*, la *cauſe* étant inconnue. Nous voyons l'effet; nous concluons qu'il a une *cauſe*: mais voilà juſqu'où il nous eſt permis d'aller. C'eſt ainſi qu'on a découvert, par l'expérience, la loi que ſuivent les corps peſans dans leur chûte, ſans connoître la *cauſe* de la peſanteur.

C'eſt un principe communément reçu en méchanique, & très-uſité, que *les effets ſont proportionnels à leurs cauſes*. Ce principe cependant n'eſt guère plus utile & plus ſécond que les axiomes. *Voyez* AXIOME. En effet, je voudrois bien ſavoir de quel avantage il peut être.

1.° S'il s'agit des *cauſes* de la ſeconde eſpèce, qui ne ſont connues que par leurs effets, il ne peut jamais ſervir de rien. Car ſi l'on ne connoît pas l'effet, on ne connoîtra rien du tout; & ſi l'on connoît l'effet, on n'a plus beſoin du principe, puiſque deux effets différens étant donnés, on n'a qu'à les comparer immédiatement, ſans s'embarraſſer s'ils ſont proportionnés ou non à leurs *cauſes*.

2.° S'il s'agit des *cauſes* de la première eſpèce, c'eſt-à-dire, des *cauſes* qui viennent de l'impul-

ſion, ces *cauſes* ne peuvent jamais être autre choſe qu'un corps qui eſt en mouvement, & qui en pouſſe un autre. Or, non-ſeulement on a des loix de l'impulſion & de la percuſſion, indépendamment de ce principe, mais il ſeroit même poſſible, ſi l'on s'en ſervoit, de tomber dans l'erreur. Je l'ai fait voir, *article 119* de mon *Traité de dynamique*, & je vais le répéter ici en peu de mots.

Soit un corps M qui choque avec la vîteſſe u un autre corps en repos m, il eſt démontré, *voyez* PERCUSSION, que la vîteſſe commune aux deux corps après le choc ſera $\frac{Mu}{M+m}$. Voilà, ſi l'on veut, l'effet; la cauſe eſt dans la maſſe M, animée de la vîteſſe u. Mais quelle fonction de M & de u prendra-t-on pour exprimer cette *cauſe*? ſera-ce Mu, ou Muu, ou $M2u$, ou Mu^3, &c., & ainſi à l'infini? D'ailleurs, laquelle de ces fonctions qu'on prenne pour exprimer la *cauſe*, la vîteſſe produite dans le corps m variera à meſure que m variera, & ne ſera point par conſéquent proportionnelle à la *cauſe*, puiſque M & u reſtant conſtans, la *cauſe* reſte la même. On dira, peut-être que je ne prends ici qu'une partie de l'effet, ſavoir, la vîteſſe produite dans le corps m, & que l'effet total eſt $\frac{MMu}{M+m}+\frac{M^2mu}{M+m}$, c'eſt-à-dire, la ſomme des deux quantités de mouvement, laquelle eſt égale & proportionnelle à la *cauſe* Mu. A la bonne heure: mais l'effet total dont il s'agit, eſt compoſé de deux quantités de mouvement qu'il faut que je connoiſſe ſéparément; & comment les connoîtrai-je avec ce principe, que l'*effet eſt proportionnel à ſa cauſe*? Il faudroit donc diviſer la *cauſe* en deux parties pour chacun des deux effets partiels: comment ſe tirer de cet embarras?

Il ſeroit à ſouhaiter que les méchaniciens reconnuſſent enfin bien diſtinctement que nous ne connoiſſons rien dans le mouvement que le mouvement même, c'eſt-à-dire, l'eſpace parcouru & le tems employé à le parcourir, & que les *cauſes métaphyſiques* nous ſont inconnues; que ce que nous appellons *cauſes*, même de la première eſpèce, n'eſt tel qu'improprement; ce ſont des effets deſquels il réſulte d'autres effets. Un corps en pouſſe un autre, c'eſt-à-dire, ce corps eſt en mouvement, il en rencontre un autre, il doit néceſſairement arriver du changement à cette occaſion dans l'état des deux corps, à cauſe de leur impénétrabilité; on détermine les loix de ce changement par des principes certains, & l'on regarde en conſéquence le corps choquant comme la *cauſe* du mouvement du corps choqué. Mais cette façon de parler eſt impropre. La *cauſe métaphyſique*, la vraie *cauſe* nous eſt inconnue. *Voyez* IMPULSION.

D'ailleurs quand on dit que les *effets ſont proportionnels à leurs cauſes*, ou l'on n'a point d'idée claire de ce qu'on dit, ou l'on veut dire que ces deux *cauſes*, par exemple, ſont entr'elles comme leurs effets. Or, ſi ce ſont deux *cauſes métaphyſiques* dont on veut parler, comment peut-on avancer une pareille aſſertion? Les effets peuvent ſe comparer, parce qu'on peut trouver qu'un eſpace eſt double ou triple, *&c.*, d'un autre parcouru dans le même-tems; mais peut-on dire qu'une *cauſe méthaphyſique*, c'eſt-à-dire, qui n'eſt pas elle-même un effet matériel, & pour ainſi dire palpable, ſoit double d'une autre *cauſe métaphyſique*? C'eſt comme ſi l'on diſoit qu'une ſenſation eſt double d'une autre; que le blanc eſt double du rouge, *&c.* Je vois deux objets, dont l'un eſt double de l'autre: peut-on dire que mes deux ſenſations ſont proportionnelles à leurs objets?

Un autre inconvénient du principe dont il s'agit, c'eſt le grand nombre de paralogiſmes dans leſquels il peut entraîner, lorſqu'on fait mal démêler les *cauſes* qui ſe compliquent quelquefois pluſieurs enſemble, pour produire un effet qui paroît unique. Rien n'eſt ſi commun que cette mauvaiſe manière de raiſonner. Concluons donc que le principe dont nous parlons eſt inutile, & même dangereux. Il y a beaucoup d'apparence que ſi l'on ne s'étoit jamais aviſé de dire que les effets ſont proportionnels à leurs *cauſes*, on n'eût jamais diſputé ſur les forces vives. *Voyez* FORCE. Car tout le monde convient des effets. Que n'en reſtoit-on là? Mais on a voulu ſubtiliſer, & on a tout brouillé, au lieu d'éclaircir tout. *(O)*

CAUSTIQUE, ſ. f. *dans la Géométrie tranſcendante*, eſt le nom que l'on donne à la courbe que touchent les rayons réfléchis ou réfractés par quelque autre courbe. *Voyez* COURBE. Si une infinité de rayons de lumière infiniment proches tombent ſur toute l'étendue d'une ſurface, & que ces rayons ſoient ſuppoſés réfléchis ou rompus ſuivant les loix de la réflexion & de la réfraction, la ſuite des points de concours des rayons réfléchis ou rompus infiniment proches, formera un polygone d'une infinité de côtés ou une courbe qu'on appelle *cauſtique*; cette courbe eſt touchée par les rayons réfléchis ou rompus, puiſque ces rayons ne ſont que le prolongement des petits côtés de la *cauſtique*.

Chaque courbe a ſes deux *cauſtiques*, ce qui fait diviſer les *cauſtiques* en *catacauſtiques* & *diacauſtiques*; les premières ſont formées par réflexion, & les autres par réfraction.

On attribue ordinairement l'invention des *cauſtiques* à M. Tſchirnhauſen; il les propoſa à l'Académie des ſciences en l'année 1682; elles ont cette propriété remarquable, que lorſque les courbes qui les produiſent ſont géométriques, elles ſont toujours rectifiables.

Ainſi, la *cauſtique* formée des rayons réfléchis par un quart de cercle, eſt égale aux $\frac{3}{2}$ du diamètre. Cette rectification des *cauſtiques* a été antérieure au calcul de l'infini, qui nous a fourni celle de plu-

Digitized by Google

ſieurs autres courbes. *V.* RECTIFICATION. L'Académie nomma un comité pour examiner ces nouvelles courbes; il étoit compoſé de MM. Caſſini, Mariotte & de la Hire, qui révoquèrent en doute la deſcription ou génération que M. Tſchirnhauſen avoit donnée de la *cauſtique* par réflexion du quart de cercle: l'auteur refuſa de leur découvrir ſa méthode, & M. de la Hire perſiſta à ſoutenir qu'on pouvoit en ſoupçonner la génération de fauſſeté. Quoi qu'il en ſoit, M. Tſchirnhauſen la propoſoit avec tant de confiance, qu'il l'envoya aux actes de Leipſick, mais ſans démonſtration. M. de la Hire a fait voir depuis dans ſon *traité des Epicycloïdes*, que M. Tſchirnhauſen s'étoit effectivement trompé dans la deſcription de cette *cauſtique*. On trouve dans l'*Analyſe des infiniment petits de M. le marquis de l'Hopital*, une méthode pour déterminer les *cauſtiques* de réflexion & de réfraction d'une courbe quelconque, avec les propriétés générales de ces ſortes de courbes, que le calcul des infiniment petits rend très-aiſées à découvrir & à entendre.

Le mot *cauſtique* vient du grec καίω, *je brûle*, parce les rayons étant ramaſſés ſur la *cauſtique* en plus grande quantité qu'ailleurs, peuvent y brûler, ſi la *cauſtique* eſt d'une fort petite étendue. Dans les miroirs paraboliques, la *cauſtique* des rayons parallèles à l'axe eſt un point qu'on nomme le *foyer de la parabole*.

Dans les miroirs ſphériques d'une étendue de 20 à 30 degrés, la *cauſtique* des rayons parallèles à l'axe eſt d'une très-petite étendue, ce qui rend les miroirs ſphériques & paraboliques capables de brûler.

Si pluſieurs rayons partent d'un point & tombent ſur une ſurface plane, les rayons réfléchis prolongés ſe réuniront en un point; & pour trouver ce point, il n'y a qu'à mener du point d'où les rayons partent une perpendiculaire à la ſurface plane, prolonger cette perpendiculaire juſqu'à ce que la partie prolongée lui ſoit égale, & le point cherché ſera à l'extrémité de cette partie prolongée. *Voyez* MIROIR.

Cette propoſition peut faire naître ſur les *cauſtiques* une difficulté capable d'arrêter les commençans, & qu'il eſt bon de lever ici. On ſait que dans la Géométrie des infiniment petits, une portion de courbe infiniment petite eſt regardée comme une ligne droite dont la tangente eſt le prolongement. Suppoſons donc un petit côté de courbe prolongé en tangente, & imaginons deux rayons infiniment proches qui tombent ſur ce petit côté; il ſemble, d'après ce que nous venons de dire, que pour trouver le point de concours des rayons réfléchis, il ſuffiſe de mener du point d'où les rayons partent une perpendiculaire à cette tangente, & de prolonger cette perpendiculaire d'une quantité égale. Cependant le calcul & la méthode de M. de l'Hopital font voir que l'extrémité de cette perpendiculaire n'eſt pas un point de la *cauſtique*. Comment donc accorder tout cela? Le voici. En conſidérant la petite portion de courbe comme une ligne droite, il faudroit que les perpendiculaires à la courbe, tirées aux deux extrémités du petit côté, fuſſent exactement parallèles, comme elles le ſeroient ſi la ſurface totale au lieu d'être courbe étoit droite: or cela n'eſt pas; les perpendiculaires concourent à une certaine diſtance, & forment par leur concours ce qu'on appelle le *rayon de la développée*. *Voyez* DÉVELOPPÉE. Ainſi, il faut avoir égard à la poſition de ces perpendiculaires concourantes pour déterminer la poſition des rayons réfléchis, & par conſéquent leur point de concours, qui eſt tout autre que ſi la ſurface étoit droite. En conſidérant une courbe comme un polygone, les perpendiculaires à la courbe ne doivent pas être les perpendiculaires aux côtés de la courbe; ce ſont les lignes qui diviſent en deux également l'angle infiniment obtus que forment les petits côtés; autrement, au point de concours de deux petits côtés, il y auroit deux perpendiculaires, une pour chaque côté. Or cela ne ſe peut, puiſqu'à chaque point d'une courbe il n'y a qu'une perpendiculaire poſſible. Les rayons incidens & réfléchis doivent faire avec la perpendiculaire des angles égaux. D'après cette remarque ſur les perpendiculaires, on peut déterminer les *cauſtiques* en regardant les courbes comme polygones; & on ne trouvera plus aucune abſurdité ni contradiction apparente entre les principes de la Géométrie de l'infini. *Voyez* DIFFÉRENCIEL, INFINI, *&c.* (*O*)

CAZIMI, (*Aſtron.*) ce mot arabe eſt employé par les aſtronomes de ce pays pour marquer le diſque du ſoleil; lorſqu'ils diſent qu'une telle planète *eſt en cazimi*, c'eſt comme s'ils vouloient dire qu'elle ne paroît point éloignée de 16 minutes du centre du ſoleil, le demi-diamètre de cet aſtre étant de 16 minutes.

CEG

CEGINUS, ſ. m. (*Aſtr.*) eſt une étoile de la troiſième grandeur, dans l'épaule gauche du bouvier marquée γ; ſa latitude eſt 49ᵈ 33′ ½, ſa longitude en 1750, 6 ſignes 14° 9′. (*O*)

CÉLÉRITÉ, ſ. f. (*Méchanique*) eſt proprement la viteſſe d'un corps en mouvement, ou cette affection du corps en mouvement, par laquelle il eſt mis en état de parcourir un certain eſpace dans un certain tems. *Voy.* VITESSE, ESPACE; *voyez auſſi* MOUVEMENT.

Ce mot s'emploie preſque toujours dans un ſens figuré. On ſe ſert rarement du mot de *celérité* pour exprimer la viteſſe d'un corps en mouvement: mais on s'en ſert ſouvent dans l'uſage ordinaire; lorſqu'on dit, par exemple, qu'une telle affaire demande expédition & *célérité*, &c. Ce

mot vient du latin *celeritas*, qui ſignifie la même choſe. (*O*)

CÉLIDOGRAPHIE (*Aſtron.*) nom que Bianchini a donné à ſa deſcription des taches de vénus, ce mot vient de Κηλὶς, Κηλίδος, *macula*. *Voyez* ſon ouvrage intitulé, *heſperi & phoſphori nova phenomena*.

CEN

CENTAURE, (*Aſtron.*) conſtellation méridionale, *centaurus*, *ſemivir*, *pelenor*, Chiron; Philly-rides, *pelethronius*, *pholos*, *minotaurus*, *acris venator*; chez les Arabes *albeze*: ils peignent un ours ſur un cheval. Les *centaures* étoient un peuple de nomades ou de pâtres, errants aux environs du mont oſſa, qu'on diſoit avoir inventé l'art de dompter les chevaux; de-là vient la fable qui les faiſoit demi-hommes & demi-chevaux. Les anciens crurent qu'il exiſtoit véritablement une race d'hommes de cette forme, & l'on en montroit un à Rome conſervé dans le miel. (Pline, VIII, 3, Freret, Déf. de la chron., *pag.* 143.) On appella auſſi *centaures* les gardes de Saturne, & en général ceux qui paſſèrent pour inventeurs de l'art d'exercer les chevaux, ou de garder les troupeaux à cauſe des mots Κέντρον, *éperon*, & ταῦρος, *taureau*. De-là vient que l'on attribue à pluſieurs héros de la fable la conſtellation du *centaure*: d'autres ont dit que c'étoit le *centaure* Chiron, repréſenté moitié homme & moitié cheval, parce qu'il avoit ſû rendre l'art de la médecine utile aux hommes & aux chevaux; enfin d'autres prétendent que c'eſt le ſymbole de la volupté qui rend l'homme ſemblable aux animaux; mais nous ignorons totalement la première origine de l'allégorie qui a fait placer un *centaure* dans les conſtellations. On lui mettoit dans les mains une outre pleine de vin, ſymbole des vendanges, qui arrivoient tant que le ſoleil étoit près de cette conſtellation, comme l'obſerve M. Dupuis. (*Aſtron. T. IV. pag.* 484 & 488.) On en a fait le ſeptième travail d'Hercule, où ſon triomphe ſur un taureau furieux, parce que le ſoleil dans le ſigne du verſau faiſoit diſparoître ce monſtre minotaure ou cette conſtellation.

Le *centaure* ne renferme que cinq étoiles dans le catalogue britannique, mais il y en a un grand nombre dans le catalogue de la Caille, une entre autres de la première grandeur, qui avoit en 1750 215° 42′ 29″ d'aſcenſion droite, & 59° 47′ 8″ de déclinaiſon auſtrale, en ſorte qu'elle paſſe à près de 19 degrés au-deſſous de notre horizon. (*D. L.*)

CENTIEME, adj. (*Arith.*), partie d'un tout ſuppoſé diviſé en cent parties égales.

CENTRAL, adj. (*Méchanique*) ſe dit de ce qui a rapport à un centre. *Voyez* CENTRE.

C'eſt ainſi que nous diſons *éclipſe centrale*, *feu central*, *force centrale*, *règle centrale*, &c. *Voyez les articles* FEU, ÉCLIPSE, *&c.*

Forces centrales, ſont des forces ou puiſſances par leſquelles un corps mû tend vers un centre de mouvement, ou s'en éloigne.

C'eſt une loi générale de la nature, que tout corps tend à s'émouvoir en ligne droite; par conſéquent, un corps qui ſe meut ſur une ligne courbe, tend parfaitement à s'échapper par la tangente de cette courbe: ainſi, pour l'empêcher de s'échapper ſuivant cette tangente, il faut néceſſairement une force qui l'en détourne & qui le retienne ſur la courbe. Or, c'eſt cette force qu'on appelle *force centrale*. Par exemple un corps *A* (*Méchan. fig.* 24) qui ſe meut ſur le cercle *B E A*, tend à ſe mouvoir au point *A* ſuivant la tangente *A G*, & il ſe mouvroit effectivement ſuivant cette tangente, s'il n'avoit pas une *force centrale* qui le pouſſe vers le point *C*, & qui lui feroit parcourir la ligne *A M* dans le même tems qu'il parcourroit *A D*; de ſorte qu'il décrit la petite portion de courbe *A E*.

Remarquez qu'il n'eſt pas néceſſaire que la *force centrale* ſoit toujours dirigée vers un même point; elle peut changer de direction à chaque inſtant, il ſuffit que ſa direction ſoit différente de celle de la tangente, pour qu'elle oblige le corps à décrire une courbe. *Voyez* CENTRE DE MOUVEMENT; *voyez auſſi* FORCE.

Les *forces centrales* ſe diviſent en deux eſpèces, eu égard aux différentes manières dont elles ſont dirigées par rapport au centre, ſavoir en *centripetes* & en *centrifuges*. *Voyez ces mots.*

Loix des forces centrales. Le célèbre M. Huygens eſt le premier qui ait découvert ces loix. Mais outre qu'il les a données ſans démonſtration, il ne s'eſt appliqué qu'à déterminer les loix des *forces centrales* dans le cas où le corps décrit un cercle. Pluſieurs auteurs ont démontré depuis les loix données par M. Huygens, & le célèbre M. Neuton a étendu la théorie des *forces centrales* à toutes les courbes poſſibles.

Parmi les auteurs qui ont démontré les propoſitions de M. Huygens, perſonne ne l'a fait plus clairement & d'une manière plus ſimple, que le marquis de l'Hopital dans les *Mémoires de l'Académie de* 1701. *t.* I. Il commence par enſeigner la manière de comparer la *force centrale* avec la peſanteur; & il donne là-deſſus la règle générale ſuivante, qui renferme toute la théorie des *forces centrales*.

Suppoſons qu'un corps d'un poids déterminé ſe meuve uniformément autour d'un centre avec une certaine viteſſe, il faudra trouver de quelle hauteur il devroit être tombé pour acquérir cette viteſſe; après quoi on fera cette proportion: comme le rayon du cercle que le corps décrit eſt au double de cette hauteur, ainſi ſon poids eſt à ſa force centrifuge. Il eſt viſible que par cette proportion on peut toujours trouver le rapport de la *force centrale* d'un corps à ſon poids; & que par conſéquent on pourra facilement comparer les *forces centrales* entr'elles. Mais ſi on veut ſe contenter

Digitized by Google

de comparer les *forces centrales* entr'elles ſans les comparer avec la peſanteur ; on peut ſe ſervir de ce théorème, que les *forces centrales* de deux corps ſont entr'elles comme les produits de leurs maſſes multipliées par les quarrés de leurs viteſſes, diviſés par rayons ou par les diamètres des cercles qu'ils décrivent. On peut démontrer cette propoſition ſans calcul, d'après M. Neuton, de la manière ſuivante. Imaginons les cercles que ces corps décrivent comme des polygones réguliers ſemblables, d'une infinité de côtés ; il eſt certain que les forces avec leſquelles chacun des corps frappe un des angles de ces polygones, ſont comme des produits de leurs maſſes par leurs viteſſes. Or, dans un même tems, ils rencontrent d'autant plus d'angles qu'ils vont plus vîte, & que le cercle eſt d'un rayon plus petit : donc le nombre des coups dans un même tems, eſt comme la viteſſe diviſée par le rayon, donc le produit du nombre des coups par un ſeul coup, c'eſt-à-dire la *force centrale*, ſera comme le produit de la maſſe multipliée par le quarré de la viteſſe, diviſé par le rayon.

Donc, ſi deux corps M, m, décrivent les circonférences C, c, de deux cercles avec des viteſſes V, v, pendant les tems T, t, & que les *forces centrales* de ces corps ſoient F, f, & les rayons des cercles qu'ils décrivent R, r, on aura $F : f :: \frac{M \times VV}{R} : \frac{m \times vv}{r}$; de plus on a $V : v :: \frac{C}{T} : \frac{c}{t} :: \frac{R}{T} : \frac{r}{t}$; donc on aura encore $F : f :: \frac{MR}{TT} : \frac{mr}{tt}$.

2.° Il eſt aiſé de conclure de-là, que ſi deux corps de poids égal décrivent des circonférences de cercles inégaux dans des tems égaux, leurs *forces centrales* ſeront comme les diamètres AB & HL (*Planc. Méchan. fig. 24.*) ; car ſi $m = M$ & $t = T$, on aura $F : f :: R : r$; & par conſéquent ſi les *forces centrales* de deux corps qui décrivent des circonférences de deux cercles inégaux, ſont comme leurs diamètres, ces corps feront leurs révolutions dans des tems égaux.

3.° La *force centrale* d'un corps qui ſe meut dans une circonférence de cercle, eſt comme le quarré de l'arc infiniment petit AE, diviſé par le diamètre AB ; car cet arc infiniment petit décrit dans un inſtant, peut repréſenter la viteſſe, puiſqu'il lui eſt proportionnel. Ainſi puiſqu'un corps décrit dans des tems égaux, par un mouvement uniforme, des arcs égaux AE, la *force centrale* par laquelle le corps eſt pouſſé dans la circonférence du cercle, doit être conſtamment la même.

4.° Si deux corps décrivent par un mouvement uniforme différentes circonférences, leurs *forces centrales* ſeront en raiſon compoſée de la doublée de leur viteſſe, & de la réciproque de leur diamètre ; d'où il s'enſuit que ſi les viteſſes ſont égales, les *forces centrales* ſeront réciproquement comme les diamètres ; & ſi les diamètres AB & HL ſont égaux, c'eſt-à-dire ſi les mobiles ſe meuvent dans la même circonférence, mais avec des viteſſes inégales, les *forces centrales* ſeront en raiſon doublée des viteſſes.

Si les *forces centrales* de deux corps qui ſe meuvent dans des circonférences différentes, ſont égales, les diamètres AB & HL ſeront en raiſon doublée des viteſſes.

5.° Si deux corps qui ſe meuvent dans des circonférences inégales ſont animés par des *forces centrales* égales, le tems employé à parcourir la plus grande circonférence ſera au tems employé à parcourir la plus petite, en raiſon ſoûdoublée du plus grand diamètre AB, au moindre HL : c'eſt pourquoi on aura $T^2 : t^2 :: D : d$; c'eſt-à-dire que les diamètres des cercles dans les circonférences deſquels ces corps ſont emportés par une même *force centrale*, ſont en raiſon doublée des tems.

Il s'enſuit auſſi de-là, que le tems que des corps pouſſés par des *forces centrales* égales emploient à parcourir des circonférences inégales, ſont proportionnels à leurs viteſſes.

Les *forces centrales* ſont en raiſon compoſée de la directe des diamètres & de la réciproque des quarrés des tems employés à parcourir les circonférences entières.

6.° Si les tems dans leſquels les corps parcourent les circonférences entières ou des arcs ſemblables, ſont comme les diamètres des cercles, les *forces centrales* ſeront alors réciproquement comme ces mêmes diamètres.

7.° Si un corps ſe meut uniformément dans la circonférence d'un cercle avec la viteſſe qu'il acquiert en tombant de la hauteur FA, nous avons dit que la *force centrale* ſera à la gravité comme le double de la hauteur FA eſt au rayon CA ; & par conſéquent, ſi on nomme G la gravité du corps, la force centrifuge ſera $\frac{2FA \times G}{CA}$. Par-là on connoîtra quelle doit être la force centrifuge & la viteſſe d'un corps attaché à un fil, pour qu'il ne rompe point ce fil en circulant horizontalement : car, ſuppoſons qu'un poids de trois livres, par exemple, rompe le fil, & que le poids du corps ſoit de deux livres, on aura G égal à deux livres, & $\frac{2FA \times 2}{CA}$ devra être plus petit que trois livres, d'où l'on tire $FA < \frac{1CA}{4}$: ainſi, la viteſſe que le corps doit avoir pour ne point rompre le fil, doit être plus petite que celle qu'il acquerroit en tombant d'une hauteur égale aux $\frac{1}{4}$ du rayon. Si le corps circuloit verticalement, il faudroit que $\frac{2AF \times G}{CA} + G$ fût $<$ trois livres.

8.° Si un corps grave ſe meut uniformément dans la circonférence d'un cercle, & avec la viteſſe qu'il

qu'il peut acquérir en tombant d'une hauteur égale à la moitié du rayon : la *force centrale* ſera alors égale à la gravité ; réciproquement ſi la *force centrale* eſt égale à la gravité, le corps ſe mouvra dans la circonférence du cercle avec la même vîteſſe qu'il auroit acquiſe en tombant d'une hauteur égale à la moitié du rayon.

9.° Si la *force centrale* eſt égale à la gravité, le tems qu'elle emploiera à faire parcourir la circonférence entière, ſera au tems dans lequel un corps grave tomberoit de la moitié du rayon, comme la circonférence eſt au rayon.

10.° Si deux corps ſe meuvent dans des circonférences inégales & avec des vîteſſes inégales, de ſorte que les vîteſſes ſoient entr'elles en raiſon réciproque de la ſoudoublée des diamètres, les *forces centrales* ſeront en raiſon réciproque de la doublée des diſtances au centre des forces.

11.° Si deux corps ſe meuvent dans des circonférences inégales avec des vîteſſes qui ſoient entr'elles réciproquement comme les diamètres, les *forces centrales* ſeront en raiſon inverſe des cubes de leurs diſtances au centre des forces.

12.° Si les vîteſſes de deux corps qui ſe meuvent dans des circonférences inégales, ſont en raiſon inverſe de la ſoudoublée des diamètres, les tems qu'ils emploieront à faire leur révolution entière ou à parcourir des arcs ſemblables, ſeront en raiſon inverſe de la triplée des diſtances du centre des forces : c'eſt pourquoi ſi les *forces centrales* ſont en raiſon inverſe de la doublée des diſtances du centre, les tems que les corps employeront à faire leur révolution entière ou à parcourir des arcs ſemblables, ſeront en raiſon inverſe de la triplée des diſtances.

13.° Ces différentes loix ſont aiſées à déduire de la formule que nous avons donnée dans l'article 1. pour la comparaiſon des *forces centrales* entr'elles. Or, pour comparer les *forces centrales* ſur des courbes, autres que des cercles, il faut prendre au lieu des rayons des cercles, les rayons de la développée de ces courbes, qui changent à chaque point, & qu'on trouve par des méthodes géométriques : d'où l'on voit que quand un corps décrit une courbe, autre qu'un cercle, la valeur de la *force centrale* change à chaque inſtant ; au lieu qu'elle eſt toujours la même quand le corps décrit un cercle. Il faudra de plus diviſer la quantité trouvée par le rapport du ſinus total au coſinus de l'angle que la direction de la *force centrale* fait avec la tangente.

14.° Si un corps tend à ſe mouvoir ſuivant AD (*fig. 25.*) & qu'il ſoit en même tems ſollicité par une force centripete vers un point fixe C, placé dans le même plan, il décrira alors une courbe dont la concavité ſera tournée vers C, & dont les différentes aires compriſes entre deux rayons quelconques AC & CB, ſeront proportionnels aux tems employés à parcourir ces aires, c'eſt-à-dire à parvenir de l'extrémité d'un de ces rayons à l'extrémité de l'autre. Car ſans la *force centrale* qui pouſſe ſuivant BF, le corps parcourroit dans des tems égaux $BD = AB$: mais à cauſe de la *force centrale*, il décrira la diagonale BE du parallélogramme $FBDE$ dans le même tems qu'il a décrit AB. Or le triangle $CBA = CBD$, à cauſe de $BD = AB$; & à cauſe des parallèles DE, FB, on a $CBE = CBD$. Donc $CBE = CAB$. Donc, *&c.*

15.° Quelque différentes que ſoient des *forces centrales* dans des cercles, on pourra toujours les comparer enſemble : car elles ſeront toujours en raiſon compoſée de celle des quantités de matière que contiennent les mobiles, de celles de leur diſtance au centre, & enfin de l'inverſe de la doublée des tems périodiques. Si l'on multiplie donc la quantité de matière de chaque mobile par ſa diſtance du centre, & qu'on diviſe le produit par le quarré du tems périodique, les quotiens qui réſulteront de ces opérations ſeront entr'eux dans la raiſon des *forces centrales* : c'eſt une ſuite de l'article 1.

16.° Si les quantités de matières ſont égales, il faudra diviſer les diſtances par les quarrés des tems périodiques, pour déterminer le rapport des *forces centrales*.

17.° Lorſque la force par laquelle un corps eſt ſollicité vers un point, n'eſt pas par-tout la même, mais qu'elle augmente ou diminue à proportion de la diſtance du centre ; cette nouvelle condition fait décrire alors au mobile différentes courbes plus ou moins compoſées. Si la force décroît en raiſon inverſe des quarrés des diſtances à ce point, le mobile décrira alors une ellipſe, qui eſt une courbe ovale, dans laquelle ſe trouvent deux points qu'on nomme *foyers*, dont l'un eſt alors occupé par le point C, vers lequel ſe dirige la force dont nous parlons ; de façon qu'à chaque révolution le corps s'approche une fois de ce point, & s'en éloigne une fois. Le cercle appartient auſſi à cette eſpèce de courbe, de ſorte que dans ce cas le mobile peut auſſi décrire un cercle. Le mobile peut auſſi, en lui ſuppoſant une plus grande vîteſſe, décrire les deux autres ſections coniques, la parabole & l'hyperbole ; leſquelles ne retournent point ſur elles-mêmes. Si la force croît en même tems que la diſtance, & en raiſon de la diſtance même, le corps décrira encore une ellipſe : mais le point vers lequel ſe dirigera la force ſera alors le centre de l'ellipſe, & le mobile à chaque révolution s'approchera deux fois & s'éloignera deux fois de ce point. Il peut arriver encore en ce cas que le corps ſe meuve dans un cercle. *Voyez* ORBITE, PLANÈTE, TRAJECTOIRE & PROJECTILE. *Voyez auſſi les principes mathém. de*

M. Neuton, *liv. I. & les élémens de méchan. de* Volf.

Les courbes peuvent être conſidérées, ou comme courbes tigoureuſes, ou comme polygones infinis; or l'expreſſion de la *force centrale* eſt différente dans les deux cas : ce paradoxe ſingulier ſera expliqué à l'*article* COURBE.

Régle centrale ; c'eſt une règle ou une méthode qui a été découverte par Thomas Baker, géomètre anglois; au moyen de laquelle on trouve le centre & le rayon du cercle qui peut couper une parabole donnée dans des points, dont les abſciſſes repréſentent les racines réelles du troiſième ou du quatrième degré, qu'on ſe propoſe de conſtruire. *Voyez* CONSTRUCTION.

La *règle centrale* eſt ſur-tout fondée ſur cette propriété de la parabole; que ſi on tire dans cette courbe une perpendiculaire à un diamètre quelconque, le rectangle formé des ſegmens de cette ligne, eſt égal au rectangle fait de la portion correſpondante du diamètre, & du paramètre de l'axe.

La *règle centrale* eſt préférable, ſelon Baker, à la méthode de Deſcartes pour conſtruire les équations, en ce que, dans cette dernière, on a beſoin de préparer l'équation, en lui ôtant le ſecond terme; au lieu que dans celle de Baker on n'a point cet embarras, puiſqu'elle donne le moyen de conſtruire, par l'interſection d'un cercle & d'une parabole, toute équation qui ne paſſe pas le quatrième degré, ſans en faire évanouir ni changer aucun terme. *Voyez tranſactions poiloſophiq. n.° 157.* Mais il eſt très-facile, en ſuivant l'eſprit de la méthode de Deſcartes, de conſtruire par le moyen du cercle & de la parabole, toutes les équations du troiſième & du quatrième degré, ſans en faire évanouir le ſecond terme. *Voyez la ſolution de ce problème dans l'article 386 des ſections coniques de* M. de l'Hôpital. (*O*)

CENTRE, ſ. m. (*Géométrie.*) dans un ſens général marque un point également éloigné des extrémités d'une ligne, d'une figure, d'un corps, ou le milieu d'une ligne, ou un plan par lequel un corps eſt diviſé en deux parties égales.

CENTRE *d'un cercle* : c'eſt le point du milieu du cercle, ſitué de façon que toutes les lignes menées de-là à la circonférence, ſont égales. Euclide démontre que l'angle au *centre* eſt double de celui de la circonférence, c'eſt-à-dire que l'angle qui eſt fait de deux lignes qui ſont tirées des deux extrémités d'un arc de cercle au *centre*, eſt double de l'angle que font deux lignes tirées des extrémités d'un même arc, & qui aboutiſſent à la circonférence. *Voyez* CIRCONFÉRENCE & ANGLE. (*E.*)

CENTRE *d'une ſection conique :* c'eſt le point où concourent tous les diamètres. *Voyez* DIAMÈTRE, *voyez auſſi* SECTIONS CONIQUES. Ce point eſt dans l'ellipſe en-dedans de la figure, & dans l'hyperbole au-dehors. *Voyez* ELLIPSE & HYPERBOLE.

CENTRE *d'une courbe d'un genre plus élevé :* c'eſt le point où deux diamètres concourent. *Voyez* DIAMÈTRE.

Lorſque tous les diamètres concourent en un même point, M. Neuton appelle ce point *centre général. Voyez* COURBE. M. l'abbé de Gua, dans *ſes uſages de l'analyſe de Deſcartes*, a donné une méthode pour trouver les *centres* généraux des courbes, & des remarques importantes ſur la définition des *centres* généraux donnée par M. Neuton.

M. l'abbé de Gua appelle *centre général d'une courbe* un point de ſon plan, tel que toutes les droites qui y paſſent aient de part & d'autre de ce point des portions égales terminées à la courbe; & il obſerve, 1.° que cette définition convient aſſez à l'acception ordinaire du mot *centre*. 2.° Que la définition de M. Neuton eſt compriſe dans la ſienne. 3.° Que ce n'eſt qu'en ſe ſervant de ſa définition, qu'on peut parvenir aux conditions que M. Neuton a aſſignées pour les courbes, qui ont, ſelon ce grand géomètre, un *centre général;* d'où il paroit s'enſuivre que M. Neuton a eu en vue plutôt la définition de M. l'abbé de Gua, que la ſienne propre, lorſqu'il a déterminé ces *centres. Voyez l'ouvrage cité de* M. l'abbé de Gua, *pages 17 & ſuivantes.*

M. Cramer, dans ſon *introduction à l'analyſe des lignes courbes*, donne une méthode très-exacte pour déterminer les *centres* généraux. Dans l'extrait que le *journal des ſavans de* 1740 a donné de l'ouvrage de M. l'abbé de Gua, on trouve à la fin une remarque aſſez importante ſur la méthode de cet habile géomètre pour trouver les *centres* généraux. (*O*)

CENTRE *de gravité*, (*Méchanique*) : point ſitué dans l'intérieur d'un corps, de telle manière que tout plan qui y paſſe, partage le corps en deux ſegmens qui ſe font équilibre, c'eſt-à-dire dont l'un ne peut pas faire mouvoir l'autre.

D'où il s'enſuit que ſi on empêche la deſcente du *centre* de gravité, c'eſt-à-dire ſi on ſuſpend un corps par ſon *centre* de gravité, il reſtera en repos.

La gravité totale d'un corps peut être conçue réunie à ſon *centre* de gravité. Les droites qui paſſent par le *centre* de gravité s'appellent *diamètres de gravité;* ainſi, l'interſection de deux diamètres de gravité détermine le *centre*. *Voyez* DIAMÈTRE.

Tout plan qui paſſe par le *centre* de gravité, ou ce qui eſt la même choſe, dans lequel ce *centre* ſe trouve, s'appelle *plan de gravité;* & ainſi l'interſection commune de deux plans de gravité, eſt un diamètre de gravité.

Dans les corps homogenes qui peuvent ſe diviſer en parties égales & ſemblables, le *centre* de gravité eſt la même choſe que le *centre* de figure ou le point du milieu du corps; c'eſt pourquoi,

Digitized by Google

ſi on coupe une droite en deux parties égales, le point de ſection ſera le *centre* de gravité.

Centre commun de gravité de deux corps, c'eſt un point ſitué dans la ligne droite qui joint les *centres* de gravité de ces deux corps, de manière que s'il étoit ſoutenu, le ſyſtême des deux corps reſteroit en repos, & la gravité de l'un de ces deux corps ne pourroit prévaloir ſur celle de l'autre; ainſi le point de ſuſpenſion dans la balance ordinaire ou dans la romaine, c'eſt-à-dire le point ſur lequel les deux poids ſont équilibre, eſt le *centre* commun de gravité des deux poids.

Loix du centre de gravité: 1.° Si on joint (Pl. Méchaniq. fig. 26.) les centres de gravité de deux corps A & B, *par une droite* A B, *les diſtances* B C & C A *du centre commun de gravité* C *aux centres particuliers de gravité* B & A, *ſeront entr'elles en raiſon réciproque des poids. Voyez* Balance & Levier.

Donc ſi les poids *A* & *B* ſont égaux, le *centre commun de gravité C* ſera dans le milieu de la droite *A B*. De plus puiſque *A* eſt à *B* comme *B C* eſt à *A C*, il s'enſuit que $A \times AC = B \times BC$, ce qui fait voir que les forces des corps en équilibre, doivent être eſtimées par le produit de la maſſe & de la diſtance du *centre* de gravité, ce qu'on appelle ordinairement *moment des corps*. *Voyez* Moment.

De plus, puiſque $A : B :: BC : AC$, on en peut conclure que $A + B : A :: BC + AC : BC$; ce qui fait voir que pour trouver le *centre* commun de gravité *C* de deux corps, il n'y aura qu'à prendre le produit de l'un de ces deux poids par la diſtance *A B* des *centres* particuliers de gravité *A B*, & le diviſer par la ſomme des poids *A* & *B*. Suppoſons; par exemple, $A = 12$, $B = 4$, $AB = 24$, on aura donc $BC = \frac{24 \times 12}{16} = 18$: ſi le poids *A* eſt donné, ainſi que la diſtance *A B* des *centres* particuliers de gravité, & le *centre* commun de gravité *C*, on aura le poids de $B = \frac{A \times AC}{BC}$, c'eſt-à-dire, qu'on le trouvera, en diviſant le moment du poids donné par la diſtance du poids qu'on cherche, au *centre* commun de gravité: ſuppoſons $A = 12$, $BC = 18$, $AC = 6$, & on aura $B = \frac{6 \times 12}{18} = \frac{72}{1} = 4$.

2.° Pour déterminer le *centre commun de gravité de pluſieurs corps donnés* a, b, c, d, (*même figure*) trouvez dans la ligne *A B* le *centre* commun de gravité des deux premiers corps *a* & *b* que je ſuppoſerai en *F*; concevez enſuite un poids $a + b$ appliqué en *F*, & trouvez dans la ligne *F E* le *centre* commun de gravité des deux poids $a + b$, & *c* que je ſuppoſerai en *G*; enfin ſuppoſez un poids $a + b + c$ appliqué en *G*, égal aux deux poids $a + b$ & *c*, & trouvez le *centre* commun de gravité de ce poids $a + b + c$ & de *d*, lequel je ſuppoſerai en *H*, & ce point *H* ſera le *centre* commun de gravité de tout le ſyſtême des corps $a + b + c + d$; & on peut trouver de la même manière le *centre* de gravité d'un plus grand nombre de corps tels qu'on voudra.

3.° *Deux poids* D & E (*fig. 27.*) *étant ſuſpendus par une ligne* C O *qui ne paſſe point par leur centre commun de gravité, trouver lequel des deux corps doit emporter l'autre?*

Il faudra pour cela multiplier chaque poids par ſa diſtance du *centre* de ſuſpenſion, celui du côté duquel ſe trouvera le plus grand produit, ſera le prépondérant, & la différence entre les deux ſera la quantité dont il l'emportera ſur l'autre.

Les momens des poids *D* & *E*, ſuſpendus par une ligne qui ne paſſe point par le *centre* de gravité, étant en raiſon compoſée des poids *D* & *E*, & des diſtances du point de ſuſpenſion, il s'enſuit encore que le moment d'un poids ſuſpendu préciſément au point *C*, n'aura aucun effet par rapport aux autres poids *D* & *E*.

4.° *Soient pluſieurs corps*, a, b, c, d, (*fig. 28*) *ſuſpendus en* C *par une droite* C O *qui ne paſſe point par leur centre de gravité: on propoſe de déterminer de quel côté ſera la prépondérance, & qu'elle en ſera la quantité.*

On multipliera pour cela les poids *c* & *d* par leur diſtance *C E* & *C B* du point de ſuſpenſion, & la ſomme ſera le moment de leur poids ou leur moment vers la droite: on multipliera enſuite les poids *a* & *b* par leurs diſtances *A C* & *C D*; & la ſomme ſera le moment vers la gauche; on ſouſtraira l'un de ces momens de l'autre, & le reſte donnera la prépondérance cherchée.

5.° *Un nombre quelconque de poids* a, b, c, d, *étant ſuſpendus en* C *par une ligne* C O *qui ne paſſe point par leur centre commun de gravité, & la prépondérance étant vers la droite: déterminer un point* F, *où la ſomme de tous les poids étant ſuſpendue, la prépondérance continueroit à être la même que dans la première ſituation.*

Trouvez le moment des poids *c* & *d*, c'eſt-à-dire $c \times CE$ & $d \times CB$; & puiſque le moment des poids ſuſpendus en *F* doit être préciſément le même, le moment trouvé des poids *c* & *d* ſera donc le produit de *C F* par la ſomme des poids; & ainſi ce moment étant diviſé par la ſomme des poids, le quotient donnera la diſtance *C F*, à laquelle la ſomme des poids doit être ſuſpendue, pour que la prépondérance continue à être la même qu'auparavant.

6.° *Trouver le centre de gravité d'un parallélogramme & d'un parallélipipede.*

Tirez les diagonales *A D* & *E G* (*fig. 29*) ainſi que *C B* & *H F*; & puiſque chacune des diagonales *A D* & *C B* diviſent le parallélogramme *A C D B* en deux parties égales & ſemblables, chacune d'elles paſſe donc par le *centre* de gravité;

donc le point d'interſection I eſt le *centre* de gravité du parallélogramme.

De même puiſque les plans $CBFH$ & $ADGE$ diviſent le paralléliipipède en deux parties égales & ſemblables, ils paſſent l'un & l'autre par ſon *centre* de gravité; & ainſi leur interſection IK eſt le diamètre de gravité, & le milieu en eſt le *centre*.

On pourra trouver de la même manière le *centre de gravité* dans les priſmes & les cylindres, en prenant le milieu de la droite qui joint leurs baſes oppoſées.

Dans les polygones réguliers, le centre de gravité eſt le même que celui du cercle circonſcrit ou inſcrit à ces polygones.

7.° *Trouver le centre de gravité d'un cône & d'une pyramide.* Le *centre* de gravité d'un cône eſt dans ſon axe AC (*fig. 30*); ſi l'on fait donc $AC=a$, $CD=r$, p la circonférence dont le rayon eſt r, $AP=x$, $Pp=dx$, le poids de l'élément du cône ſera $\frac{p\,r\,x^2\,dx}{2a^2}$, & ſon moment ſera $\frac{p\,r\,x^3\,dx}{2a^2}$; & par conſéquent l'intégrale des momens ſera $\frac{p\,r\,x^4}{6a^2}$, laquelle, diviſée par l'intégrale des poids $\frac{p\,r\,x^3}{6a^2}$, donne la diſtance du *centre* de gravité de la portion AMN au ſommet A, $=\frac{6a^2\,p\,r\,x^4}{8a^2\,p\,r\,x^3}=\frac{3}{4}x=\frac{3}{4}AP$; d'où il s'enſuit que le *centre* de gravité du cône entier eſt éloigné du ſommet des $\frac{3}{4}$ de AC; & on trouve de la même manière la diſtance du *centre* de gravité de la pyramide au ſommet de cette pyramide $=\frac{3}{4}AC$.

8.° *Déterminer le centre de gravité d'un triangle BAC (fig. 31.)* Tirez la droite AD au point milieu D de BC; & puiſque le triangle DAB eſt égal au triangle BAC, on pourra donc diviſer chacun de ces triangles en un même nombre de petits poids, appliqués de la même manière à l'axe commun AD, de façon que le *centre* de gravité du triangle BAC ſera ſitué dans AD. Pour déterminer ce point précis, ſoit $AD=a$, $BC=b$, $AP=x$, $MN=y$, & on aura $AP : MN :: AD : BC$, $x : y :: a : b$ ce qui donnera $y=\frac{bx}{a}$; d'où il s'enſuit que le moment $y\,x\,dx=\frac{b\,x^2\,dx}{a}$, & $\int y\,x\,dx=\frac{b\,x^3}{3a}$, intégrale qui, étant diviſée par l'aire AMN du triangle, c'eſt-à-dire, par $\frac{b\,x^2}{2a}$ donne la diſtance du *centre* de gravité au ſommet $=\frac{2ab\,x^3}{3b\,x^2}=\frac{2}{3}x$; & ainſi ſubſtituant a pour x, la diſtance du *centre* total de gravité au ſommet ſera $=\frac{2}{3}a$.

9.° *Trouver le centre de gravité de la portion de parabole SAH, (fig. 34.)* ſa diſtance du ſommet A ſe trouve être $=\frac{1}{4}AE$ par les méthodes précédentes.

10.° *Le centre de gravité d'un arc de cercle*, eſt éloigné du *centre* de cet arc, d'une droite qui eſt troiſième proportionnelle à cet arc, à ſa corde, & au rayon. La diſtance du *centre* de gravité d'un ſecteur de cercle au *centre* de ce cercle, eſt à la diſtance du centre de gravité de l'arc au même *centre*, comme 2 eſt à 3.

Les *centres* de gravité des ſegmens des conoïdes, des paraboloïdes, des ſphéroïdes, des cones tronqués, *&c.*, demandent des calculs un peu plus compliqués, mais ſe trouvent d'ailleurs de la même manière. *Voyez le cours de* M. Volf.

11.° *Déterminer méchaniquement le centre de gravité d'un corps.* Placez le corps donné HI (*fig. 33*) ſur une corde tendue ou ſur le bord d'un priſme triangulaire FG, & avancez-le plus ou moins, juſqu'à ce que les parties des deux côtés ſoient en équilibre; le plan vertical paſſant par KL, paſſera par le *centre* de gravité: changez la ſituation du corps & avancez-le encore plus ou moins ſur la corde ou ſur le bord du priſme, juſqu'à ce qu'il reſte en équilibre ſur quelques lignes MN; & l'interſection des deux lignes MN & KL déterminera ſur la baſe du corps le point O correſpondant au *centre* de gravité.

On peut faire la même choſe en plaçant le corps ſur une table horizontale, & le faiſant déborder hors de la table le plus qu'il ſera poſſible ſans qu'il tombe, & cela dans deux poſitions différentes en longueur & en largeur: la commune interſection des lignes, qui dans les deux ſituations correſpondront au bord de la table, déterminera le *centre* de gravité; on peut auſſi en venir à bout, en plaçant le corps ſur la pointe d'un ſtyle, juſqu'à ce qu'il reſte en équilibre. On a trouvé dans le corps humain que le *centre* de gravité eſt ſitué entre les feſſes & le pubis, de façon que la gravité du corps eſt ramaſſée en entier dans l'endroit où la nature a placé les parties de la génération; d'où M. Wolf prend occaſion d'admirer la ſageſſe du Créateur, qui a placé le membre viril dans l'endroit qui eſt le plus propre de tous à la copulation; réflexion auſſi fauſſe qu'indécente, puiſque cette loi n'a point lieu dans la plupart des animaux.

12.° Toute figure ſuperficielle ou ſolide, produite par le mouvement d'une ligne ou d'une ſurface, eſt égale au produit de la quantité qui l'engendre, par la ligne que décrit ſon *centre* de gravité. *Voyez l'article* CENTROBARIQUE.

Ce théorème eſt regardé comme une des plus belles découvertes qu'on ait faites dans les derniers tems, & il eſt le fondement de la *méthode centrobarique*; Pappus en eut, à la vérité la première idée: mais c'eſt le P. Guldin, Jéſuite, qui l'a portée à ſa perfection. Leibnitz a prouvé que cette propoſition a encore lieu, ſi l'axe ou le *centre* changeoient continuellement durant le mouvement. On en tire trop de corollaires, pour qu'il ſoit poſſible

Digitized by Google

de les rapporter tous ici en détail. *Voyez dans les mémoires de l'Académie de 1714, un écrit de* M. Varignon *ſur ce ſujet.* (CHAMBERS.)

* (*Mouvement du centre de gravité.*) Lorſque pluſieurs corps ſe meuvent ſemblablement en ligne droite, ſoit dans un même plan, ſoit dans des plans différens : leur *centre* de gravité commun ſe meut auſſi de la même manière, ou demeure en repos.

Je vais démontrer cette propoſition d'une manière générale, & ſans décompoſer, comme on fait ordinairement, les mouvemens en d'autres qui ſoient parallèles à des lignes données de poſition. Commençons par quelques définitions.

I. On dit qne deux corps M & N (*fig. 34.*) décrivent ſemblablement les droites MQ, NS, lorſque ces lignes & leurs parties correſpondanres ſont parcourues en tems proportionnels; c'eſt-à-dire, ſi l'on a $MQ : NS :: MP : NR :: PQ : RS$, & que les tems employés à parcourir les lignes entières MQ, NS ſoient entr'eux comme les tems employés à parcourir les parties correſpondantes MP & NR, ou PQ & RS, des deux mêmes lignes.

Par où l'on voit que ſi les tems employés à parcourir les lignes entières MQ & NS ſont égaux, les tems employés à parcourir leurs parties correſpondantes MP & NR, PQ & RS, ſeront auſſi égaux.

Il eſt clair que tous les mouvemens uniformes ſont ſemblables; car en déſignant le tems employé à parcourir une ligne par la lettre initiale T miſe au-devant de cette ligne, on a dans ces mouvemens, $MQ : MP :: T.MQ : T.MP$; & $NS : NR :: T.NS : T.NR$. Donc, ſi on a $MQ : MP :: NS : NR$, on aura $T.MQ : T.MP :: T.NS : T.NR$. D'où il ſuit que les droites entières MQ, NS, & leurs parties homologues MP, NR, ſeront parcourues de la même manière. Mais dans ce qui ſuit, nous envisageons les mouvemens ſemblables ſous un point de vue plus général : ces mouvemens peuvent être uniformes ou variés ſuivant une loi quelconque, pourvu qu'ils ſoient aſtreints à la condition énoncée ci-deſſus, laquelle eſt le caractère de leur ſimilitude. Enſuite on fixera dans chaque cas particulier la ſignification des mots *ſemblablement* ou *mouvemens ſemblables*, par rapport à l'eſpèce particulière de mouvemens qu'on aura en vue.

J'avertis qu'en parlant des eſpaces parcourus par des corps, je ſuppoſerai, pour abréger le diſcours, ou que chaque corps eſt aſſez petit pour pouvoir être cenſé concentré en un ſeul & même point, qu'il eſt par conſéquent permis de prendre pour ſon *centre* de gravité; ou que ces eſpaces ſont réellement ceux que parcourent les *centres* de gravité des corps, quelle que ſoit la grandeur de ces corps.

II. LEMME. *Si dans un quadrilatère quelconque* $ABCD$ (Fig. 35 & 36), *dont les quatre côtés peuvent être ſitués ou non ſitués dans un même plan, on diviſe les côtés oppoſés, ou les deux diagonales & deux côtés oppoſés, de manière que l'on ait les deux proportions quelconques,*

$$AF : FB :: DH : HC,$$
$$AE : ED :: BG : GC;$$

qu'enſuite on tire les droites FH, EG : *ces lignes ſe couperont en un point* O, *& on aura ces deux ſuites de proportionnelles,*

$$EO : OG :: AF : FB :: DH : HC,$$
$$FO : OH :: AE : ED :: BG : GC.$$

1.° Menez & prolongez indéfiniment les droites BD, FE, GH. Les deux droites BD, FE ſont ſituées dans le même plan ABD, & par conſéquent elles ſe rencontreront en un point; de même les deux droites BD, GH ſe rencontreront, comme étant ſituées dans le même plan CBD.

Par le point D, menez parallèlement à AB, la droite DI, qui rencontre FE au point I; & parallèlement à BC, la droite DL, qui rencontre GH au point L. Les triangles ſemblables AEF, DEI donnent $AE : ED :: AF : DI = \frac{AF \times ED}{AE}$. De même, à cauſe des triangles ſemblables CHG, DHL, on a $DL = \frac{CG \times DH}{CH}$. Donc $DI : DL :: \frac{AF \times ED}{AE} : \frac{CG \times DH}{CH} :: \frac{AF \times CH}{DH} : \frac{CG \times AE}{ED} :: FB : BG$, parce qu'en vertu de l'hypothèſe, $FB = \frac{AF \times CH}{DH}$, & $BG = \frac{CG \times AE}{ED}$. D'où il ſuit, par les principes de la Géométrie, que les trois lignes BD, FI, GL iront concourir en un même point K; & cela, quand même les droites AD, BC ne ſeroient pas dans un même plan. Donc les quatre lignes FK, GK, EG, FH ſont dans un même plan; & par conſéquent les deux lignes EG, FH ſe coupent en quelque point O.

2.° Ayant tiré la droite indéfinie FGM, menez CM parallèle à AB; & du point H, tirez aux points I, M, les droites HI, HM qui ſont dans un même plan, lequel contient la droite CD, & les parallèles CM, DI. Les triangles ſemblables CGM, BGF, l'hypothèſe & les triangles ſemblables DEI, AEF, donnent cette ſuite de rapports égaux, $CM : BF :: CG : GB :: DE : AE :: DI : AF$. Ainſi, $CM : BF :: DI : AF$, ou *alternando* $CM : DI :: BF : AF :: CH : HD$. Donc les deux triangles CHM, DHI ſont ſemblables, puiſque les angles C & D ſont égaux comme formés par des côtés parallèles chacun à chacun, & que ces angles ſont compris entre côtés proportionnels. Donc les trois points

M, H, I, ſont placés ſur une ſeule & même ligne droite.

Les triangles ſemblables CGM, BGF, l'hypothèſe & les triangles ſemblables DEI, AEF donnent cette ſuite de rapports égaux, $GM : GF :: CG : GB :: DE : AE :: EI : EF$. D'où il réſulte, par la Géométrie, que les droites IM, EG ſont parallèles.

Maintenant, les parallèles EG, IM, les triangles ſemblables DHI, CHM, & l'hypothèſe donnent $EO : OG :: IH : HM :: DH : HC :: AF : FB$. Ainſi, on aura $EO : OG :: AF : FB :: DH : HC$.

3.° On aura par des conſidérations ſemblables, $FO : OH :: FE : EI :: AE : ED :: BG : GC$.

III THÉORÈME. *Si deux corps* A & B, (Fig. 37 & 38) *décrivent ſemblablement & en même tems les droites* A D, B C, *ſituées ou non ſituées dans un même plan, & que le centre de gravité de leur ſyſtème ſe meuve; ce centre aura un mouvement ſemblable à ceux des corps* A & B.

Ayant mené les droites AB, CD, diviſez ces lignes aux points F, H, de manière que l'on ait $B : A :: AF : FB :: DH : HC$: le point F ſera le centre de gravité du ſyſtème des deux corps au moment qu'ils commencent à parcourir les deux droites AD; BC; & le point H ſera le centre de gravité du ſyſtème, au moment où ils acheveront de parcourir les mêmes lignes. Ainſi, il faut démontrer que ſi l'on tire la droite FH, le centre de gravité du ſyſtème ſera continuellement ſur cette ligne, & qu'il la décrira avec un mouvement ſemblable à ceux des corps A & B.

Diviſez les droites AD, BC, aux points indéterminés E & G, de manière qu'on ait $AE : ED :: BG : GC$; & menez la droite EG. Les deux corps ayant des mouvemens ſemblables, arriveront en même tems aux deux points E & G. Or, à cauſe des deux proportions $AF : FB :: DH : HC$, & $AE : ED :: BG : GC$, les droites FH, EG ſe coupent au point O, & on a les deux ſuites de proportionnelles, $EO : OG :: AF : FB :: DH : HC :: B : A$; $FO : OH :: AF : ED :: BG : GC$. D'où il ſuit que le centre de gravité du ſyſtème arrive en O, lorſque les corps arrivent en E & G; & que ce *centre* ſe meut d'un mouvement ſemblable à ceux des mêmes corps.

IV. COROLLAIRE I. En regardant les deux corps A & B comme réunis au *centre* de gravité de leur ſyſtème, & ne formant qu'un ſeul & même corps qui décrit la droite FH; ſi l'on combine ce corps avec un autre qui ſe meuve de la même manière, on verra, par la démonſtration précédente, que le centre de gravité du nouveau ſyſtème ſe mouvra d'un mouvement ſemblable à ceux des corps dont le ſyſtème eſt compoſé. La même choſe ſe démontrera, en allant de proche en proche, pour un ſyſtème compoſé de quatre corps, de cinq corps, & en général d'un nombre quelconque de corps.

Ainſi, on peut dire en général que ſi dans un ſyſtème compoſé d'un nombre quelconque de corps, tous les corps ſe meuvent ſemblablement & en même tems, le centre de gravité de tout le ſyſtème ſe mouvra de la même manière.

V. COROLLAIRE II. Si les droites AD, BC décrites par les deux corps A & B, ſont dans un même plan, la droite FH décrite par le *centre* de gravité de leur ſyſtème, ſera auſſi dans ce même plan; & ſi l'on a un troiſième corps qui ſe meuve comme les deux premiers & dans le même plan qu'eux, le centre de gravité du ſyſtème des trois corps ſe mouvra auſſi ſemblablement, & dans le même plan. Ainſi de ſuite, pour un ſyſtème compoſé d'un nombre quelconque de corps qui ſe mouvroient tous ſemblablement, en même tems, & dans un même plan.

VI. COROLLAIRE III. Suppoſons que les droites AD, BC, (*fig. 39 & 40*) décrites par les deux corps propoſés A & B, ſoient parallèles, & par conſéquent dans un même plan. Les droites BA, CD, qui ſont ſituées dans ce plan, étant prolongées s'il eſt néceſſaire, ſe rencontreront en un point S; & puiſqu'on a $B : A :: AF : FB :: DH : HC$, on aura *componendo* $AF : AF + FB$, ou $AB :: DH : DH + HC$, ou DC; & *alternando*, $AF : DH :: AB : DC$. Or, à cauſe des parallèles AD, BC, on a $AB : DC :: SA : SD :: SB : SC$. Donc $AF : DH :: SA : SD :: SB : SC$; & par conſéquent les droites AD, BC, FH ſont parallèles.

Il en ſera de même en général pour un nombre quelconque de corps. Si tous ces corps décrivent ſemblablement & en même tems des droites parallèles, qui peuvent d'ailleurs être ou n'être pas toutes dans un même plan, le centre de gravité de leur ſyſtème décrira ſemblablement & en même tems une droite parallèle aux chemins parcourus par tous les corps.

VII. COROLLAIRE IV. Soient deux corps A & B (*fig. 41 & 42*) qui décrivent ſemblablement & en même tems les côtés homologues & parallèles chacun à chacun, de deux polygones ſemblables $ADEP$, $BCGM$. Il eſt clair, par ce qui précède, que le centre de gravité F de leur ſyſtème décrira ſemblablement & en même tems les côtés FH, HN, NO, d'un polygone, leſquels ſeront parallèles reſpectivement aux droites AD & BC, DE & CG, EP & GM. Or, puiſque les deux polygones $ADEP$, $BCGM$ ſont ſemblables, & qu'on a par conſéquent $AD : BC :: DE : CG :: EP : GM$; il s'enſuit que toutes les lignes AB, DC, EG, PM iront concourir en un même point S. Donc les trois polygones $ADEP$, $BCGM$, $FHNO$ ſont compoſés d'un même nombre de triangles ſemblables SAD, SBC, SFH, &c. Donc ces trois polygones ſont ſem-

Digitized by Google

blables. Ainſi, le *centre* de gravité du ſyſtême décrit le contour d'un polygone ſemblable à ceux que décrivent les corps *A* & *B*.

Qu'un troiſième corps *I* décrive le contour d'un polygone *I R V T* ſemblable à ceux dont on vient de parler : il eſt clair, toujours par les mêmes principes, que le *centre* de gravité du ſyſtême des trois corps *A*, *B*, *I*, décrira le contour d'un polygone ſemblable aux précédents. Ainſi de ſuite pour un nombre quelconque de corps.

VIII. Corollaire V. Si l'on imagine que les côtés des polygones de l'article précédent deviennent infiniment petits, mais que leur nombre augmente à l'infini ; alors tous ces polygones deviendront des courbes ſemblables, dont les parties infiniment petites & correſpondantes ſeront parallèles chacune à chacune. Ainſi, lorſque pluſieurs corps parcourent ſemblablement & en même tems les contours des courbes ſemblables & compoſées d'élémens correſpondants, parallèle chacun à chacun, le *centre* de gravité du ſyſtême décrit de la même manière une courbe ſemblable aux précédentes, & qui leur eſt parallèle élément à élément.

IX. *Remarque.* On a fait attention ſans doute dans l'énoncé du Théorème de l'article III, à ces paroles : *& que le centre de gravité de leur ſyſtême ſe meuve.* Cette reſtriction a été miſe, parce qu'il peut ſe faire que le *centre* de gravité demeure immobile.

En effet, ſuppoſons deux corps *A* & *B* (*fig. 43*) qui décrivent ſemblablement, en même tems & en ſens contraires, les droites *A D*, *B C*, qui leur ſoient réciproquement proportionnelles, en ſorte qu'on ait $A : B :: BC : AD$; le *centre* de gravité demeurera en repos. Car ſi l'on tire les droites *A B*, *C D* qui ſe coupent en *F*, & que par le point *F* on mène la droite *E F K*, qui rencontre *A D* & *B C* aux points *E* & *K*, on aura cette ſuite de proportionnelles, $A : B :: BC : AD :: BF : AF :: CF : DF :: BK : AE :: KC : ED$. D'où il ſuit que le point *F* eſt le *centre* de gravité du ſyſtême au commencement & à la fin du mouvement, & lorſque les deux corps ſont arrivés aux points correſpondants *E* & *K* de leurs chemins. Donc le *centre* de gravité ne change pas de place.

En regardant maintenant le corps *A* comme le ſyſtême de pluſieurs corps qui vont dans un ſens, & le corps *B* comme le ſyſtême de pluſieurs corps qui vont dans un ſens oppoſé ; nous pouvons conclure en général que, ſi un ſyſtême eſt compoſé d'un nombre quelconque de corps qui vont en partie dans un ſens, en partie dans le ſens oppoſé, & que les *centres* de gravité des deux parties du ſyſtême décrivent ſemblablement & en même tems des droites parallèles, réciproquement proportionnelles aux ſommes de corps qui compoſent ces deux parties, le *centre* de gravité du ſyſtême général demeurera en repos.

Il réſulte donc, de tout ce qui précède, que lorſque pluſieurs corps ſe meuvent ſemblablement, & en même tems ; ou le centre de gravité de leur ſyſtême ſe meut, & alors il ſe meut de la même manière que tous les corps ; ou bien il demeure en repos.

X. M. d'Alembert a démontré, dans ſon *traité de Dynamique*, que la même propoſition a lieu, dans le cas où les corps d'un ſyſtême agiſſent les uns ſur les autres d'une manière quelconque. *Voyez ce Traité.* (*L. B.*)

* Centre *de mouvement* : point autour duquel tournent, ou peuvent être cenſés tourner pluſieurs corps qui compoſent un même ſyſtême.

* Centre *d'oſcillation.* On appelle *pendule* compoſé l'aſſemblage de pluſieurs corps liés ſolidement entr'eux, & qui oſcillent autour d'un même axe fixe ; & *centre d'oſcillation* le point de ce pendule où il faudroit placer un petit corps, de maſſe inſenſible (qu'on appelle *pendule ſimple*), pour que ce dernier pendule, oſcillant ſeul & librement, fît ſes oſcillations dans le même tems que le pendule compoſé. *Voyez les Loix des Oſcillations des pendules ſimples*, au mot Pendule.

Problème. *Déterminer la longueur* EQ (fig. 44) *d'un pendule ſimple qui faſſe ſes oſcillations dans le même tems qu'un pendule compoſé, c'eſt-à-dire, qu'un ſyſtême de corps* A, B, C (fig. 45), *liés entr'eux par des verges inflexibles ſans peſanteur, ou attachés ſolidement à un plan matériel ſans peſanteur & ſans inertie, qui oſcille autour du point fixe* O ?

Conſidérons d'abord chacun des corps *A*, *B*, *C*, comme s'il étoit ſeul ; & décompoſons ſa peſanteur en deux forces, l'une dirigée ſuivant la verge à laquelle il eſt appliqué, l'autre perpendiculaire à la même verge. Il eſt clair que les forces de la première eſpèce ſont détruites par la réſiſtance du point *O* ; & que celles de la ſeconde, que je repréſente par *A a*, *B b*, *C c*, ſont les ſeules qui feroient oſciller les corps. Je mène la verticale *O K*, & je nomme *g* la gravité, c'eſt-à-dire, l'eſpace que la peſanteur feroit parcourir en un inſtant à un corps tombant librement ; *t*, le ſinus total ; *m*, le ſinus de l'angle *A O K* ; *n*, le ſinus de l'angle *B O K* ; *q*, le ſinus de l'angle *C O K*. Les forces *A a*, *B b*, *C c* étant ſuppoſées de même nature que la gravité *g*, on aura $Aa = g \times \frac{m}{t} = gm$; $Bb = gn$; $Cc = gq$.

Maintenant, comme les corps *A*, *B*, *C*, forment un même ſyſtême, & qu'ainſi aucun d'eux ne peut ſe mouvoir ſans agir ſur les autres, ſoit pour accélérer, ſoit pour retarder leurs mouvemens, il y a néceſſairement équilibre entre les mouvemens perdus d'une part, & les mouvemens gagnés, d'autre part. Je ſuppoſe que le corps *A*, qui auroit parcouru *A a*, s'il avoit été ſeul, parcoure ſimplement *A g*, à cauſe de la réaction des autres corps ; que le corps *B*, au lieu de parcourir *B b*, parcoure *B h* ; que le corps *C*, au lieu de parcourir *C c*, parcoure *C i*. On voit que $A \times ga$ eſt la quantité de mouvement perdue par le corps *A* ; que $B \times bh$ eſt la quantité de mouvement gagnée

par B; que $C \times ci$ eſt la quantité de mouvement gagnée par C. Or ces quantités de mouvement doivent être regardées comme des forces qui ſe ſont équilibre, en agiſſant aux extrémités des bras de levier OA, OB, OC. Par conſéquent on a l'équation (M), $A \times ga \times OA = B \times bh \times OB + C \times ci \times OC$.

Les corps A, B, C, conſervant toujours entr'eux la même poſition, les arcs Ag, Bh, Ci ſont évidemment ſemblables; donc, ſi l'on ſuppoſe $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$, $Ag=f$: on aura $Bh=\frac{fb}{a}$; $Ci=\frac{fc}{a}$; $ga=gm-f$; $bh=\frac{fb}{a}-gn$; $ci=\frac{fc}{a}-gq$. Subſtituant pour ga, bh, ci, OA, OB, OC, leurs valeurs dans l'équation (M), elle deviendra $A(gm-f)a=B\left(\frac{fb}{a}-gn\right)b+C\left(\frac{fc}{a}-gq\right)c$; d'où l'on tire $f=\ldots\ldots$ $\frac{g(mAa^2+nBab+qCac)}{Aa^2+Bb^2+Cc^2}$.

Soit H le centre de gravité du ſyſtême; & des points A, B, C, H, menons perpendiculairement à OK les droites AV, BE, CK, HD: on aura par la propriété du centre de gravité, $A \times AV + B \times BE + C \times CK = (A+B+C) \times HD$. Mais $AV=ma$, $BE=nb$, $CK=qc$, $HD=rh$, en nommant h la droite OH, r le ſinus de l'angle HOK; donc $Ama+Bnb+Cqc=(A+B+C)rh$, & par conſéquent $f=gr \times \frac{ah(A+B+C)}{Aa^2+Bb^2+Cc^2}$.

Nous voyons, par cette expreſſion de la force accélératrice ſimple f du corps A, que, ſi l'on fait l'angle QEM du pendule ſimple (*fig.* 44), égal à l'angle HOK du pendule compoſé (*fig.* 45); nous voyons, dis-je, qu'en décompoſant les arcs ſemblables décrits par les points Q & A, en un même nombre d'élémens correſpondans chacun à chacun, deux élémens correſpondans ſeront parcourus en tems égaux, & par conſéquent les arcs entiers ſeront auſſi parcourus en tems égaux, ſi la force accélératrcie ſimple du point Q, qui eſt gr, & celle du point A, qui eſt f, ſont entr'elles comme les arcs, ou comme les rayons EQ, OA. La durée égale de mouvemens, ou le *ſynchroniſme* du pendule ſimple & du pendule compoſé, eſt donc fondé ſur la proportion, $gr : \frac{gr\,ah(A+B+C)}{Aa^2+Bb^2+Cc^2} :: EQ : a$; ce qui donne $EQ=\frac{Aa^2+Bb^2+Cc^2}{(A+B+C)h}$.

Ainſi, *pour avoir l'expreſſion de la longueur du pendule ſimple qui fait ſes oſcillations dans le même tems que le pendule compoſé, il faut multiplier chaque corps du pendule compoſé par le quarré de ſa diſtance à l'axe de rotation; ajouter enſemble tous ces produits, & diviſer la ſomme par le produit de la ſomme de tous les corps multipliée par la diſtance du centre de gravité du ſyſtême à l'axe de rotation.*

On obſervera que les deux angles QEM, HOK, doivent être fort petits, ſi l'on veut que non-ſeulement les oſcillations correſpondantes, ou de même amplitude, des deux pendules, ſoient de même durée, mais encore que les oſcillations ſoient, au moins ſenſiblement, de même durée, quoique les amplitudes ſoient différentes.

Nous obſerverons encore que, ſi les verges ou les liens qui retiennent les corps du ſyſtême avoient de la peſanteur ou de l'inertie, on pourroit les décompoſer en une infinité de petits corps, qu'on regarderoit comme formant un même ſyſtême auquel on appliqueroit la règle précédente, qui eſt abſolument générale, quel que ſoit le nombre de corps élémentaires du pendule compoſé.

COROLLAIRE. Si l'on porte la longueur EQ (*fig.* 44), de O en t (*fig.* 45), le point t ſera ce qu'on appelle le *centre d'oſcillation* du pendule compoſé. Ce point peut être regardé comme chargé de tous les corps qui compoſent le ſyſtême, & il fait ſes oſcillations de la même manière & dans le même tems que le pendule ſimple dont EQ ou Ot eſt la longueur.

On doit remarquer que le point t eſt différent du centre de gravité H, & que $Ot > OH$, ce qu'on démontrera, en comparant l'expreſſion de Ot avec celle de OH.

Appliquons cette théorie à quelques exemples.

Trouver le centre d'oſcillation d'une ligne droite AB (fig. 46), *qui oſcille autour de ſon extrémité* A?

Soient $AB=a$, $AP=x$, $Pp=dx$; & nommons S la ſomme des produits des élémens Pp par les quarrés de leurs diſtances au point A. On aura $S=\int x^2\,dx$, intégration où (après l'avoir effectuée), il faudra faire $x=a$; ce qui donne $S=\frac{a^3}{3}$. Diviſant cette quantité par le produit de la ligne AB, multipliée par la diſtance de ſon *centre* de gravité au point A, c'eſt-à-dire, par $a \times \frac{a}{2}$, on aura $\frac{2}{3}a$ pour la diſtance du *centre* d'oſcillation au point A.

Trouver le centre d'oſcillation d'un triangle iſoſcèle ABC (*fig.* 47), *qui oſcille autour d'un axe* MX, *paſſant par le ſommet* A, *perpendiculaire à la hauteur* AH, *& ſitué dans le plan du triangle?*

Soient $AH=a$, $BC=c$, $AP=x$, $Pp=dx$; & nommons S la ſomme des produits des élémens $NN'n'$ par les quarrés de leurs diſtances à l'axe MX. On aura $NN'=\frac{bx}{a}$; $NN'n'n=\frac{bx\,dx}{a}$; $S=\int\frac{bx^2dx}{a}$, intégration où (après l'avoir effectuée), il faut faire $x=a$. Ainſi, $S=\frac{ba^3}{4}$. Diviſant cette quantité par le produit de l'aire du triangle, multipliée par la diſtance de ſon *centre* de gravité au ſommet A, c'eſt-à-dire par $\frac{ab}{2} \times \frac{3}{4}a$, on aura

$\frac{3}{4}a$

Digitized by Google

$\frac{3}{4}a$ pour la distance du *centre* d'oscillation du triangle à l'axe MX.

Trouver le centre d'oscillation d'un triangle isocelle A B C (*fig. 48*), *qui oscille autour d'un axe* MX, *passant par le sommet* A, *& perpendiculaire tout à-la-fois à la hauteur* A H, *& au plan du triangle ?*

Ce cas est fort différent du précédent, & quelques auteurs s'y sont trompés.

Soient $AH=a$; $BC=b$; $AP=x$; $Pp=dx$. Prenons sur PN la partie indéterminée $PQ=z$, & $Qq=dz$. Il faut d'abord chercher la somme des produits des élémens Qq par les quarrés de leurs distances à l'axe MX. Or, en nommant Z cette somme, on a $Z=\int dz(xx+zz)$, intégration dans laquelle il n'y a que z de variable, & où (après l'avoir effectuée), il faut faire $z=\frac{bx}{2a}$; puis doubler Z, pour avoir la somme des produits des élémens de la ligne NN' par les quarrés de leurs distances à l'axe MX; d'où il suit que cette dernière somme est $\frac{bx^3}{a}+\frac{b^3x^3}{12a^3}$.

Maintenant, nommons S la somme des produits des élémens $NN'n'n$ par les quarrés de leurs distances à l'axe MX, on aura $S=\int dx\left(\frac{bx^3}{a}+\frac{b^3x^3}{12a^3}\right)$, où il faudra faire $x=a$, après avoir effectué l'intégration. Ainsi $S=\frac{ba^3}{4}+\frac{b^3a}{48}$.

Divisant cette quantité par le produit de l'aire du triangle multipliée par la distance de son *centre* de gravité à l'axe MX, c'est-à-dire, par $\frac{ab}{2}\times\frac{2}{3}a$, on aura $\frac{3}{4}a+\frac{b^2}{16a}$ pour la distance du *centre* d'oscillation du triangle à l'axe MX.

Le procédé est le même pour les autres figures & pour les solides. (*L. B.*)

* CENTRE *de percussion*. On appelle *centre de percussion* un point dans lequel la masse d'un système de corps A, B, C (*fig. 49*), (qu'il faut regarder comme attachés solidement, à des distances invariables les uns des autres, sur un plan matériel, sans pesanteur & sans inertie, mobile autour de l'axe O), étant supposée réunie & agissant perpendiculairement à l'extrémité d'un levier égal à la distance de ce point à l'axe O, donneroit le plus grand coup possible à un obstacle qu'on lui opposeroit.

PROBLÈME. *Déterminer le centre de percussion d'un système de corps liés entr'eux par des verges inflexibles sans pesanteur, qui oscille autour d'un axe fixe.*

Il est d'abord évident que le *centre de percussion* est placé dans la direction de la résultante des mouvemens de rotation de tous les corps A, B, C. Ainsi, il s'agit de trouver la position & la quantité de cette résultante.

Les corps A, B, C, étant forcés de se mouvoir tous à-la-fois, par une cause quelconque, prennent des vitesses proportionnelles à leurs distances AO, BO, CO, à l'axe de rotation. Par conséquent leurs quantités de mouvemens, ou les forces qui les animent, peuvent être exprimées respectivement par les produits $A\times AO$, $B\times BO$, $C\times CO$; & ces forces agissent suivant les droites AN, BN, CN', perpendiculaires aux distances OA, OB, OC. Soit N le point de concours de AN & de BN; je mène la droite ON, sur laquelle, comme diamètre, je décris une demi-circonférence de cercle qui passera par les points A & B, puisque les angles OAN, OBN sont droits. Le point N étant nécessairement un de ceux par où passe la direction de la résultante des deux forces $A\times AO$, $B\times BO$, je suppose que ZN soit cette direction; du point Z où elle coupe la demi-circonférence $OABN$, au point O, je mène la droite ZO qui rencontre en H la droite AB qui joint les deux corps A & B. Cela posé, on sait, par la Méchanique, que les deux forces $A\times AO$, $B\times BO$ sont entr'elles comme les sinus des angles BNZ, ANZ, ou des angles BOZ, AOZ: on aura donc, $A\times AO : B\times BO :: \text{sin. } BOZ : \text{sin. } AOZ$. Or, si des points A & B on abaisse sur OZ les perpendiculaires AR, BS, & qu'on nomme 1 le sinus total, on a $\text{sin. } BOZ=\frac{BS}{BO}$, $\text{sin. } AOZ=\frac{AR}{OA}$; donc on aura $A\times AO : B\times BO :: \frac{BS}{BO} : \frac{AR}{AO}$, ou bien (à cause des triangles semblables BHS, AHR), $A\times AO : B\times BO :: \frac{H}{BO} : \frac{AH}{OA}$; ce qui donne $A\times AH=B\times BH$, & fait voir que le point H est le *centre* de gravité des deux corps A & B. La résultante des deux forces $A\times AO$, $B\times BO$, est donc perpendiculaire à la droite OHZ menée par le point O, & par le *centre* de gravité du système particulier des deux corps A & B. De plus, en nommant Z cette résultante, on a, par la méchanique, $Z : B\times BO :: \text{sin. } ANB : \text{sin. } ANZ :: \text{sin. } AOB : \text{sin. } AOZ$, ou bien (en abaissant des points B & H les perpendiculaires BX, HV sur OA prolongée) $:: \frac{BX}{BO} : \frac{HV}{OH}$, ou bien (à cause des triangles semblables BAX, HAV) $:: \frac{AB}{BO} : \frac{AH}{HO}$, ou bien (à cause que le point H est le *centre* de gravité des deux corps A & B) $:: \frac{A+B}{BO} : \frac{B}{OH}$; d'où l'on tire, en concluant du premier rapport au dernier, $Z=(A+B)\times OH$. Connoissant Z, on trouvera OZ, en observant que, si l'on considère les momens par rapport au point O, le moment de la résultante Z doit être égal à la somme des momens de ses deux forces compo-

fantes $A \times AO$, $B \times BO$; ce qui donne $(A+B) \times OH \times OZ = (A \times AO) \times AO + (B \times BO) \times BO$; & par conſéquent $OZ = \frac{A \times (AO)^2 + B \times (BO)^2}{(A+B) \times HO}$. Voilà donc d'abord la formule pour déterminer le centre Z de percuſſion du ſyſtême des deux corps A & B.

Soit N' le point de concours de la force Z, & de la force $C \times CO$ du corps C; ce point eſt néceſſairement placé dans la direction de la réſultante de ces deux forces, direction que je ſuppoſe être $Z'N'$. Je mène la droite ON' ſur laquelle, comme diamètre, je décris une demi-circonférence de cercle qui paſſera par les points Z & C, puiſque les angles OZN', OCN' ſont droits. Ayant tiré la droite CH, du point Z' où $Z'N'$ rencontre la demi-circonférence $OZCN'$, je mène au point O la droite $Z'O$ qui rencontre CH en H'. Cela poſé, on aura, $Z : C \times CO :: \text{ſin. } CN'Z' : \text{ſin. } ZN'Z' :: \text{ſin. } COZ' : \text{ſin. } ZOZ'$, ou bien (en abaiſſant des points C & H les perpendiculaires CS', HR', ſur OZ') $:: \frac{CS'}{CO} : \frac{HR'}{OH} :: \frac{CH'}{CO} : \frac{HH'}{OH}$; ce qui donne, en concluant du premier rapport au dernier, $\frac{Z \times HH'}{OH} = C \times CH'$, ou $(A+B) \times HH' = C \times CH'$, & ce qui fait voir que le point H' eſt le *centre* de gravité du ſyſtême des trois corps A, B, C. Ainſi, la réſultante des deux forces Z & $C \times CO$, ou des trois forces $A \times AO$, $B \times BO$, $C \times CO$, eſt perpendiculaire à la droite OZ' menée par le point O, & par le *centre* de gravité H' du ſyſtême des trois corps A, B, C. Soit nommée Z' cette même réſultante : on aura $Z' : C \times CO :: \text{ſin. } ZN'C : \text{ſin. } ZN'Z' :: \text{ſin. } ZOC : \text{ſin. } ZOZ'$, ou bien (en abaiſſant des points C & H' les perpendiculaires CX', $H'V'$, ſur OZ prolongée), $:: \frac{CX'}{CO} : \frac{H'V'}{OH'}$, ou bien (à cauſe des triangles ſemblables HCX', $HH'V'$) $:: \frac{CH}{CO} : \frac{HH'}{OH'}$, ou bien (à cauſe que le point H' eſt le *centre* de gravité du ſyſtême des trois corps A, B, C), $:: \frac{A+B+C}{CO} : \frac{C}{OH'}$; donc, en concluant du premier rapport au dernier, $Z' = OH' \times (A+B+C)$. Connoiſſant Z', on connoîtra OZ', par la conſidération que le moment de la réſultante Z', relativement au point O, doit être égal à la ſomme des momens des trois forces compoſantes $A \times AO$, $B \times BO$, $C \times CO$, relativement au même point; conſidération qui donne $(A+B+C) \times OH' \times Z'O = (A \times AO) \times AO + (B \times BO) \times BO + (C \times CO) \times CO$; & par conſéquent $Z'O = \frac{A \times (AO)^2 + B \times (BO)^2 + C \times (CO)^2}{(A+B+C) \times OH'}$.

Il eſt clair que la même méthode eſt applicable à un ſyſtême compoſé de tant de corps qu'on voudra, & qu'on trouvera toujours des réſultats analogues aux précédens; en ſorte qu'on peut conclure en général, 1.° que *le centre de percuſſion d'un ſyſtême quelconque de corps eſt placé ſur la droite menée par le centre de rotation, & par le centre de gravité du ſyſtême.* 2.° *Que la diſtance du centre de percuſſion au centre de rotation, eſt égale au quotient qui réſulte en diviſant la ſomme des produits des corps multipliés chacun par le quarré de ſa diſtance à l'axe de rotation, par la ſomme de tous les corps multipliée par la diſtance du centre de gravité du ſyſtême à l'axe de rotation.*

On voit que le *centre de percuſſion* & le *centre* d'oſcillation ſe confondent, puiſqu'ils ſont placés à la même diſtance de l'axe de rotation. On auroit pu les déterminer par la même méthode; mais, pour varier les uſages des principes de la Méchanique, j'ai cru devoir les chercher chacun par des méthodes particulières. (*L. B.*)

*CENTRE *de converſion*: c'eſt ainſi que pluſieurs auteurs appellent le point autour duquel un corps, libre d'ailleurs, tourne ou tend à tourner, lorſqu'il eſt pouſſé inégalement dans ſes différens points, ou par une puiſſance dont la direction ne paſſe pas par ſon *centre* de gravité.

Jean Bernoulli (*voyez ſes œuvres, tom. iv, pag. 265*), appelle ce même point *centre ſpontané de rotation*, comme qui diroit *centre volontaire de rotation*, pour le diſtinguer du *centre* de rotation forcé. La méthode pour trouver le *centre* ſpontané de rotation eſt très-ſimple, au moyen du théorême ſuivant.

LEMME. *Lorſqu'un corps eſt pouſſé ſuivant une direction qui ne paſſe pas par ſon centre de gravité,* 1.° *ce centre eſt mu de la même manière que s'il ſe trouvoit ſur la direction de la force imprimée;* 2.° *le corps tourne, du moins au premier inſtant, comme ſi le centre de gravité étoit fixe, autour d'un axe mené par ce centre, perpendiculairement au plan paſſant par ce même point & par la direction de la force.*

Soit un corps de figure quelconque (*fig. 50*) pouſſé par une force F dont la direction FK paſſe hors de ſon *centre* de gravité G. Par ce point & par la droite FK, ſoit mené le plan MRD qui diviſe le corps en deux parties, & ſoit tiré l'axe GV perpendiculaire à ce plan. Je prends FA pour repréſenter la force F; & ayant diviſé cette ligne FA en deux également au point B, ſur FB comme diagonale, je conſtruis le parallélogramme $FNBO$ dont le côté FN paſſe par le *centre* de gravité G, & dont le côté FO eſt perpendiculaire à FB. La moitié FB de la force FA peut ſe décompoſer en deux autres forces FN, FO. Soit prolongée FG de manière que $GT = FG$, & ſoit priſe $TQ = FN$. Imaginons que la force FN eſt appliquée au point T de ſa direction, & qu'elle eſt repréſentée par TQ; enſuite ſoit décompoſée cette force en deux autres TP, TZ,

Digitized by Google

l'une perpendiculaire, l'autre parallèle à KGS.

Cela posé, il est clair que le corps est mu de la même manière que si au lieu d'être animé de la force primitive FA, il étoit animé des quatre forces BA, FO, TP, TZ. Or, 1.° les deux forces BA, TP étant parallèles, égales, & passant à égales distances du *centre* de gravité, comme il est évident, elles ont pour résultante une force GE qui passe par le *centre* de gravité G, qui leur est parallèle & qui est égale à leur somme, puisqu'elles agissent dans le même sens. De plus, puisque $BA+TH=FA$, on aura aussi $GE=FA$: d'où il suit que le *centre* de gravité G est mu exactement de la même manière que s'il se trouvoit sur la direction de la force proposée FA.

2.° Les deux forces FO, TZ sont évidemment égales, parallèles, & passent à égales distances du *centre* de gravité G, suivant des directions opposées; donc elles ne peuvent faire avancer ce *centre* ni suivant GK, ni suivant GS, ni suivant aucune autre direction; donc, en vertu de ces deux forces, le *centre* de gravité G doit demeurer immobile. Mais, d'un autre côté, ces deux mêmes forces ne se détruisent pas, puisqu'elles ne sont pas directement opposées; donc tout l'effet qu'elles peuvent produire est de faire tourner, au moins au premier instant, le corps dans le même sens autour de l'axe GV, en agissant perpendiculairement aux extrémités des bras de levier GH, GI; donc si du point G comme *centre*, avec le rayon GH ou GI, on décrit un cercle, on pourra imaginer, relativement au mouvement de rotation, que la force TZ, au lieu d'agir suivant ITZ, à l'extrémité du rayon GI, agit suivant HFO, à l'extrémité du rayon GH. Alors le moment de la force qui fait tourner le corps dans le sens $Hh\,Ii$ est $(FO+TZ)\times GH$, ou $2FO\times FK$, ou $2BN\times FK$. Or, à cause des triangles semblables FKG, FBN, on a $BN\times FK=FB\times GK$, & par conséquent $2BN\times FK=2FB\times GK=FA\times GK$, qui est l'expression du moment de la force proposée FA par rapport à l'axe GV: donc le corps tendra à tourner autour de cet axe, de la même manière que si le *centre* de gravité étoit fixe.

Remarque. Soit que le plan MRD partage ou non le corps en deux parties égales & semblables, le mouvement du *centre* de gravité est toujours le même. Mais le mouvement de rotation instantanée autour de l'axe GV ne se perpétue que dans le premier cas; car lorsque les deux parties du corps ne sont pas égales & semblables, les forces centrifuges en vertu desquelles les molécules du corps tendent à s'écarter de l'axe GV, ne se font pas équilibre; l'axe GV s'incline d'un côté ou d'autre, & le corps pirouette en différens sens autour de son *centre* de gravité. Tous ces mouvemens peuvent être soumis au calcul par les principes précédens; mais je suppose ici que le plan perpendiculaire à l'axe de rotation partage le corps en deux parties égales & semblables, & alors le mouvement de rotation demeure toujours le même, comme le mouvement de translation du *centre* de gravité; ou si cette condition n'a pas lieu, je ne considère le mouvement de rotation autour de l'axe proposé, que pour le premier instant.

Problème. *Déterminer le centre spontané de rotation d'un corps quelconque?*

Représentons le corps par la baguette AB (*fig. 51*) que je suppose poussée perpendiculairement par une force F dont la direction FK ne passe pas par son milieu ou *centre* de gravité C. On voit par le lemme précédent, que le *centre* de gravité C se recouvra de C en H, perpendiculairement à AB, de la même manière que si la force F passoit par C, & que la baguette fût transportée parallélement à elle-même de AB en ab. Ainsi, en nommant M la masse du corps, V la vîtesse CH, on aura $V=\frac{F}{M}$.

2.° Imaginons que le point H est fixe, & que pendant que le point C parvient de C en H, la baguette ab tourne autour du point H & prend la position Nn. Du point H pour centre, avec le rayon donné HR, soit décrit l'arc Rr, & avec le rayon variable HT, l'arc Tt. En nommant R le rayon donné HR, u la vîtesse angulaire Rr du point R, z le rayon variable HT: la vîtesse angulaire Tt du point T sera représentée par $\frac{zu}{R}$. Multiplions cette vîtesse par la molécule de matière placée en T (molécule que j'appelle m); nous aurons $\frac{mzu}{R}$ pour la quantité de mouvement angulaire de m, & $\frac{mz^2u}{R}$ pour le moment de cette quantité de mouvement, par rapport au *centre* H de rotation. Donc le moment de la quantité de mouvement angulaire imprimé à toute la masse du corps sera exprimé par $\int.\frac{mz^2u}{R}$, expression dans laquelle la fraction $\frac{u}{R}$ est une quantité constante pour tous les points du corps. Nommons S la quantité $\int mz^2$, prise dans toute l'étendue du corps; e la distance CK de la direction de la force F au *centre* de gravité C; & considérons que la force F agissant à l'extrémité du bras du levier CK, produit le mouvement angulaire: nous aurons cette seconde équation $Fe=\frac{Su}{R}$, ou bien $u=\frac{FeR}{S}$.

Maintenant, supposons que la baguette parvenue dans la position Nn coupe en z la droite AB qui est sa position initiale: alors le point z sera le *centre* spontané de rotation. Supposons que le rayon R qui est donné, mais arbitraire, devienne $=HZ$, & que les espaces CH, Zz soient infiniment petits; il est clair qu'en vertu du mou-

vement de tranſlation, le point z de AB parcourt $zZ = CH = V$, & qu'en vertu du mouvement de rotation, il eſt ramené de Z en z par l'eſpace $Zz = u$. La poſition du point z ſera donc déterminée par la condition qu'on ait $V = u$, c'eſt-à-dire, $\frac{F}{M} = \frac{Fc R}{S}$; d'où l'on tire $R = \frac{S}{Mc}$; ou $Cz = \frac{S}{MAcR}$, expreſſion de la diſtance du *centre* ſpontané de rotation au *centre* de gravité du corps.

On voit que la force F n'entre point dans cette valeur, & que par conſéquent la poſition du *centre* ſpontané de rotation ſera toujours la même, quelle que ſoit la quantité de la force F, pourvu ſeulement que la direction de cette force paſſe à la même diſtance CK du *centre* de gravité.

On doit remarquer qu'en général le *centre* ſpontané de rotation change à chaque inſtant : car ce point doit ſe trouver, 1.° ſur une droite perpendiculaire à FK. 2.° A la diſtance Cz du *centre* de gravité C, de ſorte qu'il eſt placé ſucceſſivement ſur tous les points de la circonférence d'un cercle décrit du centre C, avec le rayon Cz. Mais il peut ſe faire que le *centre* ſpontané de rotation demeure toujours le même. Qu'on ait, par exemple, une ligne droite chargée de deux maſſes inégales, & qu'on imprime en ſens contraire à ces maſſes, des vîteſſes qui leur ſoient réciproquement proportionnelles; le ſyſtême tournera autour du *centre* de gravité qui demeurera immobile, & le centre ſpontané de rotation ſe confondra avec le *centre* de gravité.

On remarquera auſſi que le *centre* ſpontané de rotation peut ſe trouver placé hors du corps : car on voit par l'expreſſion $Cz = \frac{S}{MAcR}$ que S & M demeurant les mêmes, on peut faire augmenter Cz tant qu'on voudra, en diminuant la diſtance CK de la direction de la puiſſance au *centre* de gravité. (*L. B.*)

* CENTRE *des corps peſans*, eſt dans notre globe le même que le *centre* de la terre, vers lequel tous les corps graves ont une eſpèce de tendance. Il eſt cependant bon de remarquer que les corps graves ne tendroient véritablement vers un *centre*, que dans le cas où la terre ſeroit parfaitement ſphérique; mais comme elle eſt un ſphéroïque applati vers les poles, ainſi que la théorie & les obſervations le démontrent, les corps peſans ne ſauroient tendre vers un même point à la rigueur : il n'y a donc point à la rigueur de *centre des corps peſans*. Cependant, comme la terre diffère peu de la figure ſphérique, il s'en faut peu que les corps peſans ne tendent tous vers un même point; & on prend dans le diſcours ordinaire le *centre* de la terre, pour le *centre* commun de tendance des graves.

CENTRE *d'équilibre*, dans un ſyſtême de corps, eſt le point autour duquel ces corps ſeroient en équilibre, ou, ce qui eſt la même choſe, un point tel que ſi le ſyſtême étoit ſuſpendu ou ſoutenu par ce ſeul point, il reſteroit en équilibre. Le point d'appui d'un levier eſt ſon *centre* d'équilibre. *Voyez* APPUI & LEVIER.

A cette occaſion nous croyons devoir indiquer ici un principe d'équilibre trouvé par M. le marquis de Courtivron, de l'Académie des Sciences, & dont la démonſtration a été lue à l'Académie le 13 juin 1750. Voici ce principe. De toutes les ſituations que prend ſucceſſivement un ſyſtême de corps animés par des forces quelconques, & liés les uns aux autres par des fils, des leviers, ou par tel autre moyen qu'on voudra ſuppoſer, la ſituation où le ſyſtême a la plus grande ſomme de produits des maſſes par le quarré des vîteſſes, eſt la même que celle où il auroit fallu d'abord le placer pour qu'il reſtât en équilibre. En effet, une quantité variable devient la plus grande, lorſque ſon accroiſſement, & par conſéquent la cauſe de ſon accroiſſement = 0 : or un ſyſtême de corps dont la force augmente continuellement, parce que le réſultat des preſſions agiſſantes fait accélération, aura atteint ſon *maximum* de forces lorſque la ſomme des preſſions ſera nulle; & c'eſt ce qui arrive lorſqu'il a pris la ſituation que demande l'équilibre.

L'auteur ne s'eſt pas borné à cette démonſtration, qui, quoique vraie & exacte, eſt un peu métaphyſique, & pourroit être chicanée par les adverſaires des forces vives. *Voyez* FOREE. Il en donne une autre plus géométrique & abſolument rigoureuſe : mais il faut renvoyer ce détail important à ſon mémoire même, qui nous paroît digne de l'attention des géomètres. (*O*)

CENTRER, (*Aſtron.*) On appelle *centrer* une lunette, faire en ſorte que l'axe optique paſſe par le centre de l'objectif, de manière que toutes les parties du champ ſoient ſemblables & ſemblablement ſituées par rapport à l'axe de la lunette. Le moyen le plus ſimple eſt de couvrir l'objectif avec un diaphragme que l'on fait promener ſur ſa ſurface en la préſentant au ſoleil de manière que la lumière réfléchie par la partie convexe, faſſe un cercle concentrique & parallèle à celui de l'image fournie par la ſurface concave. (*D. L.*)

CENTRIFUGE, adj. (*Méchan.*) *Force centrifuge*, c'eſt celle par laquelle un corps qui tourne autour d'un centre, fait effort pour s'éloigner de ce centre.

C'eſt une des loix conſtante de la nature, que tout mouvement eſt par lui-même rectiligne (*voyez* MOUVEMENT), & qu'un mobile ne s'éloignera jamais de la direction rectiligne de ſon premier mouvement, tant qu'il n'y ſera pas obligé par quelque nouvelle force imprimée dans une direction différente : après cette nouvelle impulſion, le mouvement devient compoſé; mais il continue toujours en ligne droite, quoique la direction de la ligne ait changé. *Voyez* COMPOSITION.

Pour qu'un corps ſe meuve dans une courbe, il

Digitized by Google

faut qu'il reçoive à chaque moment une nouvelle impulſion, & dans une direction différente de la ſienne, parce qu'une courbe ne peut ſe réduire à des lignes droites, à moins qu'elles ne ſoient infiniment petites; par conſéquent ſi un corps attiré continuellement vers un centre, eſt lancé outre cela dans une direction qui ne paſſe point par ce centre, il décrira alors une courbe, dans chaque point A de laquelle (*planch. Méch. fig. 24.*) il tâchera de s'éloigner de la courbe, & de continuer ſon mouvement dans la tangente AD; ce qu'il feroit en effet ſi rien ne l'en empêchoit: en ſorte que dans le même tems qu'il décrit l'arc AE, il s'éloigneroit, par ſa *force centrifuge*, de la longueur de la ligne DE perpendiculaire à AD; ainſi, en ſuppoſant l'arc AE infiniment petit, la *force centrifuge* eſt proportionnelle à la ligne DE perpendiculaire à la ligne AD.

Un corps obligé à décrire un cercle, le décrit le plus grand qu'il peut, un plus grand cercle étant en quelque ſorte moins circulaire, moins courbe ou moins différent de la droite qu'un plus petit. *Voyez* COURBURE. Un corps ſouffre donc plus d'altération dans ſon mouvement, & exerce plus vivement ſa *force centrifuge* lorſqu'il décrit un petit cercle, que lorſqu'il en décrit un grand, c'eſt-à-dire, que la *force centrifuge* eſt toujours proportionnelle, toutes choſes d'ailleurs égales, à la courbure du cercle dans laquelle le corps eſt emporté.

Il en eſt des autres courbes comme des cercles; car une courbe, quelle qu'elle puiſſe être, peut être regardée comme formée d'une infinité d'arcs de cercle infiniment petits, décrits de différens rayons, de façon que les endroits où la courbe eſt le plus courbe, ſont ceux où la *force centrifuge* eſt plus grande, tout le reſte d'ailleurs égal; & ainſi, dans une même courbe, la *force centrifuge* du corps qui la décrit, varie ſuivant les différens points où il ſe trouve.

On peut voir les loix & la théorie des *forces centrifuges* expoſées plus en détail dans l'article des FORCES CENTRALES, *au mot* CENTRAL. (*O*)

CENTRIPETE, adj. (*Méch.*) *Force centripete*, c'eſt celle par laquelle un mobile pouſſé dans une droite AG (*fig. 24*), eſt continuellement détourné de ſon mouvement rectiligne, & ſollicité à ſe mouvoir dans une courbe.

Ainſi, en ſuppoſant l'arc AE infiniment petit, la *force centripete* eſt proportionnelle à la droite DE perpendiculaire à AD; d'où il s'enſuit que la *force centripete* ou centrale & la force centrifuge ſont égales. *Voyez l'article* CENTRAL. (*O*)

CENTROBARIQUE, *méthode centrobarique* (*en Méchanique*): c'eſt une méthode pour meſurer ou déterminer la quantité d'une ſurface ou d'un ſolide, en les conſidérant comme formés par le mouvement d'une ligne ou d'une ſurface, & multipliant la ligne ou la ſurface génératrice par le chemin parcouru par ſon centre de gravité. Cette méthode eſt renfermée dans le théorème ſuivant & ſes corollaires.

Toute ſurface plane ou courbe, ou tout ſolide produit par le mouvement ou d'une ligne ou d'une ſurface, eſt égal au produit de cette ligne ou ſurface par le chemin du centre de gravité, c'eſt-à-dire, *par la ligne que ce centre de gravité décrit. Voyez* CENTRE DE GRAVITÉ. Voici la démonſtration générale que certains auteurs ont cru pouvoir donner de ce théorème.

Suppoſons le poids de la ligne ou ſurface génératrice ramaſſé dans ſon centre de gravité; le poids total produit par ſon mouvement ſera égal au produit du poids mu par le chemin du centre de gravité: mais lorſque les lignes & les figures ſont regardées comme des corps peſans homogènes, leurs poids ſont alors entr'eux comme leur volume, & par conſéquent le poids mu devient alors la ligne ou figure génératrice, & le poids produit eſt la grandeur engendrée; la figure engendrée eſt donc égale au produit de la ligne ou de la figure qui l'engendre, par le chemin de ſon centre de gravité. Il ne faut pas être bien difficile à ſatisfaire en démonſtration, pour ſe payer d'une preuve ſi inſuffiſante & ſi vague, qu'on trouve néanmoins dans M. Wolf, d'où Chambers a tiré une partie de cet article.

Pour mettre nos lecteurs à portée d'en trouver une meilleure preuve, conſidérons un levier chargé de deux poids, & imaginons un point fixe dans ce levier prolongé ou non: on ſait (*voy.* CENTRE & LEVIER) que la ſomme des produits faits de chaque poids par ſa diſtance à ce point, eſt égale au produit de la ſomme des poids par la diſtance de leur centre de gravité à ce point; donc ſi on fait tourner le levier autour de ce point fixe, il s'enſuit que les circonférences étant proportionnelles aux rayons, la ſomme des produits de chaque poids par le chemin ou circonférence qu'il décrit, eſt égale au produit de la ſomme des poids par la circonférence décrite par le centre de gravité. Cette démonſtration faite par deux poids, s'applique également & facilement à tel nombre qu'on voudra.

Corollaire I. Puiſqu'un parallélogramme $ABCD$ (*pl. Méch. fig. 52*) peut être regardé comme produit par le mouvement de la droite CD mue toujours parallélement à elle-même le long d'une autre droite CA & dans la direction de celle-ci, & que dans ce mouvement le chemin du centre de gravité eſt égal à la droite EF perpendiculaire à CD, c'eſt-à-dire, à la hauteur du parallélogramme; ſon aire eſt donc égale au produit de la baſe CD, ou de la ligne qui décrit le parallélogramme par la hauteur EF. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME.

Ce corollaire pourroit faire naître quelque ſoupçon ſur la vérité & la généralité de la règle précédente; car on pourroit dire que la ligne CD ſe mouvant le long de CA, le centre de gravité

de cette ligne, qui eſt ſon point de milieu, décrit une ligne égale & parallele à CA, & qu'ainſi l'aire du parallélogramme $ACDB$ eſt le produit de CD par AC; ce qui ſeroit faux. Mais on peut répondre que CA n'eſt point proprement la directrice de CD, quoique CD ſe meuve le long de CA; que cette directrice eſt proprement la ligne EF, qui meſure la diſtance de AB à CD; & que le chemin du centre de gravité par lequel il faut multiplier la ligne décrivante CD, n'eſt point le chemin abſolu de ce centre, mais ſon chemin eſtimé dans le ſens de la directrice ou le chemin qu'il fait dans un ſens perpendiculaire à la ligne décrivante. Cette remarque eſt néceſſaire pour prévenir les paralogiſmes dans leſquels on pourroit tomber, en appliquant ſans précaution la règle précédente à la meſure des ſurfaces & des ſolides.

Coroll. II. On prouvera de la même manière que la ſolidité de tout corps décrit par un plan qui deſcend toujours parallélement à lui-même le long de la droite AC, & ſuivant la direction de cette droite, doit ſe trouver en multipliant le plan décrivant par ſa hauteur. *Voyez* PRISME & CYLINDRE.

Coroll. III. Puiſque le cercle ſe décrit par la révolution du rayon CL (*fig. 53*) autour du centre C, & que le centre de gravité du rayon CL eſt dans ſon milieu F, le chemin du centre de gravité eſt donc ici une circonférence d'un cercle X décrit par un rayon ſoudouble, & par conſéquent l'aire du cercle eſt égale au produit du rayon CL, par la circonférence que décriroit un rayon ſoudouble de CL; ce qu'on ſait d'ailleurs. *Voyez* CERCLE.

Coroll. IV. Si un rectangle $ABCD$ (*planch. Méch. fig. 54*) tourne autour de ſon axe AD, le rectangle décrira par ce mouvement un cylindre, & le côté BC la ſurface de ce cylindre; mais le centre de gravité de la droite BC eſt dans ſon milieu F, & le centre de gravité du plan qui engendre le cylindre, eſt dans le milieu G de la droite EF. Ainſi, le chemin de ce dernier centre de gravité eſt la circonférence d'un cercle décrit du rayon EG, & celui du premier la circonférence d'un cercle décrit du rayon EF; donc la ſurface du cylindre eſt le produit de la hauteur BC par la circonférence d'un cercle décrit du rayon EF, & la ſolidité du cylindre eſt le produit du rectangle $ABCD$ qui ſert à ſa génération, par la circonférence d'un cercle décrit du rayon EG ſoudouble de EF, demi-diamètre du cylindre. Suppoſons, par exemple, la hauteur du plan qui engendre le cylindre, par conſéquent celle du cylindre $BC = a$, le diamètre de la baſe $DC = r$, on aura donc $EG = \frac{1}{2} r$; & ſuppoſant que le demi-diamètre ſoit à la circonférence comme 1 eſt à m, la circonférence décrite par le rayon $\frac{1}{2} r$ ſera $= \frac{1}{2} mr$; d'où il s'enſuit que multipliant $\frac{1}{2} mr$ par l'aire du rectangle $AC = ar$, on aura la ſolidité du cylindre $= \frac{1}{2} mar^2$; mais $\frac{1}{2} mar^2 = \frac{1}{2} r \times mr \times a$: or $\frac{1}{2} mr^2 =$ l'aire du cercle décrite par le rayon EG. Il eſt donc évident que le cylindre eſt égal au produit de ſa baſe par ſa hauteur, ce qu'on ſait d'ailleurs.

De même puiſque le *centre* de gravité de la droite AB (*Pl. Méch. fig. 30.*) eſt dans ſon milieu M, & qu'on décrit la ſurface du cone droit en faiſant mouvoir le triangle ABC autour d'un de ſes côtés AB pris pour axe, on en peut conclure que ſi $PM = \frac{1}{2} BC$, la ſurface du cone ſera égale au produit de ſon côté AB par la circonférence du cercle décrit du rayon PM, c'eſt-à-dire d'un rayon ſoudouble du demi-diamètre de la baſe BC.

Suppoſons, par exemple, $BC = r$, $AB = a$, le rayon étant à la circonférence, comme 1 eſt à m; on aura donc $PM = \frac{1}{2} r$, & la circonférence décrite de ce rayon $= \frac{1}{2} mr$; & ainſi multipliant $\frac{1}{2} mr$ par le côté AB du cône, le produit qui ſera $\frac{1}{2} amr$ devra repréſenter la ſurface du cône: mais $\frac{1}{2} amr$ eſt le produit de $\frac{1}{2} a$ par mr; donc la ſurface du cone droit eſt le produit de la circonférence de ſa baſe par la moitié de ſon côté, ce qu'on ſait d'ailleurs.

Coroll. V. Si le triangle ACB (*Pl. Méchan. fig. 55.*) tourne autour d'un axe, il décrit un cone: mais ſi on coupe CB en deux également au point D, qu'on tire la droite AD, & que $AO = \frac{2}{3} AD$, il eſt démontré que le *centre* de gravité ſera alors ſitué en O; donc la ſolidité du cone eſt égale au produit du triangle CAB par la circonférence du cercle décrit du rayon PO. Or AD eſt à AO, comme BD eſt à OP: D'ailleurs $AO = \frac{2}{3} AD$, & $DB = \frac{1}{2} CB$; donc $OP = \frac{2}{3} DB = \frac{1}{3} CB$. Suppoſons, par exemple, $CB = r$; $AB = a$, & la raiſon du rayon à la circonférence celle de 1 à m; on aura donc $OF = \frac{1}{3} r$, la circonférence décrite de ce rayon $= \frac{1}{3} mr$, le triangle $ACB = \frac{1}{2} ar$, & par conſéquent la ſolidité du cone $= \frac{1}{2} r \times a \times \frac{1}{3} mr = \frac{1}{6} amr^2$; mais $\frac{1}{6} amr^2 = \frac{1}{2} r \times mr \times \frac{1}{3} a$, ou le produit de la baſe du cone par le tiers de ſa hauteur, ce qu'on ſait d'ailleurs.

Ce théorème ſi général & ſi beau ſur le *centre* de gravité, peut être mis au nombre des plus curieuſes découvertes qu'on ait faites en Géométrie. Il avoit été apperçu il y a long-tems par Pappus: mais le P. Guldin, jéſuite, eſt le premier qui l'ait mis dans tout ſon jour, & qui en ait montré l'uſage dans un grand nombre d'exemples.

Pluſieurs autres géomètres s'en ſont ſervi auſſi après Pappus & Guldin, pour meſurer les ſolides & les ſurfaces produites par une rotation autour d'un axe fixe, ſur-tout avant qu'on eût les ſecours que le calcul intégral a fournis pour cela; & on peut l'employer encore à préſent dans certains cas où le calcul intégral ſeroit plus difficile.

M. Leibniz a obſervé que cette méthode ſeroit encore bonne, quand même l'axe ou le *centre* changeroit continuellement durant le mouvement. (*O*).

Digitized by Google

M. Varignon a donné dans le volume *de l'Académie de* 1714, un Mémoire qui a pour titre, *Réflexion ſur l'uſage que la Mécanique peut avoir en Géométrie.* Il y démontre la propriété du *centre* de gravité, dont nous avons parlé dans cet article, & pluſieurs autres propriétés encore plus générales & auſſi curieuſes. On peut ſe ſervir utilement de ces propriétés pour réſoudre avec plus de facilité certains problèmes de Méchanique. Par exemple, ſi on demande quelle figure doit avoir une courbe *G A H* (*fig. 56.*) pour qu'en tournant autour de l'axe *G H* elle produiſe une ſurface courbe plus grande que celle que produiroit en tournant autour de *G H* toute autre ligne courbe qui paſſeroit par les mêmes points *G*, *H*, & qui ſeroit de la même longueur que la courbe qu'on cherche; on trouveroit ſans aucun calcul, en ſe ſervant du théorème précédent, que la courbe *G A H* qu'on demande doit être celle que prendroit une chaîne chargée d'une infinité de petits poids, & qu'on attacheroit aux points *G* & *H*: car une chaîne qui eſt ainſi attachée, doit ſe diſpoſer de manière que le centre de gravité des poids qui la compoſent, c'eſt-à-dire le *centre* de gravité de la courbe même, deſcende le plus bas qu'il eſt poſſible; d'où il s'enſuit que la courbe formée par cette chaîne aura ſon *centre* de gravité plus éloigné de l'horizontale *G H* que toute autre ligne courbe de la même longueur, & paſſant par les mêmes points: par conſéquent le cercle décrit par le *centre* de gravité de la courbe formée par la chaîne, lorſque cette courbe tourne autour de *G H*, eſt plus grand que le cercle décrit par le *centre* de gravité de toute autre courbe de même longueur, & paſſant par les mêmes points *G*, *H*; donc la ſurface du ſolide produit par la première courbe, eſt plus grande que toute autre. On voit donc que le problème ſe réduit à trouver la courbe formée par la chaîne; courbe connue par les géomètres ſous le nom de *chaînette*, & dont ils ont donné la conſtruction il y a long-tems. *Voyez* CHAINETTE.

Le mot *centrobarique* eſt formé des mots κέντρον, *centrum*, centre, & βαρὺς, *poids*, *peſanteur*. (*O*)

CEPHEE, (*Aſtron.*) conſtellation boréale appellée auſſi *vir regius*, *regulus*, *Jaſides*, (fils de Jaſus,) *nereus*, *ſenex æquoreus*, *juvenis æquoreus*. *Céphée* étoit roi d'Ethiopie ou de l'Inde, (Pline, *liv. V*, *chap. 13*, *31.*) car les premiers grecs appellerent de ce nom d'inde toutes les terres ſituées au de-là de mer méditerranée. *Céphée* étoit père d'Andromede, & les poëtes diſent que Perſée obtint de Jupiter que *Céphée*, avec ſa femme Caſſiopée & ſa fille Andromede, fût placé parmi les aſtres. Ovid. IV, 670. (*Voyez* ANDROMEDE.) Il y a des ſavans qui croyent auſſi que le centaure Chiron formant les conſtellations 1350 ans avant J. C. leur donna les noms des héros de ſon ſiècle ou des princes dont ils deſcendoient; voilà peut-être en effet pourquoi l'on y trouve Calliſto, Orion, *Céphée*, Perſée, Andromede, Caſſiope, Hercule, le vaiſſeau des Argonautes. (M. Fréret, défenſe de la Chronologie, *pag.* 20 & 501.)

Les étoiles de *Céphée* ne ſont pas très-remarquables; il y en a 34 dans le catalogue britannique. (*D. L.*)

CER

CERATIAS, ſ. m. (*Aſtron.*) ſelon certains auteurs, eſt une comète cornue, qui paroît ſouvent barbue & quelquefois avec une queue. Ils prétendent que quelques-unes de ces comètes reſſemblent à la figure de la nouvelle lune: celles qui ont des queues, les ont crochues & recourbées ou vers le haut ou vers le bas; d'autres ont des queues d'une égale largeur ou épaiſſeur, &c. *Hevelii cometographia. Harris.*

CERBERE, (*Aſtron.*) conſtellation boréale, introduite par Hévélius, pour renfermer quatre étoiles, qui ſont ſur la main d'Hercule, ou aux environs. Flamſteed l'a adoptée dans ſon *catalogue britannique*, & elle eſt figurée dans ſon *Atlas céleſte*.

Le triomphe d'Hercule ſur cerbère s'explique ſuivant M. Dupuis, par le coucher du petit chien; on le peint en effet avec les attributs du ſerpent ou de l'hydre qui ſe leve au-deſſus de ſa tête; Hercule approche alors de l'horizon, ce qui a fait imaginer ſa deſcente aux enfers. *Voyez mon* ASTRONOMIE, *T. IV*, *pag.* 494. (*D. L.*)

CERCLE *de réflexion*, (*Aſtron.*) eſt un inſtrument circulaire propre à obſerver les diſtances & les hauteurs en mer. *Voyez* LE DICTIONNAIRE DE MARINE.

CERCLE *du haut ſolſtice*, c'eſt le nom que l'on a donné quelquefois au tropique du cancer.

CERCLE, ſub. m. (*en Géométrie*) figure plane, renfermée par une ſeule ligne qui retourne ſur elle-même, & au milieu de laquelle eſt un point ſitué de manière que les lignes qu'on en peut tirer à la circonférence ſont toutes égales. *Voyez* CENTRE.

A proprement parler, le *cercle* eſt l'eſpace renfermé par la circonférence, quoique dans l'uſage vulgaire on entende par ce mot la circonférence ſeule. *Voyez* CIRCONFÉRENCE.

Tout *cercle* eſt ſuppoſé diviſé en 360 degrés, que l'on marque ainſi 360°; chaque degré ſe diviſe en 60 minutes ainſi marquées ′, chaque minute en 60 ſecondes marquées par ″, chaque ſeconde en 60 tiers ainſi marquées ‴. On a diviſé le *cercle* en 360 parties, à cauſe du grand nombre de diviſeurs dont le nombre 360 eſt ſuſceptible. *Voyez* DEGRÉ, MINUTE, *&c.* DIVISEUR.

On trouve l'aire d'un *cercle* en multipliant la circonférence par le quart du diamètre, ou la moitié de la circonférence par la moitié du diamètre. On peut avoir l'aire à-peu-près, en trou-

Digitized by Google

vant une quatrième proportionnelle à 1000, à 785, & au quarré du diamètre.

Les *cercles* & les figures ſemblables qu'on peut y inſcrire, ſont toujours entr'elles comme les quarrés des diamètres; ou, comme les Géomètres s'expriment, les *cercles* ſont entr'eux en raiſon doublée des diamètres, & par conſéquent auſſi des rayons.

Le *cercle* eſt égal à un triangle dont la baſe eſt la circonférence, & la hauteur le rayon. Les *cercles* ſont donc en raiſon compoſée de celles des circonférences & de celles des rayons.

Trouver la proportion du diamètre du cercle à ſa circonférence. Trouvez en coupant continuellement les arcs en deux, les côtés des polygones inſcrits, juſqu'à ce que vous arriviez à un côté qui ſoutende un arc ſi petit que vous voudrez choiſir. Ce côté étant trouvé, cherchez le côté du polygone circonſcrit ſemblable; multipliez enſuite chacun de ces polygones par le nombre de ſes côtés, ce qui vous donnera le périmètre de chacun d'eux: la raiſon du diamètre à la circonférence du *cercle* ſera plus grande que celle du diamètre à la circonférence du polygone circonſcrit, mais moindre que celle du diamètre au polygone inſcrit.

La différence des deux étant connue, on aura aiſément en nombres très-approchés, mais cependant non exacts, la raiſon du diamètre à la circonférence.

Ainſi, Wolf la trouve la même que celle de 100000000000000000 à 314159265358979321. Archimède a donné pour raiſon approchée celle de 7 à 22; Ludolphe de Ceulen a porté cette recherche à une plus grande exactitude, & il trouve qu'en prenant l'unité pour diamètre, la circonférence doit être plus grande que 3. 141 592 653 589 793 238 462 643 383 879 50, mais moindre que ne deviendroit ce même nombre ſi l'on changeoit ſeulement le zéro qui le termine en l'unité.

Metius nous a donné la proportion la meilleure de toutes celles qui ont paru juſqu'à préſent exprimées en petits nombres. Il ſuppoſe le diamètre de 113 parties, & la circonférence doit être à moins d'une unité près 355, ſuivant ſon calcul.

Circonſcrire un cercle à un polygone régulier donné. Coupez deux des angles du polygone *E* & *D* (*planch. Géom. fig. 23*) en deux également: du point de concours *F* des lignes *EF*, *DF*, pris pour centre, & du rayon *EF* décrivez un *cercle*; ce ſera celui que vous cherchez.

Inſcrire un polygone régulier donné dans un cercle: Diviſez d'abord 360 par le nombre des côtés, pour parvenir par-là à connoître la quantité de l'angle *EFD*; cela étant fait, appliquez la corde *ED* de cet angle à la circonférence autant de fois que vous le pourrez, & vous aurez par-là inſcrit le polygone dans le *cercle*.

Par trois points donnés A, B, C, *qui ne ſont point en ligne droite* (*fig. 24*) *décrire un cercle.*

Des points *A* & *C*, & d'un même intervalle pris à volonté, décrivez deux arcs de *cercle* qui ſe coupent en *D* & *E*; & pareillement des points *C* & *B*, décrivez-en deux autres qui ſe coupent en *G* & *H*; tirez enſuite les droites *DE*, *GH*: le point de leur interſection *I* ſera le centre du *cercle*: par-là on peut venir à bout, en prenant trois points dans la circonférence d'un *cercle* ou d'un arc donné, de trouver le centre de ce *cercle* ou de cet arc, & de continuer l'arc ſi ce n'eſt pas un *cercle* entier.

Donc ſi trois points d'une circonférence conviennent ou co-incident avec trois points d'une autre circonférence, les deux circonférences co-incideront en entier, & les *cercles* ſeront égaux.

Donc auſſi tout triangle peut être inſcrit dans un *cercle*. *Voyez* TRIANGLE.

On démontre en Optique qu'un *cercle*, s'il eſt fort éloigné de l'œil, ne peut jamais paroître véritablement *cercle*, à moins que le rayon viſuel ne lui ſoit perpendiculaire & ne paſſe par ſon centre. Dans tous les autres cas, le *cercle* paroît oblong; & pour qu'il paroiſſe au contraire véritablement circulaire, il faut qu'il ſoit en effet oblong. *Voyez* PERSPECTIVE.

Les *cercles paralleles* ou *concentriques* ſont ceux qui ſont également éloignés les uns des autres dans toutes leurs parties, ou qui ſont décrits d'un même centre; & par oppoſition, ceux qui ſont décrits de centres différens ſont dits *excentriques*, l'un par rapport à l'autre. *Voyez* CONCENTRIQUE, EXCENTRIQUE, *&c.*

La quadrature du *cercle*, ou la manière de faire un quarré dont la ſurface ſoit parfaitement & géométriquement égale à celle d'un *cercle*, eſt un problème qui a occupé les mathématiciens de tous les ſiècles. *Voyez* QUADRATURE.

Pluſieurs ſoutiennent qu'elle eſt impoſſible; elle eſt du moins d'une difficulté qui l'a fait paſſer pour telle juſqu'à préſent. Archimède eſt celui des anciens géomètres qui a approché le plus de la *quadrature du cercle*. (*CHAMBERS*).

Cercles des degrés ſupérieurs; ce ſont des courbes dans leſquelles $AP^m : PN^m :: PN : PB$, ou $AP^m : PN^m :: PN^n : PB^n$ (*Planche d'Analyſe, fig. 9.*)

Au reſte, ce n'eſt que fort improprement que ces courbes ont été appellées *cercles*; car on eſt convenu d'appeller *cercle*, la ſeule figure dont l'équation eſt $AP \times PB = PN^2$: mais on peut imaginer des *cercles* de pluſieurs degrés comme des paraboles de pluſieurs degrés, quoique le nom de *parabole* ne convienne rigoureuſement qu'à la parabole d'Apollonius. *Voyez* PARABOLE.

Corol. I. Suppoſons $AP = x$, $PN = y$, $AB = a$, & nous aurons $BP = a - x$, & par conſéquent $x^m : y^m :: y : a - x$, ce qui nous donne une équation

équation qui détermine les *cercles* des degrés supérieurs à l'infini; savoir, $y^{m+1} = ax^m - x^{m+1}$, & on pourroit avoir d'une manière à-peu-près semblable cette autre équation $y^{m+n} = (a-x)^n x^m$.

Coroll. II. Si $m = 1$, nous aurons $y^2 = ax - xx$, & par conséquent il n'y aura que le *cercle* ordinaire ou celui du premier degré qui soit alors compris sous l'équation.

Si $m = 2$, on aura $y^3 = ax^2 - x^3$, équation qui appartient au *cercle* du second degré ou du second ordre.

* COUPE-CERCLE, *instrument de Mathém.* C'eſt une des pointes d'un compas: elle eſt tranchante, & diviſe circulairement le papier ou le carton ſur lequel on l'appuie. On donne le même nom en *Menuiſerie* à un villebroquin qui eſt armé à ſon extrémité d'une couronne tranchante, au centre de laquelle il y a une pointe qui fixe le villebroquin, & qui perce un trou tandis que la couronne emporte une pièce circulaire. *V.* TRÉPAN.

CÉRES, (*Aſtron.*) nom de la conſtellation de la vierge.

CERVA, (*Aſtr.*) nom de la conſtellation de Caſſiopée.

C H A

CHAINE, *dans l'Arpentage*, ſignifie une meſure compoſée de pluſieurs pièces de gros fil-de-fer ou de laiton recourbées par les deux bouts: chacune de ces pièces a un pied de long, y compris les petits anneaux qui les joignent enſemble.

Les *chaînes* ſe font ordinairement de la longueur de la perche du lieu où l'on veut s'en ſervir, ou bien de quatre à cinq toiſes de long, & même plus longues, ſi l'on a des grandes ſtations à meſurer, comme de huit ou dix toiſes. On les diſtingue quelquefois, par un plus grand anneau, de toiſe en toiſe: ces ſortes de *chaînes* ſont fort commodes, en ce qu'elles ne ſe nouent point comme celles qui ſont faites de petites mailles de fer. *Voyez les articles* PERCHE, VERGE, *&c.*

En 1668, on plaça un nouvel étalon ou modèle de la toiſe fort juſte, au bas de l'eſcalier du grand châtelet de Paris, pour y avoir recours en cas de beſoin.

La *chaîne* ſert à prendre les dimenſions des terreins. C'eſt ce que le P. Merſenne appelle l'*arvipendium* des anciens. *Voyez* ACRE.

On emploie auſſi au lieu de *chaînes* des cordes; mais elles ſont ſujettes à beaucoup d'inconvéniens, qui proviennent ſoit des différens degrés d'humidité, ſoit de la force qui les tend.

Schwenturus, dans ſa *Géométrie pratique*, nous dit qu'il a vu une corde de ſeize pieds de long, réduite en une heure de tems à quinze, par la ſeule chûte d'une gelée blanche. Pour prévenir ces inconvéniens, Wolf conſeille de tortiller en ſens contraire les petits cordons dont la corde eſt compoſée, de tremper la corde dans de l'huile bouillante, & quand elle ſera ſéche, de la faire paſſer à-travers de la cire fondue, afin qu'elle s'en imbibe: une corde ainſi préparée ne ſe ralongera ni ne ſe racourcira point-du-tout, quand même on la garderoit un jour entier ſous l'eau.

Uſage de la chaîne dans l'arpentage. La manière d'appliquer la *chaîne* à la meſure des longueurs eſt trop connue, pour avoir beſoin d'être décrite. Lorſqu'on enrégiſtre les dimenſions priſes par la *chaîne*, il faut ſéparer la *chaîne* & les chaînons par des virgules; ainſi, une ligne longue de ſoixante-trois *chaînes* & cinquante-cinq chaînons, s'écrit en cette ſorte, 63, 55. Si le nombre des chaînons n'eſt exprimé que par un ſeul caractère, on met alors un zero au-devant: ainſi dix *chaînes*, huit chaînons, s'écrivent en cette ſorte, 10, 08.

Pour trouver l'aire d'un champ dont les dimenſions ſont données en *chaînes* & chaînons, *voyez* AIRE, TRIANGLE, QUARRÉ.

Pour prendre avec la *chaîne* un angle DAE, (*Pl. d'Arpent. fig. 1.*) vous meſurerez en partant du ſommet A, une petite diſtance juſqu'en d & en e; enſuite vous meſurerez la diſtance de. Pour tracer cela ſur le papier, vous prendrez à volonté la ligne AE, & vous y rapporterez, au moyen de votre échelle, la diſtance meſurée ſur le côté qu'elle repréſente. *Voyez* ECHELLE.

Enſuite prenant avec votre compas la longueur meſurée ſur l'autre côté, du ſommet A, comme centre, décrivez un arc de; & du point e, comme centre, avec la diſtance meſurée cd, décrivez un autre arc ab: par le point où cet arc coupe le premier, tirez la ligne AD: par ce moyen l'angle eſt rapporté ſur le papier; & l'on pourra, ſi l'on veut, en prendre la quantité ſur une ligne des cordes. *Voyez* CORDE & COMPAS DE PROPORTION.

Pour lever le plan, ou pour faire le deſſein d'un lieu, comme $ABCDE$, (*fig. 2.*) en ſe ſervant de la *chaîne*, on en fera d'abord une eſquiſſe groſſière; & meſurant les différens côtés AB, BC, CD, DE, on écrira la longueur de chaque côté le long de ſon côté correſpondant dans l'eſquiſſe; enſuite ſi on leve le plan en-dedans du lieu propoſé, au lieu de meſurer les angles comme ci-deſſus, on meſurera les diagonales AD, BD, & la figure ſe trouvera de la ſorte réduite en trois triangles, dont tous les côtés ſeront connus, comme dans le premier cas, & pourront être rapportés ſur le papier ſuivant la méthode ci-deſſus.

Si on leve le plan en-dehors du lieu propoſé, il faudra prendre en ce cas les angles de la manière ſuivante. Pour prendre, par exemple, l'angle BCD, on prolongera les lignes BC, CD, à des diſtances égales en a, b (par exemple de la longueur de cinq *chaînes*), & on meſurera la diſtance ab; on aura par-là un triangle iſocelle cab, dans lequel l'angle $acb = BCD$ ſon oppoſé, eſt

connu : ainſi, ſ'on connoîtra l'angle BCD, & l'on pourra le tracer comme ci-deſſus.

Trouver avec la chaîne *la diſtance entre deux objets inacceſſibles l'un par rapport à l'autre, de quelque point*, comme C, (fig. 3.) *dont la diſtance à chaque objet* A & B, *ſoit acceſſible en ligne droite.* Meſurez la diſtance CA, que je ſuppoſe de cinquante *chaînes*, & prolongez-là juſqu'en D, c'eſt-à-dire, cinquante *chaînes* encore plus loin; meſurez de même BC, que je ſuppoſe de trente *chaînes*, & prolongez-la juſqu'en E, trente *chaînes* encore plus loin : vous formerez de la ſorte le triangle CDE, ſemblable & égal au triangle ABC; & ainſi meſurant la diſtance DE, vous aurez la diſtance inacceſſible cherchée.

Trouver la diſtance d'un objet inacceſſible, comme la largeur d'une rivière, par le moyen de la chaîne. Sur l'une des rives plantez bien perpendiculairement une perche haute de quatre ou cinq pieds, où il y ait dans une ſente pratiquée en haut, une petite pièce de fil-de-fer, ou d'autre manière ſemblable, bien droite; & longue de deux ou trois pouces; vous ferez enſuite gliſſer cette petite pièce en haut ou en bas, juſqu'à ce que votre œil apperçoive ou rencontre l'autre rive, en regardant le long de ce fil-de-fer : vous tournerez enſuite la perche, en laiſſant toujours le fil-de-fer dans la même direction; & regardant le long de ce fil, comme ci-deſſus, remarquez ſur le terrein où vous pouvez opérer, l'endroit où aboutit votre rayon viſuel : enfin meſurez la diſtance qu'il y a de votre perche à ce dernier point; ce ſera la largeur de la rivière propoſée. *Voyez* ARPENTAGE, RAPPORTEUR, *&c.* (*E*)

CHAINETTE, *dans la Géométrie tranſcendante*, ligne courbe dont une chaîne ou une courbe prend la figure par ſon propre poids, lorſqu'elle eſt ſuſpendue librement par ſes deux extrémités; ſoit que ces deux extrémités ſoient de niveau dans une même ligne horizontale, ou qu'elles ſoient placées dans une ligne oblique à l'horizon.

Pour concevoir la nature de cette courbe, ſuppoſons une ligne peſante & flexible, (*Pl. Méch. fig. 56.*) dont les extrémités ſoient fixées aux points G, H; elle ſe fléchira par ſon propre poids en une courbe GAH, qu'on nomme la *chaînette* ou *catenaria*.

Le P. Reyneau, dans ſon *Analyſe démontrée*, trouve ainſi l'équation de cette courbe. Soit A le ſommet de la courbe, ou ſon point le plus bas; que BD & bd ſoient parallèles à l'horizon; fD perpendiculaire à BD; BD, perpendiculaire à AB; & ſoient les points B, b, & les lignes BD, bd, infiniment près l'un de l'autre : les loix de la méchanique nous apprennent que trois puiſſances qui ſe ſont mutuellement équilibre, ſont entr'elles comme des parallèles aux lignes de leurs directions, terminées par leur concours mutuel; par conſéquent les lignes Df & df ſeront entr'elles comme les forces verticales & horizontales, qui tendent à mettre la particule Dd dans la ſituation Dd : or la première de ces forces eſt le poids de la portion AD de la chaîne, & elle eſt repréſentée par AD. L'autre force eſt une force conſtante, n'étant autre choſe que la réſiſtance du point A : nommant donc AB, x, BD, y, l'arc AD ou ſon poids, s, & la force conſtante a, on aura $dx . dy :: s . a$, & $dy = \frac{ads}{s}$. Donc $\frac{dy}{dx} = \frac{a}{\int \sqrt{(dx^2+dy^2)}}$, & $\sqrt{(dx^2+dy^2)} = a\,d\left(\frac{dx}{dy}\right)$.

Il ſemble que cette ſolution, quoiqu'aſſez ſimple, laiſſe encore de l'obſcurité dans l'eſprit; mais ce même problême a été réſolu de différentes manières : les plus élégantes ſont celles que l'on trouve dans l'eſſai de M. Jean Bernoulli ſur la manœuvre des vaiſſeaux, imprimé à Bâle, 1714; & dans un écrit de M. Daniel Bernoulli ſon fils, *tome III des Mémoires de l'Académie de Pétersbourg.*

Pour parvenir à l'équation de la *chaînette*, il faut d'abord décompoſer toutes les puiſſances qui agiſſent ſur un point quelconque, en deux autres, dont l'une ſoit parallèle à l'axe, & l'autre perpendiculaire à cet axe; ce qui eſt toujours poſſible, puiſqu'il n'y a point de puiſſance qui ne puiſſe ſe réduire à deux autres de poſition donnée; enſuite on regardera la *chaînette* comme un polygone d'une infinité de côtés; & ſuppoſant chaque puiſſance appliquée au point de concours des deux côtés, on décompoſera, ce qui eſt toujours poſſible, chaque puiſſance en deux autres qui ſoient dans la direction de deux côtés contigus : de cette manière on trouvera que chaque côté de la courbe eſt tiré à chacune de ſes extrémités en ſens contraires, par deux puiſſances qui agiſſent ſuivant la direction de ce côté. Or pour qu'il y ait équilibre, il faut que les deux puiſſances ſoient égales : égalant donc ces deux puiſſances enſemble, on aura l'équation de la *chaînette*. Voyez *un plus long détail dans les ouvrages cités.* Il nous ſuffit ici d'avoir expoſé le principe. Si une courbe eſt preſſée en chaque point par une puiſſance qui ſoit perpendiculaire à la courbe, on trouvera par ce principe que pour qu'il y ait équilibre, il faut que chaque puiſſance ſoit en raiſon inverſe du rayon de la développée de la courbe, au point où la puiſſance agit.

Pluſieurs auteurs ont trouvé qu'une voûte, pour être en équilibre, devoit avoir la même figure que la *chaînette*. En effet, imaginons cette voûte en équilibre, comme compoſée de petites ſphères ſolides qui ſe touchent, & joignons les centres de ces ſphères par des lignes droites; imaginons enſuite que la direction de la peſanteur de ces ſphères change tout-à-coup, & ſe faſſe en ſens contraire; & que les ſphères ſoient liées enſemble par des fils ou autrement, de manière qu'elles ne puiſſent pas obéir à l'impulſion verticale de la peſanteur : il eſt viſible que l'équilibre ne ſera point troublé, puiſque des puiſſances qui ſont en équilibre con-

Digitized by Google

tinuent d'y être, lorſque ſans changer ces puiſſances, on ne fait que leur donner à toutes des directions contraires. Il eſt viſible de plus que dans ce cas la voûte deviendra une *chaînette* dont les pieds droits de la voûte ſeront les points fixes, & qu'il n'y aura d'autre différence que dans le renverſement de la figure : donc la courbe de la *chaînette* eſt la même que celle de la voûte. *Voyez* VOUTE. (*O*)

CHAISE *marine*, (*Aſtron.*) c'eſt le nom d'une machine propoſée en Angleterre vers 1760, par M. Irwin, pour ſuſpendre un obſervateur dans un vaiſſeau par le moyen de deux axes, comme la lampe de Cardan; on pouvoit, par ce moyen, obſerver en mer des éclipſes de ſatellites. Cette machine avoit été propoſée en France par Beſſon, dans ſon COSMOLABE.

CHAMBRE *obſcure* ou *chambre cloſe, en termes d'Optique*, eſt une *chambre* fermée avec ſoin de toutes parts, & dans laquelle les rayons des objets extérieurs étant reçûs à travers un verre convexe, ces objets ſont repréſentés diſtinctement, & avec leurs couleurs naturelles, ſur une ſurface blanche placée en-dedans de la *chambre*, au foyer du verre. Outre ces expériences que l'on peut faire dans une *chambre* ainſi fermée, on fait des *chambres obſcures*, ou machines portatives, dans leſquelles on reçoit l'image des objets extérieurs par le moyen d'un verre.

La première invention de la *chambre obſcure* eſt attribuée à Jean-Baptiſte Porta.

La *chambre obſcure* ſert à beaucoup d'uſages différens. Elle jette de grandes lumières ſur la nature de la viſion; elle fournit un ſpectacle fort amuſant, en ce qu'elle préſente des images parfaitement ſemblables aux objets; qu'elle en imite toutes les couleurs & même les mouvemens, ce qu'aucune autre ſorte de repréſentation ne peut faire. Par le moyen de cet inſtrument, ſur-tout s'il eſt conſtruit conformément à la dernière des trois manières de le conſtruire dont on parlera plus bas, quelqu'un qui ne ſait pas le deſſin, pourra néanmoins deſſiner les objets avec la dernière juſteſſe & la dernière exactitude; & celui qui ſait deſſiner ou même peindre, pourra encore par ce même moyen ſe perfectionner dans ſon art.

La théorie de la *chambre obſcure* eſt contenue dans les propoſitions ſuivantes tirées de l'*Optique* de Wolf.

Si un objet *A B* (*pl. d'Opt. fig. 16*) envoie des rayons à travers la petite ouverture *C*, ſur une muraille blanche oppoſée à cet objet, & que la place où les rayons vont aboutir, derrière l'ouverture *C*, ſoit ſombre; l'image de l'objet ſe peindra en *a b* ſur la muraille de haut en-bas.

Car l'ouverture *C* étant fort petite, les rayons qui viennent du point *B*, tomberont ſur *b*; ceux qui viennent des points *A* & *D*, tomberont ſur *a* & *d*; c'eſt pourquoi, comme les rayons qui partent des différens points de l'objet, ne ſont point confondus lorſque la muraille les réfléchit, ils porteront avec eux les traits de l'objet qu'ils repréſenteront ſur la muraille. Mais comme les rayons *A C* & *B C* ſe coupent l'un l'autre à l'ouverture, & que les rayons qui partent des points d'en-bas vont aboutir en-haut, il faudra néceſſairement que l'objet ſoit repréſenté dans une figure renverſée.

Ainſi, comme les angles en *D* & en *d* ſont droits, & que les angles en *C* ſont égaux; *B* & *b*, *A* & *a* ſeront auſſi égaux; conſéquemment ſi la muraille ſur laquelle l'objet eſt repréſenté eſt parallèle à l'objet, *a b* : *A B* :: *d C* : *C D*, c'eſt-à-dire, que la hauteur de l'image ſera à la hauteur de l'objet, comme la diſtance de l'image à l'ouverture eſt à la diſtance de l'objet à cette même ouverture. Il eſt évident par cette démonſtration qu'on peut faire une *chambre obſcure*, en ſe contentant de faire en *C* un trou fort petit, ſans y mettre de verre. Mais l'image ſera beaucoup plus diſtincte, ſi on place un verre convexe en *C*; car lorſqu'il n'y a en *C* qu'un ſimple trou, les points *A*, *B*, *D*, *&c.* de l'objet ne peuvent ſe repréſenter en *a*, *b*, *d*, que par de ſimples rayons *A b*, *D d*, *B a*; au lieu que ſi on place un verre en *C*, tous les rayons qui viennent du point *A* par ex. & qui tombent ſur ce verre, ſont réunis au foyer, de ſorte que le point *a* eſt beaucoup plus vif & plus diſtinct; & la réunion ſera d'autant plus exacte & plus parfaite au foyer, que le verre ſera portion d'une plus grande ſphère; ainſi, moins le verre ſera convexe, plus l'image ſera diſtincte. Il eſt vrai auſſi que le foyer ſera d'autant plus éloigné, que le verre ſera moins convexe, ce qui fait un inconvénient. C'eſt pourquoi il faut prendre le verre d'une convexité moyenne.

Conſtruction d'une chambre obſcure, *dans laquelle les objets de dehors ſeront repréſentés diſtinctement & avec leurs couleurs naturelles, ou de haut en-bas, ou dans leur vraie ſituation.* 1.° Bouchez tous les jours d'une *chambre* dont les fenêtres donnent des vues ſur un certain nombre d'objets variés, & laiſſez ſeulement une petite ouverture à une des fenêtres. 2.° Adaptez à cette ouverture un verre lenticulaire, plan, convexe, ou convexe des deux côtés, qui forme une portion de ſurface d'une aſſez grande ſphère. 3.° Tendez à quelque diſtance, laquelle ſera déterminée par l'expérience même, un papier blanc, ou quelques étoffes blanches, à moins que la muraille même ne ſoit blanche; au moyen de quoi vous verrez les objets peints ſur la muraille de haut en-bas. 4.° Si vous les voulez voir repréſentés dans leur ſituation naturelle, vous n'avez qu'à placer un verre lenticulaire entre le centre & le foyer du premier, ou recevoir les images des objets ſur un miroir plan incliné à l'horizon ſous un angle de 45 degrés, ou enfermer deux verres lenticulaires, au lieu d'un dans un tuyau de lunette. Si l'ouverture eſt très-petite, les objets pour-

ront ſe peindre, même ſans qu'il ſoit beſoin de verre lenticulaire.

Pour que les images des objets ſoient bien viſibles & bien diſtinctes, il faut que le ſoleil donne ſur les objets : on les verra encore beaucoup mieux, ſi l'on a ſoin de ſe tenir auparavant un quart-d'heure dans l'obſcurité. Il faut auſſi avoir grand ſoin qu'il n'entre de la lumière par aucune fente, & que la muraille ne ſoit point trop éclairée.

Conſtruction d'une chambre obſcure portative. 1.° Ayez une caſſette ou boîte de bois ſec (*pl. d'Opt. fig. 17*) de la figure d'un parallélépipede, large d'environ dix pouces, & longue de deux pieds ou davantage, à proportion du diamètre que vous voudrez donner au verre lenticulaire. 2.° Dans le plan *C A O* ajuſtez un tuyau à lunette *E F*, avec deux verres lenticulaires; ou bien mettez l'image à une petite diſtance du tuyau avec trois verres lenticulaires convexes des deux côtés, dont les deux de dehors ou de devant auront de diamètre $\frac{60}{100}$ de pied, & celui de dedans $\frac{40}{100}$. En dedans de la boîte, à une diſtance raiſonnable du tuyau, mettez un papier huilé *G H* dans une ſituation perpendiculaire, en ſorte qu'on puiſſe voir à travers, les images qui viendront s'y peindre. Enfin en *I* faites un trou rond par où une perſonne puiſſe regarder commodément.

Alors ſi le tuyau eſt tourné vers l'objet, les verres étant arrêtés à une diſtance convenable, qui ſera déterminée par l'expérience, l'objet ſera peint ſur le papier *G H* dans ſa ſituation naturelle.

On peut encore faire une *chambre obſcure portative* de cette manière. 1.° Au milieu d'une caſſette ou boîte de même forme (*pl. d'Opt. fig. 18*), mettez une petite tourette ronde ou quarrée *H I*, ouverte du côté de l'objet *A B*. 2.° Derrière l'ouverture placez un petit miroir *a b I* à une inclinaiſon de 45 degrés, pour réfléchir les rayons *A a* & *B b*, ſur le verre convexe des deux côtés *G*, enfermé dans le tuyau *G L*. 3.° A la diſtance de ſon foyer mettez une planche couverte d'un papier blanc *E F*, pour recevoir l'image *a b*: enfin faites en *N M* une ouverture oblongue pour regarder dans la boîte. (*O*)

CHAMÉLEON. *Voyez* CAMÉLEON.

CHAMMA, nom que les aſtronomes arabes donnent au ſoleil.

CHAMP *d'une lunette*, eſt l'étendue des objets qu'on y peut voir à-la-fois; le *champ* eſt déterminé par la largeur de l'oculaire ou du diaphragme, que l'on met au foyer de l'objectif; car la longueur du foyer eſt au diamètre de cet anneau comme le rayon eſt au ſinus de l'angle qui meſure le champ de la lunette; on le détermine par obſervation en comptant le nombre de minutes & de ſecondes qu'un aſtre met à le traverſer. (*D. L.*)

*On voit donc que le *champ* d'une lunette eſt l'eſpace que cette lunette embraſſe, c'eſt-à-dire ce que l'on voit en regardant dans la lunette. C'eſt une perfection dans une lunette d'embraſſer beaucoup de *champ*; mais cette perfection nuit ſouvent à une autre, c'eſt la netteté des objets : car les rayons qui tombent ſur les bords du verre objectif, & d'où dépend le *champ* de la lunette, ſont rompus plus inégalement que les autres, ce qui produit des couleurs & de la confuſion. On remédie à cet inconvénient par un diaphragme placé au-dedans de la lunette, qui en interceptant ces rayons, diminue le *champ*; mais rend la viſion plus diſtincte. (*O*)

CHANCE, (*jeux de hazard*) eſt encore employé dans pluſieurs jeux de cette eſpèce, mais particuliérement dans la taupe & tingue. *Voyez l'article* TAUPE & TINGUE.

CHANGEANTES, (*Aſtron.*) On déſigne ſous ce nom certaines étoiles qui ſont ſujettes à des diminutions & à des augmentations alternatives de lumière. Il y a pluſieurs étoiles dans leſquelles on ſoupçonne de ſemblables variations; mais il n'y en a que deux où elles aient été diſcutées & obſervées avec aſſez de ſoin, pour qu'on puiſſe les prédire : l'une eſt la *changeante* de la baleine; l'autre eſt la *changeante* du cygne.

La *changeante* de la baleine, appellée *o* dans Bayer, fut apperçue le 13 août 1596, par David Fabricius. Boulliaud, dans un traité imprimé à Paris en 1667, dit que cette étoile revient à ſa plus grande clarté au bout de 333 jours; mais Caſſini en compte 334, *Elem. d'Aſtron.*, *page 68*. Elle paroît de la ſeconde grandeur plus belle que α & β de la baleine pendant l'eſpace de 15 jours, & diminue enſuite juſqu'à diſparoître quelquefois totalement. Hévélius rapporte quelle fut quatre années entières ſans paroître; ſavoir, depuis le mois d'octobre 1672, juſqu'au mois de décembre 1676. Elle n'emploie pas toujours un tems égal, depuis le commencement de ſon apparition juſqu'à ſa diſparition; mais tantôt elle augmente plus vîte qu'elle ne diminue & tantôt elle s'accroît plus lentement. Caſſini la trouva dans ſon plus grand éclat au commencement d'août 1703, & elle paroiſſoit alors de troiſième grandeur comme Fabricius l'avoit jugée le 13 août 1596. Elle avoit eu, dans cet eſpace de 39080 jours, 117 révolutions, ce qui donne la période moyenne de ſes variations de 334 jours; mais il peut y avoir dans ces déterminations deux ou trois jours d'incertitude. *Voyez* Caſſini, *Elémens d'Aſtron.*, *page 68*. Maraldi, *Mém. de l'Académie* 1719. *Philoſ. tranſactions n.° 134 & 346*. M. Herſchel l'a trouvée dans ſon plus grand éclat les 10 ou 15 novembre 1779; elle étoit inviſible le 7 février 1780. *Philos. tranſact.* 1780. On a obſervé dans le cygne trois étoiles *changeantes* : la plus remarquable des trois eſt celle qui eſt appellée *χ* dans Bayer, & dont on obſerve encore les phaſes. Kirch fut le premier qui remarqua en 1686 ces variations de lumière; le 11 juillet il n'avoit pu appercevoir cette étoile, mais le 19

Digitized by Google

octobre, elle lui parut de cinquième grandeur. Au mois de février 1687, elle avoit encore disparu, on ne la voyoit pas même avec une lunette. Dans la suite Maraldi & Cassini ayant observé plusieurs fois ses variations, trouvèrent la période de 405 jours. *M. Acad.* 1719. M. le Gentil a trouvé, par de nouvelles observations 405 jours & $\frac{1}{10}$: voici le tems de son plus grand éclat tels qu'il les a annoncés. Le 24 mai 1784, 4 juillet 1785, 13 août 1786, 22 septembre 1787, 1 novembre 1788, 10 décembre 1789; 30 janvier 1791, 10 mars 1792, 19 avril 1793, *&c.* La table de M. le Gentil continue jusqu'à la fin du siècle, *Mém. Acad.* 1759, *pag.* 247. On doit observer que ces retours sont aussi sujets à des inégalités physiques; car cette étoile fut presqu'invisible pendant les années 1699, 1700, 1701, même dans les tems où par les observations des années précédentes & suivantes, elle devoit être dans sa plus grande clarté. Cassini, *page* 72.

Nous devons encore dire quelques mots de deux autres *changeantes* du cygne, l'une est située proche l'étoile γ, qui est dans la poitrine; elle fut découverte par Kepler en 1600; on ne la trouve point dans le catalogue de Tycho, quoiqu'il ait marqué plusieurs étoiles qui sont près de cette *changeante*, & qui paroissent même plus petites : Bayer & Janson l'ont regardée comme nouvelle. Pendant 19 ans qu'elle fut observée par Kepler, elle parut toujours de la même grandeur, n'étant pas tout-à-fait si grande que γ à la poitrine du cygne, mais plus grande que celle qui est dans le bec. Elle paroissoit encore au témoignage de Liceti en 1621; mais elle disparut ensuite. Cassini l'observa de nouveau en 1655; elle augmenta pendant cinq années jusqu'à égaler les étoiles de la troisième grandeur: en 1677, 1682 & 1715, elle n'étoit encore que comme une étoile de la sixième grandeur. Cassini, *Elémens d'Astron., pag* 69. Maraldi, *Mém. Acad.* 1719. On trouve diverses observations d'Hévélius sur les *changeantes* de la baleine & du cygne dans les *transactions Philosophiques, n.° 134.*

La troisième étoile *changeante* du cygne ne paroit plus actuellement; elle fut découverte le 20 juin 1670, par le P. Anthelme, chartreux, près de la tête du cygne, du côté de la flèche; elle étoit alors de troisième grandeur; mais, le 10 août, elle n'étoit plus que de cinquième grandeur, & elle se perdit bientôt entièrement : sa longitude étoit à Υ^d 55′ du verseau, elle avoit 47^d 28′ de latitude boréale; elle passoit par le méridien 27′ avant la luisante de l'aigle; son ascension droite étoit de 293^d 33′, & sa déclinaison 26^d 33′. Le P. Anthelme la revit le 17 Mars 1671, & la jugea de quatrième grandeur. Cassini y remarqua cette année-là plusieurs variations. Elle fut deux fois dans son plus grand éclat; d'abord le 4 avril, ensuite au commencement de mai; ce qu'on n'a vu arriver à aucune autre étoile. Par la comparaison des observations de ces deux années, il paroissoit d'abord qu'elle employoit environ 10 mois à revenir à la même phase; de sorte qu'on auroit dû la voir au mois de février 1672; cependant on ne put l'appercevoir au rapport d'Hévélius, que le 29 mars : elle n'étoit encore que de sixième grandeur & elle n'a pas reparu depuis 1672. Cassini, *Elem. d'Astr., pag.* 71. *Voyez* mon *Astronomie liv. III, page* 317, où il y a encore plusieurs exemples de variations observées ou soupçonnées dans différentes étoiles, & où je rapporte l'hypothèse de Maupertuis sur la cause de ces variations. On auroit trouvé probablement beaucoup d'étoiles *changeantes*, si l'on eût observé souvent & avec soin les plus petites étoiles.

Cette année même 1783, on a découvert les diminutions de lumière de l'étoile *Algol* à la tête de Méduse, β de Persée; elle est ordinairement de seconde grandeur & devient de quatrième toutes les 69 heures, & cela dure quelques heures. Montanari avoit remarqué ces variations dans le dernier siècle, Maraldi les avoit aussi observées à Paris, comme on le voit dans l'histoire de l'Académie à l'année 1695; il ne put à la vérité observer aucune variation en 1692 & 1693, mais en 1694 l'étoile augmenta & diminua, elle parut de seconde & quatrième grandeur, peut-être que dans les années précédentes Maraldi n'y avoit pas regardé dans les jours & les heures où elle devoit avoir son moindre degré de lumière. Suivant une lettre de M. Herschel, la période de lumière de l'étoile *algol* paroissoit de 25 jours 20 heures 47 minutes; la première fois qu'il l'a vue dans sa plus petite lumière, c'étoit le 3 mai 1783 à huit heures 57 minutes, jusqu'à 10 heures 10 minutes, à Windsor; sa lumière ne surpassoit que très-peu celle de *Ro* de Persée qui n'en est qu'à deux degrés & qui est marquée de 4e grandeur. Le 20 mai depuis 14 heures 17 minutes jusqu'à 14 heures 30 minutes, elle lui parut encore de la grandeur de ρ de Persée, cependant elle m'a semblé un peu plus grosse dans les jours où j'ai observé son moindre éclat. La durée de cette période est de deux jours 20 heures 48 $\frac{1}{4}$ minutes. Ces variations de lumière ont été remarquées sur-tout par M. Goodricke, Gentilhomme d'Yorck, à la fin de l'année 1782. On les explique ou par de grandes parties obscures, comme Riccioli, ou par une figure très-applatie, comme Maupertuis, ou par l'interposition d'une grosse planète : c'est le sentiment de M. Goodricke. Nous parlerons de divers autres changemens au *mot* Etoile. (*D. L.*)

CHANGEMENT D'ORDRE, *en Arithmétique & en Algèbre*, est la même chose que *permutation*. *Voyez* Permutation.

On demande, par exemple, combien de *changemens d'ordre* peuvent avoir six personnes assises à une table : on trouvera 720. *Voyez* Alternation & Combinaison. (*O*)

CHAPE, *f. f.* (*Mech.*) Nom qu'on donne en général à des trous percés dans le bois, dans le fer, ou toute autre matière, & destinés à recevoir

les extrémités de l'eſſieu d'une pouſſe, d'une balence, d'un tour, *&c.*

On affecte particulièrement ce nom à ces bandes de fer recourbées en demi-cercle, entre leſquelles ſont ſuſpendues & tournent des poulies ſur un pivot ou une goupille qui les traverſe & leur ſert d'axe, & va ſe placer & rouler dans deux trous pratiqués, l'un à l'une des alles de la *chape*, & l'autre à l'autre alle. Tout cet aſſemblage de la *chape* & de la poulie eſt ſuſpendu par un crochet, ſoit à une barre de fer, ſoit à tout autre appui ſolide. On voit de ces poulies encaſtrées dans des *chapes* au-deſſus des puits. *Voyez* POULIE.

CHAPEAU, ſ. m. (*Méch.*) On appelle ainſi, dans certains batis de charpente, un aſſemblage de trois pièces de bois, dont deux poſées verticalement & emmortoiſées avec une troiſième ſur ſes extrémités, tiennent cette troiſième horizontale.

Dans l'*hydraulique pratique*, le *chapeau* eſt une pièce de bois attachée avec des chevilles de fer ſur les couronnes d'une file de pieux, ſoit dans un batardeau, ſoit dans une chauſſée.

CHAPELET, ſ. m. (*Hydrod.*) Machine hydraulique, compoſée d'une ſuite de *godets* ou de *clapets* attachés à une corde ou chaîne ſans fin, qui trempent alternativement dans l'eau d'un puiſard, & qui ſe rempliſſent ou ſe chargent avant que d'entrer dans un tuyau, d'où ils ſortent par l'autre bout, & ſe vuident dans un baſſin ou creux quelconque deſtiné à recevoir l'eau.

Comme il eſt néceſſaire que les *clapets* ou *godets* entrent un peu juſte dans le tuyau montant, il y a quelquefois un frottement aſſez conſidérable dans cette machine.

La chaîne ſans fin doit être écartée dans ſon chemin, & pour entrer verticalement dans le tuyau montant, & pour que les *godets* ou *clapets* vuident l'eau dans le réſervoir de decharge; ainſi, il faut qu'elle tourne & s'accroche ſur deux hériſſons ou rouets à crocs, placés à ſes extrémités. De plus, ſon mouvement doit être un peu prompt, pour ne pas donner à l'eau le tems de redeſcendre par le tuyau montant. *Voyez* une plus ample deſcription & l'uſage de ces machines dans l'*architecture hydraulique* de Belidor, & dans la *Phyſique* de Deſagnliers.

CHARA. (*Aſtron.*) *Voyez* CHIENS DE CHASSE.

CHARGE *d'eau*; (*Hydrod.*): hauteur verticale de l'eau au-deſſus d'un orifice, ou d'un point quelconque.

CHARGÉ (*Jeu*) ſe dit des dés dont on a rendu une des faces plus peſante que les autres; c'eſt une friponnerie dont le but eſt d'amener le point foible ou fort à diſcrétion. On *charge* le dé en rempliſſant les points mêmes de quelque matière plus lourde en pareil volume que la quantité d'ivoire qu'on en a ôtée pour les marquer. On les *charge* d'une manière plus fine; c'eſt en tranſpoſant le centre de gravité hors du centre de maſſe; ce qui ſe peut, ce qui eſt même très-ſouvent contre l'intention du tablétier & des joueurs, lorſque la matière des dés n'eſt pas d'une conſiſtance uniforme. Alors il eſt naturel que les dés s'arrêtent plus ſouvent ſur la face dont le centre de gravité eſt le moins éloigné. *Exemple*: Si un dé a été coupé dans une dent, de manière qu'une de ſes faces ſoit faite de l'ivoire qui touchoit immédiatement à la concavité de la dent, & que la face oppoſée ait par conſéquent été priſe dans l'extrémité ſolide de la dent; il eſt clair que cet endroit ſera plus compact que l'endroit oppoſé, & que le dé ſera *chargé* tout naturellement: on peut donc ſans fourberie étudier les dés au trictrac, & à tout autre jeu de dés. La petite différence qui ſe trouve entre l'égalité de peſanteur en tout ſens, ou, pour parler plus exactement, entre le ſens de peſanteur & celui de maſſe, ſe fait ſentir à la longue, & donne un avantage certain à celui qui l'a connoît: or le plus petit avantage certain pour un des joueurs à l'excluſion des autres, dans un jeu de hazard, eſt preſque le ſeul qui reſte quand le jeu dure long-tems.

CHARIER, (*Hydrod.*) *entraîner avec ſoi*: les eaux tant de rivière que de fontaine *charient* naturellement du ſable, du gravier. (*K*)

CHARIOT, (*Méch.*) *Voyez* TRAINEAU.

CHARIOT, (*Aſtronomie.*) Le *chariot* eſt une conſtellation qu'on appelle auſſi *la grande ourſe*; elle a en effet quelque reſſemblance avec un chariot. *Voyez* GRANDE OURSE. (*O*)

CHARIVARI, ſ. m. (*jeu*) ſe dit à l'ombre à trois, d'un hazard qui conſiſte à porter les quatre dames. On reçoit pour ce jeu de chacun une fiche, ſi l'on gagne; on la paie à chaque joueur, ſi l'on perd.

CHARNIERE, ſ. f. (*Méch.*) pièce ſur laquelle tournent au moyen d'une virole ou d'un axe, les deux parties d'une boîte, les deux jambes d'un compas, *&c.*

CHASSE, ſ. f. (*Méch.*) On appelle *chaſſe* d'une balance la partie perpendiculaire au fléau, & par laquelle on ſoutient la balance quand on veut s'en ſervir. *Voyez* BALANCE & FLÉAU.

Les lunetiers appellent auſſi *chaſſe* la monture d'une lunette dans laquelle les verres ſont embraſſés; cette chaſſe eſt de corne, d'écaille, d'acier bien élaſtique, *&c.*

Ce même mot ſe prend auſſi dans la Méchanique pour ſignifier l'eſpace libre qu'il faut accorder à une machine entière, ou à quelqu'une de ſes parties, pour en augmenter ou du moins en faciliter l'action. Trop ou trop peu de *chaſſe* nuit à l'action: c'eſt à l'expérience à déterminer la juſte quantité. Voici un exemple ſimple de ce qu'on entend par *chaſſe*. La *chaſſe*, dans la ſcie à ſcier du marbre, eſt la quantité préciſe dont cette ſcie doit être plus longue que le marbre à ſcier, pour que toute l'action du ſcieur ſoit employée ſans lui donner un poids de ſcie ſuperflu qu'il tireroit, & qui ne ſeroit point appliqué ſi la *chaſſe* étoit trop longue: il eſt évident que dans ce cas, la

Digitized by Google

longueur des bras de l'ouvrier permettra plus de *chaſſe*. La *chaſſe* ordinaire eſt depuis un pied juſqu'à dix-huit pouces.

CHASSE, ſ. f. (*Jeu*) c'eſt au jeu de paume la diſtance qu'il y a entre le mur du côté où l'on ſert, & l'endroit où tombe la balle du ſecond bond. Cette diſtance ſe meſure par les carreaux: quand la *chaſſe* eſt petite, on dit *une chaſſe à deux, à trois carreaux & demi*, &c. C'eſt au garçon à examiner, annoncer & marquer fidellement les *chaſſes*. Ce garçon en eſt appellé *le marqueur*. *Voyez l'article* PAUME.

CHASSIS, ſ. m. ſe dit généralement de tout aſſemblage de fer ou de bois aſſez ordinairement quarré, deſtiné à environner un corps & à le contenir. Le *chaſſis* prend ſouvent un autre nom, ſelon le corps qu'il contient, ſelon la machine dont il fait partie, relativement à une infinité d'autres circonſtances. Il y a peu d'arts & même aſſez peu de machines conſidérables, où il ne ſe rencontre des *chaſſis* ou des parties qui en font la fonction ſous un autre nom.

CHASSIS, (*Hydr.*) eſt un aſſemblage de bois ou de fer qui ſe place au bas d'une pompe, pour pouvoir par le moyen de deux couliſſes pratiquées dans un dormant de bois, la lever au beſoin, & viſiter les corps de pompe. (*K*)

CHATEB, nom de la planète de Mercure.

CHATIERE, ſ. f. (*Hydrod.*) diffère de la pierrée, en ce qu'elle eſt moins grande, & bâtie ſeulement de pierres ſèches poſées de champ des deux côtés, & recouverte de pierres plates appellées *couvertures*, en ſorte qu'elles forment un eſpace vuide d'environ 9 à 10 pouces en quarré, pour faire écouler l'eau ſuperflue d'un baſſin, ou d'une très-petite ſource. Ces *chatieres* bâties ainſi légérement ſont fort ſujettes à s'engorger. (*K*)

CHEF *de l'épicycle* ou *apogée de l'épicycle*, eſt la partie la plus éloignée de la terre.

C H E

CHELUB, nom de la conſtellation de Perſée.

CHEMIN *de S. Jacques*. *Voyez* VOYE LACTÉE.

CHENAL, ſ. m. (*Hydrod.*) c'eſt un courant d'eau en forme de canal, bordé le plus ſouvent des deux côtés de terres coupées en talus, & quelquefois revêtu de murs. Le *chenal* ſert à faire entrer un bâtiment de mer ou de riviere dans le baſſin d'une écluſe. (*K*)

CHÊNE DE CHARLES II, (*Aſtron.*) conſtellation méridionale, introduite par Halley, en mémoire du *chêne royal*, ſur lequel ſe retira Charles II lorſqu'il eût été défait à Worceſter, le 3 ſeptembre 1651: voici ce qu'en raconte le célèbre Hume, dans ſon *Hiſtoire de la maiſon des Stuarts*.

Le roi étant ſorti de Worceſter à ſix heures du ſoir, fit environ vingt-ſix milles ſans s'arrêter, accompagné de cinquante ou de ſoixante de ſes plus fidèles amis: enſuite l'intérêt de ſa ſûreté perſonnelle lui fit prendre le parti de quitter ſes compagnons, ſans leur avoir communiqué ſes deſſeins; & ſe livrant à la conduite du comte de Derby, il ſe rendit ſur les confins de Staffordſhire à Boſcobel, métairie écartée, dont un nommé *Penderell* étoit le fermier. Charles ne fit pas de difficulté de s'ouvrir à lui; cet homme avoit des ſentimens fort au-deſſus de ſa condition, quoique la peine de mort fût prononcée contre ceux qui donneroient une retraite au roi, & qu'on eût promis une groſſe récompenſe à ceux qui le trahiroient, il promit & ſut garder une fidélité inviolable. Ses freres, au nombre de quatre, & gens d'honneur comme lui, prêterent leur aſſiſtance: ils firent prendre à Charles des habits tels que les leurs, ils le menèrent dans un bois voiſin, & lui mettant une hache entre ſes mains, ils feignirent de l'employer à faire leur proviſion de fagots; pendant quelques nuits le roi n'eut d'autre lit que de la paille, & ſa nourriture fut celle qui ſe trouva dans la ferme. Pour ſe cacher mieux, il monta ſur un grand *chêne*, dont les feuilles & les branches lui ſervirent d'aſyle pendant vingt-quatre heures; il vit paſſer ſous ſes pieds pluſieurs ſoldats, tous employés à chercher le roi, & qui la plupart témoignoient une extrême envie de s'en ſaiſir. Cet arbre reçut enſuite le nom de *chêne royal*, & fut regardé long-tems par tous les habitans du pays avec une extrême vénération.

On trouve auſſi dans le *Journal des ſavans*, du 23 novembre 1676, l'extrait d'un livre anglois, intitulé: *Boſcobel*, du nom d'une des deux maiſons qui ſervirent de retraite à Charles II; ce livre a été traduit en françois, on y trouve la figure des deux maiſons & celle de ce fameux *chêne*, qu'on regardoit comme un prodige, & qui étoit ſi gros & ſi touffu, que vingt hommes auroient pu s'y cacher.

L'abbé de la Caille ſe plaignoit de ce que Halley avoit pris des étoiles de la conſtellation du navire pour former la conſtellation de ſon protecteur; (*Voyez le Journal du voyage* de la Caille 1763, *in*-12;) mais le monarque & l'aſtronome méritoient que cette conſtellation fût conſervée, & j'ai repréſenté ſur mon globe céleſte, gravé en 1773, ce même *chêne*, ſitué contre le vaiſſeau, & paſſant ſur toutes les étoiles que Halley lui avoit aſſignées, elles ſont au nombre de vingt-quatre dans le catalogue des étoiles auſtrales de Halley; la principale eſt une étoile de ſeconde grandeur, qui avoit au commencement de 1678, 6ʰ 27ᵈ 25′ de longitude, & 72ᵈ 15′ de latitude auſtrale: cette conſtellation s'étend depuis 6ʰ 13ᵈ juſqu'à 7ʰ 6ᵈ de longitude, & depuis 51ᵈ juſqu'à 72ᵈ de latitude; cet intervalle renferme un grand nombre d'autres étoiles du navire, dans le catalogue du *Cœlum auſtrale* de la Caille. (*D. L.*)

Digitized by Google

CHENIB *ou* GENIB, nom de la belle étoile de Perſée.

CHERCHE, ſ. f. (*Méch.*) On donne ce nom 1.° aux différentes courbes ſelon leſquelles on pratique le renflement léger qui fait tant à l'élégance des colonnes. *Voyez* CONCHOIDE DE NICOMÈDE. C'eſt en effet cette courbe qu'on ſuit pour les Ioniques & les Corinthiennes renflées à la manière de Vignole. 2.° Au trait d'un arc ſurbaiſſé ou rampant, déterminé par pluſieurs points ou interſections de cercles, ou d'autres courbes, ou de droites & de courbes. On dit auſſi dans ce cas, *cerce*, de même que *cherche*. La *cherche* eſt *ſurbaiſſée*, quand elle a moins d'élévation que la moitié de ſa baſe; & *ſurhauſſée*, quand le rapport de la hauteur à la baſe eſt plus grand que celui de 2 à 1. 3.° Au développement de pluſieurs circonférences fait ſelon quelque ligne verticale; pour cet effet, il faut concevoir un fil élaſtique courbé circulairement, de manière que toutes les circonférences ou tours tombent les uns ſur les autres; ſi l'on fixe à terre la première circonférence, & qu'en prenant le bout du fil élaſtique on le tire en haut, on aura le développement appellé *cherche*, & l'on donnera à ce développement l'épithète de *ralongé*, & autres, ſelon le rapport qu'il y aura entre la circonférence la plus baſſe & celles qui s'élèveront en ſpirale au-deſſus de cette circonférence. 4.° Au profil d'un contour courbe, découpé ſur une planche même, pour diriger le relief ou le creux d'une pierre, en indiquant au tailleur les parties qu'il doit enlever. Si la pierre doit être concave, la *cherche* eſt convexe; ſi au contraire la *cherche* eſt concave, c'eſt que la pierre doit être convexe.

CHERCHÉE, adj. *quantité cherchée*, (*Algeb. ou Géom.*) Les Géomètres ou les Algébriſtes appellent ainſi la quantité qu'il s'agit de découvrir quand on propoſe un problème. Si l'on demandoit, par exemple, que l'on déterminât le nombre, lequel multiplié par 12 produiſe 48, on trouveroit que le nombre 4 eſt la *quantité cherchée*. (*Chambers.*)

*On diſtingue dans chaque problème les quantités connues, & la quantité ou les *quantités cherchées*. Ainſi, dans le problème précédent, 12 & 48 ſont les quantités connues. *Voyez* PROBLÈME, ÉQUATION, *&c.* L'art des équations conſiſte à comparer & à combiner enſemble les quantités connues & les *quantités cherchées*, comme ſi les unes & les autres étoient connues; & à découvrir par le moyen de cette combinaiſon les *quantités cherchées*, c'eſt-à-dire à parvenir à une équation où la *quantité cherchée* ſoit exprimée ſous une forme qui ne renferme que les quantités connues. *Voyez* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE. (*O*)

CHESIL, nom hébreu d'une conſtellation, que les uns appliquent à Orion, les autres au ſcorpion ou aux Ourſes. *Voyez mon* ASTRONOMIE, art. 611. (*D. L.*)

CHERCHEUR (*Aſtron.*), petite lunette que l'on adapte aux téleſcopes ou aux fortes lunettes acromatiques dont le champ eſt petit, & cela pour trouver plus facilement les aſtres; on en voit un en *E E*, *fig. 224 des planches d'Aſtronomie*. Le *chercheur* a un très-grand champ, & l'on y met l'aſtre fort aiſément, on le fait venir ſur les fils qui ſe croiſent au foyer du *chercheur*; &, ſi ſon axe eſt exactement parallèle à celui du téleſcope, l'aſtre ſe voit au milieu du champ du téleſcope. (*D. L.*)

CHEVAL, (*Aſtron.*) nom que l'on donne à la conſtellation de Pegaſe.

CHEVAL *ou* PETIT CHEVAL, conſtellation boréale ſituée entre le dauphin & la tête de pegaſe, on l'appelle auſſi *equuleus*, *equus minor*, *hinnulus*, *equi caput*, *ſectio equina*, *ſectio equi minoris*, *eyllarus*, (ou cheval) *ſemi perfectus*. On appelle cette conſtellation le *petit cheval*, pour la diſtinguer de pegaſe qui eſt le *grand cheval*: on n'en voit ſur les cartes céleſtes que la moitié, comme ſi le reſte du corps étoit caché dans les nuages, ainſi que le taureau dont on ne peint ſouvent que la moitié. Suivant la Mythologie, ce *cheval* eſt celui que Mercure avoit donné à Caſtor & qui ſe nommoit Cillarus, (*Virg. georg. III. 90.*) ou celui dont Saturne prit la forme lorſqu'il fut ſurpris avec Philyra fille de l'océan; mais comme tous les dieux & tous les héros de l'antiquité ont fait uſage du *cheval*, on a donné à cette conſtellation une multitude d'origines différentes ſur leſquelles on ne ſauroit rien ſtatuer. *Voyez Cæſius*, *cælum Aſtronomico poeticum*.

Cette conſtellation ne contient que dix étoiles, dont la plus belle « eſt marquée de troiſième grandeur dans Flamſteed, & de quatrième grandeur dans le catalogue de la Caille. Sa longitude au commencement de 1750, étoit de 10° 19′ 37″ 54‴, & ſa latitude de 20° 8′ 56″ boréale. (*D. L.*)

CHEVALET *du peintre*, (*Aſtron.*) conſtellation méridionale, qui contient 25 étoiles dans le *Cælum auſtrale* de M. de la Caille, où elle eſt appellée *apparatus ſculptoris*, la plus belle « n'eſt que de cinquième grandeur; ſon aſcenſion droite pour 1750 eſt 11° 38′ 58″ avec 30° 43′ 3″ de déclinaiſon méridionale, en ſorte qu'elle paſſe plus de dix degrés au-deſſus de l'horizon de Paris. (*D. L.*)

CHEVALET, ſ. m. (*Méch.*) On donne ce nom à une infinité d'inſtrumens dont l'énumération n'appartient pas à notre ſujet. Le *chevalet* ordinaire eſt une longue pièce de bois horizontale, ſoutenue par quatre pieds, dont deux ſont aſſemblés à un bout de la pièce, & les deux autres à l'autre bout.

CHEVALIER, ſ. m. (*Jeu.*) C'eſt le nom d'une pièce aux échecs. *Voyez* ECHECS.

CHEVELURE DE BÉRENICE, (*Aſtronom.*) ancienne conſtellation boréale; il en eſt parlé dans l'almageſte

Palmageſte de Ptolemée parmi les étoiles informes du Lyon, quoiqu'il n'en faſſe pas une conſtellation; il dit qu'il y a un amas qu'on appelle les cheveux κόμαι, ſans parler de *Bérénice*. *Voyez* à ce ſujet M. Bailly, *T. II, page 199.* Proclus, dans ſa ſphère, nous dit que cette conſtellation avoit été célébrée par le poëte Callimaque, (environ 236 ans avant l'ére vulgaire,) en quoi il a été ſuivi par Catulle, par Hyginus, &c. Ptolemée Lagus, premier de ce nom, roi d'Egypte, épouſa *Bérénice* qui fut mère de Ptolemée Philadelphe. Son fils Ptolemée Evergete, ſurnommé Céraunus ou foudroyant, épouſa *Bérénice* ſa ſœur dont il eut Ptolémée Philopator, c'eſt cette *Bérénice*, femme de Ptolemée Evergete, qui ayant vu partir ſon mari pour l'Aſie à la tête de ſon armée, fit vœu de couper ſes cheveux s'il revenoit vainqueur; elle les conſacra en effet dans le temple de Vénus; ces cheveux diſparurent le lendemain: le roi témoigna du regret, & Conon ſon mathématicien, pour le diſtraire, lui montra ſept étoiles qui n'appartenoient à aucune conſtellation, en lui diſant c'eſt la *chevelure de Bérénice*; ce fut alors que le Poëte Callimaque de Cyrène en fit l'objet d'une élegie qui donna de la célébrité à la nouvelle conſtellation. Catulle qui l'a ſuivi parle auſſi de Conon.

Idem me ille Conon cœleſti numine vidit
E Bereniceo vertice cæſariem.

Il paroit que Virgile l'avoit également en vue lorſqu'il diſoit dans ſa troiſième éclogue:

In medio duo ſigna Conon, & quis fuit altet
Deſcripſit radio totum qui gentibus orbem.

Conon & Callimaque attribuèrent à cette conſtellation ſept étoiles ſituées au nord de la queue du lion, formant une eſpèce de triangle; mais il y a auſſi trois étoiles qui, dans Ptolémée, appartiennent à la conſtellation du lion, & que l'on doit rapporter à celle de la *chevelure de Bérénice*, ſavoir les étoiles 33, 34 & 37. On a appellé ces trois étoiles *tricas*, car en grec on appelle les cheveux τρίκες, ces étoiles qui, au tems de Ptolémée, appartenoient au lion, ont été attribués quelquefois à la conſtellation de la vierge. (*Stœfler, in Procli ſphæram commentarius, fol. 120.*) Bayer obſerve que plus anciennement on y peignoit une gerbe, (*Voyez* CÆSIUS, *page 134.*) & chez les arabes elle a conſervé le nom d'huzimeth ou gerbe de bled. La raiſon qui put donner lieu à cette ancienne dénomination tient à l'aſſemblage de toutes les conſtellations voiſines; on y voit le moiſſonneur, le chariot, les bœufs, il falloit bien y mettre les gerbes de bled, & M. Dupuis fait voir que cette conſtellation, par ſon lever héliaque annonçoit les moiſſons. (*Aſtron. T. IV, page 405.*) (*D. L.*)

CHEVRE, (*Aſtron.*) *capella*, étoile brillante & de première grandeur dans la conſtellation du cocher, que l'on appelle auſſi *capra, hircus, cabrilla, amalthea, olenia*, à cauſe d'Olenus ville de Béotie, où l'on diſoit que cette *chevre* avoit été nourrie, en arabe, *alhaiot* ou *alhatod*; elle eſt ſituée vers l'épaule gauche ou l'épaule précédente du Cocher: elle eſt la troiſième de cette conſtellation dans les catalogues de Ptolemée & de Tycho, & la quatorzième dans le catalogue Britannique. Sa longitude, en 1750, étoit de 78ᵈ 21′ 51″; & ſa latitude de 22ᵈ 51′ 43″. *Voyez* COCHER. Cette étoile eſt la plus belle de celles qui ne ſe couchent point à Paris. Les poëtes diſent que c'eſt la *chevre* Amalthée qui alaita Jupiter dans ſon enfance. Horace en parle en diſant: *infana ſydera capræ*. Ovide dit auſſi: *oleniæ ſidus pluviale capellæ*. *Métam. III 649.*

CHEVRE, eſt auſſi quelquefois le nom de la conſtellation du capricorne. (*D. L.*)

CHEVRE, ſ. f. (*Méch.*) Machine compoſée de trois longues pièces de bois *RA*, *RB*, *RC*, (*Pl. Méch. fig. 57*) leſquelles s'aſſemblent à genouillière au ſommet *B*, & s'écartent par en-bas. Au point *B* eſt attachée une poulie ſur laquelle paſſe une corde, qui d'un côté ſoutient le poids *M*, & de l'autre va s'envelopper ſur un tour *T*. Des hommes appliqués aux extrémités des leviers *TH*, *TL*, font tourner le cylindre & obligent le poids *M* de monter.

CHEVREAUX, (*Aſtron.*) La conſtellation du cocher renferme auſſi les *chevreaux*, que l'on repréſente portés ſur le bras gauche du cocher; ils ſont formés par trois étoiles ε, ζ & η, qui ſont un triangle iſocelle dont l'angle ſupérieur eſt fort aigu. Ce triangle, ſitué à trois degrés au midi de la chevre, ſert même à diſtinguer cette étoile des autres de première grandeur.

Les poëtes diſent que ces *chevreaux* avoient été nourris du même lait que Jupiter. Autrefois le lever des *chevreaux* étoit ſuivi d'ouragans, ce qui a fait dire:

Quantus ab occaſu veniens pluvialibus hædis
Verberat imber humum. Virg. IX. 668.
Non ulli tutum eſt hædis ſurgentibus æquor.

On verra la manière de les reconnoître *au mot* CONSTELLATION. (*D. L.*)

CHIENS (*Aſtronomie*), conſtellations céleſtes, au nombre de trois, deux anciennes au midi, une nouvelle du côté du nord.

Le grand *chien* eſt appellé *Canis major, magnus, alter, dexter, ſequens, auſtralior, æſtifer*; Horace l'appelle *Sidus fervidum, invidum Agricolis*; Homere, *Aſtre d'automne*; les Egyptiens, *Iſis*, étoile d'Iſis, *Sotis* ou *Seth*, *Anubis*; d'autres enfin l'appellent *Sirius*, la canicule, *Mæra*; les Arabes, *Scera, Alchabor, Elchabar* ou *Kabir*, c'eſt-à-dire, le grand; dans les tables alphonſines, *Aliemin*. Cette conſtellation contient 31 étoiles dans le ca-

talogue britannique, & ſur-tout une étoile de première grandeur, la plus belle de toutes les étoiles, appellée *Sirius* ou *Siris*, du nom d'Oſiris, divinité égyptienne, ou à cauſe du Nil qu'on appelloit auſſi *Siris* (*Plin. liv. v, chap. 9*), & qui paroiſſoit avoir avec le lever de cette étoile une correſpondance remarquable. D'autres enfin tirent ſon nom du mot grec σειρὰς, briller, parce qu'en effet c'eſt l'étoile la plus brillante du ciel. Les Grecs prétendoient que le *chien* avoit été ainſi nommé, à cauſe du *chien* dont l'Aurore fit préſent à Céphale, comme du plus prompt de tous les *chiens*; Céphale voulut en faire l'épreuve ſur un renard, qu'on diſoit ſurpaſſer tous les animaux à la courſe: ils coururent tous les deux ſi long-tems (& même ſans ſe fatiguer), que Jupiter voulut récompenſer ce *chien*, en le plaçant parmi les aſtres. Il s'appelloit *Lælaps*, & a donné auſſi ſon nom à la conſtellation.

Le nom & la forme de *chien* que l'on donne à cette conſtellation, paroît plutôt venir d'Anubis, divinité égyptienne, qu'on repréſentoit avec une tête de *chien*; *ſemi-deoſque canes*, dit Lucain (*liv. viij, v. 832*); & Virgile (*Æn. viij, 698*), *latrator anubis*, parce qu'il étoit le gradien d'Oſiris & d'Iſis, & qu'il avoit découvert les membres d'Oſiris, déchiré par ſon frère Typhon, ou parce qu'il étoit grand chaſſeur: il eſt plus vraiſemblable que c'eſt parce qu'il avertiſſoit les Egyptiens de la ſaiſon du débordement, comme un chien fidèle avertit ſon maître de l'arrivée des voleurs. Suivant Plutarque, ce *chien* ſignifie l'horizon. Les Egyptiens conſidéroient Anubis comme un gardien fidele placé aux portes du jour & de la nuit, c'eſt-à-dire, aux limites de l'hémiſphère éclairé qu'ils appelloient *Iſis*, & de l'hémiſphère obſcur nommé *Nephta*. Il paroît que les Egyptiens firent de cette étoile leur mercure Anubis; il étoit honoré en Ethiopie comme le chef des étoiles. *Aſtron. IV. 392.* Nous avons parlé, au mot *canicule*, du lever héliaque de Sirius, qui fut ſi célèbre dans l'antiquité; il arrivoit en été, comme on le voit dans Virgile:

Jam rapidus torrens ſitientes Sirius indos,
Ardebat cœlo, & medium ſol igneus orbem
Hauſerat: arebant herbæ.

Georg. IV, 425.

Et dans Manilius:

Latratque canicula Flammans,
Et rabit igne ſuo, geminatque incendia ſolis.

Manil. V, 205.

Il faut remarquer que Sirius eſt appellé *Canis dexter, auſtralior*; au lieu que le petit *chien* dont nous allons parler, eſt nommé *Canis ſiniſter, ſeptentrionalis*, parce que les Orientaux, dans leurs adorations, tournoient la face au levant; & dans cette poſition, ils avoient le midi à la droite & le nord à la gauche: or Procyon eſt plus ſeptentrional que Sirius.

On a beaucoup diſputé ſur la ſignification d'un paſſage de Virgile, où il eſt parlé du *chien* à l'occaſion de l'entrée du ſoleil dans le ſigne du taureau, ou du commencement de l'année qui, dans Héſiode, étoit marqué au lever des pleiades.

Candidus auratis aperit cum cornibus annum,
Taurus & adverſo cedens Canis occidit aſtro.

Georg. I, 217.

Peut-être que *cedens* doit ſe rapporter à *taurus*, & non à *Canis*; c'eſt le taureau qui, en ſe couchant, cède la place à l'aſtre du *chien* qui eſt vis-à-vis, parce qu'en effet le taureau ſe couchoit avant le *chien*, & que ces deux animaux ſe regardent dans le ciel. On peut dire auſſi que c'eſt le *chien* qui cède au ſoleil, aſtre ennemi, parce que le ſoleil l'abſorbe dans ſes rayons; car c'eſt le tems du coucher héliaque de Sirius.

M. l'abbé de Lille, dans ſes Géorgiques, traduit ainſi, en ſuivant, dit-il, l'interprétation de Macrobe:

Et quand l'aſtre du jour
Ouvrant dans le taureau ſa brillante carrière,
Engloutit Sirius dans les flots de lumière.

Mais il convient que ce vers eſt le plus inintelligible de toutes les Géorgiques. Du tems de Servius, vers l'an 340; il y avoit quelques exemplaires où on liſoit *adverſo*; ce n'étoit donc pas la leçon ordinaire: auſſi Heinſius lit *averſo*, & le P. de la Rue adopte cette leçon, en appliquant ce mot au navire, conſtellation qui ſuit le *chien*, mais qui préſente la poupe, *averſam partem*, ſa partie poſtérieure, au lieu de la proue. Mais rien dans Virgile n'annonce ici le vaiſſeau.

Le P. Lacerda explique *adverſo* par l'influence fâcheuſe du grand *chien*; en effet, ſuivant Varron, au ſixième des calendes de mai, *occidit Canis Sirius per ſe vehemens*, on célébroit les fêtes appellées *robigalia*. M. Coſtard cite un poëte Anglois dont il adopte la traduction, & qui dit que le taureau effrayé fuit un aſtre contraire; mais il ne dit pas comment il entend ce mot de contraire: pour moi, je préfère les deux explications que j'ai données plus haut.

On trouve dans les monumens un animal monſtrueux à 3 têtes, de chien, de lion & de loup; il paroît que c'étoit pour indiquer les conſtellations qui, à l'équinoxe, occupoient l'orient, l'occident & le méridien, ou la route du ſoleil dans les ſignes ſupérieurs. *V.* l'explication de M. Dupuis dans mon *Aſtron. t. iv, p. 494* & *553*.

On voit auſſi un *chien* hériſſé de ſerpens, pour faire alluſion à la conſtellation de l'hydre, dont la tête ſemble menacer celle du *chien*. *Ib. p. 494.*

Digitized by Google

LE PETIT CHIEN contient 14 étoiles, dont une de première grandeur. Il eſt appellé *Procyon* ou *Antecanis*, *Canis minor*, *Catellus*, *Canis primus*, *Antecurſor*, *Precedens*, *Septentrionalis*, *Sinifter*, *Canis Orionis*, *Canis Icarius*, *ſive Erigonius*, *Mæra*, *Fovea*, *Morus*; en arabe, *Algomeyſa*.

Cette conſtellation a été nommée le petit *chien*, ſuivant les poëtes, à cauſe du *chien* d'Orion ou de celui d'Icare, appellé *Mæra*, qui ſe précipita dans un puits après avoir vu périr ſon maître Icare, & Érigone, fille d'Icare, qui s'étoit pendue de déſeſpoir : il eſt appellé *chien d'Icare* dans ces vers, où Ovide annonce qu'il ſe lève le 25 avril, les moiſſons commençant à s'annoncer & les chaleurs à ſe faire ſentir; mais ce paſſage eſt encore ſujet à des difficultés.

Eſt Canis Icarium dicunt, quo ſidere moto
Tota ſitit tellus præciditurque ſeges.

Faſt. IV, in fine.

D'autres prétendent que c'eſt le *chien* qu'Hélène aimoit tendrement lorſqu'elle fut enlevée par Pâris; elle le perdit dans l'Euripe, & conçut une ſi grande douleur, qu'elle pria Jupiter de le recevoir dans le ciel.

Le nom que lui donnent Bayer & Schillerus, de *Fovea*, qui ſignifie une foſſe où l'on dépoſoit le bled pour le garder, a pu venir de ce que cet aſtre indiquoit l'abondance & la moiſſon : mais il eſt plus vraiſemblable que l'idée de foſſe vient du mot grec σιρὸς, qui ſignifie quelquefois magaſin de bled, qu'on a confondu avec celui de Sirius. Ce dernier nom eſt approprié au grand *chien*; mais ſouvent le grand & le petit ont porté le même nom, entr'autres celui de *Mæra*.

Le mot arabe *algomeyſa* ſignifie ſycomore ou figuier ſauvage, parce qu'apparemment les Arabes peignoient ici cet arbre au lieu d'un *chien*, & c'eſt à quoi répond le latin Morus. M. Dupuis obſerve qu'on y peignit autrefois un ſinge.

CHIENS *de chaſſe*, (*Aſtron.*) les levriers, *canes venatici*, ou *Aſterio* & *Chara*, conſtellation boréale introduite par Hévélius dans ſon *Firmamentum Sobieſcianum* (qui parut en 1690) pour raſſembler les étoiles informes qui ſe trouvent entre la grande ourſe & le bouvier; il explique lui-même dans ſon *Prodomus*, *pag.* 114, la raiſon de cette dénomination. Le bouvier ayant été repréſenté quelquefois comme un chaſſeur qui pourſuit l'ourſe à la chaſſe, & qui élève les bras comme s'il excitoit ſes chiens de la voix & de la main, il a paru naturel de placer les *chiens* à côté de lui. Le nom d'*Aſterio*, fort connu des poëtes, convenoit ſpécialement à une figure qui renferme pluſieurs petites étoiles; l'autre a été appellée *Chara*, comme la chienne favorite du chaſſeur. Parmi les étoiles que renferme cette conſtellation, il y en a deux ſous la queue de la grande ourſe, qui étoient connues des anciens; Hévélius en obſerva & en détermina 21 qui étoient nouvelles pour les aſtronomes. Flamſteed, dans ſon grand *catalogue britannique*, en a mis 24; la principale eſt de ſeconde ou troiſième grandeur : c'eſt celle que Halley appelloit *Cœur de Charles II*, à l'honneur du roi, fondateur de l'obſervatoire royal d'Angleterre, & de la ſociété royale de Londres; nous en parlerons ci-après. (*D. L.*)

CHIFFRE, ſ. m. (*Arithm.*) caractère dont on ſe ſert pour déſigner les nombres. Les différens peuples ſe ſont ſervis de différens *chiffres*; on peut en voir le détail *au mot* CARACTÈRE. Les ſeuls en uſage aujourd'hui, du moins dans l'Europe & dans une grande partie de la terre, ſont les *chiffres* arabes au nombre de dix, dont le zéro (0) fait le dixième. Le zéro s'eſt appellé pendant quelque tems du nom de chiffre, *cyphra*, en ſorte que ce nom lui étoit particulier. Aujourd'hui on donne le nom de *chiffre* à tous les caractères ſervant à exprimer les nombres; & quelques auteurs refuſent même le nom de *chiffre* au zéro, parce qu'il n'exprime point de nombre, mais ſert ſeulement à en changer la valeur.

On doit regarder l'invention des *chiffres* comme une des plus utiles, & qui fait le plus d'honneur à l'eſprit humain. Cette invention eſt digne d'être miſe à côté de celle des lettres de l'alphabet. Rien n'eſt plus admirable que d'exprimer avec un petit nombre de caractères toutes ſortes de nombres & toutes ſortes de mots. Au reſte, on auroit pu prendre plus ou moins de dix *chiffres*; & ce n'eſt préciſément pas dans cette idée que conſiſte le mérite de l'invention, quoique le nombre de dix *chiffres* ſoit aſſez commode. *Voyez* BINAIRE & ECHELLES ARITHMÉTIQUES. Le mérite de l'invention conſiſte dans l'idée qu'on a eue de varier la valeur d'un *chiffre* en le mettant à différentes places; & d'inventer un caractère *zéro* qui ſe trouvant devant un *chiffre*, en augmentât la valeur d'une dixaine. *Voyez* NOMBRE, ARITHMÉTIQUE, NUMÉRATION. On trouve dans ce dernier article la manière de repréſenter un nombre donné avec des *chiffres*, & d'exprimer ou dénoncer un nombre repréſenté par des *chiffres*. (*O*)

CHIFFRER, expreſſion populaire dont on ſe ſert pour ſignifier l'art de compter.

CHILIADE, ſ. f. (*Arith.*) Aſſemblage de pluſieurs choſes qu'on compte par mille. Ainſi, une *chiliade* ou un *mille* c'eſt la même choſe.

CHILIOGONE, ſ. m. (*Géom.*) C'eſt une figure plane & régulière de mille côtés, & d'autant d'angles. Quoique l'œil ne puiſſe pas s'en former une image diſtincte, nous pouvons néanmoins en avoir une idée claire dans l'eſprit, & démontrer aiſément que la ſomme de tous ſes angles eſt égale à 1996 angles droits : car les angles internes de toute figure plane ſont égaux à deux fois autant d'angles droits moins quatre, que la figure a de côtés; ce qui peut ſe démontrer aiſément en partageant la figure en autant de triangles qu'elle a de côtés. Ces

triangles auront chacun pour baſe un côté de la figure, & leur ſommet à chacun ſera dans un point placé au-dedans de la figure. *Voyez* TRIANGLE. (*O*)

CHOC, ſ. m. (*Méch.*), action par laquelle un corps en mouvement en rencontre un autre, & tend à le pouſſer : c'eſt la même choſe que *percuſſion*. *Voyez* PERCUSSION & COMMUNICATION DU MOUVEMENT. (*O*)

CHOROBATE, ſ. m. (*Méch.*), eſpèce de niveau dont ſe ſervoient les anciens.

Le grand niveau qu'ils appelloient *chorobate*, étoit une pièce de bois de 20 pieds de longueur, ſoutenue par quelques pièces aux extrémités, & qui avoit dans ſa partie ſupérieure un canal qu'on rempliſſoit d'eau, avec quelques petits plombs qui pendoient aux côtés, pour s'aſſurer ſi cette pièce étoit de niveau. C'étoit-là toute la longueur de leurs nivellemens ; car ils tranſportoient le *chorobate* de 20 en 20 pieds pour conduire leurs ouvrages. Ce niveau étoit fort défectueux : nos modernes en ont inventé de beaucoup meilleurs. *Voy.* NIVEAU, NIVELLEMENT, *article de M. le chevalier de Jaucourt.*

CHUTE, ſ. f. (*Méch.*), chemin que fait un corps peſant en s'approchant du centre de la terre. *Voyez* PESANTEUR.

Galilée eſt le premier qui ait découvert la loi de la chûte des corps graves. *Voyez l'article* ACCÉLÉRÉ.

CHUTE *d'eau* (*Hydrod.*). On dit qu'un ruiſſeau, une rigole, un courant d'eau quelconque, forme une chûte d'eau au-devant d'un moulin ou d'une machine hydraulique qu'il fait mouvoir.

CHUTE *des graves à la ſurface de chaque planete.* La vîteſſe des graves à la ſurface de la terre, 15 pieds $\frac{1004}{1000}$, étant multipliée par la maſſe d'une planète & diviſée par le quarré de ſon rayon, en prenant pour unités la maſſe & le rayon de la terre, donne la vîteſſe des graves à la ſurface de chaque planète. Par exemple, la maſſe de Jupiter eſt 288 fois plus conſidérable que celle de la terre ; ainſi, les corps graves y ſeroient attirés 288 fois plus qu'ils ne le ſont ſur la terre, & décriroient 288 fois 15 pieds, ſi le rayon de Jupiter n'étoit environ 11 fois plus grand que celui de la terre, & le carré de la diſtance du centre à la ſurface 116 fois plus grand, ce qui rend la peſanteur 116 fois moindre : or 288 diminué 116 fois, ou diviſé par 116, donne un peu moins de 2 $\frac{1}{2}$; ainſi, la peſanteur des corps tirés à la ſurface de jupiter, eſt preſque deux fois & demie celle des nôtres ; au lieu de décrire 15 pieds par ſeconde, ils en décrivent 37. On en trouvera la table *au mot* PLANÈTE.

CHUTE des planètes vers le ſoleil. *Voy.* DESCENTE.

CHUTE d'une planète dans l'Aſtrologie, ou *déjection*, eſt le ſigne où elle a le moins d'influence ; il eſt oppoſé à celui de l'exaltation. (*D. L.*)

CIEL, *dans l'Aſtronomie ancienne*, ſignifie plus particulièrement un *orbe* ou *une région circulaire du ciel éthéré.*

Les anciens aſtronomes admettoient autant de *cieux* différens qu'ils remarquoient de mouvemens différens dans les aſtres. Quelques-uns croyoient les *cieux* tous ſolides, ne pouvant pas s'imaginer qu'ils puſſent ſans cette ſolidité ſoutenir tous les corps qui y ſont attachés : de plus, ils les faiſoient de cryſtal, afin que la lumière pût paſſer à travers ; & ils leur donnoient une forme ſphérique, comme étant celle qui convenoit le mieux à leur mouvement.

Ainſi, on comptoit ſept *cieux* pour les ſept planètes ; ſavoir, le *ciel* de la lune, de mercure, de vénus, du ſoleil, de mars, de jupiter & de ſaturne.

Le huitième, qu'ils nommoient le *firmament*, étoit pour les étoiles fixes ; auſſi le nom de huitième *ciel* eſt très-commun dans les auteurs. Il y en a qui comptoient un neuvième *ciel*, appellé *primum mobile*, le premier mobile, & qui entraînoit tous les autres chaque jour.

Alphonſe, roi de Caſtille, ajouta deux *cieux* cryſtallins, pour expliquer quelques irrégularités qu'on avoit trouvées dans les mouvemens céleſtes. On étendit enfin ſur le tout un *ciel* empyrée, dont on fit le ſéjour de Dieu ; & ainſi l'on compléta le nombre de douze *cieux*. Riccioli a donné un grand détail de ces diverſes opinions. *Almag. t. 1, p. 271 & ſuiv.*

On ſuppoſoit que les deux *cieux* cryſtallins étoient ſans aſtres, qu'ils entouroient les *cieux* inférieurs, étoilés & planétaires, & leur communiquoient leur mouvement. Le premier *ciel* cryſtallin ſervoit à rendre compte du mouvement des étoiles fixes, qui les fait avancer d'un degré vers l'orient en ſoixante-dix ans ; d'où vient la préceſſion de l'équinoxe. Le ſecond *ciel* cryſtallin ſervoit à expliquer les mouvemens de libration par leſquels on croyoit que la ſphère céleſte faiſoit des balancemens d'un pole à l'autre pour la diminution de l'obliquité de l'écliptique.

Quelques-uns ont admis beaucoup d'autres *cieux* ſelon leurs différentes vues & hypothèſes. Eudoxe en a admis vingt-trois ; Calippus, trente ; Régiomontanus, trente-trois ; Ariſtote, quarante-ſept, & Fracaſtor en comptoit juſqu'à ſoixante-dix.

Nous pouvons ajouter que les aſtronomes ne ſe mettoient pas fort en peine ſi les *cieux* qu'ils admettoient ainſi étoient réels ou non ; il leur ſuffiſoit qu'ils puſſent ſervir à rendre raiſon des mouvemens céleſtes, & qu'ils fuſſent d'accord avec les phénomènes. *Chambers.* (*O*)

Parmi pluſieurs rêveries des rabbins, on lit dans le talmud qu'il y a un lieu où les *cieux* & la terre ſe joignent ; que le rabbi Barchana s'y étant

Digitized by Google

rendu, il posa son chapeau sur la fenêtre du *ciel*, & que l'ayant voulu reprendre un moment après, il ne le retrouva plus, les *cieux* l'avoient emporté; il faut qu'il attende la révolution des orbes pour le rattraper.

CIERGES (*Hydraulique*). Ce sont des jets élevés & perpendiculaires, fournis sur la même ligne par le même tuyau, qui étant proportionné à leur quantité, à leur souche & à leur sortie, leur conserve toute la hauteur qu'ils doivent avoir. On a un bel exemple des *cierges* ou grilles d'eau en haut de l'orangerie de Saint-Cloud.

On prétend que les *cierges* d'eau sont plus éloignés les uns des autres que les grilles. (*K*)

CINQ, s. m. (*Arithmétique*), nom de nombre. Tout nombre terminé par 5 est divisible par 5, & tout multiple de 5 se termine par 5 ou par zéro; la démonstration en est facile à trouver.

CINQ (*Jeux de Carte*) est une carte marquée de cinq points. Le point est ou cœur, ou pique, ou trefle, ou carreau. Ainsi, il y a quatre cinq dans le jeu.

CIRCONFÉRENCE, s. f. (*Géom.*), se dit de la ligne courbe qui renferme un cercle ou un espace circulaire, & qu'on nomme aussi quelquefois *periphérie*. *Voyez* CERCLE. Ce mot est formé du latin *circum*, environ, & de *fero*, je porte.

Toutes les lignes tirées du centre à la *circonférence* du cercle, & qu'on appelle *rayons*, sont égales entr'elles. *Voyez* RAYON.

Une partie quelconque de la *circonférence* s'appelle *arc*; une ligne droite tirée de l'extrémité de cet arc à l'autre, s'appelle la *corde* de cet arc. *Voy.* ARC & CORDE.

La *circonférence* du cercle est supposée divisée en 360 parties égales, qu'on appelle *degrés*. *Voyez* DEGRÉ.

L'angle à la *circonférence* est sous-double de celui qui est au centre. *Voy.* ANGLE & CENTRE.

Tout le cercle est égal à un triangle rectiligne, dont la base est égale à la *circonférence*, & la hauteur égale au rayon. *Voyez* TRIANGLE.

Les *circonférences* sont entr'elles comme leurs rayons. *Voyez* RAYON.

De plus, puisque la *circonférence* de tout cercle est à son rayon comme celle de tout autre cercle est au sien, la raison de la *circonférence* au rayon est donc la même dans tous les cercles.

Archimede donne pour raison approchée du diamètre à la *circonférence*, celle de 7 à 22. Cette proposition d'Archimede est démontrée dans plusieurs livres de Géométrie.

D'autres qui approchent plus de la vérité, la font de 100000000000000 à 314159265358979 32.

Dans l'usage, Viette, Huyghens, *&c.*, donnent la proportion de 100 à 314 pour des petits cercles, & celle de 10000 à 31415 pour les grands cercles; mais la proportion la plus juste en petits nombres est celle de Metius, savoir, de 113 à 355. *Voy.* DIAMÈTRE.

D'où il suit que le diamètre d'un cercle étant donné, on a aussi sa *circonférence*, laquelle multipliée par le quart du diamètre, donne l'aire du cercle. *Voyez* AIRE. (*Chambers.*)

CIRCONFÉRENCE, se dit aussi en général du contour d'une courbe quelconque. *V.* COURBE. (*E*)

CIRCONPOLAIRE, adj. (*Astron.*) étoiles *circonpolaires*, ce sont celles qui sont près de notre pole boréal, qui tournent autour de lui sans se coucher jamais par rapport à nous, c'est-à-dire, sans s'abaisser jamais au-dessous de notre horizon. Comme Paris est éloigné de l'équateur de 48d 50′, on n'a qu'à prendre depuis le pole arctique de part & d'autre de ce pole 48d 50′, & toutes les étoiles qui seront renfermées dans cette zone de 97d 40′, ne se coucheront jamais à Paris.

Dans ce sens, toutes les étoiles compriſes dans l'hémisphère boréal ou septentrional, seroient *circonpolaires* pour les habitans du pole arctique, c'est-à-dire, ne se couchent jamais pour eux.

On trouve l'heure qu'il est la nuit par le moyen des étoiles *circonpolaires*. *Voyez* mon *Astronomie*, *liv. iv.* & ETOILE.

CIRCONSCRIPTION, s. f. (*Géomét.*), c'est l'action de circonscrire un cercle à un polygone, ou un polygone à un cercle, ou à toute figure courbe. *Voyez* CIRCONSCRIRE.

La *circonscription* des polygones ne consiste que dans l'art de tirer des tangentes; car tous les côtés d'un polygone circonscrit à une courbe, sont des tangentes de cette courbe. *Voyez* TANGENTE. (*E*)

CIRCONSCRIRE, *en Géométrie élémentaire*, c'est décrire une figure régulière autour d'un cercle, de manière que tous ses côtés deviennent autant de tangentes de la circonférence du cercle. *Voyez* CERCLE, POLYGONE, *&c.*

Ce terme se prend aussi pour la description d'un cercle autour d'un polygone, de façon que chaque côté du polygone soit corde du cercle; mais dans ce cas, on dit que le polygone est *inscrit*, plutôt que de dire que le cercle est *circonscrit*.

Une figure régulière quelconque *A B C D E*, (*pl. de Géomet. fig. 36.*), inscrite dans un cercle, se résoud en des triangles semblables & égaux, en tirant des rayons du centre *F* du cercle auquel le polygone est inscrit, aux différens angles de ce polygone, & son aire est égale à un triangle rectangle, dont la base seroit la circonférence totale du polygone, & la hauteur une perpendiculaire *F H* tirée du centre du polygone sur un de ses côtés, comme *A B*.

On peut dire la même chose du polygone *circonscrit a b c d e* (*fig. 23*), excepté que la hauteur doit être ici le rayon *F h*.

L'aire de tout polygone, qui peut être inscrit dans un cercle, est moindre que celle du cercle,

& celle de tout polygone qui y peut être *circonſcrit*, eſt plus grande. Le périmètre du premier des deux polygones dont nous parlons, eſt plus petit que celui du cercle, & celui du ſecond eſt plus grand. *Voyez* PÉRIMÈTRE, *&c.*

C'eſt de ce principe qu'Archimede eſt parti pour chercher la quadrature du cercle, qui ne conſiſte effectivement qu'à déterminer l'aire ou la ſurface du cercle. *Voyez* QUADRATURE.

Le côté de l'exagone régulier eſt égal au rayon du cercle *circonſcrit*. *Voyez* EXAGONE.

Circonſcrire un cercle à un polygone régulier donné, A B C D E (*fig. 23*), *& réciproquement.* Coupez pour cela en deux parties égales deux des angles du polygone, par exemple *A* & *B*; & du point *F*, où les lignes de ſection ſe rencontrent, pris pour centre, décrivez avec le rayon *F A* un cercle.

Circonſcrire un quarré autour d'un cercle. Tirez deux diamètres *A B*, *D E* (*fig. 37*), qui ſe coupent à angles droits au centre *C*; & par les quatre points où ces deux diamètres rencontreront le cercle, tirez quatre tangentes à ce cercle, elles formeront par leur rencontre le quarré demandé.

Circonſcrire un polygone régulier quelconque, par exemple *un pentagone autour d'un cercle.* Coupez en deux parties égales la corde *A E* de l'arc ou de l'angle qui convient à ce polygone (*fig. 23*), par la perpendiculaire *F O* partant du centre, & vous la continuerez juſqu'à ce qu'elle coupe l'arc en *g*. Par les points *A*, *E*, tirez des rayons *A F*, *E F*; & par le point *g* une parallèle à *A E*, qui rencontre ces rayons prolongés en *a*, *e*; alors *a e* ſera le côté du polygone *circonſcrit*. Prenez la corde *A B* = *A E*; tirez le rayon *F B*, & prolongez-le en *b* juſqu'à ce que *F b* ſoit égal à *F e*; tirez enſuite *a b*, ce ſera un autre côté du polygone, & vous tracerez tous les autres de la même manière.

Inſcrire un polygone régulier quelconque dans un cercle. Diviſez 360° par le nombre des côtés, pour trouver la quantité de l'angle *E F D*; faites un angle au centre égal à celui-là, & appliquez la corde de cet angle à la circonférence, autant de fois qu'elle pourra y être appliquée; ce ſera la figure qu'il falloit inſcrire dans le cercle. (*Chambers.*)

CIRCONSCRIT, adj. (*Géomét.*). On dit, *en Géométrie*, qu'un polygone eſt *circonſcrit* à un cercle, quand tous les côtés du polygone ſont des tangentes au cercle; & qu'un cercle eſt *circonſcrit* à un polygone, quand la circonférence du cercle paſſe par tous les ſommets des angles du polygone. *Voyez* CIRCONSCRIRE. (*E*)

Hyperbole circonſcrite, dans la haute Géométrie, eſt une hyperbole du troiſième ordre, qui coupe ſes aſymptotes, & dont les branches renferment au-dedans d'elles les parties coupées de ces aſymptotes. Telle eſt la courbe ou portion de courbe *C E D H* (*fig. 39, Analyſe.*), dont les branches *C E*, *D H*, ſont chacune au-deſſors de leurs aſymptotes reſpectives *A F*, *A G*. *Voyez* COURBE. (*O*)

CIRCONVOLUTION, ſ. f. (*Géom.*). On dit quelquefois qu'une ſurface eſt produite par la *circonvolution* d'une ligne, qu'un ſolide eſt produit par la *circonvolution* d'une ſurface; au lieu de dire *par la révolution.*

CIRCUIT, ſ. m. (*Géom.*), contour ou périmètre d'une figure.

CIRCULAIRE, adj. (*Géom. Méch. Aſtron. &c.*) ſe dit de tout ce qui a rapport au cercle. Ainſi, on appelle *arc circulaire* un arc ou une portion de la circonférence du cercle; *mouvement circulaire* le mouvement d'un corps dans la circonférence d'un cercle, *&c.*

Les aſtronomes modernes ont prouvé que les corps celeſtes ne ſe mouvoient pas d'un mouvement *circulaire*, mais elliptique. *Voyez* PLANÈTE.

Nombres circulaires: ce ſont ceux dont les puiſſances finiſſent par le caractère même qui marque la racine, comme cinq, dont le quarré eſt 25, & le cube 125. *Voyez* NOMBRE. (*Chambers.*)

CIRCULATION, *en Géométrie.* Le P. Guldin, jéſuite, appelle *voie de circulation* la ligne droite ou courbe que décrit le centre de gravité d'une ligne ou d'une ſurface, qui par ſon mouvement produit une ſurface ou un ſolide. *Voyez à l'article* CENTROBARIQUE l'uſage de la voie de *circulation*, pour déterminer les ſurfaces & les ſolides, tant curvilignes que rectilignes. Cette méthode fort ingénieuſe en elle-même, n'eſt preſque plus d'uſage depuis la découverte du calcul intégral, qui fournit des méthodes plus aiſées pour réſoudre tous les problèmes de cette eſpèce. *Voyez* CENTRE DE GRAVITÉ. (*O*)

CIRCULATOIRE, adj. (*Méch.*). On dit quelquefois mouvement *circulatoire*, viteſſe *circulatoire*, pour déſigner le mouvement ou la viteſſe d'un corps qui tourne autour d'un point.

CIRCULER, v. n. (*Méch.*), ſe dit proprement du mouvement d'un corps ou d'un point qui décrit un cercle; mais on a appliqué ce mot au mouvement des corps qui décrivent des courbes non circulaires; par exemple, au mouvement des planètes qui ne décrivent point des cercles autour du ſoleil, mais des ellipſes. *Voyez* PLANETE. On l'a appliqué auſſi au mouvement du ſang, par lequel ce fluide eſt porté du cœur aux artères, & revient occuper les reins. En général ce mot *circuler* peut s'appliquer par analogie au mouvement d'un corps qui, ſans ſortir d'un certain eſpace, fait dans cet eſpace un chemin quelconque, en revenant de tems en tems au même point d'où il eſt parti. (*O*)

CISSOÏDE, ſ. f. (*Géom.*) courbe algébrique qui a été imaginée par Dioclès, ce qui l'a fait appeller plus particulièrement la *ciſſoïde de Dioclès. Voyez* COURBE.

Voici comme on peut concevoir la formation de la *ciſſoïde.*

Digitized by Google

Sur le diamètre AB (*Pl. d'Anal. fig. 9*), du demi-cercle AOB, tirez une perpendiculaire indéfinie BC; tirez enſuite à volonté les droites AH, AC, dans les deux quarts de cercles OB, OA, & faites $Am = IH$, & dans l'autre quart de cercle $LC = AN$, & les points m & L ſeront à une courbe $AmOL$, qu'on appelle la *ciſſoïde de Dioclès*.

Propriétés de la ciſſoïde. Il s'enſuit de ſa génération, 1°. que ſi on tire les droites KI, pm, perpendiculaires à AB, on aura $Ap : KB :: Am : IH$; mais $Am = IH$, & par conſéquent $Ap = KB$; d'où il s'enſuit que $AK = pB$, & $pN = IK$.

2.° Il s'enſuit auſſi que la *ciſſoïde* $Am O$ coupe la demi-circonférence AOB en deux également au point O.

3.° De plus $AK : KI :: KI : KB$; c'eſt-à-dire, que $AK : pN :: pN : Ap$; d'ailleurs AK, $pN :: Ap : pm$; donc $pN : Ap :: Ap : pm$; & par conſéquent AK, pN, Ap & pm, ſont quatre lignes en proportion continue; & l'on prouvera de la même manière que Ap, pm, AK, & KL ſont en proportion continue.

4.° Dans la *ciſſoïde*, le cube de l'abſciſſe Ap eſt égal à un ſolide formé du quarré de la demi-ordonnée pm, & du complément pB au diamètre du cercle générateur.

Et par conſéquent lorſque le point p, tombe en B, & qu'on a $pB = o$, on a $y^3 = \frac{a}{o}$, & par conſéquent $o : 1 :: a^3 : y^3$; c'eſt-à-dire, que la valeur de y devient infinie; & qu'ainſi la *ciſſoïde* $AmOL$, quoiqu'elle approche continuellement & de plus près que toute diſtance donnée de la droite BC, ne la rencontre cependant jamais.

5.° BC eſt donc l'aſymptote de la *ciſſoïde*. *Voy.* ASYMPTOTE.

Les anciens faiſoient uſage de la *ciſſoïde*, pour trouver deux moyennes proportionnelles entre deux droites données. En effet, ſuppoſons qu'on cherche par exemple deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données égales à AK & à pm, il n'y a qu'à ſuppoſer la *ciſſoïde* tracée; puis prenant ſur l'axe AE une portion $= AK$, & tirant l'ordonnée de la *ciſſoïde* $= pm$, on trouvera les moyennes proportionnelles pN & Ap. *Voyez* PROPORTIONNELLE.

On trouve dans la dernière ſection de l'*application de l'Algèbre à la Géométrie*, par M. Guiſnée, les propriétés principales de la *ciſſoïde* expliquées avec beaucoup de clarté.

M. Newton a donné dans ſes *opuſcules* la longueur d'un arc quelconque de la *ciſſoïde*. Ce problème ſe réſout par le calcul intégral (*O*).

CLA

CLAPET, ſ. m. (*Méchan.*), eſt une eſpèce de ſoupape faite d'un rond de cuir, fortement ſerré entre deux platines de métal, par le moyen d'une ou de pluſieurs vis. Le rond de cuir tient par une queue à une couronne de cuir, laquelle eſt fortement ſerrée entre le collet du tuyau ſupérieur au *clapet* & le collet du tuyau inférieur: c'eſt ſur cette queue, qu'on fait beaucoup plus étroite que le *clapet*, que ſe fait le jeu du *clapet* comme ſur une charnière.

La platine de métal qui eſt ſur le cuir du *clapet*, eſt plus grande que l'ouverture du diaphragme que le *clapet* doit couvrir; & la platine de deſſous qui doit ſe loger dans l'ouverture du diaphragme quand le *clapet* ſe ferme, eſt un peu plus petite que cette ouverture.

Le *clapet* étant ainſi conſtruit, lorſqu'il eſt fermé, le cuir porte exactement ſur les bords du diaphragme, & empêche l'eau de paſſer. La platine de métal qui eſt ſur le cuir, le garantit du poids de la colonne d'eau, & en porte toute la charge que le cuir ne pourroit pas ſoutenir. La platine de métal qui eſt ſous le cuir, ſert à deux choſes; 1.° elle ſert avec la platine ſupérieure, à comprimer le cuir pour le rendre plan; 2.° elle empêche que l'eau qui pourroit s'inſinuer entre la platine ſupérieure & le cuir, n'enfonce le cuir & ne le faſſe paſſer par l'ouverture du diaphragme. *Voyez Hiſt. & Mém. acad. 1739. Voy. auſſi* SOUPAPE. (*O*)

CLÉ (*Fontainier*), ce ſont de groſſes barres de fer ceintrées, dont on fourre la boîte dans le fer d'un regard pour tourner les robinets. Ce fer eſt montant, & ſe diviſe en parties plates qui embraſſent les branches d'un robinet, au moyen d'un boulon claveté qui paſſe à travers. (*K*)

CLEPSYDRE, ſ. f. (*Hydrod.*): horloges d'eau dont les anciens ſe ſervoient pour meſurer le tems.

I. On donnoit à ces horloges différentes figures ornées & variées, ſoit pour en impoſer aux yeux, ſoit pour former un ſpectacle agréable. M. Perrault, dans ſes *Remarques* ſur Vitruve, entre, à ce ſujet, dans des explications que l'on peut conſulter. La queſtion réduite aux principes de l'Hydrodynamique, eſt de ſavoir meſurer le tems que la ſurface d'un fluide employe à s'abaiſſer d'une hauteur propoſée, dans un vaſe d'une certaine forme: elle dépend donc de la ſolution du problème général ſuivant.

II. PROBLÈME. *Le vaſe* A D E C (*Pl. Hyd. fig. 13*) *étant d'abord rempli d'eau juſqu'en* A C, *déterminer le tems que cette eau ſortant par le petit orifice* D E, *mettra à s'abaiſſer de la hauteur quelconque* K P?

Imaginons le fluide partagé en une infinité de tranches horizontales, telles que $MNnm$. L'orifice DE pouvant être regardée, au moins ſenſiblement, comme infiniment petit, il s'enſuit que, lorſque la ſurface du fluide eſt parvenue en MN, la hauteur dûe à la viteſſe au ſortir de l'orifice, eſt la verticale $P.D$. Nommons a la hauteur *donnée*

d'où tombe un corps grave pendant le tems *donné* θ ; h la hauteur KD primitive & donnée du fluide ; K l'aire de l'orifice ; t le tems de la deſcente du fluide par la hauteur indéterminée KP ; x cette hauteur ; X la ſection MN du vaſe, laquelle eſt une quantité dépendante de la figure du vaſe : on aura d'abord (*Voyez* ECOULEMENT.) $\frac{2Kdt\sqrt{a}\cdot\sqrt{(h-x)}}{\theta}$ pour la quantité élémentaire d'eau qui ſort pendant l'inſtant dt. Or cette même quantité = la tranche $MNnm = Xdx$. On aura donc $dt = \theta \times \frac{Xdx}{2K\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{(h-x)}}$. D'où l'on voit que, connoiſſant la relation de t à x, on trouvera X, & par conſéquent la figure du vaſe ; ou que, ſi la figure du vaſe eſt donnée, on trouvera t, en intégrant l'équation précédente, après y avoir ſubſtitué pour X ſa valeur donnée par la figure du vaſe.

III. COROLLAIRE I. Si on veut, par exemple, qu'en tems égaux la ſurface du fluide parcoure des parties égales de la hauteur KD, il faudra faire $t = nx$, n étant un nombre conſtant & donné : alors on aura $dt = ndx$, & par conſéquent $n = \frac{\theta X}{2K\sqrt{a}\cdot\sqrt{(-x)}}$; d'où l'on tire $X = \frac{2nK\sqrt{a}\cdot\sqrt{(h-x)}}{\theta}$; ce qui détermine la figure du vaſe.

La même hypothèſe ſubſiſtant, ſi l'on ſuppoſe de plus que le vaſe ſoit un ſolide de révolution produit par le mouvement circulaire de la courbe AMD autour de l'axe KD, & qu'on prenne l'abſciſſe $DP = z$, l'ordonnée $PM = y$: on aura $X = \frac{\Pi y^2}{2}$, Π étant le rapport de la circonférence au diamètre ; & $x = h - z$. Subſtituant ces valeurs dans l'expreſſion qu'on a trouvée pour X, on aura $y^2 = \frac{4nK\sqrt{a}\cdot\sqrt{z}}{\theta\Pi}$, ou (en faiſant $\frac{4nK\sqrt{a}}{\theta\Pi} = m^{\frac{1}{2}}$), $y^4 = m^2 z$. D'où l'on voit que la courbe AMD eſt une parabole du troiſième genre.

IV. COROLLAIRE II. Suppoſons que le vaſe propoſé ait la forme priſmatique ou cylindrique $AFHC$ (*fig. 14*) : la quantité X ſera ici une quantité conſtante que je nomme A ; & on aura $dt = \frac{\theta A}{2K\sqrt{a}} \times \frac{dx}{\sqrt{(h-x)}}$, dont l'intégrale eſt $t = \frac{\theta A}{K\sqrt{a}} \times (\sqrt{h} - \sqrt{(h-x)})$.

Il eſt facile de conſtruire, au moyen de cette formule, une *clepſydre* cylindrique. Voulez-vous, par exemple, partager la hauteur KD ou CH en douze parties, qui ſoient parcourues en tems égaux par la ſurface du fluide ? Repréſentez CH par 144, quarré de 12 ; de ces 144 parties égales qui compoſent CH, retranchez 121, quarré de 11, le reſte 23 fera connoître la première partie cherchée CG ; de 121, retranchez 100, quarré de 10, le reſte 21 donnera la ſeconde partie cherchée ; de 100, retranchez 81, quarré de 9, le reſte donnera la troiſième partie cherchée ; ainſi de ſuite. D'où l'on voit que les parties ſucceſſives de la hauteur CH, comptées depuis le point C, ſont entr'elles comme les termes de la progreſſion arithmétique décroiſſante ÷ 23. 21. 19. 17. *&c.*, la hauteur totale CH étant exprimée par le nombre 144.

Quant à la meſure préciſe du tems employé à parcourir chaque partie de la hauteur CH, on le déterminera par la même formule. Suppoſons, par exemple, que la hauteur totale CH doive être parcourue en 12 heures, & que par conſéquent chacune de ces parties doive être parcourue en 1 heure : on trouvera 12 heures $= \frac{\theta A\sqrt{h}}{K\sqrt{a}}$. Il faudra donc tellement combiner les trois quantités A, K, h (les ſeules dont on peut ici diſpoſer), que l'équation précédente ait lieu en effet. On voit que deux de ces trois quantités étant données, on en conclut la troiſième. (*L. B.*).

CLIMATS, parties ou zones de la terre, dans leſquelles le plus long jour d'été eſt de 12 ½ heures, 13 heures, *&c.* on diſtingue 24 *climats* d'heures. *C'eſt un terme de l'ancienne Géographie.*

CLOISON (*Hyd.*) ; on nomme ainſi des ſéparations de cuivre, de plomb, ou de fer-blanc, qu'on place dans les cuvettes des fontaines & des jauges. On en diſtingue de deux ſortes : celle de calme, appellée *languette*, eſt placée près de l'endroit où tombe l'eau, ſans interrompre ſa communication dans toute la cuvette, elle ne fait qu'en rompre le flot, qui dérangeroit le niveau de l'eau en même tems qu'il en augmenteroit la dépenſe : l'autre *cloiſon* eſt celle du bord où s'attachent les baſſinets pour la diſtribution de l'eau. *Voyez* BASSINETS. (*K*)

COC

COCHER, *ou le chartier* (*Aſtron.*) ; conſtellation boréale, compoſée de 66 étoiles dans le catalogue britannique ; elle eſt appellée, dans les auteurs, *auriga*, *aurigator*, *agitator currus*, *arator*, *heniochus*, *habenifer* (qui tient les renes) *Eriĉthonius* ; dans Homère, *Eriĉtheus* ; chez les Egyptiens, *Orus* ; d'autres l'ont appellé *Phaeton*, *Abſyrthe*, *Bellerophon*, *Cuſtos caprarum*, *Trochilus*, *Œnomaüs*, *Hippolitus*. L'étoile brillante de cette conſtellation eſt appellée la *chévre*. La même conſtellation renferme auſſi les *chevreaux*, qui, ſuivant les poëtes, avoient été nourris du même lait que Jupiter.

Cet Eriĉthon étoit, non le fils de Dardanus, mais un roi d'Athènes, qui fut déifié comme l'inventeur

venteur de pluſieurs arts utiles, & ſur-tout de celui des chars.

Primus Ericthonius currus & quatuor auſus
Jungere equos, rapidiſque rotis inſiſtere victor.
Georg. III. 113.

Dans le commentaire de Theon ſur Aratus, Bellerophon eſt cité comme l'auteur de l'invention du char, & comme étant le cocher céleſte; d'autres y ſubſtituent Myrtyle, Cillantus, ou le Cocher de Pelops, & Orus, qui enſeigna le premier l'Agriculture aux Egyptiens.

On peut très-bien imaginer que les anciens placèrent un laboureur dans la partie du ciel, qui pouvoit déſigner l'entrée du ſoleil dans le taureau, & ces deux conſtellations reçurent un culte ſpécial.

Suivant M. Dupuis, c'eſt cette conſtellation qui a fourni au *Jupiter Ægiochus* des grecs, & à *Pan*, leurs attributs. On la conſidéroit comme une des formes de l'ame du monde. Le bouc adoré à Mendès, & le bouc *aſima* des ſamaritains, ne ſont que l'image de la belle étoile de cette conſtellation, appellée *hircus* par un ancien commentateur de Ptolemée. Cette conſtellation ſe levoit au tems de l'équinoxe, & ſe couchoit le matin en automne. C'eſt par-là que M. Dupuis explique la fable de Phaëton, qui tombe dans l'Eridan, parce qu'il ſe couche peu après ce fleuve. (*Aſtron. t. iv, p. 521.*)

Suivant M. Hyde, c'eſt à la chèvre, ou à ſes petits, que ſe rapporte le nom d'*Aiſch*, donné par Job à une de nos conſtellations: c'eſt le Αιξ des grecs. (*D. L.*)

COCHLEA, en *Méchanique*; terme latin qui ſignifie l'*une des cinq machines ſimples*: on la nomme en françois *vis*. *Voyez* VIS.

On l'appelle de la ſorte, à cauſe de ſa reſſemblance avec la coquille du limaçon ou *cochlea*. (*O*)

COCHONNET (*Jeu*), eſpèce de dé taillé à douze faces pentagonales, chargées chacune d'un chiffre depuis 1 juſqu'à douze. On joue au *cochonnet* comme aux dés.

On donne le même nom à une balle ou pierre que celui qui a gagné le coup précédent jette à diſcrétion, & à laquelle tous les joueurs dirigent leurs boules. La boule plus voiſine du *cochonnet* gagne le coup.

CODILLE, *terme de Jeux*. On dit Itre *codille* à l'*ombre*, au *médiateur*, au *quadrille*, &c. quand on ne fait pas le nombre de mains preſcrites par le gain ou la remiſe de la partie. *Voyez ces mots.*

COEFFICIENT, ſ. m. (*Algèbre*) en langage algébrique, eſt le nombre ou la quantité quelconque placée devant un terme; & qui, en ſe multipliant avec les quantités du même terme qui ſuivent, ſert à former ce terme. *Voyez* TERME.

Ainſi, dans $3a$, bx, Cxx, 3 eſt le *coefficient* du terme $3a$, b celui de bx, C celui de Cxx.

Lorſqu'une lettre n'eſt précédée d'aucun nombre, elle eſt toujours cenſée avoir 1 pour *coefficient*, parce qu'il n'y a rien qu'on ne puiſſe regarder comme multiplié par l'unité. Ainſi a, bc ſont abſolument la même choſe que $1a$, $1bc$. Il ne faut pas confondre les *coefficiens* avec les expoſans. Dans la quantité $3a$, le *coefficient* 3 indique que a eſt pris trois fois, ou que a eſt *ajouté* deux fois à lui-même. Au contraire, dans la quantité a^3, l'expoſant 3 indique que a eſt *multiplié* deux fois de ſuite par lui-même.

Par exemple, ſuppoſons que a ſoit 4, $3a$ ſera 3 fois 4, c'eſt-à-dire 12, & a^3 ſera $4 \times 4 \times 4$, c'eſt-à-dire 64.

Dans une équation ordonnée, le *coefficient* du ſecond terme eſt la ſomme de toutes les racines priſes avec des ſignes contraires (*voyez* RACINE); en-ſorte que ſi la ſomme des racines poſitives eſt égale à celles des racines négatives, & que par conſéquent la ſomme totale des racines ſoit zéro, il n'y aura point de ſecond terme dans l'équation.

Le *coefficient* du troiſième terme dans la même équation ordonnée, eſt la ſomme de tous les produits des racines priſes deux à deux de toutes les manières poſſibles.

Le *coefficient* du quatrième terme eſt la ſomme de tous les produits des racines priſes trois à trois de toutes les manières poſſibles, avec des ſignes contraires; & ainſi des autres termes à l'infini.

La méthode des *coefficiens* indéterminés eſt une des plus importantes découvertes que l'on doive à Deſcartes. Cette méthode très en uſage dans la théorie des équations, dans le calcul intégral, & en général dans un très-grand nombre de problèmes mathématiques, conſiſte à ſuppoſer l'inconnue égale à une quantité dans laquelle il entre des *coefficiens* qu'on ſuppoſe connus, & qu'on déſigne par des lettres; on ſubſtitue enſuite cette valeur de l'inconnue dans l'équation; & mettant les uns ſous les autres les termes homogènes, on fait chaque *coefficient* $= o$, & on détermine par ce moyen les *coefficiens* indéterminés. Par exemple, ſoit propoſée cette équation différencielle, $dy + by\,dx + ax^2\,dx + cx\,dx + f\,dx = o$, on ſuppoſera $y = A + Bx + Cxx$, & on aura,

$$\begin{aligned} dy &= B\,dx + 2C\,x\,dx \\ +by\,dx &= bA\,dx + bB\,x\,dx + bC\,xx\,dx \\ +ax^2\,dx &= \qquad\qquad\qquad\quad ax^2\,dx \\ +cx\,dx &= \qquad\quad +cx\,dx \\ +f\,dx &= +f\,dx. \end{aligned}$$

Enſuite on ſera $B + bA + f = o$, $2C + bB + c = o$, $bC + a = o$; & réſolvant ces équations à l'ordinaire (*voyez* EQUATION), on aura les inconnues A, B, C. (*O*)

CŒUR (*Géométrie*). Quelques géomètres, entr'autres M. Varignon, dans les *Mém. de l'Acad. des Sc. ann.* 1692, ont donné ce nom au ſolide que formeroit une demi-ellipſe en tournant, non

autour de ſon axe, mais autour d'un de ſes diamètres ; & en effet un tel ſolide auroit aſſez la figure d'un *cœur* pointu par le bas, & enfoncé par le haut. M. Varignon a cherché la dimenſion de ce ſolide ; mais il s'eſt trompé, comme il ſeroit aiſé de le faire voir. On peut trouver facilement la dimenſion du *cœur* par la méthode ſuivante.

Soit imaginée une demi-ellipſe dont les deux axes ſoient égaux aux deux diamètres de l'ellipſe donnée ; chaque ordonnée ſera auſſi égale de part & d'autre, excepté que dans l'ellipſe formatrice du *cœur* les ordonnées ſeront obliques à l'axe, & que dans l'autre elles lui ſeront perpendiculaires ; celles-ci dans la rotation formeront des cercles, & les autres formeront des ſurfaces coniques qui feront aux cercles dans le rapport du ſinus de l'angle des deux diamètres à l'angle droit : rien n'eſt plus facile à démontrer. De plus, dans le *cœur* les ſurfaces coniques ſeront obliquement poſées par rapport à l'axe ; au lieu que dans le ſolide formé par l'autre ellipſe, les cercles ſeront perpendiculaires à l'axe : donc l'élément du *cœur* eſt encore à l'élément de l'autre ſolide, enviſagé ſous ce point de vue, comme le ſinus de l'angle des deux diamètres eſt au ſinus total. Donc, puiſque ce rapport entre deux fois dans le rapport total des deux élémens, il s'enſuit que l'élément du *cœur* eſt à l'élément de l'autre ſolide, comme le quarré du ſinus de l'angle des diamètres eſt au quarré du ſinus total : donc les deux ſolides ſont auſſi entr'eux dans ce rapport. En voilà aſſez pour mettre ſur la voie ceux qui voudront aller plus loin, faire de cette propoſition une démonſtration en forme, & reconnoître en quoi pêche celle de M. Varignon. (*O*)

CŒUR *du lion* ou *Regulus*, *Baſiliſcus* (*Aſtr.*) étoile de la première grandeur dans la conſtellation du lion.

CŒUR *de Charles* (*Aſtron.*) c'eſt le nom d'une petite conſtellation boréale ; elle eſt marquée ſous ce nom dans le planiſphère en deux feuilles, gravé en Angleterre, & appellé communément *planiſphère de Senex*, quoiqu'on y voie le nom de Harris comme rédacteur, & celui de Bowles comme marchand. Elle n'eſt remarquable que par une étoile de ſeconde grandeur, ſituée ſous la queue de la grande ourſe, du côté de la chevelure de Bérenice & de la queue du lion. Cette étoile eſt appellée dans le catalogue de Tycho-Brahé, *informis inter caudam hujus & leonis*. Dans le *Catalogue britannique*, publié en 1712, par Halley, ſur les *Obſervations* de Flamſteed, elle eſt appellée *clara ſub caudâ informis* ; il paroît qu'alors on ne lui avoit pas encore donné le nom qu'elle porte actuellement. Dans l'édition de 1725, donnée par Flamſteed lui-même, elle eſt compriſe dans la conſtellation des chiens de chaſſe, introduite par Hévélius ; *in annullo armillæ charæ informis ſub caudâ urſi*. Dans les grandes cartes céleſtes de Flamſteed, elle eſt en effet ſituée ſur le collier d'un des chiens, ſans aucune figure de *cœur*. Cette dénomination de *cœur de Charles*, a probablement été introduite par Halley, ainſi que le chêne de Charles II, roi d'Angleterre, par reſpect pour la mémoire d'un prince, fondateur de l'Académie & de l'Obſervatoire d'Angleterre. Flamſteed n'a point adopté cette dénomination de Halley, qu'il n'aimoit pas ; mais on la trouve ſur les planiſphères de Senex, ſur ceux de M. Robert de Vaugondy, ſur mon globe céleſte, gravé en 1773, ſur le petit *Atlas* de Fortin, qui eſt une réduction des cartes de Flamſteed, & ſur le planiſphère qui eſt dans les figures de ce Dictionnaire. La principale étoile avoit en 1690, $5^{s}\ 20^{d}\ 13'\ 22''$ de longitude, & $40^{d}\ 7'\ 18''$ de latitude boréale. (*D. L.*)

CŒUR *de l'hydre* (*Aſtronomie*), étoile de la ſeconde grandeur dans le *cœur* de la conſtellation de l'hydre, la douzième dans le catalogue de Ptolemée, la onzième dans celui de Tycho, & la vingt-cinquième dans celui d'Angleterre. *Voyez* HYDRE. (*O*)

COIN, ſ. m. (*Méchan.*) : priſme triangulaire *ABCDEF* (*Pl. méc. fig.* 58) de fer, qu'on introduit dans une fente pour écarter ou ſéparer les deux parties d'un corps. Quelquefois auſſi on s'en ſert pour ſoulever des poids, ou pour comprimer des corps.

Les couteaux, les raſoirs, les ciſeaux, & en général tous les inſtrumens tranchans, ou pénétrans, ſe rapportent au *coin*.

On appelle *tête du coin* la face parallélogrammique *A B C D* qui reçoit le coup, ou l'impreſſion de la force motrice ; l'arrête *E F*, par laquelle le *coin* commence à s'enfoncer, en eſt le tranchant ; & les faces parallélogrammiques *ABFE*, *DCFE*, par leſquelles il preſſe les corps contigus, en ſont les *côtés*.

Nous repréſenterons cet inſtrument par ſon ſimple profil *D A E* (*fig.* 59), c'eſt-à-dire par le triangle qui, en ſe mouvant parallélement à lui-même, engendre le *coin*.

I. Suppoſons un corps appuyé par ſa baſe *Z F* (*fig.* 60) ſur un plan immobile. Que pour écarter les deux parties *M* & *N* de ce corps, on introduiſe entr'elles un *coin D E A* frappé ou pouſſé perpendiculairement à ſa tête par une force *Q*. Il eſt clair que cette force étant détruite uniquement par les réſiſtances que les parties du corps à fendre oppoſent à l'action du *coin*, doit néceſſairement ſe décompoſer en deux forces dirigées vers les appuis *I* & *K*, perpendiculairement aux côtés *A E*, *D E* du *coin*, qu'on peut regarder comme des plans tangens aux appuis *I* & *K*. Ainſi la force *Q* & les deux preſſions qu'elle produit aux points *I* & *K*, ſont dans un même plan, & concourent au même point *O*. Nommons *Q*, *I*, *K*, ces trois forces ; & conſidérons que leurs directions *Q O*, *O I*, *O K*, étant perpendiculaires chacune à chacun des trois côtés

AD, AE, DE, du triangle AED, on a $Q : I : K :: AD : AE : DE$; & par conſéquent auſſi, $Q : I + K :: AD : AE + DE$.

II. A cauſe de l'équilibre, les deux preſſions I & K ſont détruites par deux réſiſtances contraires & égales chacune à chacune, que les parties du corps à fendre leur oppoſent. Ainſi, *la force imprimée perpendiculairement à la tête du* coin, *eſt à la ſomme des réſiſtances que les parties du corps à fendre oppoſent immédiatement à ſon action, comme la tête du* coin, *eſt à la ſomme de ſes côtés.*

On voit que plus le *coin* deviendra tranchant, plus la même puiſſance acquerra d'avantage ſur la ſomme des réſiſtances à vaincre, & plus, par conſéquent, le *coin* trouvera de facilité à s'enfoncer.

III. Lorſque le *coin* eſt iſoſcèle, c'eſt-à-dire, lorſque les côtés AE, DE, ſont égaux, les deux forces I & K ſont égales, & on a $Q : I + K :: AD : 2AE :: \frac{AD}{2} : AE$. Donc alors *la force imprimée perpendiculairement à la tête du* coin, *eſt à la ſomme des réſiſtances que les parties du corps à fendre lui oppoſent, comme la demi-tête du* coin *eſt à l'un des côtés.*

IV. Prenons en général ſur les directions des deux forces I, K, les parties IV, KH, égales reſpectivement aux côtés AE, DE du *coin*, pour repréſenter ces forces; & décompoſons chacune des mêmes forces en deux autres, l'une perpendiculaire, l'autre parallèle à la baſe ZF, en conſtruiſant les deux parallélogrammes rectangles $IRVT$, $KSHG$, qui ſatisfaſſent à cette condition. Il eſt évident que les deux forces IR, KS, étant perpendiculaires au plan ſur lequel le corps s'appuie, ne peuvent imprimer aucune ſorte de mouvement à ce corps. Mais la force IT tend à mouvoir la partie M parallélement à ZF; & la force KG tend à mouvoir la partie N parallélement à FZ. Nommons T & G les deux forces IT, KG. Cela poſé,

1.° On aura $I : T :: IV$ ou $AE : IT$; & comme on a I, $Q : I :: AD : AE$; ſi l'on multiplie ces deux proportions par ordre, on aura $Q : T :: AD : IT$.

2.° On trouvera ſemblablement, $K : G :: AD : KG$.

Ces deux proportions donnent la ſuite de proportionnelles, $Q : T : G :: AD : IT : KG$; & par conſéquent auſſi, $Q : T + G :: AD : IT + KG$.

V. Suppoſons que la tête DA du *coin* ſoit parallèle à la baſe ZF, & menons du tranchant E, la perpendiculaire EB ſur la tête. Les deux triangles rectangles IVT, EAB, qui ont des hypothénuſes égales par conſtruction, & qui ayant tous les côtés perpendiculaires chacun à chacun, ſont équiangles, ſont parfaitement égaux. On aura donc $IT = FB$. On démontrera de même que $KG = EB$. Ainſi, les deux forces T & G ſont égales; & la ſuite précédente donne, $Q : T + G :: AD : 2EB :: \frac{AD}{2} : EB$.

Il ſuit de-là que *lorſque la tête du* coin *eſt parallèle au plan ſur lequel le corps s'appuie, la force imprimée perpendiculairement à la tête du* coin, *eſt à la ſomme des réſiſtances que les deux parties du corps à fendre lui oppoſent parallélement à la tête du* coin, *comme la demi-tête du coin eſt à ſa hauteur.*

Cette propriété peut être appliquée au cas où l'on ſe ſert du *coin* pour comprimer; car alors la réſiſtance s'exerce parallélement à la tête du *coin.*

VI. Telle eſt à-peu-près toute la théorie mathématique du *coin.* Nous ne devons pas diſſimuler que l'application de cette théorie à la pratique n'eſt pas ſuſceptible d'une grande préciſion, parce que les différens corps ſont compoſés de parties plus ou moins adhérentes entr'elles, ou de fibres plus ou moins flexibles; d'où il réſulte que la même force appliquée au même *coin*, ne produira pas les mêmes enfoncemens dans deux matières différentes, & que chaque enfoncement particulier ne peut guère être déterminé exactement que par la voie d'une expérience immédiate. (*L. B.*)

COIN (*au jeu de tricrac*): qui dit ſimplement le *coin*, entend le *coin de repos*, ainſi nommé parce que le joueur eſt moins expoſé quand il s'eſt emparé de ce *coin*; c'eſt toujours la onzième caſe, non compris celle du tas de dames.

Une des règles les plus sûres, c'eſt de le prendre le plutôt qu'on peut, & d'avoir pour cela des dames ſur les caſes de quine & de ſonnez.

Le *coin de repos* ſe prend par puiſſance ou par effet; dans le premier cas, lorſque celui contre qui l'on joue n'a pas le ſien, & que du dé que vous amenez vous pouvez mettre deux dames dans ſon *coin*, ce qui ne ſe fait point: on n'empêche point ſon adverſaire de ſe faire ſon grand jan, quoiqu'on en ait la puiſſance; il eſt plus avantageux de prendre ſon *coin.* On le prend par effet lorſque ſun dé a deux dames qui batient ſon propre *coin.* Comme on ne peut ſe ſaiſir de ſon *coin* qu'avec deux dames, les règles du jeu ne permettent pas auſſi qu'on le quitte ſans les lever toutes deux enſemble. Qui s'empare de ſon *coin* par effet, n'eſt plus en droit de reprendre par puiſſance: ſi celui contre qui l'on joue s'eſt ſaiſi du ſien, cette puiſſance eſt ôtée.

COIN *bourgeois*, *au tricrac*, ſe dit de la caſe de quine & de ſonnez. *Voyez* QUINE & SONNEZ.

COINCIDENCE, ſ. f. *en Géométrie*, ſe dit des figures, lignes, *&c.* dont toutes les parties ſe répondent exactement lorſqu'elles ſont poſées l'une ſur l'autre, ayant les mêmes termes ou les mêmes limites.

Digitized by Google

La *coincidence* désigne donc une égalité parfaite, c'eſt-à-dire, que les figures ou lignes entre leſquelles il y a *coincidence*, ſont égales & ſemblables. *Voyez* EGALITÉ & SEMBLABLE.

Euclide, & preſque tous les autres géomètres à ſon exemple, démontrent un grand nombre de propoſitions élémentaires, par le ſeul principe de la *coincidence* ou ſuperpoſition. *Voyez* SUPERPOSITION. (*O*)

COINCIDER, *terme de Géométrie*: on dit que deux lignes ou ſurfaces *coincident*, lorſqu'étant appliquées l'une ſur l'autre, elles s'ajuſtent & ſe confondent parfaitement. *Voyez* COINCIDENCE. (*O*)

COL

COLIN-MAILLARD, ſ. m. *jeu d'enfans*; on bouche les yeux à un d'entr'eux, il pourſuit ainſi ſes autres à tâton juſqu'à ce qu'il en ait attrapé un autre qu'il eſt obligé de nommer, & qui prend ſa place, & qu'on appelle auſſi *colin-maillard*.

COLLER *au jeu de billard*, c'eſt faire toucher la bille à la bande, de façon qu'on ne puiſſe pas là jouer aiſément.

COLLIMATION, *ligne de collimation* (*Aſtr.*) eſt celle par laquelle on viſe à un objet, par les deux pinules d'un graphomètre. Dans une lunette c'eſt la ligne qui paſſe par le centre des verres, ou l'axe optique de la lunette. La ligne de *collimation* doit être parallèle à la ligne de foi, c'eſt-à-dire, à la ligne qui paſſe par le centre de l'inſtrument & par le point de l'index qui marque la diviſion. On dit auſſi *la ligne de foi* pour dire la *ligne de collimation*, parce que ces deux lignes étant parallèles entr'elles & peu diſtantes l'une de l'autre, elles ſe dirigent au même point du ciel. (*D. L.*)

COLLISION, ſ. f. (*Méch.*) veut dire la même choſe que choc. *Voyez* CHOC.

COLOMBE (*Aſtron.*), conſtellation méridionale, ſituée au-deſſous du lièvre & du grand chien, introduite vers le commencement du XVIIe ſiècle, lorſque les navigateurs commencèrent à obſerver les étoiles auſtrales & à leur donner des noms; on prétendit placer la *colombe* de Noé à côté du vaiſſeau que l'on conſidéra comme l'arche de Noé. Elle eſt repréſentée dans les cartes de Bayer avec neuf étoiles, ſans autre explication que celle-ci: *recentioribus columba*. Dans le catalogue de Flamſteed, elle contient dix étoiles; dans celui de la Caille, elle en renferme un bien plus grand nombre. La principale, appellée α, avoit en 1750, 82^d^ 39′ 15″ d'aſcenſion, & 34^d^ 13′ 21″ de déclinaiſon; d'où il ſuit qu'on peut très-bien la voir en Europe, puiſqu'elle paſſe au méridien près de 7 degrés au-deſſus de l'horizon de Paris. Elle eſt de ſeconde grandeur. (*D. L.*)

COLONNE, force des *colonnes* (*Méchanique de l'Architecture*). Comme on ne bâtit pas ſeulement avec le bois, mais auſſi avec la pierre & le marbre, il ſeroit à ſouhaiter pour le bien de l'architecture que nous euſſions des expériences bien faites ſur la force des *colonnes* de pierre.

M. Van Muſſchenbroek a déjà là-deſſus fait quelques expériences, qu'il rapporte dans ſes *Eſſ. de Phyſ.* Il a pris une *colonne* quarrée faite de terre glaiſe, & auſſi dure que la brique rouge durcie au feu: cette *colonne*, qui avoit onze pouces & demi de long, & dont chaque côté étoit de $\frac{1}{12}$ d'un pouce, fut rompue par 195 livres. Une pierre de bréme, longue de douze pouces $\frac{10}{11}$, & dont chaque côté étoit de $\frac{1}{12}$ d'un pouce, fut rompue par 150 livres. Un marbre blanc un peu veiné, long de treize pouces $\frac{1}{4}$, épais d'un côté de $\frac{4}{12}$ d'un pouce, & qui avoit de l'autre côté l'épaiſſeur de $\frac{5}{12}$ d'un pouce, fut rompu par 250 livres.

Si l'on prend un pilier de pierre fait de demi-pierres poſées les unes ſur les autres, ayant l'épaiſſeur de trois pouces, la largeur de ſept pouces, & la hauteur de dix piés, on demande quelle charge pourra ſupporter ce pilier de pierre, en ſuppoſant qu'il ſoit bâti de briques rouge durcies par le feu.

Si ce pilier étoit de la même épaiſſeur que celle qu'avoit la *colonne* dans l'expérience précédente, & qu'il fût de la hauteur de dix piés, il ne pourroit ſupporter deux livres, parce que les forces ſont en raiſon inverſe des quarrés des hauteurs; mais ſi l'on compte qu'une pierre eſt de la longueur de 7 pouces, c'eſt-à-dire, dix-ſept fois plus large que n'eſt la *colonne* dans l'expérience; alors ce même pilier de mur qui a l'épaiſſeur de $\frac{1}{10}$ de pouce, & la largeur de ſept pouces, pourra ſupporter trente livres. Mais la pierre eſt de l'épaiſſeur de trois pouces, qui eſt le côté courbé par le poids dont il eſt chargé; ce côté eſt donc à celui de la *colonne* rompue comme 36 à 5, dont les quarrés ſont comme 1296 à 25: c'eſt pourquoi le pilier de mur qui eſt de la hauteur de dix piés, ne pourra être chargé que de 1555 livres; mais s'il étoit de l'épaiſſeur d'une pierre entière, il pourroit ſupporter un fardeau quatre fois plus peſant.

Par conſéquent un mur qui ſera de l'épaiſſeur d'une demi-pierre, & qui aura dix piés de haut, pourra être chargé de 1555 livres, autant de fois qu'il ſera de la longueur des pierres entières ou de ſept pouces. Il eſt certain que s'il étoit fait de pierres plus dures, il pourroit ſupporter une charge encore plus peſante avant que d'être renverſé. Si l'on compare la force d'un pilier de pierre avec celle d'un pilier de bois de chêne, qui ſoit auſſi de la hauteur de dix piés, & dont les côtés aient trois pouces & ſept pouces, on trouvera que le bois de chêne pourra ſupporter beaucoup davantage, & même preſque 2800 livres.

Comme on élève dans les égliſes pluſieurs *colonnes* qui ſoutiennent tout le bâtiment; ſi l'on prenoit une *colonne* de marbre blanc de la hauteur de quarante piés, & dont le diamètre ſeroit

Digitized by Google

de quatre piés, elle pourroit ſupporter à-peu-près le poids de 105,011,085 livres. Ainſi, l'on eſt en état de calculer quel poids étoient capables de ſoutenir les 127 *colonnes* du temple de la diane d'Ephèſe, qui étoient toutes d'une pièce de 60 piés de hauteur.

Comme on bâtit ſouvent des maiſons à deux portes qui donnent ſur le coin des rues, de ſorte que tout le poids de la façade repoſe ſur le poteau de ce coin: il n'eſt pas indifférent de ſavoir l'épaiſſeur qu'il convient de donner à ce poteau; mais il ſeroit encore bon de calculer les avantages & les déſavantages qu'il y auroit à le former en *colonnes* de pierre par préférence, parce que ce poteau doit ſupporter ſans aucun danger le poids de la façade qui repoſe ſur lui. (*M.* LE CHEVALIER DE JAUCOURT.)

* (M. Euler & M. de la Grange ont donné, le premier dans les Mémoires de l'Académie de Berlin pour l'année 1757, l'autre dans le v.e volume des Mémoires de l'Académie de Turin, d'excellentes recherches *ſur la force des colonnes.*

COLONNE *d'eau* (*Hyd.*): eau contenue dans un tuyau, qui la fait monter d'une rivière ou d'un réſervoir quelconque par le moyen d'une machine hydraulique. On appelle auſſi *colonne d'eau* l'eau qui forme un jet au ſortir d'un ajutage. On dit également, dans des ſens analogues, une *colonne* d'air, une *colonne* de mercure, &c.

COLURES (*Aſtron.*) ſont deux grands cercles paſſant par les poles du monde, l'un par les équinoxes, l'autre par les ſolſtices; leur nom, ſuivant quelques auteurs, vient du mot grec κόλουρος, *mutilus, truncus*, parce que dans les ſphères artificielles on fait des entailles ſur ces cercles, pour fixer, aſſembler & retenir les autres cercles; cependant Macrobe dit que ce nom vient de ce qu'ils ne ſont pas tout le tour de la ſphère. *Nomen dedit imperfecta converſio; ambientes enim ſeptentrionalem verticem poli, atque inde, in diverſa diffuſi, & ſe in ſummo interſecant & quinque parallelos in quaternas partes æqualiter dividunt; zodiacum ita interſecantes, ut unus eorum per arietem & libram, alter per cancrum atque capricornum meando decurrat; ſed ad auſtralem verticem non pervenire creduntur. Somn. Scip. I. 15.* Il eſt vrai que nous ne voyons jamais la partie des *colures* qui avoiſine le pole auſtral; mais l'exiſtence de cette partie ne doit pas moins ſe ſuppoſer. Le *colure*, ou cercle paſſant par les poles du monde ou de l'équateur, & par les points ſolſticiaux, s'appelle *colure des ſolſtices*; on a donné à ce méridien un nom diſtinctif, parce qu'il ſert à meſurer l'obliquité de l'écliptique. Tous les aſtres placés ſur ce *colure*, ont 90° ou 270d d'aſcenſion droite, & autant de longitude.

Le *colure des équinoxes* eſt un autre méridien qui eſt perpendiculaire au précédent, ou au *colure* des ſolſtices, & qui paſſe par les poles du monde & par les points équinoxiaux. Tous les aſtres placés ſur ce *colure* ont zéro ou 180 degrés d'aſcenſion droite, mais leurs longitudes varient. (*D. L.*)

COMBINAISON, ſ. f. (*Analyſe*) ne devroit ſe dire proprement que de l'aſſemblage de pluſieurs choſes deux à deux; mais on l'applique dans les Mathématiques à toutes les manières poſſibles de prendre un nombre de quantités données.

Le P. Merſenne a donné les *combinaiſons* de toutes les notes & ſons de la Muſique au nombre de 64; la ſomme qui en vient ne peut s'exprimer, ſelon lui, qu'avec 60 chiffres ou figures.

Le P. Sébaſtien a montré, dans les *Mémoires de l'Académie*, 1704, que deux carreaux partagés chacun par leurs diagonales en deux triangles de différentes couleurs, fourniſſoient 64 arrangemens différens d'échiquier: ce qui doit étonner, lorſqu'on conſidère que deux figures ne ſauroient ſe combiner que de deux manières. *Voy.* CARREAU.

On peut faire uſage de cette remarque du P. Sébaſtien, pour carreler des appartemens.

Doctrine des combinaiſons. Un nombre de quantités étant donné avec celui des quantités qui doit entrer dans chaque *combinaiſon*, trouver le nombre des *combinaiſons*.

Une ſeule quantité, comme il eſt évident, n'admet point de *combinaiſon*; deux quantités *a* & *b* donnent une *combinaiſon*; trois quantités *a*, *b*, *c*, combinées deux à deux, donnent trois *combinaiſons ab*, *ac*, *bc*; quatre en donneroient ſix *ab*, *ac*, *bc*, *ad*, *bd*, *cd*; cinq en donneroient dix *ab*, *ac*, *bc*, *ad*, *bd*, *cd*, *ae*, *be*, *ce*, *de*.

En général, la ſuite des nombres des *combinaiſons* eſt 1, 3, 6, 10, &c. c'eſt-à-dire la ſuite des nombres triangulaires; ainſi, *q* repréſentant le nombre des quantités à combiner, $\frac{q-1}{1} \times \frac{q+0}{2}$ ſera le nombre de leurs *combinaiſons* deux à deux. *Voyez* NOMBRES TRIANGULAIRES.

Si on a trois quantités *a*, *b*, *c*, à combiner trois à trois, elles ne fourniront qu'une ſeule *combinaiſon abc*; qu'on prenne une quatrième quantité *d*, les *combinaiſons* que ces quatre quantités peuvent avoir trois à trois, ſeront les quatre *abc*, *abd*, *bcd*, *acd*; qu'on en prenne une cinquième, on aura les dix *combinaiſons abc*, *abd*, *bcd*, *acd*, *abe*, *bde*, *bce*, *ace*, *ade*; qu'on en mette une ſixième, on aura vingt *combinaiſons*, &c. En ſorte que la ſuite des *combinaiſons* trois à trois eſt celle des nombres pyramidaux; & que *q* exprimant toujours le nombre des quantités données, $\frac{q-2}{1} \times \frac{q-1}{2} \times \frac{q-0}{3}$, eſt celui de leurs *combinaiſons* trois à trois.

Le nombre des *combinaiſons* quatre à quatre des mêmes quantités ſe trouveroit de la même manière $\frac{q-1}{1} \times \frac{q-2}{2} \times \frac{q-1}{3} \times \frac{q-0}{4}$; & en général *n* exprimant le nombre de lettres qu'on veut faire entrer dans chaque terme de la *combinaiſon*, la

quantité $\frac{q-n+1}{1} \times \frac{q-n+2}{2} \times \frac{q-n+3}{3} \times \frac{q-n+4}{4} \times \ldots\ldots \frac{q}{n}$ exprimera le nombre demandé des *combinaiſons*.

Que l'on demande, par exemple, en combien de manières ſix quantités peuvent ſe prendre quatre à quatre, on fera $q = 6$ & $n = 4$, & l'on ſubſtituera ces nombres dans la formule précédente, ce qui donnera $\frac{6-4+1}{1} \times \frac{6-4+2}{2} \times \frac{6-4+3}{3} \times \frac{6-4+4}{4} = 15$.

Corollaire. Si on veut avoir toutes les *combinaiſons* poſſibles d'un nombre de lettres quelconque, priſes tant deux à deux que trois à trois, que quatre à quatre, *&c.* il faudra ajouter toutes les formules précédentes $\frac{q-1}{1} \times \frac{q-0 \cdot q-1 \times q-1 \times q-0 \cdot q-1}{2 \quad 1 \times 2 \quad \times 3 \quad 1} \times \frac{q-2}{2} \times \frac{q-1}{3} \times q-1$, *&c.* c'eſt-à-dire que le nombre de toutes ces *combinaiſons* ſera exprimé par

$$\frac{q \times q-1}{1 \cdot 2} + \frac{q\,q-1 \cdot q-2}{2 \cdot 3} + \frac{q \times q-1 \cdot q-2 \cdot q-3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \&c.$$

Si on compare préſentement cette ſuite avec celle qui repréſente l'élévation d'un binome quelconque à la puiſſance q, on verra qu'en faiſant égal à l'unité chacun des termes de ce binome, les deux ſuites ſont les mêmes aux deux premiers termes près 1, & q, qui manquent à la ſuite précédente. De-là il ſuit qu'au lieu de cette ſuite, on peut écrire $2q - 1 - q$. Ce qui donne une manière bien ſimple d'avoir toutes les *combinaiſons* poſſibles d'un nombre q de lettres. Que ce nombre ſoit par exemple 5, on aura donc pour le nombre total de ſes *combinaiſons* $2^5 - 5 - 1 = 32 - 6 = 26$. *Voyez* BINOME.

Un nombre quelconque de quantités étant donné, trouver le nombre des combinaiſons *& d'alternations qu'elles peuvent recevoir, en les prenant de toutes les manières poſſibles.*

Suppoſons d'abord qu'il n'y ait que deux quantités a, b; on aura d'abord ab & ba, c'eſt-à-dire, le nombre 2; & comme chacune de ces quantités peut auſſi ſe combiner avec elle-même, on aura encore aa & bb, c'eſt-à-dire, que le nombre des *combinaiſons* & alternations eſt en ce cas $2 + 2 = 4$. S'il y a trois quantités a, b, c, & que l'expoſant de leur variation ſoit deux, on aura trois termes pour leurs *combinaiſons*, leſquels ſeront ab, bc, ac: à ces trois termes, on en ajoutera encore trois autres ba, cb, ca, pour les alternations; & enfin trois autres pour les *combinaiſons* aa, bb, cc, des lettres a, b, c, priſe chacune avec elle-même: ce qui donnera $3 + 3 + 3 = 9$. En général, il ſera aiſé de voir que ſi le nombre des quantités eſt n, & que l'expoſant de la variation ſoit 2, n^2 ſera celui de toutes leurs *combinaiſons* & de leurs alternations.

Si l'expoſant de la variation eſt 3, & qu'on ne ſuppoſe d'abord que trois lettres a, b, c, on aura pour toutes les *combinaiſons* & alternations aaa, aab, aba, baa, abb, aac, aca, caa, abc, bac, bca, acb, cab, cba, acc, cac, cca, bba, bab, bbb, bbc, cbb, bcb, bcc, cbc, ccb, ccc, c'eſt-à-dire, le nombre 27 ou 3^3.

De la même manière, ſi le nombre des lettres étoit 4, l'expoſant de la variation 3, 4^3, ou 64, ſeroit le nombre des *combinaiſons* & alternations. Et en général ſi le nombre des lettres étoit n, n^3 ſeroit celui des *combinaiſons* & alternations pour l'expoſant 3. Enfin ſi l'expoſant eſt un nombre quelconque, m, n^m exprimera toutes les *combinaiſons* & alternations pour cet expoſant.

Si on veut donc avoir toutes les *combinaiſons* & alternations d'un nombre n de lettres dans toutes les variétés poſſibles, il faudra prendre la ſomme de la ſérie $n + n^2 + n^3 + n^4 + n^5 + n^6 + n^7$, *&c.* juſqu'à ce que le dernier terme ſoit n.

Or, comme tous les termes de cette ſuite ſont en progreſſion géométrique, & qu'on a le premier terme n, le ſecond n^2, & le dernier n, il s'enſuit qu'on aura auſſi la ſomme de cette progreſſion, laquelle ſera $\frac{n^{n+1} - 1}{n-1}$.

Que n, par exemple, ſoit égal à 4, le nombre de toutes les *combinaiſons* & alternations poſſibles ſera $\frac{4^4-1}{4-1} = \frac{1010}{3} = 340$. Que n ſoit 24, on aura alors pour toutes les *combinaiſons* & alternations poſſibles $\frac{24^{24}-24}{24-1} = \frac{3200961864440681891677795534127260 0}{23} =$ 139172428888725299942512849340220 0; & c'eſt cet énorme nombre qui exprime les *combinaiſons* de toutes les lettres de l'alphabet entr'elles.

Voyez l'*ars conjectandi* de Jacques Bernoulli & l'*analyſe des jeux de haſard* de Montmort. Ces deux auteurs, ſur-tout le premier, ont traité avec beaucoup de ſoin la matière des *combinaiſons*. Cette théorie eſt en effet très-utile dans le calcul des jeux de haſard; & c'eſt ſur elle que roule toute la ſcience des probabilités. *Voyez* JEU, PARI, PROBABILITÉ, *&c.*

Il eſt viſible que la ſcience des anagrammes dépend de celles des *combinaiſons*. Par exemple, dans *Roma* qui eſt compoſé de quatre lettres, il y a vingt-quatre *combinaiſons* (*voy.* ALTERNATION); & de ces vingt-quatre *combinaiſons* on en trouvera pluſieurs qui forment des noms latins, *armo*, *ramo*, *mora*, *amor*, *maro*; on y trouve auſſi *omar*; de même dans Rome, on trouve *mare*, *omer*, &c. (*O*)

Digitized by Google

* Nous ajouterons ici l'écrit ſuivant de M. de Mairan, ſur le nombre conſidérable de manières différentes dont certains mots françois peuvent être écrits.

Manières différentes d'écrire le mot HAINAUT *en françois, dans la ſuppoſition que l'h ne s'aſpire pas.*

1.° Par *h*, ou ſans *h*..... 2 *man.*

2.° *e*, *ee*, *ei*, *ai*, *ey*, ou *ay*.....6
Dont le produit eſt 2 × 6, & donne.. 12 *man.*

3.° Enſuite avec *n*, ou *nn*.....2
Produit....12 × 2, & donne.. 24 *man.*

4.° Dans le cas d'un ſeul *n*, il peut être procédé de *ſ*, ou de *x*, ce qui ſe combine avec la moitié du dernier produit, & donne 24 à ajouter audit produit, ſomme..... 48 *man.*

5.° Dans les deux cas de *n*, ou *nn*, il peut y avoir après, ou n'y avoir pas un *h*.....2
Produit....48 × 2, & donne.. 96 *man.*

6.° Dans tous les cas, précédens, on peut finir le mot par *o*, *au* ou *eau*, ſans conſonne, ce qui fait 3 cas qui ſe combinent, *&c.* ci.....3
Produit....96 × 3, & donne.. 288 *man.*

7.° Enfin on peut terminer ce mot par ces conſonnes *s*, *t* ſ *l*, *ls*, *x*, *lt*, *th*, *lth*; cela fait 8 nouveaux cas, qui par leur combinaiſon, avec les précédens donnent le produit. 288 × 8, ou.... 2304 *man.*

Le mot *Hainaut* peut donc être écrit de 2304 différentes manières ſans qu'un françois le prononce différemment.

COMBUSTION, *terme de l'ancienne Aſtronomie:* quand une planète eſt en conjonction avec le ſoleil, on dit que la planète eſt en *combuſtion*. Ce mot vient du latin *comburere*, *brûler* parce qu'une planète qui eſt en cet état doit paroître paſſer ſur le diſque du ſoleil ou derrière le corps de cet aſtre, & par conſéquent ſe plonger, pour ainſi dire, dans ſes rayons, & en être comme brûlée.

Suivant Argoli, une planète eſt en *combuſtion*, quand elle n'eſt pas éloignée du ſoleil de plus de huit degrés trente minutes, à l'orient ou à l'occident. On ne ſe ſert plus de ce mot, qui n'a été employé que par les aſtrologues. *Harris* & *Chambers.* (*O*)

COMETES, ſ. f. (*Aſtron.*), corps céleſtes qui paroiſſent quelquefois dans le ciel avec un mouvement propre, très-différent dans les différentes *comètes*, & qui pour l'ordinaire ſont accompagnés d'une lumière éparſe: c'eſt le mouvement des *comètes* qui les diſtingue des étoiles nouvelles que l'on a vues de tems à autres; car dans celles-ci l'on n'a jamais remarqué de mouvement propre: d'ailleurs la lumière des *comètes* eſt toujours foible & douce; c'eſt une lumière du ſoleil qu'elles réfléchiſſent vers nous, auſſi-bien que les planètes; cela eſt prouvé ſpécialement par la phaſe obſervée dans la *comète* de 1744, dont la partie éclairée n'étoit viſible qu'à moitié. On diſtingue principalement les *comètes* par les traînées de lumière, dont elles ſont ſouvent entourées & ſuivies, qu'on appelle tantôt *la chevelure* ou *la barbe*, tantôt *la queue de la comète*; cependant il y a eu des *comètes* ſans queue, ſans barbe, ſans chevelure. La *comète* de 1585, obſervée pendant un mois par Tycho, étoit ronde; elle n'avoit aucun veſtige de queue: ſeulement ſa circonférence étoit moins lumineuſe que le noyau, comme ſi elle n'eût eu vers ſa circonférence que quelques fibres lumineux. *Tycho*, *Progymn. p. 752.* La *comète* de 1665 étoit fort claire, ſuivant Hévelius; il n'y avoit preſque pas de chevelure: la *comète* de 1682, au rapport de M. Caſſini, étoit auſſi ronde & auſſi claire que jupiter. *Mémoire Acad.* 1699. Enfin la *comète* que nous avons vue depuis le 23 ſeptembre 1763 juſqu'au 25 novembre, n'avoit aucune queue, quoiqu'elle fût aſſez près de la terre. Ainſi, l'on ne doit pas regarder les queues des *comètes* comme leur caractère diſtinctif. Leur véritable caractère conſiſte à avoir un mouvement particulier, & à n'être viſible qu'un certain tems: les apparitions les plus longues ont été de ſix mois.

Les Caldéens, les plus anciens aſtronomes dont les obſervations nous ſoient parvenues, regardèrent les *comètes* comme de véritables planètes; il y a même des auteurs qui ont écrit qu'ils en connoiſſoient les retours, (Senèque *Quæſt. nat. l. 7*) cela eſt très-douteux. Quoi qu'il en ſoit du ſentiment des Caldéens, il eſt sûr que beaucoup d'anciens philoſophes ont conſidéré les *comètes* comme des aſtres & des planètes perpétuelles & périodiques. Ainſi, nous ne dirons qu'un mot des ſyſtêmes de ceux qui prirent les *comètes* pour des illuſions, pour des météores, ou pour des corps d'une exiſtence paſſagère. On peut voir à ce ſujet Riccioli, *Almag. II. 35*, & beaucoup d'autres auteurs qui ont expliqué les rêves des anciens philoſophes.

Panætius crut qu'elles étoient de pures apparences de lumière, ſemblables aux irîs, aux halo & aux parhélies. Héraclides de Pont, les regarda comme des nuées très-légères & très-élevées. *Plut. de plac. phil.* 3. 2. Ariſtote les regarda comme un météore igné, formé au haut de l'atmoſphère par les exhalaiſons de la terre & de la mer. *Meteor. lib. 1, cap. 7 & 10.* Tous les péripatéticiens & pluſieurs autres philoſophes en eurent à-peu-près la même idée. Les ſtoïciens, ou les philoſophes latins du tems de Senèque, étoient à-peu-près d'un avis ſemblable, & ſuppoſoient que les co-

Digitized by Google

mètes étoient formées par un air condenſé. Seneq. *Quæſt. nat. l. vij, c. 21.*

Il paroît que Ptolemée crut que le cours des planètes ou de leurs tourbillons étoit la cauſe de la formation des *comètes* (*de Aſtrorum Jud. lib. ij, textu 53*). Ce fut le ſentiment d'Hévélius.

Galilée même crut que les *comètes* étoient formées par des exhalaiſons aſſez légères pour s'élever au-deſſus de la lune. *Dial. 2, de Syſt. mundi. Trucinator.*

Tycho & Longomontanus crurent que les *comètes* étoient véritablement des corps céleſtes formés de la ſubſtance de la voix laêlée, mais ſujets à ſe décompoſer, & d'une exiſtence paſſagère.

Képler même laiſſa les *comètes* au nombre des phénomènes momentanés, & Hévélius n'en jugea pas mieux, quoiqu'il ait eu le premier ſur les *comètes* une très-belle idée, dont nous parlerons bientôt.

Enfin le P. Riccioli. *Alm.* 2. 43. après avoir examiné fort au long la queſtion ſi les *comètes* ſont perpétuelles & reviennent après de longues périodes, finit par dire que cela n'eſt guère probable, & qu'il lui paroît qu'elles ſe forment de nouveau. (*Alm.* 2. 58.) Après avoir raconté différentes opinions ſur la cauſe phyſique de leur formation, & n'étant point ſatisfait de ces différens ſyſtèmes, il propoſe religieuſement ſon avis, qui étoit de recourir à des actes particuliers & volontaires de la toute puiſſance divine.

On voit avec peine l'illuſtre chancelier d'Angleterre, François Bacon, au nombre de ceux qui ont regardé les *comètes* comme des météores; il parle à la vérité des prédictions qu'on peut faire : *Prædictiones fieri poſſunt de cometis, qui ut noſtra fert conjectura prænonciari poſſunt.* (*de augmentis ſcient. lib. 3, cap. 4, pag. 103, editio, 1740.*) Mais il met cette prédiction dans le catalogue de mille prédictions aſtrologiques, dont on étoit encore perſuadé de ſon tems; il mourut en 1626.

Mais ſi l'on voit quelques philoſophes avoir eu des idées ſi fauſſes & ſi abſurdes ſur les *comètes* on en trouve un grand nombre d'autres, même parmi les plus célebres de l'antiquité, qui ont eu des notions plus juſtes ſur cette matière.

Suivant Ariſtote même, *Meteor. lib. 1, c. 6*, quelques philoſophes d'Italie, appellés pythagoriciens, ſoutinrent que les *cometes* étoient des aſtres errans qui ne paroiſſoient qu'après un long eſpace de tems, de même que mercure ſe voyoit rarement & pendant peu de tems ſur l'horizon; il ajoute qu'Hippocrate de Chio étoit du même ſentiment avec tous ſes diſciples, & ſur-tout Aeſchyle.

Plutarque dit auſſi que quelques pythagoriciens avoient regardé les *comètes* comme de véritables aſtres qui ne paroiſſoient pas continuellement, mais qui, après avoir achevé leur tour, reveroient dans des tems réglés; il ajoute que Diogène le penſoit ainſi, *de plac. phil. lib. 3, c. 2.* Quelques pythagoriciens croyoient que les *comètes* partoient du ſoleil, & y retournoient enſuite, parce qu'on avoit vu ſouvent autrefois les *comètes* diſparoître dans les rayons du ſoleil. Ariſtote réfute à cet égard les pythagoriciens; mais Pline a mal entendu le paſſage d'Ariſtote, quand il lui fait dire que les *comètes* ne ſont jamais dans la partie occidentale du ciel. *Kepler de cometis, pag. 96.*

Démocrite, qui, au jugement de Ciceron & de Senèque, fut le ſubtil de tous les anciens philoſophes, avoit étudié chez les Caldéens. Il ſonçonna, dit Senèque (*Quæſt. nat. lib. vij, cap. 1*) qu'il y avoit beaucoup de planètes dont chacune avoit ſon mouvement; mais il n'entreprit pas de les nommer & d'en aſſigner le nombre dans un tems où le cours des cinq planètes, étoit à peine bien connu.

A l'égard de la formation & de l'origine des *comètes*, je crois, comme Riccioli, qu'Ariſtote a mal interprété le ſentiment de Démocrite & d'Anaxagore; ils ne penſèrent jamais, comme on l'a dit, que les *cometes* fuſſent formées par la réunion des planètes que nous connoiſſons, mais peut-être que les grandes *comètes* pouvoient ſe produire par la réunion de pluſieurs aſtres inconnus; ce qui n'a rien que de très-phyſique & de très-digne de ces philoſophes : ce fut auſſi le ſentiment de Zenon, Senèque, *lib. vij, c. 19.*

Senèque nous apprend qu'Appollonius le Myndien penſoit qu'il y avoit beaucoup de *comètes*, & que c'étoient autant d'aſtres particuliers auſſi-bien que le ſoleil & la lune; mais que leur route s'étendoit dans le plus haut du ciel, & ne nous permettoit de les voir que dans la partie inférieure de leur cours. Senèque parle dans le premier livre de ſes *Queſtions naturelles*, de ces météores, que Pline met au rang des *comètes*, *pogoniæ*, *lampades*, *cypariſſiæ*; mais il n'en dit qu'un mot à l'occaſion de ceux qui regardoient les *comètes* comme des météores : c'eſt dans ſon ſeptième livre qu'il traite de la nature des *comètes* & de leur mouvement. On lui doit ce témoignage, qu'aucun auteur ancien n'en a parlé d'une manière auſſi ſublime que lui. On y voit briller la pénétration d'un homme de génie, & les grandes idées d'un eſprit véritablement philoſophique; il réfute les ſyſtèmes & les opinions abſurdes de ſon tems, & il annonce à la poſtérité une connoiſſance exacte de ce qui lui étoit alors inconnu.

« On a cru, dit-il, que les *comètes* n'étoient » point des aſtres, parce qu'elles n'ont pas la » figure ronde des autres corps céleſtes. Mais ce » n'eſt que la lumière qu'elles répandent qui eſt » alongée; le corps d'une *comète* eſt arrondi : ſon » éclat ou ſa lumière la fait paroître alongée; & » quoiqu'elle ait une autre figure, il ne s'enſuit

» pas

» pas qu'elle ſoit d'une eſpèce différente. La na-
» ture n'a pas tout fait ſur un modèle unique,
» & c'eſt ignorer ſon étendue & ſa puiſſance que
» de vouloir rapporter tout à la forme ordinaire:
» la diverſité de ſes ouvrages annonce ſa gran-
» deur..... On ne peut point encore connoître
» le cours des *comètes*, & ſavoir ſi elles ont des
» retours réglés, parce que leurs apparitions ſont
» trop rares; mais leur marche, non plus que celle
» des planètes, n'eſt point vague & déſordonnée
» comme celle des météores, qui ſeroient agités
» par le vent. On obſerve des *comètes* de formes
» très-différentes; mais leur nature eſt ſemblable
» & ce ſont en général des aſtres qu'on n'a pas
» coutume de voir, & qui ſont accompagnés d'une
» lumière inégale; elles paroiſſent en tout tems
» & dans toutes les parties du ciel, mais ſur-tout
» vers le nord; elles ſont comme tous les corps
» céleſtes, des ouvrages éternels de la nature: la
» foudre & les étoiles volantes, & tous les feux
» de l'atmoſphère, ſont paſſagers, & ne paroiſ-
» ſent que dans leur chûte: les *comètes* ont leurs
» routes qu'elles parcourent; elles s'éloignent,
» mais ne ceſſent point d'exiſter. Vous prétendez
» que ſi c'étoient des planètes, elles ſe trouveroient
» dans le zodiaque; & qui donc a fixé dans le
» zodiaque les limites des corps céleſtes? Qui
» peut aſſigner des bornes aux ouvrages divins?
» Le ciel n'eſt-il pas libre de tous côtés? N'eſt-il
» pas plus convenable à la grandeur de l'univers
» d'admettre pluſieurs routes différentes, que de
» réduire tout à une ſeule région du ciel? Dans
» cet ouvrage magnifique de la nature, nous
» voyons briller une multitude d'étoiles qui em-
» belliſſent la nuit; elles nous apprennent que le
» ciel de toutes parts eſt rempli de corps céleſtes.
» Pourquoi faut-il qu'il n'y en ait que cinq
» avec des mouvemens qui ſoient réguliers? Pour-
» quoi tous les aſtres doivent-ils être immobiles?
» On me demandera peut-être pourquoi donc il
» n'y en a que cinq dont on ait obſervé le cours.
» Je répondrai qu'il y a beaucoup de choſes que
» nous ſavons être, ſans ſavoir de quelle manière
» elles ſont. Nous avons un eſprit qui agit &
» nous dirige: nous ne ſavons ni ce que c'eſt,
» ni comment il agit. Ne nous étonnons pas que
» l'on ignore encore la loi du mouvement des
» *comètes* dont le ſpectacle eſt ſi rare; qu'on ne
» connoiſſe ni le commencement ni la fin de ces
» aſtres, qui reviennent d'une énorme diſtance.
» Il n'y a pas encore quinze cens ans que la
» Grèce a compté les étoiles, & leur a donné des
» noms: (*Stellas numeros & nomina fecit.*) Il y a
» encore bien des nations qui n'ont que la ſimple
» vue du ciel; qui ne ſavent pas même pourquoi
» ils voient la lune s'éclipſer: il n'y a pas bien
» long-tems que nous le ſavons d'une manière
» certaine; il viendra un tems où, par l'étude
» de pluſieurs ſiècles, les choſes qui ſont cachées
» actuellement paroîtront au grand jour. Un ſiècle
» ne ſuffit pas pour découvrir tant de choſes,
» quand même on y donneroit tout ſon tems;
» cependant nous ne partageons que trop celui
» qui nous eſt donné: les vices en ont la plus
» grande part..... On étudie quand on manque
» de ſpectacles, ou quand la pluie empêche les
» promenades..... On conſerve les noms des
» comédiens, mais on oublie ceux des philoſo-
» phes. Un jour viendra où la poſtérité s'éton-
» nera que des choſes ſi claires nous ſoient échap-
» pées. On démontrera dans quelles régions vont
» errer les *comètes*, pourquoi elles s'éloignent
» tant des autres aſtres, quel eſt leur nombre
» & leur grandeur; ceux qui nous ſuivront trou-
» veront des vérités nouvelles: contentons-nous
» de celles qu'on a découvertes: *Nec miremur tam*
» *tarde erui quæ tam alte jacent*..... Que de
» choſes dont l'exiſtence nous eſt inconnue, &
» que l'auteur de la nature ſemble ſe réſerver!
» Nous ne ſavons pas ce qu'eſt celui ſans lequel
» rien ne peut être; quand on ignore ainſi la
» partie la plus eſſentielle de l'univers, on ne
» doit pas être ſurpris que les petites parties nous
» échappent. »

Tel eſt l'abrégé des réflexions philoſophiques de Senèque, répandues dans ſon ſeptième livre, que j'ai traduites & rapprochées pour en faire mieux ſentir toute la force, & montrer tout le génie des anciens philoſophes, même dans cette partie où l'obſervation ne leur avoit rien appris.

Deſcartes renouvella dans l'Europe le goût de la philoſophie, non-ſeulement par des étincelles de génie, comme l'avoit fait Bacon en Angleterre, mais par une géométrie profonde & une phyſique toute nouvelle; il eut des *comètes* une idée plus juſte que les aſtronomes même les plus célèbres & les plus occupés de l'étude des aſtres, quoiqu'il ne les eût étudiées lui-même que comme une branche de l'univers & de la nature, dont ſa philoſophie embraſſoit la vaſte étendue.

Deſcartes ſuppoſe qu'un aſtre placé d'abord dans un tourbillon quelconque, ſoit plus ſolide que les parties du ſecond élément qui forment ce tourbillon: cet aſtre s'éloigne alors du centre, & paſſe dans les limites d'un autre tourbillon; il acquiert aſſez d'agitation pour paſſer au-delà, & entrer dans un troiſième tourbillon, & continuer ainſi de l'un à l'autre. Ces aſtres, qui paſſent d'un tourbillon dans un autre, ſont ceux, dit-il, qu'on nomme *comètes*. Nous verrons ci-après les découvertes de Neuton mettre fin à toutes les diſputes qu'il y avoit eu juſqu'alors ſur les *comètes*.

Nombre des comètes. Riccioli, dans ſon énumération des *comètes*, n'en compte que cent cinquante-quatre, citées par les hiſtoriens juſqu'à l'année 1651, où il compoſoit ſon *Almageſte*, & la dernière étoit celle de 1618. Mais dans le grand ouvrage de Lubienietz, où les moindres paſſages des auteurs ſont ſcrupuleuſement rapportés toutes les fois qu'ils ont le moindre rapport aux *comè-*

ses, on voit quatre cens quinze apparitions juſqu'à la *comète* de l'année 1665, qui parut depuis le 6 juſqu'au 20 avril, entre pégaſe & les cornes du bélier. Depuis ce tems-là, on en a obſervé 46 en comptant celles qui ont paru dans l'année 1781: on trouvera un catalogue de toutes ces anciennes apparitions dans le recueil des *Tables aſtronomiques*, publié par l'Académie de Berlin, en 3 vol. *in*-8.°, en 1776, & dans le grand Traité des *comètes*, par M. Pingré, qui eſt actuellement ſous preſſe. (1783.)

On en trouve auſſi beaucoup de citées dans un ouvrage anglois, intitulé: *A general chronology*, &c.

Mais de toutes ces apparitions de *comètes*, nous n'en trouvons aucune dont la route ſoit décrite d'une façon circonſtanciée avant l'année 837, & le nombre de celles dont on a pu voir aſſez de circonſtances pour calculer leurs orbites, ſe réduit juſqu'ici à 68, en ne comptant que pour une ſeule *comète* celles de 1456, 1531, 1607 & 1682, & de 1759, qui ſont bien reconnues pour n'être qu'une ſeule & même planète. J'ai réuni de même celles de 1532 & 1661, & celles de 1264 & 1556, qu'on croit être les mêmes.

Au reſte, nous devons être perſuadés qu'il a paru de tout tems beaucoup de *comètes*, dont nos hiſtoriens ne parlent point, & qu'il y en a eu beaucoup plus encore qui n'ont point été apperçues. Les anciens même le ſavoient; car Poſidonius avoit écrit, ſuivant Seneque (*Quæſt. nat. lib. vij, c.* 20) qu'à la faveur de l'obſcurité produite par une éclipſe de ſoleil, on avoit vu une *comète* très-proche du ſoleil: c'étoit vers l'an 60 avant J. C. Ce qui donne lieu de croire que dans de pareilles circonſtances, on en verroit ſouvent. Depuis l'année 1757, qu'on a attendu & cherché la *comète* de 1682, & que l'attention des obſervateurs s'eſt tournée de ce côté-là, on a obſervé vingt autres *comètes* dans l'eſpace de 24 ans. M. Meſſier, de l'Académie des Sciences, en a ſur-tout découvert beaucoup: il y en a 8 qu'il a apperçues avant que perſonne en eût connoiſſance. M. Mechain, auſſi de l'Académie des Sciences, en a découvert deux en 1781; & quand on prendra la peine de les chercher dans le ciel, on en trouvera ſans doute un grand nombre.

Alſtedius obſerve que, dans les années qui précédèrent & ſuivirent l'an 1101, date de la 223.e *comète*, on en vit preſque toutes les années. *Lubienieckii theat. cometicum.* Il eſt même arrivé plus d'une fois que l'on a vu en même tems pluſieurs *comètes*. Riccioli en rapporte des exemples des années 729, 761, 1165, 1214, 1337, 1529, 1618. Au mois de mai 1748, on croit avoir vu trois *comètes* différentes dans une même nuit. M. Struick, *Phil. Tranſ. t. 46.* Le 11 février 1760, on en voyoit deux. *Mém Acad.* 1760, *pag. 168.* Il y a apparence qu'il exiſte plus de 300 *comètes* autour du ſoleil, & M. Lambert conjecture qu'il peut y en avoir des millions. *Syſtême du monde*, Bouillon, 1772.

Les *comètes* dont l'apparition a été la plus longue, ſont celles qui ont paru pendant ſix mois; la première du tems de Néron, l'an 64 de J. C. (Senèque, *l. vij, c.* 21); la ſeconde vers l'an 603, au tems de Mahomet; la troiſième en 1240, lors de l'irruption du grand Tamerlan. De nos jours, la *comète* de 1729 a été obſervée pendant ſix mois, depuis le 31 juillet 1729 juſqu'au 21 janvier 1730; celle de 1769 pendant près de 4 mois. Riccioli, dans ſon *Almageſte*, *t.* 2, *p.* 24, nous donne une table de la durée de beaucoup d'autres *comètes*, ſuivant différens hiſtoriens: on y voit quatre *comètes* de quatre mois, ſavoir celles des années 676, 1264, 1363, 1433.

Mouvement des comètes. Toutes les *comètes* paroiſſent tourner comme les autres aſtres par l'effet du mouvement diurne; mais elles ont auſſi un mouvement propre, de même que les planètes, par lequel elles répondent ſucceſſivement à différentes étoiles fixes: ce mouvement propre ſe fait tantôt vers l'orient, comme celui des autres planètes, tantôt vers l'occident; quelquefois le long de l'écliptique ou du zodiaque; quelquefois dans un ſens tout différent, & preſque perpendiculaire à l'écliptique.

La *comète* de 1472 fit en un jour 120 degrés, ayant rétrogradé depuis l'extrémité du ſigne de la vierge juſqu'au commencement du ſigne des gémeaux, ſuivant l'obſervation de Regiomontanus (Riccioli, *Alm. 2. 8.*) La *comète* de 1760 entre le 7 & le 8 janvier, changea de 41 degrés en longitude; celle de 1770 fut à-peu-près dans le même cas: on pourroit citer d'autres exemples d'une très-grande vîteſſe obſervée dans le mouvement apparent des *comètes*, & elles pourroient aller bien plus vîte, en apparence, ſi elles paſſoient plus près de la terre.

Quelquefois les *comètes* paroiſſent ſi peu de tems, que dans la durée de leur apparition, leur ſituation ne change que très-peu, mais il y a des *comètes* dont le mouvement eſt fort étendu. Celle de 1664 parcourut 160 degrés par mouvement rétrograde en apparence; & du 20 décembre juſqu'au 6 janvier 1665, en 17 jours, elle parcourut 143°: celle de 1769 parcourut 8 ſignes, ou 240 degrés, tant avant qu'après ſa conjonction. Celle de 1556, un demi-cercle ou environ 180 degrés: celle de 1472 fit environ 170 degrés: celle de 1618 ne parcourut que 107 degrés; mais ce fut dans l'eſpace de 28 jours. Riccioli, *Alm. 2. 28.*

Képler fut le premier qui entreprit de calculer l'orbite d'une *comète*, ou la trajectoire & la trace réelle de ſon véritable mouvement; il crut reconnoître que ce mouvement approchoit de la régularité d'une ligne droite: il dit même poſitivement à la page 35 de ſon livre *de Cometis*, que le cercle ne ſuffit pas pour repréſenter le mouvement de la *comète* de 1618, & que ſon mouvement a été exactement rectiligne: ainſi, juſqu'au

Digitized by Google

tems de Képler, on ne ſavoit preſque rien du mouvement des *comètes*. Hévélius me paroît être celui qui, dans cette théorie, fit d'abord le plus grand pas, puiſqu'il devina le premier, non-ſeulement que la route des *comètes* étoit courbée vers le ſoleil, mais encore que cette courbe étoit parabolique. Je crois à cette occaſion devoir ici relever une injuſtice, que pluſieurs auteurs modernes ont faite à ce grand homme. Une brochure allemande d'un nommé Doerfeld, imprimée en 1681, paſſe pour être le premier livre où l'on ait démontré que la parabole pouvoit repréſenter le mouvement des *comètes*. Doerfeld applique en effet cette méthode à la *comète* de 1681; mais il en conclut une diſtance périhélie dix fois plus grande qu'on ne l'a trouvée depuis: c'eſt cependant à lui qu'on a donné l'honneur de cette théorie, & c'eſt lui qu'on fait à cet égard le précurſeur de Neuton. On en juge bien autrement, lorſqu'on ouvre la cométographie d'Hévélius, imprimée dès l'an 1668, c'eſt-à-dire, 13 ans avant la date de Doerfeld. Hévélius obſerve d'abord que tous les projectiles décrivent des paraboles, & qu'il n'y a de différence qu'à raiſon de la réſiſtance de l'air; il décompoſe enſuite cette parabole pour faire voir qu'elle eſt le réſultat d'une double impreſſion: la reſſemblance entre les projectiles que nous voyons ſur la terre & les *cometes*, lui paroît évidente; il voit de part & d'autre une gravité, une tendance vers un centre commun, qui eſt le centre du ſoleil pour les planètes, & celui de la terre pour les corps terreſtres; de part & d'autre un mouvement d'explotion, de projection en ligne droite qui ſe combine avec la gravité pour former une parabole, en ſorte que la *comète* abandonneroit la parabole pour ſuivre une tangente, ſi la gravité ceſſoit d'agir ſur elle, comme elle tomberoit vers le ſoleil, ſi la force de projection ne l'en éloignoit pas. Ces idées d'Hévélius étoient bien ſingulières pour ce tems-là; s'il y eût appliqué la loi de Képler, c'eſt-à-dire, la régle des aires proportionnelles aux tems, il ne lui auroit rien manqué pour être en état de calculer les mouvemens d'une *comète*.

C'eſt à Neuton qu'il étoit réſervé de joindre cette découverte à tant d'autres: dans le tems qu'il étoit occupé de la théorie des forces centrales, & de la loi de l'attraction; on vit paroître la *comète* de 1680, qui réveilla l'attention des philoſophes, produiſit les réflexions ingénieuſes de Bayle & les ſublimes recherches de Neuton ſur cette matière. La première idée qui dut lui venir en voyant cette *comete* s'approcher du ſoleil le matin & s'en éloigner enſuite le ſoir, fut qu'elle tournoit autour du ſoleil, en vertu de l'attraction de cet aſtre & d'une force quelconque de projection, tout ainſi que les autres planètes. Sur ce ſimple ſoupçon, il étoit bien naturel d'en faire l'épreuve, & de tenter le calcul en employant les loix ordinaires des mouvemens des planètes: il le fit; le ſuccès fut complet, & toutes les obſervations que Flamſteed avoit faites ſur cette *comète*, depuis le 12 décembre 1680 juſqu'au 5 février 1681, ſe trouvèrent très-bien repréſentées par l'hypothèſe de Neuton, quoique le mouvement de la *comète* eût été plus de 130 degrés; il fut donc alors démontré que les *comètes* étoient de véritables planètes qui tournoient autour du ſoleil. Enfin le retour de la *comète* de 1682, obſervée en 1759, a donné le dernier degré de certitude & d'évidence à la théorie des *comètes*. Il étoit aiſé de juger, par la rareté de leurs apparitions, que leurs orbites étoient très-vaſtes, très-alongées & très-excentriques, & qu'il n'y avoit qu'une petite partie de leurs orbites qui fût viſible pour nous; dès-lors il étoit naturel de calculer leurs mouvemens dans une portion de parabole, parce qu'il y a peu de différence entre une ellipſe fort excentrique & une parabole, & parce que le calcul de la parabole eſt beaucoup plus facile que celui d'une ellipſe. C'eſt la méthode que nous ſuivons encore pour déterminer les orbites des *comètes*, & dont nous allons expliquer les règles & les méthodes. Halley fut le premier qui calcula ainſi des orbites de *comètes*, qu'il publia en 1705.

Bradley reſta ſeul après la mort de Halley, dépoſitaire de la méthode de calculer les *cometes*; il calcula celles de 1723, 1737 & 1742; & dans le mois de ſeptembre 1742, il envoya en France les élémens de celle-ci, avec une idée de ſa méthode, comme on le voit dans la *Théorie des comètes* de M. le Monnier. M. Maraldi, à l'occaſion d'une petite *comète* qui avoit paru au commencement de l'année 1743, donna le premier calcul de *comète* qui ait été fait en France. (M. de la Caille, *Ephém.* 1765, *pag. xliij.*)

Suppoſons une *comète* qui tourne dans une parabole, dont le foyer ou le centre d'attraction ſoit au centre *S* du ſoleil (*planch. Aſtron. fig. 164*) & que cette parabole *P D* ait une diſtance périhélie *S P*, égale à la diſtance moyenne du ſoleil à la terre, ou au rayon du cercle que la terre eſt ſuppoſée décrire quand on néglige l'excentricité de ſon orbite. La vîteſſe de la *comète* en *P* eſt à celle de la terre dans ſon cercle, à pareille diſtance, comme la racine de deux eſt à l'unité, ou environ comme ſept eſt à cinq; tel eſt le rapport des aires ou des ſurfaces décrites qui ont lieu perpétuellement dans la parabole & dans le cercle.

De-là on conclut que la *comète* arriveroit au point *O*, qui eſt à 90° du périhélie *P* dans l'eſpace de 109 jours $14^h\ 46'\ 20''$.

Connoiſſant le tems qui répond à 90° d'anomalie vraie, ou à l'angle droit *P S O*, on trouve le tems qui répond à une autre anomalie quelconque, ou à un autre angle *P S D*; car nommant *t* la tangente de la moitié de l'anomalie vraie, il ſuffit de multiplier le quart de $t^3 + 3t$ par les 109 jours qui répondent à 90°, pour avoir le

tems qui répond à l'angle proposé. Par ce moyen qui est fort simple, on a construit une table parabolique, où pour chaque jour on trouve l'anomalie vraie correspondante: cette table se trouve fort au long dans mon *Astronomie*, dans le recueil des tables de Berlin, & dans le traité de M. Pingré. Cette table générale du mouvement parabolique de la *comète* de 109 jours, sert pour toutes les autres paraboles, pourvu que l'on augmente les tems en raison de la racine carrée du cube de la distance périhélie; en effet, pour un même degré d'anomalie vraie, les carrés des tems de différentes paraboles, qui ont toujours le même rapport avec le cercle du rayon égal, doivent augmenter comme les cubes des distances périhélies, suivant la loi de Kepler, ou les tems, comme les racines carrées des cubes des distances périhélies: donc une seule table peut servir pour toutes les paraboles.

Par ce moyen, l'on divise en jours de grandes figures, où l'on marque la situation d'une *comète* sur son orbite de jour en jour, comme on le voit sur les paraboles de la figure 165 pour 10 jours, 20, 30, *&c.* de distance au périhélie; sur la plus petite parabole, on voit les jours 1, 2, 3, 4, *&c.*: j'ai donné les dimensions de ces paraboles calculées en détail dans les Mémoires de l'Académie pour 1773.

Avec la table parabolique, on trouve le passage d'une *comète* à son périhélie, lorsqu'on connoît le jour où elle étoit en un point D de sa parabole, *fig.* 164, & l'angle PSD d'anomalie vraie; ainsi, dès qu'on connoît l'anomalie d'une *comète* pour un jour donné, il est aisé d'en conclure quel jour elle a passé par son périhélie, & nous en indiquerons bientôt l'usage dans la détermination de ces orbites.

Par une autre propriété de la parabole, le rayon vecteur SD de la *comète*, ou sa distance au soleil, est égale à la distance périhélie SP, divisée par le carré du cosinus de la moitié de l'anomalie vraie c'est-à-dire de l'angle PSD. Ainsi, quand pour un tems donné l'on a trouvé l'anomalie vraie d'une *comète* dans son orbite, on a le rayon vecteur SD, en divisant la distance périhélie SP par le carré du cosinus de la moitié de cette anomalie; & si l'on a un rayon vecteur SD avec l'anomalie correspondante PSD, on peut également trouver la distance périhélie SP de cette même *comète*.

Enfin il y a une dernière propriété de la parabole, qui est d'un grand usage dans la détermination des orbites des *comètes*. Quand on connoît deux rayons vecteurs d'une parabole, comme SO & SD avec l'angle compris, on peut trouver la distance périhélie, & les deux anomalies qui répondent aux deux rayons vecteurs, en faisant cette proportion: la somme des racines des rayons vecteurs est à leur différence, comme la cotangente de la demi-somme des demi-anomalies vraies est à la tangente de leur demi-différence. Quand on a la somme & la différence, il est aisé d'avoir chacune des anomalies vraies, & de trouver, par le tems qui leur répond, le moment du passage par le périhélie, en même tems que le lieu du périhélie de la *comète*.

Au moyen des théorêmes précédens, qui sont démontrés fort au long dans mon *Astronomie*, on peut trouver une parabole qui satisfasse à trois longitudes d'une *comète* observée de la terre, & c'est en quoi consiste le problème important de la détermination des orbites des *comètes*. Supposons que la terre soit en A (*fig.* 166) à une distance AS du soleil, & qu'elle voie le lieu de la *comète* réduit à l'écliptique sur un rayon AG, en sorte que l'angle SAG soit l'angle d'élongation, ou la différence entre la longitude du soleil & celle de la *comète*. On ne connoît dans le triangle ASG qu'un côté & un angle; on est obligé de faire une supposition ou une hypothèse sur la valeur du côté SG, distance accourcie de la *comète* au soleil; d'après cette supposition, arbitraire si l'on veut, mais qui sera vérifiée ou réformée par la suite du calcul, on cherche l'angle au soleil, ou la commutation ASG, en résolvant le triangle ASG, & l'on a la longitude héliocentrique de la *comète*; on en conclut sa latitude héliocentrique, sa distance vraie au soleil, ou le rayon vecteur. On fait la même chose pour une seconde observation faite, quand la terre étoit en B & la *comète* en H, & l'on a deux longitudes héliocentriques comptées sur l'orbite de la *comète*, & par conséquent l'angle des deux rayons vecteurs, qui est nécessairement la somme ou la différence de deux anomalies vraies; on en conclut chacune des deux anomalies par la règle précédente, & par conséquent le lieu du périhélie P, la distance périhélie SP, & le tems qui répond à ces deux anomalies dans l'hypothèse qu'on a faite sur la distance SG de la *comète* au soleil. Si l'intervalle de tems trouvé par le moyen de ces deux anomalies n'est pas d'accord avec l'intervalle donné des deux observations, c'est une preuve qu'une des deux distances au soleil, qui ont été supposées, doit être changée: on en conservera une, & l'on fera varier l'autre par diverses suppositions, jusqu'à ce qu'à la fin du calcul on trouve un intervalle de tems égal à celui des deux observations; alors on aura une parabole qui satisfait à toutes deux dans la première hypothèse faite sur la distance SG de la *comète* au soleil.

Mais il ne suffit pas d'avoir une parabole qui satisfasse à l'intervalle de deux observations, car il y en a une infinité; & à chaque hypothèse qu'on aura faite sur la première distance SG de la *comète* au soleil, on trouvera par les diverses suppositions de la seconde distance SH, ou de la distance du soleil, dans la seconde observation, une parabole qui satisfera aux deux mêmes observations. La difficulté qui reste, est de se déter-

miner par une troiſième obſervation, c'eſt-à-dire, de faire un choix entre toutes ces paraboles qui repréſentent les deux premières obſervations, mais dont une ſeule doit s'accorder avec la troiſième.

On calculera donc dans chaque hypothèſe, ou dans chaque parabole, la troiſième obſervation. Pour cet effet, on ſuppoſera que *P* ſoit le pole de l'écliptique (*fig. 167*) *Q R N* l'orbite de la *comète*, dont on connoît le mouvement *R Q* entre les deux obſervations & les latitudes héliocentriques *R M*, *Q O*, on déterminera le lieu du nœud *N*, & l'angle d'inclinaiſon *R N M*. Connoiſſant le tems du paſſage au périhélie & le tems de la troiſième obſervation, on trouvera par la table parabolique le mouvement d'anomalie; on en conclura la longitude héliocentrique de la *comète* ſur l'orbite dans la troiſième obſervation, ſa latitude, ſa diſtance au ſoleil; enfin ſa longitude géocentrique, ainſi que pour les planètes. Si cette longitude calculée étoit d'accord avec la longitude obſervée, la parabole qu'on a employée ſeroit la véritable orbite; l'on n'auroit pas beſoin d'examiner les autres hypothèſes: mais cela n'arrive jamais. On eſt donc obligé de calculer ainſi la troiſième obſervation dans différentes hypothèſes, juſqu'à ce qu'on en ait trouvé une qui ſatisfaſſe à la troiſième obſervation.

Celle des différentes hypothèſes, qui s'accorde le mieux avec la longitude de la troiſième obſervation, eſt la meilleure, & une ſimple proportion ſuffit quelquefois pour trouver une autre hypothèſe qui ſatisfaſſe exactement à toutes les trois obſervations. Cette méthode indirecte & de fauſſe poſition, me paroît plus ſimple & plus commode que les méthodes plus directes & plus élégantes, données par les plus ſavans géomètres, depuis Newton juſqu'à nos jours. J'ai donné les détails, les préceptes, & les exemples de ma méthode dans le *XIX livre* de mon *Aſtronomie*; je ne pouvois donner ici que l'eſprit de cette méthode.

C'eſt par des eſſais à-peu-près ſemblables, mais bien plus longs ſans doute, que Halley détermina par les anciennes obſervations vingt-quatre paraboles ou orbites cométaires, y compris celle de 1698. Bradley, Maraldi, la Caille, Struyck, M. Pingré, M. Mechain, & moi, en avons calculé pluſieurs autres, en ſorte que le nombre s'eſt accru juſqu'à 68, y compris celle de 1783; mais je ne compte que pour une ſeule toutes les apparitions de celles dont les périodes ſont connues. On trouvera ci-après la table des élémens de toutes ces *comètes*, qui eſt le principal réſultat de toutes les les obſervations faites juſqu'à préſent ſur les *comètes*, *page 368*.

Les élémens d'une *comète* ſont les ſix articles qui déterminent la ſituation & la grandeur de l'orbite qu'elle décrit, & qui établiſſent ſa théorie, c'eſt-à-dire, le lieu du nœud vu du ſoleil, l'inclinaiſon, le lieu du périhélie, la diſtance périhélie, & le tems moyen du paſſage par le périhélie, qui tient lieu d'époque; enfin la direction de ſon mouvement qui peut être direct ou rétrograde.

Le calcul fait dans une parabole, ſatisfait ordinairement à toutes les obſervations à 2 ou 3 minutes près; mais la *comète* de 1770 a exercé ſingulièrement les calculateurs: M. Proſperin reconnut d'abord qu'il falloit employer trois portions de paraboles différentes pour repréſenter ſon apparition toute entière. *Voyez Brevis commentatio de motu cometæ anni 1770*: cette diſſertation a été inſérée dans les Mémoires de l'Académie d'Upſal. M. Lambert penſoit qu'elle avoit été dérangée par l'attraction de la terre (*Mém. de Berlin*, 1770). M. du Séjour, dans ſon *Eſſai ſur les comètes*, crut que ces différences tenoient à la parallaxe; enfin M. Lexell, après des calculs immenſes, a trouvé qu'on ne pouvoit repréſenter ces obſervations que par une révolution de cinq ans & demi, ou 5°, 585, & la diſtance moyenne 3, 14786. C'eſt une choſe très-extraordinaire, & qui vient peut-être des grands dérangemens que cette *comète* a éprouvés par des attractions étrangères. Quoi qu'il en ſoit, j'ai mis dans la table les élémens qu'il a donnés. (*Mém. de l'Acad.* 1776, *pag. 639*, & 1777, *pag. 352*. *Mém. de Péterſbourg*, 1777, *pag. 370*.

Le calcul fait ſur ces élémens ne s'écarte preſque jamais de 2 minutes de l'obſervation; & en ſuppoſant ſeulement une période de 7 ans, on trouve pour quelques obſervations des erreurs qui ne ſont pas vraiſemblables.

Comme cette *comète* dans ſon aphélie eſt preſque dans la région de jupiter, il peut ſe faire qu'elle ait été dérangée par cette planète, & qu'elle ait eu une orbite très-différente de celle de 1770 (*ib. p. 648*); ſans cela elle auroit été vue pluſieurs fois.

On avoit d'abord mis au nombre des *comètes* l'aſtre découvert par M. Herſchel, le 13 mars 1781; mais on vit bientôt qu'il avoit beaucoup de reſſemblance avec les cinq planètes. *Voyez* HERSCHEL.

Retour des comètes. Lorſque Halley eut calculé 24 orbites paraboliques pour les *comètes*, dont il put raſſembler les obſervations, il vit que celles de 1607 & de 1682 ſe reſſembloient beaucoup; la diſtance périhélie, la vîteſſe, l'inclinaiſon, le nœud, étoient preſque les mêmes; il remonta encore 76 ans plus haut, & il trouva une *comète* obſervée en 1531, qui pouvoit s'accorder avec la même orbite; il ſoupçonna dès-lors que ce pouvoit être une même *comète*. « Cependant, » dit-il, je me contentai de propoſer mon idée » comme probable, lorſqu'en 1705 je publiai pour » la première fois cet abrégé; la différence des » périodes & des inclinaiſons me paroiſſoit un peu » trop grande, pour oſer prononcer ſur l'identité

» & les obſervations d'Apian & de Kepler, que » j'avois employées dans le calcul des deux pre- » mières, étoient trop imparfaites, ou plutôt trop » groſſières pour des recherches ſi délicates; » j'avertis cependant dès-lors les aſtronomes de » la rechercher avec ſoin vers l'année 1758, où » elle me ſembloit devoir encore revenir; mais » lorſqu'après les recherches que je fis des an- » ciennes *comètes* j'en eus trouvé encore trois » autres qui avoient paru auparavant dans le même » ordre, & à des intervalles de tems égaux; » ſavoir, en 1305, aux environs de Pâques, en » 1380 (on ne ſait pas dans quel mois) & en » 1456, au mois de juin: je repris un peu plus » d'aſſurance dans mon premier ſentiment. » En effet, il finit cet article en diſant: « Tel eſt » l'accord des élémens de ces trois *comètes*, accord » qui ſeroit bien étonnant, ſi c'étoient trois *co-* » *mètes* différentes, ou que ce ne fût pas le retour » d'une *comète* dans un orbe elliptique qui paſſe » aſſez près de la terre & du ſoleil; ſi donc elle » revient encore, ſuivant notre prédiction vers » l'an 1758, la poſtérité ſe ſouviendra que c'eſt à » un anglois que l'on en doit la découverte. » *Voyez* la *Théorie des Comètes* de Halley, que j'ai publiée avec ſes tables en 1759; j'y ai donné l'hiſtoire de l'apparition de cette *comète* en 1758 & 1759, par laquelle cette prédiction de Halley fut parfaitement conſtatée.

Il y a encore deux *comètes* dont la période paroît connue, & dont on eſpère le retour; 1.° celle de 1531 & 1661 qu'on attend pour 1789 ou 1790. Cette *comète* de 1532 & 1661 ſe retrouve dans les hiſtoriens & ſur-tout en 1402, 1145, 891, 845, & même 11 ans avant J. C., de manière que ce qu'on en rapporte s'accorde avec les élémens calculés par M. Pingré. La pièce de M. Méchain qui a remporté le prix de l'Académie en 1782, & qui eſt dans le Tome X des *Mémoires préſentés par des ſavans étrangers*, contient des calculs très-détaillés ſur les apparitions de 1532 & de 1661, & il en réſulte quelque doute ſur l'identité de ces deux *comètes*. Il faut donc attendre l'événement; mais ſi cette *comète* arrivoit à ſon périhélie dans le mois de juillet, on la verroit difficilement & elle pourroit bien nous échapper. 2.° La *comète* de 1264 & celle de 1556, doit reparoître probablement en 1848; mais les obſervations de 1264 ont bien peu de préciſion pour établir l'identité. Au ſujet de cette *comète*, on peut voir les *Mém. de l'Acad. 1760, pag. 192.* Enfin la grande *comète* de 1680, ſuivant Halley, devroit reparoître en 2254. Il croit que c'eſt celle qui parut du tems de Céſar; dans ce cas-là ce ſeroit auſſi celle dont parle Homère (*Iliad. IV. 75.*) & elle auroit paru 619 ans avant J. C. Si cette *comète* de 1680 achève ſept révolutions en 4028 ans, elle a dû paſſer près de la terre 2349 ans avant J. C., & peut ſervir à ceux qui veulent expliquer phyſiquement le déluge, comme Whiſton, (*New theory of the earth, page 186.*) Mais il y a des doutes ſur cette période, parce que la *comète* de 1680 n'auroit pu être au mois de mars 1106 dans le cancer, & aller contre l'ordre des ſignes; elle auroit dû être directe & dans le taureau. Quoi qu'il en ſoit de cette dernière, il eſt évident par le retour de la *comète* de 1682, que les *comètes* ſont périodiques, & que leurs orbites ſont elliptiques, de même que celles des planètes. La diſtance aphélie de la *comète* de 1759 eſt de 1200 millions de lieues, & c'eſt celle qui s'éloigne le moins du ſoleil; on peut juger par-là de l'énorme diſtance de toutes les autres, & de la longueur de leurs révolutions.

Lorſqu'on a obſervé deux apparitions d'une même *comète*, la différence des deux paſſages au périhélie donne la durée de ſa révolution. Ainſi, la *comète* de 1682 paſſa par ſon périhélie le 14 ſeptembre, & celle de 1759, qui ſuivoit la même orbite, paſſa par ſon périhélie le 12 mars; la différence eſt de 76 ans & demi, c'eſt la durée de ſa révolution; mais cette dernière révolution avoit été un peu alongée par des attractions étrangères.

Connoiſſant la durée de la révolution, 28070 jours, on trouve la diſtance moyenne au ſoleil par la loi de Képler, que les carrés des tems ſont comme les cubes des diſtances; cette diſtance eſt 18,075759; on connoît donc le grand axe de l'ellipſe que la *comète* a réellement parcourue, de même que la diſtance périhélie, & par conſéquent l'excentricité: on en conclut facilement ſon anomalie moyenne & enſuite ſon anomalie vraie & ſon rayon vecteur, par les méthodes que nous avons expliquées au *mot* ANOMALIE; ainſi, l'on calcule le lieu d'une *comète* de la même manière que celui d'une planète.

Une ſeule apparition d'une *comète* obſervée pendant quelques mois, pourroit ſuffire à la rigueur pour déterminer cette ellipſe toute entière, & par conſéquent pour connoître la diſtance moyenne & la révolution, & prédire le retour de la *comète*; mais la partie que nous pouvons appercevoir de la terre, eſt ſi petite en comparaiſon de la partie de l'orbite qui échappe à notre vue, que les erreurs inévitables de nos obſervations produiroient des erreurs énormes dans de ſemblables prédictions. Il eſt inutile de les entreprendre, ni de chercher le retour d'une *comète*, ſi ce n'eſt quand on l'a déjà vue deux fois. Cependant M. Euler a donné des formules pour le même objet dans un ouvrage intitulé: *Recherches & calculs ſur la vraie orbite elliptique de la* comète *de 1769 & ſon tems périodique, exécutés ſous la direction de M. Léonard* EULER, *par les ſoins de M.* LEXELL, *adjoint de l'Académie impériale des Sciences de Petersbourg*; à Pétersbourg, de l'imprimerie de l'Acad. impér. des Sciences, 159 pages *in-4.°* avec figures. Il détermine dans cet ouvrage la révolution par trois obſervations; mais ſuppoſant que les erreurs des trois obſervations employées par M. Euler ſoient d'une minute, la révolution

peut aller de 449 ans à 519 ans dans les cas extrêmes : cela ſuffit pour faire voir qu'on ne peut eſpérer de donner quelque choſe de probable ſur le retour de la *comète* de 1769. Mais il y aura des *comètes* où les erreurs des obſervations ne produiront pas de ſi grandes différences ſur la période; ainſi, il ne faut point regarder comme indifférentes les recherches qu'on peut faire ſur la révolution des *cometes*, par une ſeule apparition. Indépendamment de l'élégance géométrique & analytique de ces formules de M. Euler, elles pourront devenir utiles aux aſtronomes lorſqu'ils auront des *comètes* obſervées aſſez long tems & aſſez exactement pour eſpérer d'en pouvoir prédire le retour par une ſeule apparition, & il y en aura probablement quelques-unes dans ce cas-là.

Les calculs que M. Lexell a faits ſur trois obſervations ſont ſi conſidérables, qu'on ne ſe plaindra pas qu'il en ſoit demeuré-là; mais il eût été à ſouhaiter qu'il pût déterminer la même période par d'autres obſervations priſes trois à trois, & calculer les erreurs de l'hypothèſe elliptique & de l'hypothèſe parabolique dans chaque obſervation, pour voir un peu plus exactement quelle eſt enfin la préciſion avec laquelle nous pouvons croire que la période de cette *comète* de 1769 eſt connue. M. de la Grange dans les Ephémérides de Berlin pour 1783, & dans les Mémoires de Berlin pour 1778, a donné une méthode analytique pour trouver auſſi la période d'une *comète* par une ſeule apparition; enfin il y en a une de M. le Marquis de Condorcet dans la pièce qui a remporté le prix de Berlin, & qui a été imprimée à Utrecht en 1780 avec celles de M. Tempelhoff & de M. Hennert.

La *comète* de 1779, calculée par M. Proſperin, lui paroît avoir une période de 1150 ans; il a auſſi cherché à découvrir la période de la *comète* de 1773. *Ephém de Berlin 1777, page 127.*

Mais ces calculs exigeroient une bien grande préciſion dans les obſervations, & ces périodes doivent être bien altérées par les attractions, comme on en peut juger par ce que nous avons dit de la *comète* de 1770, & ce que nous dirons de celle de 1759.

Perturbations des comètes. L'attraction univerſelle des corps céleſtes, prouvée par tous les phénomènes céleſtes, doit ſe manifeſter dans le dérangement des *comètes*. Halley s'apperçut que la *comète* de 1682 avoit en une de ſes périodes plus courte que l'autre, & il en attribuoit la cauſe à l'action de Jupiter; mais il n'avoit fait à cet égard aucune eſpèce de calcul.

La même *comète* ayant reparu en 1759, ſa période s'eſt trouvée plus longue que la précédente d'environ 600 jours; & il eſt prouvé actuellement que les attractions ſeules de Jupiter & de Saturne pouvoient produire une auſſi grande différence. Dans le tems que nous étions occupés à chercher la *comète*, je propoſai en 1757 à M. Clairaut, de lui calculer une table des diſtances de cette *comète* à Jupiter & à Saturne, depuis 1531 juſqu'à 1759, avec les angles de commutation & les forces attractives de ces deux planètes ſur la *comète*, afin qu'il y appliquât ſa théorie du problème des trois corps, & que nous puſſions voir ſi cette attraction devoit accélérer ou retarder le retour qu'on attendoit pour 1757 ou 1759. Ce travail étoit immenſe; mais il eut tout le ſuccès que nous en eſpérions, comme je l'ai expliqué fort au long dans l'*Hiſtoire* & dans les *Mémoires de l'Académie pour 1759*. M. Clairaut trouva que la révolution de la *comète* devoit être plus grande environ de 611 jours que celle de 1607 à 1682; ſavoir, de 100 jours par l'action de Saturne, & de 511 jours par l'effet de Jupiter. Suivant ces premiers calculs, elle devoit paſſer dans ſon périhélie au milieu d'avril (*Voyez* ma *Théorie des comètes*, à la ſuite des *Tables de Halley, 1759, pag. 110.*). Elle y paſſa le 13 mars; & malgré l'immenſité des calculs que nous fîmes M. Clairaut & moi, les quantités négligées produiſirent un mois d'erreur dans la prédiction; mais M. Clairaut l'avoit prévu, & il a fait voir enſuite que l'erreur ſe réduiſoit à 22 jours, & qu'il y auroit des moyens de pouſſer l'approximation aſſez loin, pour rendre l'erreur encore moindre, à moins que d'autres attractions ne ſe joignîſſent à celles de Jupiter & de Saturne. Les recherches de M. Clairaut ſur cette matière, ſe trouvent en abrégé dans une pièce qui a remporté le prix de l'Académie à Pétersbourg en 1762, & plus en détail dans ſa *Théorie du mouvement des comètes* (*1760, 241 pages in-8°.*). On trouvera auſſi de ſavantes recherches de M. d'Alembert, ſur le même ſujet, dans le ſecond volume de ſes *Opuſcules Mathématiques, pag. 97 & ſuivantes*, & dans la pièce de M. Albert Euler, qui a remporté, en 1762, le prix propoſé par l'Académie de Pétersbourg, concurremment avec M. Clairaut. Enfin, l'Académie ayant propoſé le même ſujet pour le prix de 1780, M. de la Grange a compoſé une très-belle pièce ſur ce ſujet.

Table des Comètes.

Nous terminerons l'Aſtronomie cométaire par la table de toutes les *comètes* connues; nous en avons expliqué le calcul ci-devant *page 365*. En conſultant cette table, on voit auſſi-tôt ſi une *comète* nouvellement obſervée reſſemble à quelqu'une de celles qui avoient été vues précédemment; dès-lors ſa révolution ſe trouve connue.

Au moment où l'on imprimoit cette table, j'aurois voulu l'augmenter par une nouvelle *comète* que M. Méchain a découverte le 26 Novembre 1783 dans la conſtellation du bélier; il l'a obſervée auſſi-tôt, mais les calculs ne ſont pas achevés. Cette *comète* eſt extrêmement petite, & ne reſſemble qu'à une nébuleuſe fort obſcure; le voiſinage d'une étoile de 8ᵉ grandeur ſuffiſoit pour la faire diſparoître dans la lunette.

ÉLÉMENS
DES LXVII COMETES

Qui ont été observées assez exactement pour pouvoir être calculées.

Ordre des Comètes.	Année de l'appar.	Longitude du Nœud ascendant.				Inclinaison de l'Orbite.				Lieu du Périhélie.				Distance périhélie celle du Soleil étant 1.	Passage au périhélie Temps moyen à Paris.				Mouvement.	Noms des Auteurs qui ont calculé ces Orbites.
		S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.		S.	D.	M.	S.		Jours.	H.	M.	S.		
I.	837	6	26	33		10 ou 12°				9	19	1		0,58	1 Mars				Rétrograde.	*M. Pingré.*
II.	1231	0	13	30		6	5			4	14	48		0,9478	10 Janv.	7	22	0	Directe.	*M. Pingré.*
III.	1264	5	19	0		36	30			9	21	0	0	0,445	6 Juillet ...	3	0	0	Directe.	*Dunthorn.*
		5	28	45		30	25			9	5	45	0	0,41081	17 Juillet ...	6	10	0	Directe.	*M. Pingré.*
IV.	1299	3	17	3		68	57			0	3	20		0,3179	21 Mars	7	38	0	Retrograde.	*M. Pingré.*
V	1301	0	11	envir.		70	envir.			9	ou	10.3		0,45	22 Octob. environ.				Retrograde.	*M. Pingré.*
VI.	1337	2	24	21		32	21			3	7	19		0,40665	2 Juin	6	34	0	Retrograde.	*Halley*, à-peu-près.
		2	6	22		32	11			0	20			0,6445	1 Juin	0	40	0		*M. Pingré.*
49	1456	3	18	30		57	56			10	1	0		0,5815	8 Juin	22	10	0	Rétrograde.	*M. Pingré*, à-peu-près.
VII.	1472	9	11	46	20	2	20			1	15	33	30	0,54273	20 Fevrier...	22	38	0	Retrograde.	*Halley*, à-peu-près.
49	1531	0	19	25		17	56			10	1	39		0,56700	24 Août	21	27	0	Retrograde.	*Halley*, à-peu-près.
19	1538	2	20	27		22	26			3	21	7		0,50910	19 Octobre..	22	21	0	Directe.	*Halley*, à-peu-près.
VIII.	1333	4	5	44		55	49			4	27	16		0,2028	16 Juin	19	19	0	Retrograde.	*Downes*, à peu-près.
3	1356	5	25	42		22	8	10		9	8	50		0,46390	21 Avril	20	12	0	Directe.	*Halley*, à-peu-près.
IX.	1557	0	25	12		74	32	45		4	9	22		0,18348	26 Octobre..	18	54	0	Retrograde.	*Halley.*
X.	1580	0	18	57	20	64	40	0		3	19	1	30	0,59028	28 Novemb..	15	9	0	Directe.	*Halley*, à-peu-près.
		0	19	7	37	64	55	50		3	19	11	55	0,59533	28 Novemb..	13	34	0		*M. Pingré*, exactement.
XI.	1582	7	21	7	20	61	27	50		8	5	23	10	0,2257	6 Mai	16	9	0	Rétrograde.	*M. Pingré*, à-peu-près.
XII.	1585	1	7	42	30	6	4			0	8	51		1,09358	7 Oct. N. S.	19	59	0	Directe.	*Halley.*
XIII.	1590	4	15	30	40	29	40	40		7	6	54	30	0,57661	8 Fev. N. S.	3	34	0	Retrograde.	*Halley.*
XIV.	1593	5	14	35	0	87	58			5	26	59		0,08911	18 Juil. N. S.	13	42	0	Directe.	*La Caille*, à-peu-près.
XV.	1596	10	15	36	50	52	9	45		7	28	30	50	0,49415	8 Août	15	42	0	Retrograde.	*M. Pingré.*
		10	12	12	30	55	12			7	15	16		0,51293	10 Août....	20	4	0	Retrograde.	*Halley.*
49	1607	1	20	31		17	2			10	2	16	0	0,58680	26 Oct.....	3	57	0	Retrograde.	*Halley*
XVI.	1618	9	23	25		21	28			10	28	20	0	0,31298	17 Août	8	12	0	Directe.	*M. Pingré*, à-peu-près.
XVII.	1618	2	16	1		37	34			0	2	14	0	0,37975	3 Novemb..	12	32	0	Directe.	*Halley.*
XVIII.	1652	2	28	10		79	28	0		0	28	18	40	0,84750	12 Novemb..	15	49	0	Directe.	*Halley.*
XIX.	1661	2	22	30	30	32	35	30		3	25	28	40	0,44831	26 Janvier...	23	50	0	Directe.	*Halley.*
XX.	1664	2	21	14		21	18	30		4	10	41	25	1,025755	4 Decembr..	12	1	0	Retrograde.	*Halley.*
XXI	1665	7	18	2		76	5	0		2	11	54	30	0,10648	26 Avril	5	24	0	Retrograde.	*Halley.*
XXII.	1672	9	27	30	30	53	22	30		3	26	59	30	0,69759	1 Mars.....	8	46	0	Directe.	*Halley.*
XXIII.	1677	7	26	49	10	79	8	15		4	17	37	5	0,28059	6 Mai.....	0	46	0	Retrograde.	*Halley.*
XXIV.	1678	7	11	40	0	3	4	20		10	27	46	0	1,23301	26 Août....	14	12	0	Directe.	*Downes*, à-peu-près.
XXV	1680	9	2	2	0	60	36	0		8	22	39	30	0,006125	28 Decembr..	0	15	0	Directe.	*Halley.*
49	1686	1	21	16	30	17	56	0		10	8	32	45	0,57328	14 Septemb..	7	48	0	Retrograde.	*Halley.*
XXVI.	1683	5	23	23	0	82	11	0		2	25	29	30	0,56020	13 Juillet....	8	59	0	Rétrograde.	*Halley.*
XXVII.	1694	8	28	15	0	65	48	40		7	28	12	0	0,96083	8 Juin.....	10	25	0	Directe.	*Halley.*
XXVIII.	1686	11	20	34	40	21	21	40		2	27	0	30	0,32500	14 Septemb..	14	42	0	Directe.	*Halley.*
XXIX.	1689	12	23	45	20	69	17	0		8	23	44	45	0,016889	1 Decembr.	11	1	0	Retrograde.	*M. Pingré*, à-peu-près.
XXX.	1698	8	27	44	15	11	46	0		9	0	11	15	0,69127	18 Oct.....	17	6	0	Retrograde.	*Halley.*
XXXI.	1699	10	28	45	35	62	20	0		7	2	31	6	0,74400	13 Janvier...	3	32	0	Retrograde.	*La Caille*, à-peu-près.
XXXII.	1702	6	9	25	55	4	30	0		4	18	41	3	0,64390	11 Mars.....	14	22	0	Directe.	*La Caille*, à-peu-près.
XXXIII.	1706	0	13	11	40	55	14	10		2	12	29	10	0,42581	30 Janv.....	4	32	0	Directe.	*La Caille.*
		0	13	11	25	55	14	5		2	12	36	23	0,426865	30 Janv.....	5	5	0		*Struick.*
XXXIV.	1707	1	23	46	35	88	26	0		2	10	54	56	0,85974	21 Decemb...	23	19	0	Directe.	*La Caille.*
		1	22	50	29	88	37	40		2	19	58	9	0,85904	21 Decemb..	23	52	47	Directe.	*Struick.*
XXXV.	1718	4	8	43	0	70	20	0		4	1	30	0	0,02611	14 Janv.....	23	42	0	Retrograde.	*La Caille.*

SUITE.

646397

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google